

Централне силе

у

Природи

од

Ђ. М. Станојевића
проф. универзитета

са 74 слике у тексту



Београд

Издање и штампа Државне Штампарије Краљевине Србије
1906.

Централне силе

у

Природи

од

Ђ. М. Станојевића

проф. универзитета

са 74 слине у тексту



Београд

Издање и штампа Дожавне Штампариие Краљевине Србије

1096.

1906

Своме добром учитељу

Г. К. Алковићу

професору Велике Школе у пензији

у знак признања и благодарности

Ђ. М. Станојевић.

Део први

Опште одредбе

I Сила и рад.

Централна сила. — Међу силама које налазимо у природи нарочито су важне оне, чије дејство зависи од квадрата одстојања. Те се силе називају централним или средишним силама и у природи се оне врло често јављају. На пр. привлачење између сунца и земље, између земље и месеца као и између сунца и осталих планета није ништа друго до сила, управљена центрима тих тела; та се сила мења сразмерно масама а изврнуто квадрату одстојања тих привлачних центара. То је једна *централна сила*. Тако исто привлачење или одбијање двеју електричних или магнетских маса бива по истим законима и спада према томе у групу централних сила. У даљем излагању видећемо које се још силе могу сматрати као централне силе.

У механици се доказује, да се ма каква сила F , представља количином убрзања а које може произвести на некој маси m . Према томе може се написати:

$$F = am.$$

Једна је сила потпуно одређена: 1. својом *нападном тачком*; 2. својим *правцем*; 3. својим *смислом*; 4. својим *интензитетом*.

Резултанта сила. — Кад две или више сила $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$, — назване *компонентама* — дејствују на неку тачку M истим правцем (ма и супротним смислима), оне се све могу заменити само једном силом — названом *резултантом* R , — која је по вредности равна алгебарском збиру компонената. Према томе је:

$$R = \Sigma (F).$$

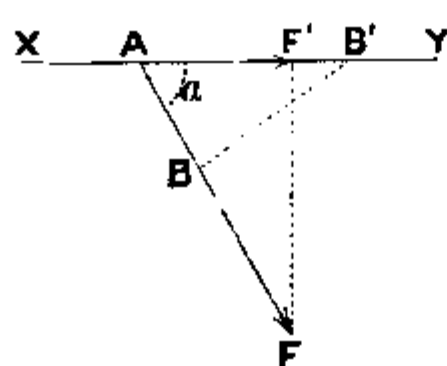
Кад две силе, дејствујући на једну тачку M , не иду истим правцем, већ њихови правци заклапају међу собом угао α , оне се могу заменити резултантом према правилу о *паралелограму сила*. Дијагонала паралелограма, који се конструише над датим силама F_1 и F_2 даће нам

по величини и смислу резултанту двеју сила. Бројна вредност резултанте R одређена је обрасцем:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos \alpha}.$$

Изврнуто томе, свака се сила може разложити на друге две силе, које ће имати исту нападну тачку с датом силом, конструисањем паралелограма чије су стране тражене силе, а дијагонала дата сила. У сваком случају разлагања сила треба да се унапред одреди или правци компонената, или њихове величине, или, најзад, правац и величина једне компоненте.

Пошто се на исти начин може свака компонента даље разлагати, број нових компонената као и њихови правци и величине могу бити врло различити.



(Сл. 1.)

Рад једне силе. — Кад нека сила $F = AF$ (сл. 1.) стална по правцу и величини дејствује на неко тело тако, да се нападна тачка силе A креће правцем линије $X Y$ прешав пут s , онда се производ:

$$T = Fs \cos \alpha$$

назива *рад силе F на путу s* .

Кад одредимо пројекцију AB пута $AB' = s$ на правац силе или пројекцију AF' силе AF на правац пута, може се горњи рад представити обрасцима:

$$T = AB \cdot AF = AF' \cdot AB'$$

јер је $AB = s \cos \alpha$ и $AF' = F \cos \alpha$.

Према томе може се рећи да је *рад неке силе F на путу s одређен производом силе и пројекције пута на правац силе или производом пута и пројекције силе на правац кретања*.

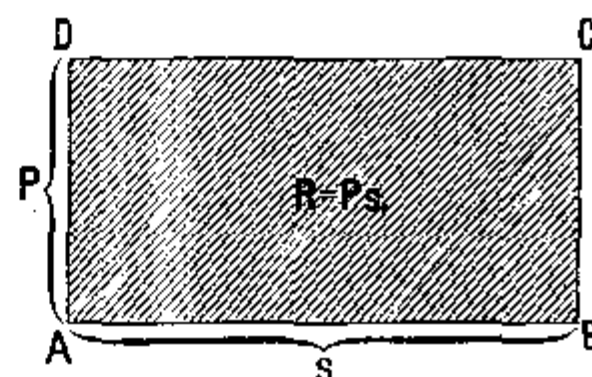
Ако је угао $\alpha = 0$, т. ј. ако се нападна тачка силе креће смислом дејства силе, онда је рад раван производу из силе и пута ($T = Fs$). Напротив, ако је $\alpha = 90^\circ$, и $\cos \alpha = 0$, рад је раван нули. Према томе *једна сила управна или нормална на правац кретања своје нападне тачке не врши никакав рад*. Другојаче се још каже да је *рад нормалних сила раван нули*.

Док је угао α мањи од 90° , његов је *cosinus* положан и рад је силе *положан* или *моторан*; за вредности α од 90° до 180° *cosinus* је одречан, па дакле и рад T је такођер *одречан* или *отпоран*.

Пошто је рад представљен производом двеју линијских величина, то се он може представити графички једном површином. Јер ако на-

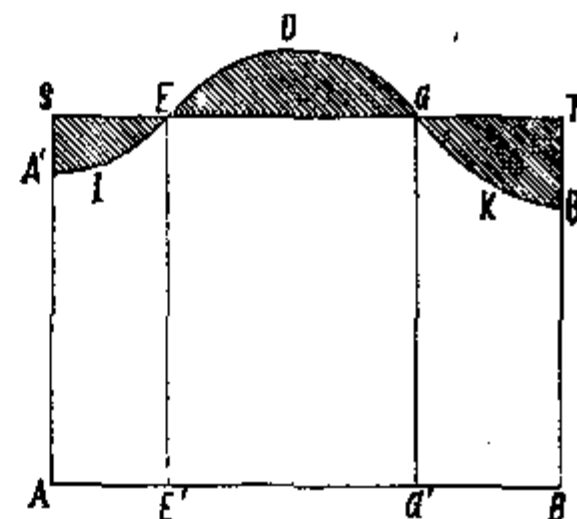
цртамо правоугаоник $ABCD$ (сл. 2), чије су стране сила AD и пројекција пута AB , имаћемо рад раван површини тога правоугла.

У посматраном случају сила је била стална, непроменљива; дешава се, међутим, да се јачина силе мења на извесном путу. Онда се каже да је сила променљива. На путу AB (сл. 3.) прва вредност силе била је AA' и, прошав кроз разне вредности по линији $A'EDGB'$, добила је на крају вредност BB' . И у овом случају рад ће бити представљен површином која је ограничена дужином пута (AB) , крајњим вредностима силе (AA' и BB') и кривом линијом ($A'DB'$) која представља промене силе. Исти се рад може представити површином правоугаоника $ABST$ у коме је AB пут а AS средња вредност променљиве силе.



(Сл. 2.)

Рад централне силе. — Узмимо да се нека покретна тачка A (сл. 4.) налази у равни која пролази кроз A на извесном одстојању од привлачног средишта. Сила F , концентрисана у том средишту, тежи да премести ту тачку управно на горњу раван и после извесног времена доведе је по путу AB у раван CD , паралелну с првом. Рад силе је очевидно $T = F \cdot AB = F \cdot s$. Међутим, прелаз тачке A из прве равни у другу може се извршити и нагнути AC или, најзад, ма којим путем као што је на пр. искривудани пут AD . Треба да се одреди вредност рада у тим разним случајевима.

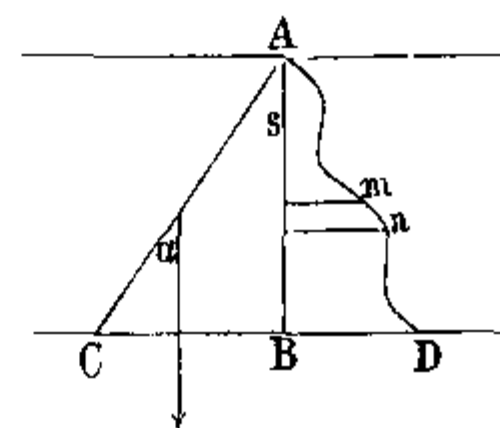


(Сл. 3.)

Ако се тачка A креће по нагнутом путу AC , који заклапа угао α са правцем силе, рад је дат обрасцем:

$$T = F \cdot AC \cdot \cos \alpha = F \cdot AB = Fs.$$

Рад силе F на кривом путу AD биће одређен на овај начин: по-смотрим покретну тачку у тренутку, кад прелази врло мали део путање mn , за који се може узети да је прав и нагнут под углом β (AB, mn). Елементарни рад биће дат производом из силе F и пројекције пута $mn \cos \beta = mn \cos (AB, mn)$. И кад тако сматрамо, да је цела путања AD подељена на врло ситне делиће, као што је mn , и одредимо све елементарне радове као што је $F mn \cos (AB, mn)$ наћи ћемо целокупни рад сабирањем тих елементарних радова:



(Сл. 4.)

$$\begin{aligned} T &= \sum [F \cdot mn \cdot \cos (AB, mn)] \\ &= F \cdot \sum [mn \cdot \cos (AB, mn)]. \end{aligned}$$

Као што се види, тотални се рад добива производом из силе и збира пројекција елементарних путања на правац те силе AB ; међутим, тај збир није ништа друго до сама дужина AB , те према томе:

$$T = F \cdot AB = Fs.$$

Из свију ових посматрања излази ово правило за рад централних сила:

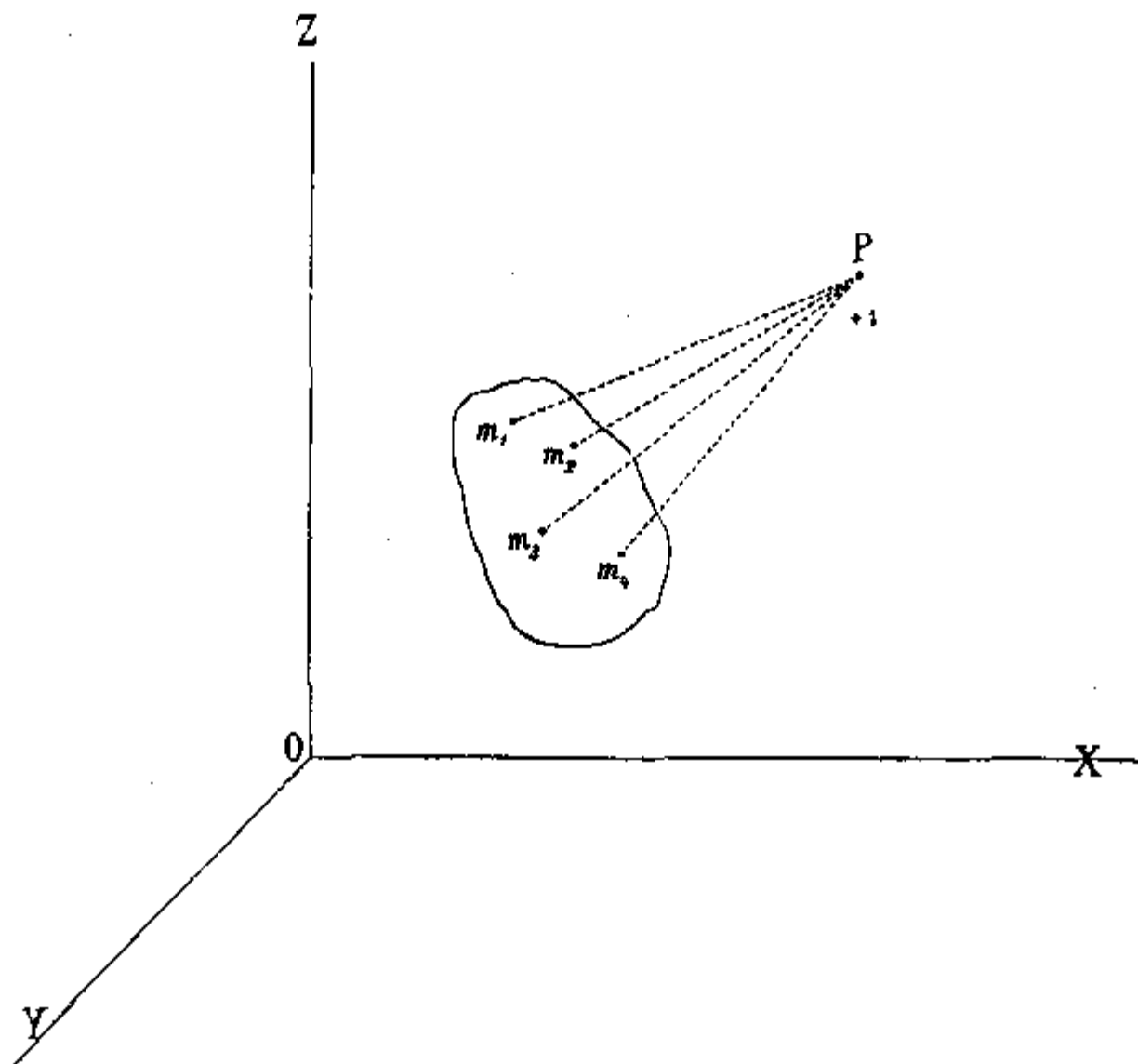
Рад централне силе, чија се нападна тачка креће са извесне даљине до друге неке даљине од средишта, зависи само од почетне и крајње даљине нападне тачке од средишта, ма каква била путања тачке између тих даљина.

Пошто централне силе могу бити привлачне или одбојне, рад тих сила може бити негативан или позитиван. Кад растојање између средишта и покретне тачке расте, за рад се каже да је позитиван, кад су силе одбојне; напротив, кад то растојање опада, рад је позитиван, кад су силе привлачне.

Кад се при извесном кретању ма каквим путем нападна тачка при крају свога кретања врати на исто одстојање од средишта, на коме је била у почетку, тотални је рад раван нули.

II Потенцијал.

Потенцијална функција и потенцијал. — Све оно што је напред изведено за силе и рад, може се применити без икаквих ограничења свуда где се ствар тиче дејства сила у опште и радова које оне производе. По себи се разуме да то вреди и за централне силе, о којима ћемо се сада специјално бавити. Међутим, за проучавање ових послед-



(Сл. 5.)

њих сила, потребно је да се уведе један нов појам, и то појам о *потенцијалу*, који је тако срећно примењен у теорији о електрицитету, магнетизму и општој гравитацији.

Посматрајмо тачку P (сл. 5.), у којој се налази јединица масе положног електрицитета, на коју дејствује више маса m_1, m_2, m_3, \dots

растурених ма на кој начин на даљине r_1, r_2, r_3, \dots . Привлачна или одбојна дејства између разних маса m и тачке P представљене су обрасцима :

$$F_1 = -\frac{m_1}{r_1^2}; F_2 = -\frac{m_2}{r_2^2}; F_3 = -\frac{m_3}{r_3^2} \dots$$

Зауставимо се најпре на дејству неке масе m и тачке P . Означимо са x, y, z , координате тачке P у односу на три правоугле осе X, Y, Z , а са ξ, η, ζ , координате масе m , са ξ_1, η_1, ζ_1 масе m_1 и т. д. Даљина $m P = r$ као и косинуси углова α, β, γ дати су односима :

$$r = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2$$

$$\cos \alpha = \frac{\xi - x}{r}; \cos \beta = \frac{\eta - y}{r}, \cos \gamma = \frac{\zeta - z}{r}.$$

Компоненте F_x, F_y, F_z паралелне осама X, Y, Z силе, која дејствује између масе m и тачке, P биће :

$$F_x = -\frac{m}{r^2} \left(\frac{\xi - x}{r} \right)$$

$$F_y = -\frac{m}{r^2} \left(\frac{\eta - y}{r} \right)$$

$$F_z = -\frac{m}{r^2} \left(\frac{\zeta - z}{r} \right)$$

На исти начин можемо наћи компоненте $F_{x1}, F_{y1}, F_{z1}; F_{x2}, F_{y2}, F_{z2}$ и т. д. паралелне с истим координатним осама, оних сила, које постају од дејства маса m_1, m_2, m_3, \dots на тачку P . Тако ћемо добити правцем сваке коорд. осе више компонената, и ако означимо са X, Y, Z делничне резултанте тих компонената правцем трију оса, имаћемо :

$$X = -\sum \frac{m}{r^2} \left(\frac{\xi - x}{r} \right) = -\sum \frac{m (\xi - x)}{r^3}$$

$$Y = -\sum \frac{m}{r^2} \left(\frac{\eta - y}{r} \right) = -\sum \frac{m (\eta - y)}{r^3}$$

$$Z = -\sum \frac{m}{r^2} \left(\frac{\zeta - z}{r} \right) = -\sum \frac{m (\zeta - z)}{r^3}$$

Мало час смо показали да су даљине r, r_1, r_2, \dots функције координата X, Y, Z тачке P , док су компоненте X, Y, Z функције трију променљивих, које не зависе од x, y, z , те према томе можемо заменити горње три суме X, Y и Z само једном сумом. Диференцирањем једначине за r по x -у добијамо:

$$r \frac{dr}{dx} = -(\xi - x); \quad \frac{dr}{dx} = -\left(\frac{\xi - x}{r}\right)$$

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{r} = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dx} = \frac{\xi - x}{r^3}$$

Заменом те вредности за $\frac{\xi - x}{r^3}$ имамо:

$$X = - \sum m \frac{d}{dx} \frac{1}{r}$$

а тако исто:

$$Y = - \sum m \frac{d}{dy} \frac{1}{r}$$

$$Z = - \sum m \frac{d}{dz} \frac{1}{r}$$

Посматрајмо сада функцију:

$$V = \sum \left(\frac{m}{r} \right)$$

у односу на све масе, које дејствују, која је тако исто функција координата x, y, z тачке P . Очеvidна је ствар, да ће нам диференцирање њено у односу на x, y и z дати вредности, које ће по својим апсолутним вредностима бити идентичне онима, које смо добили за компоненте X, Y, Z . Према томе ћемо имати:

$$\frac{dV}{dx} = \sum m \frac{d\frac{1}{r}}{dx} = -X$$

$$\frac{dV}{dy} = \sum m \frac{d\frac{1}{r}}{dy} = -Y$$

$$\frac{dV}{dz} = \sum m \frac{d\frac{1}{r}}{dz} = -Z.$$

Или најзад:

$$X = - \frac{dV}{dx}$$

$$Y = - \frac{dV}{dy}$$

$$Z = - \frac{dV}{dz}$$

По себи се разуме, да се сва ова разматрања могу применити на све оне силе које се владају по Њутнову и Кулонову закону, као што су гравитација, електричне и магнетске силе. Важне особине функције V за проучавање тих сила први пут је истакао Лаплас у својој небеској меканици, а тек су доцније биле примењене од Поасона у електрици. Још доцније и сасвим независно показао је Грин какве се користи могу извући од те функције у проучавању електрицитета и магнетизма и дао јој име *потенцијалне функције*. Гаус је тој функцији дао име *потенцијал*. И ако је Клаузијус задржао назив Гринов, већина модерних електричара, а између њих и Маскар, називају функцију V просто потенцијалом.

Потенцијал и рад. — Сад ћемо да испитамо какав је још други значај те функције V . Тога ради посматрајмо једну електричну тачку P , чије се дејство простире у свима правцима кроз простор означен под именом *електричног поља*. Претпоставимо да се у том пољу налази друга нека електрична тачка p , која се због привлачења или одбијања тачке P , може кретати ма којим путем. Међу свима тим кретањима сматраћемо само оно због кога ће тачка p променити своје одстојање од тачке P , неким правцем n ; ако је та промена dn , сила која дејствује на јединицу електрицитета правцем n биће $-\frac{dV}{dn}$, и та ће сила дејствовати било у смислу кретања било у супротном смислу.

Чим тачка p у свом кретању промени одстојање од тачке P , то значи да правцем кретања дејствује нека сила, па дакле да се ту врши извесан рад; тај рад производе електричне силе, ако се кретање врши под утицајем тих сила, или ће тај рад вршити нека механичка спољашња сила, ако се кретање врши на супрот електричном дејству. То је у исти мах рад централних сила о коме је било говора мало час.

Према Њутнову закону, $\frac{m}{r^2}$ је нека сила; ако та сила креће масу m правцем r за величину dr , производ $\frac{m}{r^2} dr$ јесте рад, позитиван или негативан, те силе на путу dr . Ако се то кретање врши, почев од даљине r до бескокрајности имаћемо:

$$\int_r^{\infty} \frac{m}{r^2} dr = \frac{m}{r}$$

што у ствари није ништа друго, до *тоталан рад* потребан да се маса m под утицајем силе $\frac{m}{r^2}$ премести са даљине r до бескокрајности (или из бескокрајности до на даљину r). Према томе V које је равно збиру $\frac{m}{r}$ јесте рад потребан за све посматране масе.

Узмимо сада, да се кретање посматране тачке врши почев од неког места A_1 на коме је вредност потенцијала на пр. V_1 до неког места A_2 чија је вредност потенцијала V_2 . На месту A_1 дејствује на електричну јединицу n у правцу n сила $-\frac{dV}{dn}$ за промену dn ; на тој даљини dn од V_1 , вредност потенцијала износи $V_1 + dV_1$. Елементарни рад dT , који јединица електрична изврши, преместивши се из A_1 до $V_1 + dV_1$, дат је изразом:

$$dT = -\frac{dV}{dn} dn$$

а рад потребан за кретање од A_1 до A_2 :

$$T = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{dn} dn = -(V_2 - V_1) = V_1 - V_2.$$

Из тога следује, да произведени рад зависи само од почетне и крајње вредности потенцијала на посматраним даљинама, а не од пута

којим је покретна тачка ишла, док је прешла из места на коме је потенцијал V_1 до места где је он V_2 . Према томе ако се једна електрична тачка креће по неком пољу ма на који начин, рад произведен тим кретањем зависи само од вредности почетних и крајњих потенцијала. У случају кад би се покретна тачка вратила у своју полазну тачку, збир свију извршених радова биће раван нули.

Посматрајући горњи образац, види се, да ће рад T бити положан, ако је $V_1 > V_2$; у противном случају рад ће бити одречан, т.ј. рад се мора произвести спољашним силама које ће дејствовати на супрот силама електричним. Једна позитивна електрична маса, крећући се слободно, упутиће се на ону страну с које потенцијал опада.

Израз $T = V_1 - V_2$ показује да електрична маса, концентрисана у покретној тачки има вредност $+1$; из тога следује, да потенцијалска разлика између два места није ништа друго, до рад који је извршила позитивна електрична јединица, прешав из првог положаја у други. Кад ставимо $V_2 = 0$, т.ј. кад претпоставимо да је други положај бескрајно удаљен од свију маса које дејствују, имаћемо:

$$T = V_1.$$

одакле излази ово правило: *Потенцијал једнога места одређен је радом који изврши позитивна електрична јединица кад пређе из посматранога места до у бескрајност или другим речима, радом који морамо извршити, па да позитивну електричну јединицу преведемо из бескрајности до посматранога места.*

III Поља централних сила.

Одредба и интензитет поља. — Под пољем једне централне силе разуме се цео онај простор у коме се ошажа дејство посматране силе на неку масу, која се у тај простор унесе. То поље може бити гравитационо, електрично, магнетско и т. д., ако на масу о којој је реч дејствују те специјалне силе. Ми претпостављамо само да уношење те масе, која служи за проучавање поља, ни у колико не мења само поље.

Узевши у посматрање, на пр. једно електрично поље, маса унесена у то поље може бити позитивна или негативна. Ако је количина електрицитета посматране масе позитивна и равна m , и ако са H означимо интензитет поља на оном месту где се налази маса m , имаћемо да је сила:

$$f = m H$$

Нека буде $m = 1$; онда је $f = H$. Интензитет поља (H) јесте она сила која дејствује на јединицу електрицитета. Ако буде и $f = 1$, онда излази да је јединица поља оно поље, које кад дејствује на јединицу положног електрицитета, изазове силу равну јединици или једном дину.

Линије сила; струјање сила. — *Линијама сила* назива се трајекторија или путања једне покретне масе у неком пољу, кад се она креће под утицајем посматране силе. Ако се маса која дејствује налази изолована у простору, линије сила, које просецају њено поље биће праве, које се зракасто из те масе крећу на све стране. Напротив ако се у пољу неке масе налазе још и друге какве силе, које дејствују, линије сила биће простије или сложеније криве линије.

Посматрајмо један елеменат површине ds кроз који пролази нормално сила F_n ; може се узети, да правцем те силе нека врста струје пролази кроз тај елеменат површине, као што би то радила на пр.: каква струја течности под извесним притиском. Сматрајући у ствари да је сила F_n једна врста притиска, помноживши је елементом површине ds добићемо производ $F_n ds$. Тај производ из површине и нор-

малне силе (или нормалне компоненте силе, ако сила није управна на површину), назива се *струјање силе* за елеменат ds . Ако треба да се нађе струјање силе за целу површину, од које је ds само један елеменат, имаћемо:

$$\Phi = \int F_n ds.$$

Посматрањем затворених површина дошло се до закључка да се струјању силе мора дати извесан знак. Тако на пр. каже се да је струјање *позитивно*, кад је сила управљена изван површине; оно је, напротив, *негативно*, кад је сила управљена ка унутрашњости површине.

Фаради је увео у науку појам о линијама сила и о струјању сила. Енглески је физичар означио под струјањем силе *број линија сила* и тек је доцније тај назив замењен »струјањем силе«.

Број линија сила на јединицу површине, може служити за одредбу интензитета поља. Јер се налази да је интензитет једнога поља (на неком извесном месту измерен апсолутним величинама) раван броју линија сила, које пролазе нормално кроз јединицу површине. Очеvidна је ствар, да густина линија сила у неком пољу може дати тачан појам о интензитету тога поља. Из тога следује, да линије сила представљају не само својим правцем правац поља већ и својом густином његов интензитет на разним посматраним тачкама. Једном речи, целокупни ток линија сила представља потпуно једно поље.

Ако кроз неко поље линије сила теку паралелно, онда се каже да је поље *хомогено*. Једно се такво поље може остварити нарочитим удешавањем. У пољу једне изоловане силе или пола, може се сматрати, да су линије сила врло далеко од тог пола, паралелне, као што се од прилике сматра да су зраци једног светлосног извора паралелни, кад се посматрају врло далеко од тог извора. За поље, чије линије сила нису паралелне, каже се да је *хетерогено*.

Еквипотенцијалне површине. — У некој извесној тачки некога поља a на одстојању ρ потенцијал је дат обрасцем:

$$V_e = \frac{m}{\rho}$$

и његова вредност зависи само од m и од ρ . За тачке једне лопте, у чијем је средишту маса која дејствује, ρ има исту вредност, па дакле и потенцијал. Таква површина за коју је

$$V = \text{const.}$$

назива се *еквипотенцијална*, *изопотенцијална* или још и *нивска површина*. Из тога се лако увиђа, да је на свима тачкама једне еквипотенцијалне површине сила управна или нормална на површину. Јер смо

мало час извели, да је основна одлика једне еквипотенцијалне површине $V = \text{const.}$ или $\frac{dV}{ds} = 0$, ако са s означимо правац који се поклапа са самом површином. Из тога следује, да линије сила морају продрати кроз нивдску површину нормално, јер да није тако, морала би се јавити извесна компонента силе у самој површини, а то се противи дефиницији еквипотенцијалне површине, по којој је та компонента $\frac{dV}{ds}$ равна нули.

Кад се нека маса креће по еквипотенцијалној површини, она не врши никакав рад, пошто је сила увек нормална на правац кретања. Рада ће бити само кад нека маса пређе из једне еквипотенцијалне површине у другу, па ма какав био пут којим ће она то кретање извршити.

Еквипотенцијалне су површине дакле у исти мах равнотежне површине; отуда им име нивдских површина.

Две еквипотенцијалне површине, чији су потенцијали различити, не могу се никад сећи, јер на свакој тачки може владати само једна вредност потенцијала. Напротив, једна иста еквипотенцијална површина може сама себе пресецати на разне начине. Пресечне су линије дакле равнотежне линије.

Ако се нека маса или пол налази изолован у простору, пошто је сила у свакој тачки поља потпуно одређена својом величином и правцем, кроз сваку тачку поља може проћи само једна линија силе, па дакле и само једна нивдска површина. Из тога излази, да се у том случају ни линије силе ни еквипотенцијалне површине не могу сећи. Све су нивдске површине према томе концентричне лопте, а линије силе, као што смо већ видели, зракасто или радијално поређане праве линије.

Напротив, ако се ствар тиче линија силе и еквипотенцијалних површина разних маса или полова, и линије се сила као и еквипотенцијалне површине истих вредности могу састати и пресецати.



Део други

Примене

I Телурично поље.

Тежа. — Прву примену закона о централним силама, које смо напред изложили, налазимо у привлачењу земљину. И да бисмо могли применити горње законе у свима појединостима, учинићемо три претпоставке, које у самој ствари нису тачне, али које не могу знатно изменити наше резултате. Ми претпостављамо, дакле: 1) да је земља потпуна лопта с полупречником од $637 \cdot 10^4 \text{ м}^1$; 2) да је убрзање земљине теже на свима тачкама њене површине исто и да износи 981 см., и 3) да је земља једна привлачна маса изолована у простору.

Према томе гравитационо поље земљино или *телурично поље* обухвата онај део простора који омотава нашу земљу и у коме се опажа привлачна снага земљина на сваку материјалну тачку, која би се у тај простор унела.

Свако тешко тело, остављено самом себи, падаће на земљу, јер се креће правцем централне силе земљине која се назива *тежа*. Ма каква била природна тела, ако је падање слободно, тело ће падати извесним правцем који се назива вертикалан. Тај правац није ништа друго до *једна линија силе* телуричног поља. И пошто на свима тачкама земљиним падање тела бива правцем вертикалним, то излази, да су линије сила телуричнога поља праве линије, које, довољно продужене, досежу до средишта земљина.

Пошто смо претпоставили да је земља изолована у простору, излази, да су еквипотенцијалне површине концентричне лопте, чије је заједничко средиште у средишту земљину. Свака је површина мирне воде еквипотенцијална површина или површина нивоа. Што се тиче односа између телуричних линија сила и нивдских површина, види се да те линије просецају сваку нивдску површину нормално.

По себи се разуме, да сви закони, изведени раније о линијама сила и еквипотенцијалним површинама, вреде и овде. Тако на пр. једно

¹ Полупречник једне лопте, која би имала исту запремину као наша земља, износи по Фају 6,371.103 мет.

тешко тело не врши никакав рад, кад се креће по истој нивдској површини. Тако исто рад, који оно производи прелазећи из једне нивдске површине у другу, зависи само од удаљености тих двеју површина, а не од пређенога пута.

Означимо са ρ полупречник земљине лопте, а за r полупречник извесне нивдске површине на којој се налази једна килограммаса. Сила f , којом средиште земљино привлачи ту масу, представљена је у килограмима изразом:

$$f = \frac{\rho^2}{r^2}.$$

Кад се ово помножи са 10^3 добићемо силу:

$$f = \frac{\rho^2}{r^2} 10^3 \cdot 981$$

изражену динима.

Дискутујући овај израз за привлачну снагу земљину, налазимо на пр: за $r = 60 \rho$ (т. ј. на нивдској површини на којој се налази месец) да је та сила 272.5 дина. Тако исто за нивдску површину на којој је та сила смањена за 1 дин, налазимо 3.25 мет. У опште, рад, потребан да се један килогр. подигне са нивоа R_1 на ниво R_2 у мет. кгр. износи:

$$T = \rho^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \rho^2 (V_1 - V_2)$$

Узевши да је $R_2 = \infty$, налазимо рад потребан да се 1 кгр. однесе с површине земљине до изван земљина привлачења:

$$T_m = \frac{\rho^2}{R_1} = 637 \cdot 10^4 \text{ m. k.}$$

Пад потенцијала. — Означимо са V_a и V_b вредности потенцијала у две разне тачке A и B телуричнога поља; разлика $V_a - V_b$ представља рад потребан да се јединица масе однесе с нивоа чија је вредност V_a на ниво вредности V_b . Ако су те две тачке A и B , чије је одстојање AB , блиске може се написати:

$$\frac{V_a - V_b}{AB}$$

што даје појам о *паду потенцијала* и који има сличности с падом једне реке или падом воде. Овај однос значи сада механички рад, потребан да се један килограм премести за један метар правцем од A ка B .

Ако се тачке A и B налазе у истој вертикали, пад потенцијала није ништа друго, до јединица рада (метар - килограм за масу од

једног килограма). Ако се тај пад потенцијала изрази у систему CGS (у коме је 1 грам = 981 дина) биће 981 јединица CGS (ерга).

Из свега тога излази, да је пад телуричног потенцијала еквивалентан убрзању.

Мало час је споменуто да је површина мирне воде једна телурична еквипотенцијала површина и да се сматра као равна хоризонтална површина. Из тога излази, да су телуричне линије сила или вертикале на сразмерној малој површини земљиној међу собом паралелне. То све показује, да је телурично поље, на ма коме месту земљине површине, може сматрати као хомогено поље.

II Магнетско поље.

Кулонов закон. — Не задржавајући се на методама којима производимо магнетизам, ми констатујемо само, да имамо две врсте магнетизма концентрисане у половима, од којих је један назива *северни* а други *јужни* пол. Код обичних магнетних шипака ови се полови налазе близу крајева.

Исто се тако зна, да се полови супротних имена привлаче и да се два пола истих имена одбијају. Кулон је одредио законе тога привлачења и одбијања без обзира на узроке који их производе. Он је за то употребио *торсионну вагу*.

Ми нећемо описивати те експерименте, који се налазе описани у сваком уџбенику физике, ни тешкоће на које наилазимо при њихову извођењу. Само ћемо навести, да су нам резултати тих експеримената дали овај закон, који се назива *Кулонов закон*:

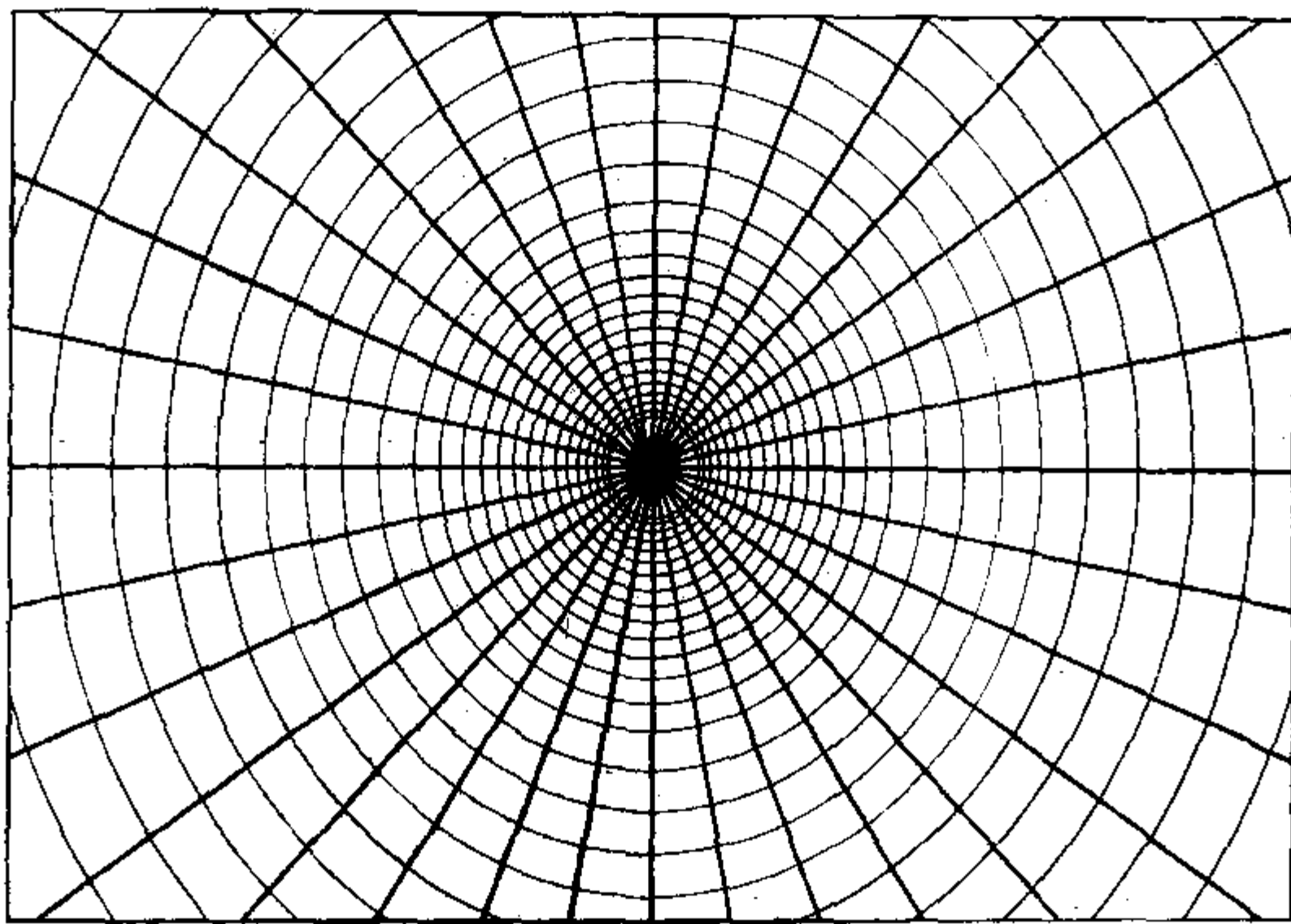
Привлачења или одбијања између одговарајућих изолованих полова управо су сразмерна магнетским масама, а изврнуто су сразмерна квадратима њихових одстојања.

Магнетско поље једног изолованог пола. — И ако имамо у сваком магнету по два пола, можемо нарочитим удешавањем посматрати и проучавати поље и само једнога магнетнога пола. На тај се начин налази, да тај изоловани пол и његово поље, имају оних истих особина, које смо познали постатрајући ма коју изоловану масу.

Посматрајмо један изолован магнетни пол масе μ ; број линија сила које враћа то истичу из тог пола биће такође μ . Ако око масе μ као средишта опишемо лопту полупречника $= 1$, оних μ линија сила проћи ће у μ тачака кроз лопту чија је површина 4π . На јединици површине имаћемо према томе $\frac{\mu}{4\pi}$ линија. Па како на ма којој тачки лопте вредност силе која дејствује (на јединицу пола која се налази на лопти) износи μ , то се види да је та сила равна броју линија сила, које нормално продиру кроз јединицу површине, помножену са 4π .

Опишимо сада око пола μ лопту полупречником R ; број линија сила на јединици површине биће сада $\frac{\mu}{4R^2\pi}$ а сила (пошто је по Кулонову закону $= \frac{\mu}{R^2}$), биће опет равна броју линија сила које продиру кроз јединицу површине помножену са 4π . И овде се види да број линија сила на јединицу површине опада з квадратом одстојања, по чему се изводи опет, да је интензитет силе сразмеран броју линија сила које продиру нормално кроз јединицу посматране површине.

Пошто су линије сила зракасто поређане праве линије у магнетском пољу једног изолованог пола, еквипотенцијалне површине биће очевидно концентричне лопте, описане око тога пола као центра. (Сл. 6.)



(Сл. 6.)

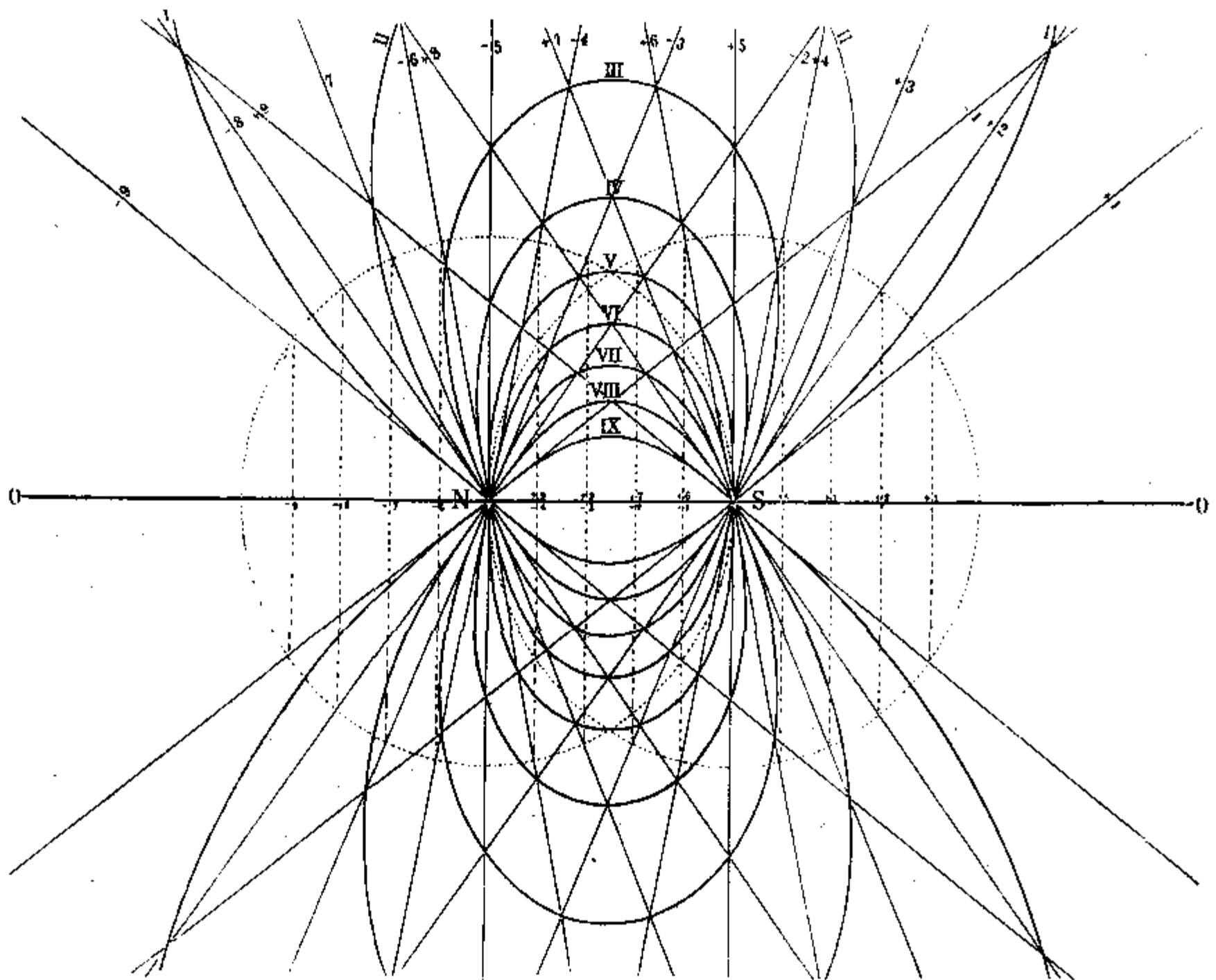
Магнетско поље једнога магнета. — Споменуто је мало час, да обичан магнет има на сваком крају по један пол, од којих је један северни а други јужни. Другим речима, ми имамо посла с два пола супротних имена.

У овом специјалном случају линије сила овог магнетског поља неће бити праве као код једног изолованог пола, а еквипотенцијалне површине неће бити више концентричне лопте. Линије сила као и еквипотенцијалне површине биће сада више или мање сложене криве линије, и ми ћемо проучити њихову природу и начин конструкције.

Зауставимо се најпре на линијама сила и посматрајмо два пола N и S (сл. 7.) исте магнетне масе $+\mu$ и $-\mu$ супротнога смисла. По-

вући ћемо око свакога пола извесан број линија сила, као да су ти полови изоловани; обележимо линије јужнога пола са $+1, +2, +3, \dots$ а севернога са $-1, -2, -3, \dots$. На слици се види да се линије једнога пола секу с линијама другог, и ми ћемо тражити тачке за које је разлика бројева иста. Тако ћемо на пр. наћи пресечне тачке $+9$ и $-5 = 4$; $+8 - 4 = 4$; $+7 - 3 = 4$ и т. д., кроз које ћемо провући криву N, IV, S која је сад једна линија силе. На исти начин наћи и све остале линије сила тога пола.

По тој методи, коју је показао Максвел, могу се нацртати све линије сила двају магнетних пола. Оне су у толико тачније, у колико је



(Сл. 7.)

број зракова већи. Ова се метода слаже са оном коју је показао Роже и по којој је разлика косинуса углова, које заклапају праве погучене из ма које тачке једне линије сила до оба магнетска пола, стална количина. Посматрајмо таква два пола N и S (сл. 8.), па са извесним полупречником на пр. $SS' = NN'$ опишимо око свакога пола по један кружни лук, између којих повлачимо један низ паралелних линија управних на NS . Спајајући пресечне тачке са одговарајућим половима, добићемо пресечне тачке једне линије сила NKM' . Означивши одговарајуће углове са β_1 и β_2 имаћемо:

$$AS = \rho \cos \beta_2$$

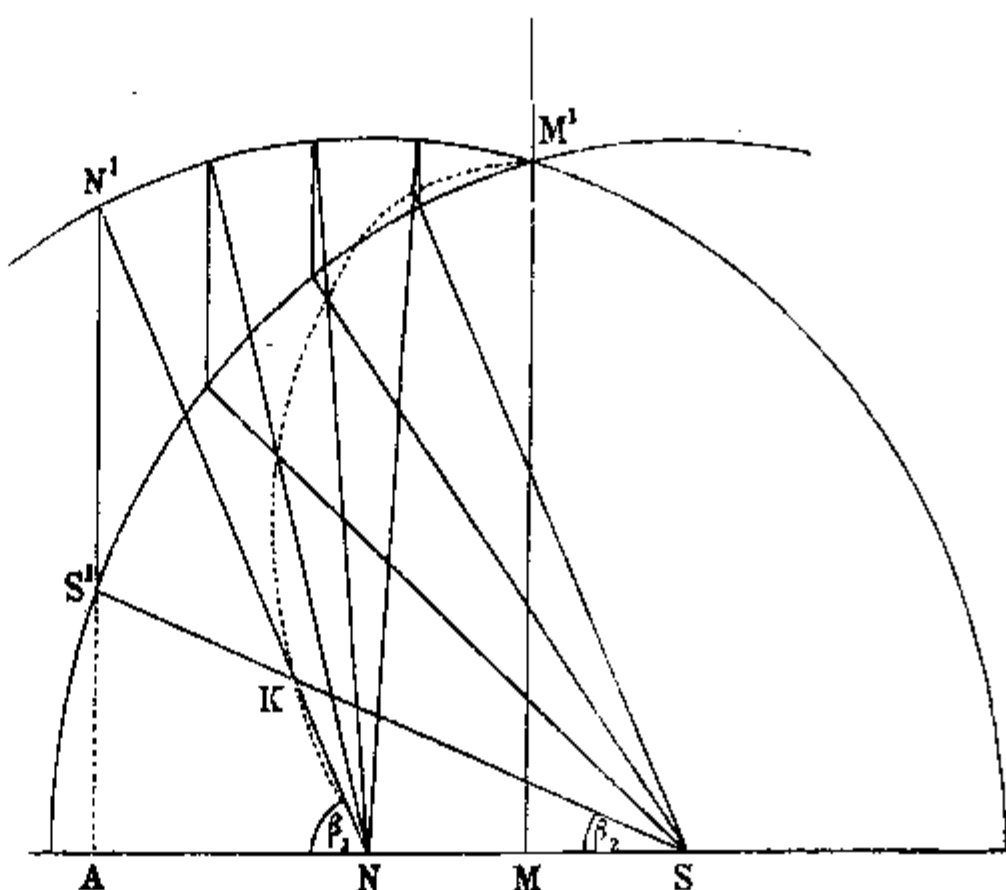
$$AN = \rho \cos \beta_1$$

$$AS - AN = \delta = \rho (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

$$\frac{\delta}{\rho} = \cos \beta_2 - \cos \beta_1$$

Овај израз представља једначину једне линије сила, чији се полупречник ρ назива параметар. По себи се разуме да свакој линији силе одговара нарочити параметар.

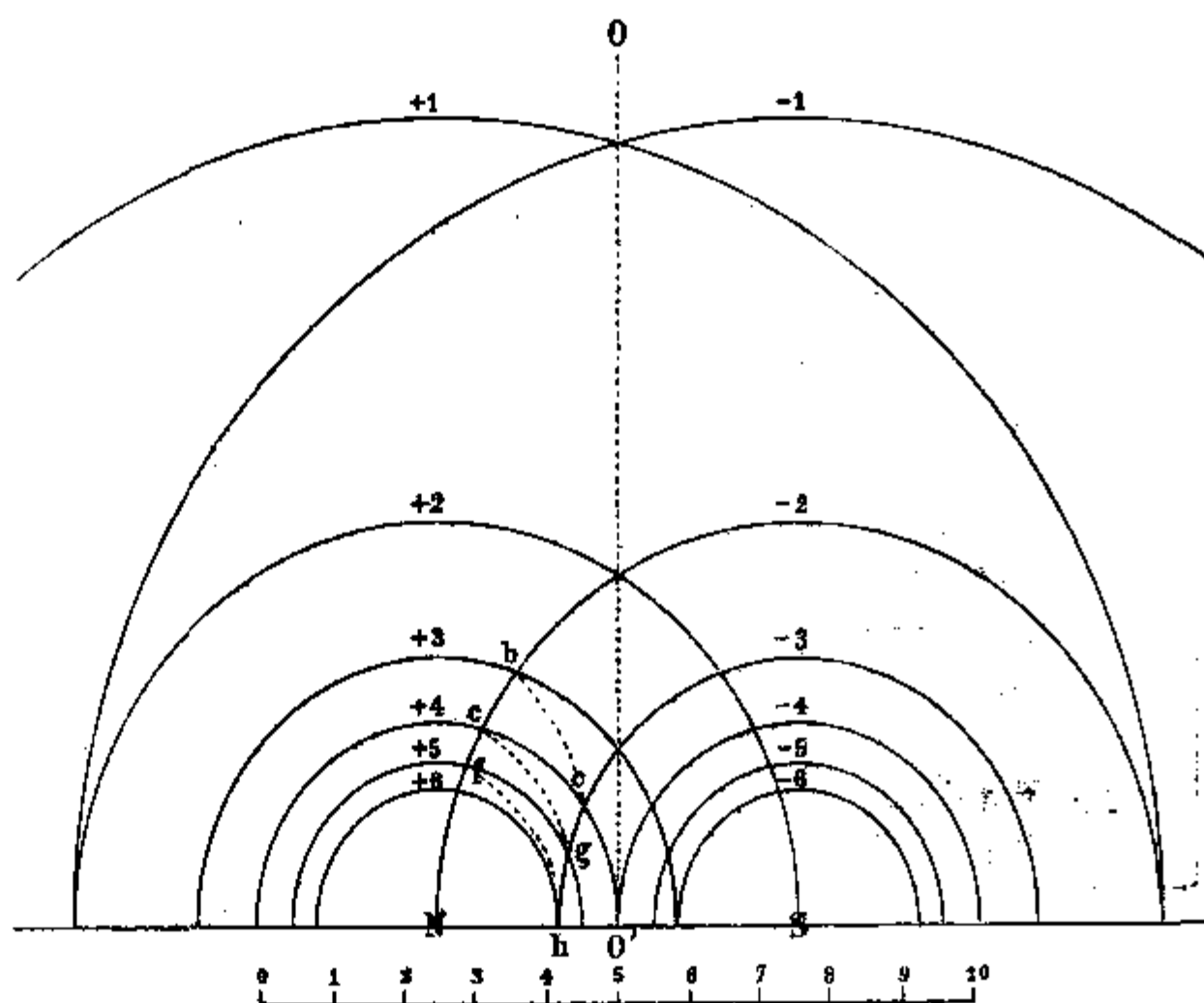
Да бисмо конструисали екипотенцијалне површине за два магнетна пола супротног имена, посматрајмо две магнетне тачке N и S одговарајућих потенцијала V_1 и V_2 (сл. 9.). Тотални потенцијал V у некој извесној тачки поља, биће раван алгебарском збиру та два потенцијала. Повуцимо



(Сл. 8.)

око тачака N и S као око полова екипотенцијалне површине које одговарају вредностима V_1 и V_2 , као што су $+1, +2, +3, \dots$ и $-1, -2, -3, \dots$, сма-

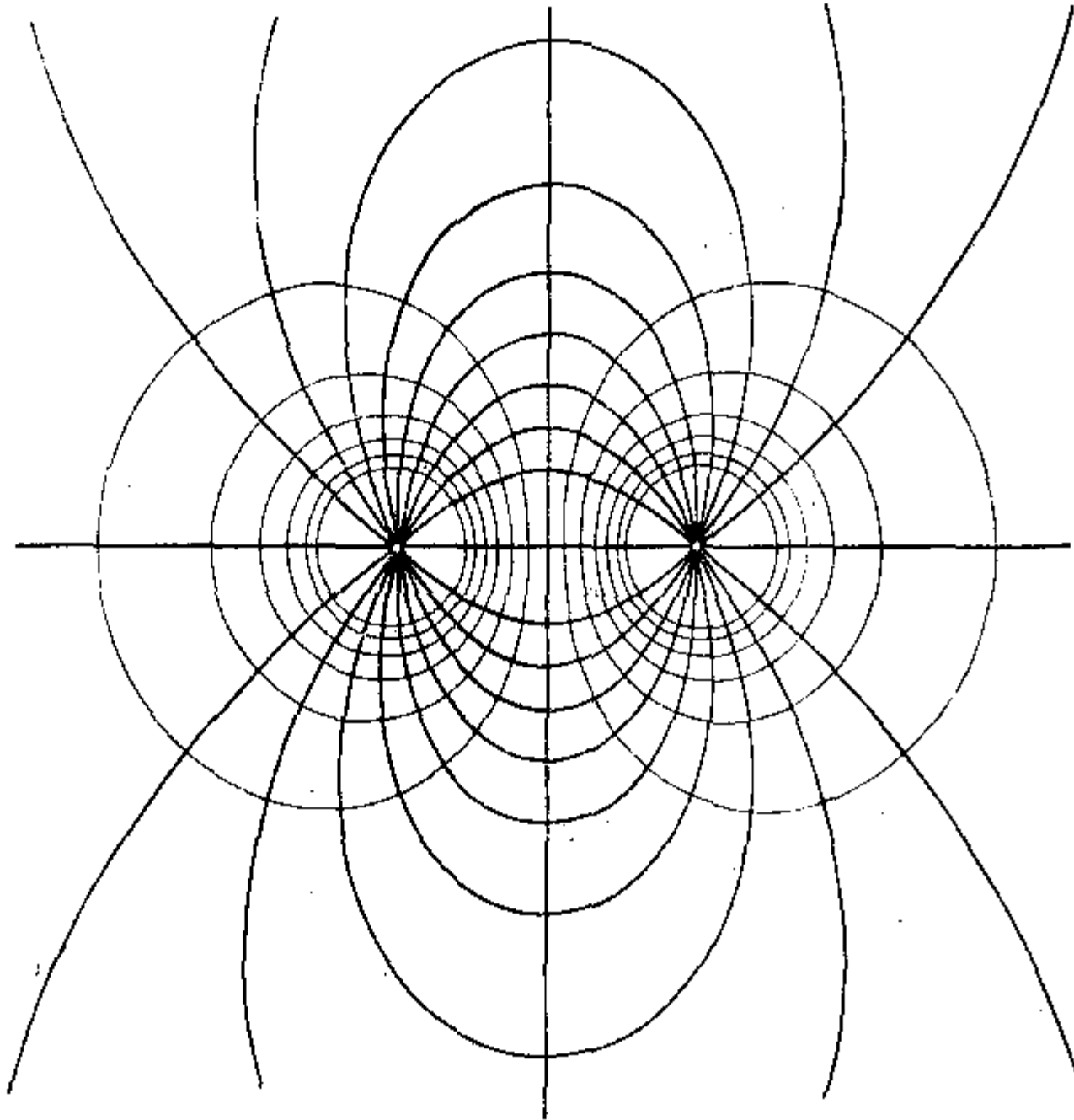
трајући да су полови изоловани. Тако ћемо добити низ концентричних кругова који ће имати више пресечних тачака, и то таквих да је алгебарски збир њихових редних бројева раван $V_1 - V_2$. Површина потенцијала $= 0$, која је на слици представљена линијом OO' , пролази кроз пресеке $3, -3; 4, -4; 5, -5; \dots$; површина потенцијала $= 1$, кроз пресеке $3, -2; 4, -3; 5, -4; \dots$ Сл. 10.



(Сл. 9.)

показује ток линија сила и екипотенцијалних површина двају магнетних полова исте јачине, а супротних имена.

Хомогено магнетско поље. — У свакој тачки хомогеног магнетског поља интензитет и правац силе која дејствује остаје исти. Ако ту силу



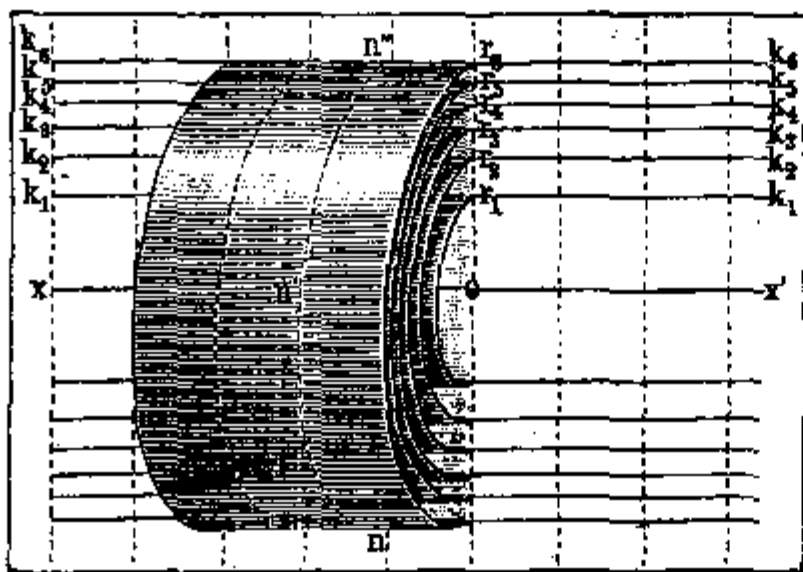
(Сл. 10.)

означимо са f , екипотенцијалне површине биће представљене системом паралелних површина управних на силе; њихово ће одстојање бити

$\delta = \frac{1}{f}$. Линије сила биће праве паралелне међу собом и с правцем силе. Њихов број мора бити одређен тако, да кроз сваку јединицу екипотенцијалне површине пролази

$$N = \frac{f}{4\pi} \text{ линија.}$$

Да бисмо представили графички овај случај, узмимо једну праву, паралелну с правцем силе за осу xx'



(Сл. 11.)

(сл. 11.) и повуцимо око те осе једну серију цилиндарских површина таквих пречника, да њихова површина пресека буде равна јединици струјања силе. Уздужни пресек тих површина биће представљен је-

дном серијом паралелних линија k_1, k_2, \dots нао достојањима $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots$ таквим да буде:

$$\begin{aligned} H\pi\rho_1^2 &= 1; & \text{или } \frac{f}{4}\rho_1^2 &= 1 \\ H\pi(\rho_2^2 - \rho_1^2) &= 1 & \text{» } \frac{f}{4}(\rho_2^2 - \rho_1^2) &= 1 \\ H\pi(\rho_3^2 - \rho_2^2) &= 1 & \text{» } \frac{f}{4}(\rho_3^2 - \rho_2^2) &= 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ H\pi(\rho_n^2 - \rho_{n-1}^2) &= 1 & \text{» } \frac{f}{4}(\rho_n^2 - \rho_{n-1}^2) &= 1. \end{aligned}$$

или да буде:

$$\begin{aligned} H\pi\rho_1^2 &= 1. \\ H\pi\rho_2^2 &= 2. \\ H\pi\rho_3^2 &= 3. \\ \dots & \dots \\ H\pi\rho_n^2 &= n. \end{aligned}$$

Примера ради посматрајмо једно хомогено поље, чија је вредност за $H = 0.007771 \text{ C}^{\frac{1}{2}} \text{ G}^{\frac{1}{2}} \text{ S}^{-1}$. Одговарајући полуиречници цилиндара биће дати вредностима:

$$\rho_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi H}} = 6.4 \text{ cm.}$$

$$\rho_2 = \sqrt{\frac{2}{\pi H}} = 9.0 \text{ cm.}$$

$$\rho_3 = \sqrt{\frac{3}{\pi H}} = 11.1 \text{ cm.}$$

.....

$$\rho_4 = 12.8; \rho_5 = 14.3; \rho_6 = 15.7; \rho_7 = 16.9; \rho_8 = 18.1; \rho_9 = 19.1; \rho_{10} = 20.2.$$

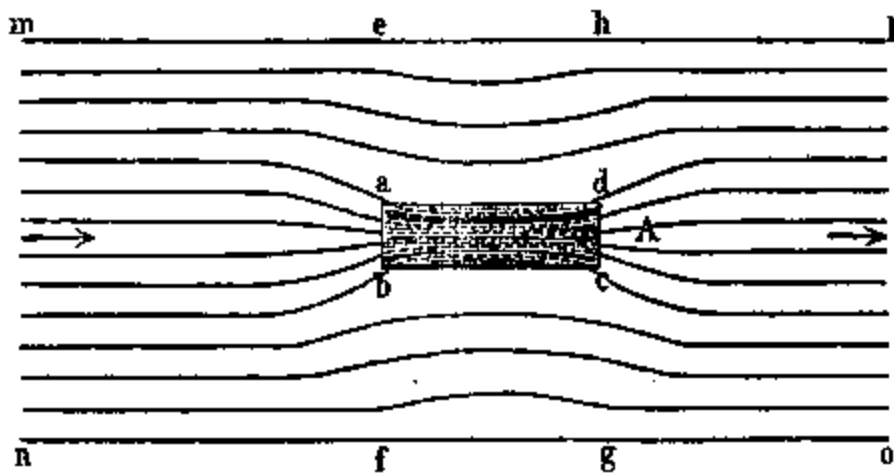
Смисао линија сила је с десна на лево. Сасвим далеко од слике с десне стране налази се један северни пол N а с леве јужни истих интензитета.

Пертурбације у магнетским пољима. Линије сила и екипотенцијалне површине изгледаће онако како је напред изведено ако у посматраном пољу не буде никаквих страних маса које могу утицати на магнетне полове и изазвати извесна ремећења или пертурбације у њи-

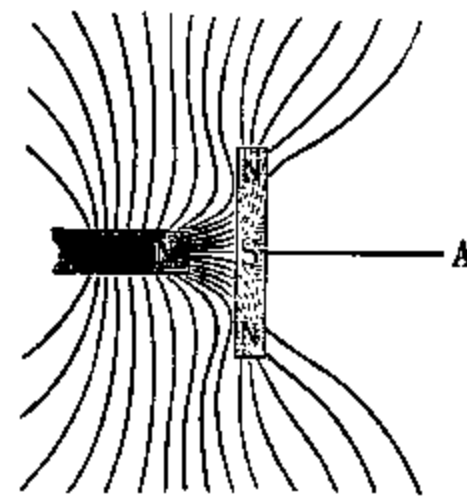
хову пољу. Један комад гвожђа унесен у једно магнетско поље, пореметиће увек ток линија сила и еквипотенцијалних површина изазвавши извесно привлачење на линије сила. На сл. 12. види се како комад гвожђа, унесен у хомогено магнетско поље, апсорбује шест линија сила, и ако заузима место само двеју или трију линија. Сем тога види се како су оне линије изнад и испод њега приближене њему. Интензитет поља испред и иза њега порастао је, док је са стране ослабио.

Сл. 13. представља други случај пертурбације. Овде имамо испред магнетног пола N комад гвожђа, у коме је инфлуенцијом постао пол S , као и друга два пола $N' N'$. Линије сила, које пролазе поред пола S апсорбоване су; остале су више или мање одбачене.

Кад се у магнетско поље унесе затворени комад гвожђа, види се, да је дејство магнетско у унутрашњости тога комада врло слабо: та је појава позната под именом *магнетског закљона*. Ово је важно питање проучавао најпре Стефан, а после њега Шилинг. Ако се у хомогено магнетско поље унесе један шупљаво дугачак гвоздени цилиндар



(Сл. 12.)



(Сл. 13.)

тако, да му је оса управна на правац поља, онда се налази да је коефицијент слабљења дат односом:

$$\mu = 1 + \pi k \left(1 - \frac{b^2}{a^2} \right)$$

а за шупљу лопту:

$$\mu = \frac{2}{9} \left[1 + 4\pi k \left(1 - \frac{b^2}{a^2} \right) \right]$$

У овим једначинама a и b значе спољашњи и унутрашњи полупречник цилиндра или лопте; а k је „константа магнетисања“. У оба случаја може се одредити распоред линија сила и еквипотенцијалних површина, и ако се ти елементи представе у односу на три правоугле осе, од којих x лежи правцем магнетског поља, а z паралелно са осом цилиндра, онда се за нивоске линије налази:

$$V = Ax + \frac{Bx}{r^2} = Ax_0$$

а за линије сила:

$$U = Ay - \frac{By}{r^2} = Ay_0$$

где су A и B константе; x_0 је апсциса нивдске линије, која се, идући паралелно са осом y , налази у бескојности, док је y_0 ордината линије сила, која се, паралелна с осом x , такође, налази у бескојности.

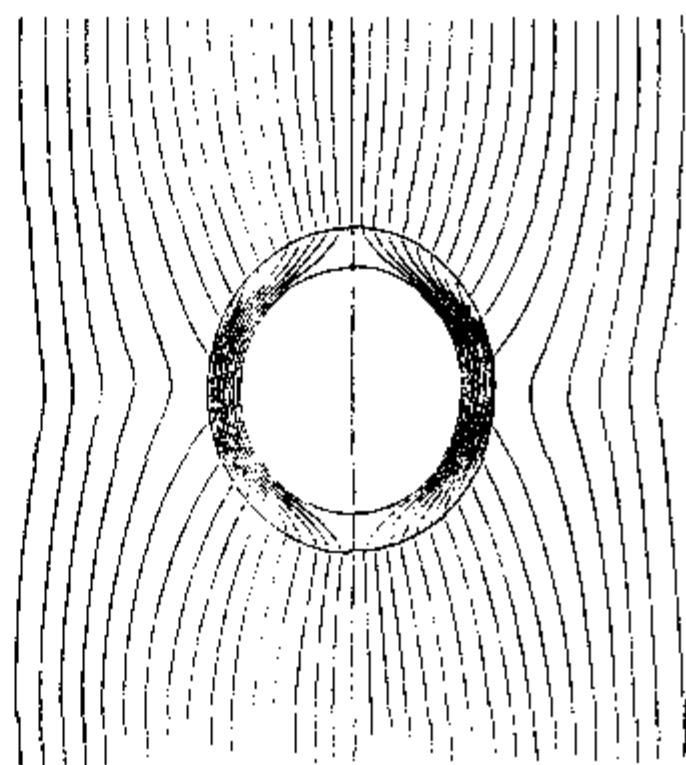
Шилинг је, узевши за x_0 односно за y_0 вредности 1, 2, 3, 4..., одредио извесан број тачака сваке криве и конструисао дијаграм представљен на сл. 14. за један шунаљ гвоздени цилиндар у хомогеном магнетском пољу. Остале су вредности биле:

$$a = 6.5 \text{ см.}; b = 5.5 \text{ см.}; 1 + 4\pi k = 200.$$

На слици се види како су линије сила, иначе паралелне, повијене и скупљене у маси цилиндра, док у његовој унутрашњости нема скоро никаквих линија.

Експериментално произвођење магнетских линија сила. — Магнетске линије сила, које смо напред проучили, не постоје само у теорији; има извесних експерименталних метода којима се оне могу лако видети и фиксирати. Најпростији начин за посматрање магнетских линија сила био би, да се лист круте хартије положи на магнетне полове које проучавамо, па да се посу по хартији гвоздени опиљци; поједини опиљци, поређани у линије, показале јасно ток линија сила у посматраној равни. Више пута је потребно да се ток магнетских линија сила фиксира. И ако за то постоје разне методе, ми смо се за тај циљ послужили овом фотографском методом.

У мрачном кабинету, осветљеном слабом црвеном светлошћу, намести се осетљива плоча на полове онога магнета, чије се линије проучавају, тако да осетљиви слој дође на више, па се после ситан магнетски прашак, који се за овај посао показао бољи од гвоздених опиљака. Кад линије сила заузму извесан равнотежни положај, осетљива се плоча осветли дуже или краће време; пошто се очисти од прашка, плоча се развије и фиксира обичним фотографским путем. Ако се време експонирања удеси како треба, добивају се негативи особито чисти.



(Сл. 14.)

Пре извесног времена нашли смо сличну фотографску методу описану у делу Ебертову. У том се опису препоручује, да се најпре уклоне магнети који производе поље па да се после плоча осветли. Ми констатујемо да слика знатно губи у оштрини и чистоћи кад се плоча изнесе из магнетског поља пре осветљавања. Наше су плоче остале за време осветљавања под утицајем магнетних полова.

По тој методи фиксирали смо врло различита магнетска поља. Овде излажемо ових неколико примерака:

На слици 15. имамо магнетско поље једнога тачкастог изолованог пола. Интензитет тога пола сразмерно је слаб. Пошто су магнетске силе у близини самога пола сразмерно јаке поједина су зрица сакупљена изнад пола и ми видимо једну групу зрнаца место једне тачке. Ово гомилање у толико је јаче, у колико интензитет пола расте, као што показује сл. 16., која представља линије сила истог изолованог пола, али много јачега.

Сл. 17. показује нам изоловани пол прстенастог облика. На сл. 18. и 19. видимо један линијски и један четвртасти површински пол.

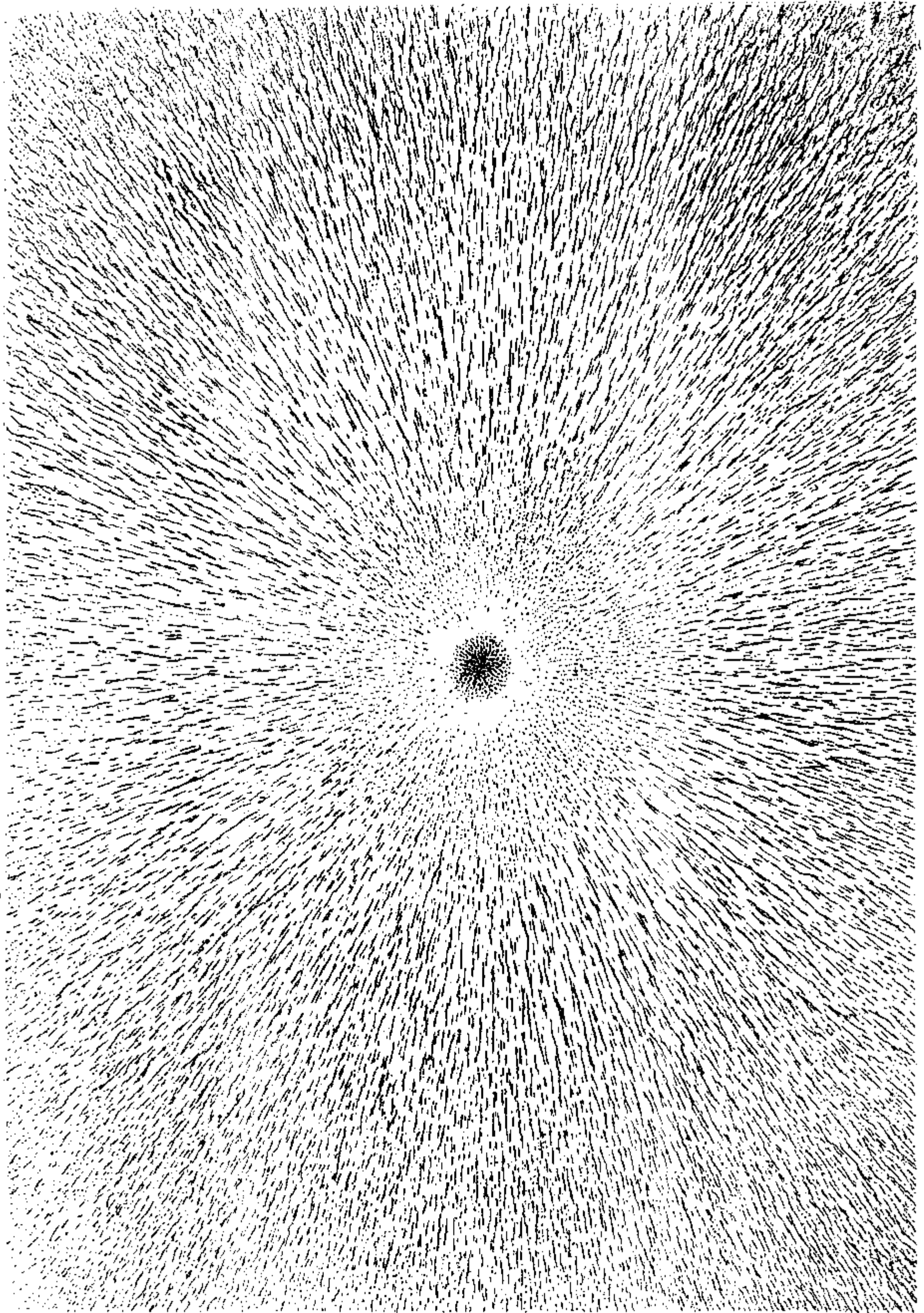
На сл. 20. имамо два пола супротних имена, а на сл. 21. таква два пола истих имена. Слика 22. показује поље прстенастог магнета, а на сл. 23. и сл. 24. имамо поље двају правих и искривљених линијских полова супротних имена. Сл. 25. показује, поље двају полова супротних имена са заклонима.

На сл. 26. и 27. види се у целини поље једног шицастог и једног потковичастог магнета.

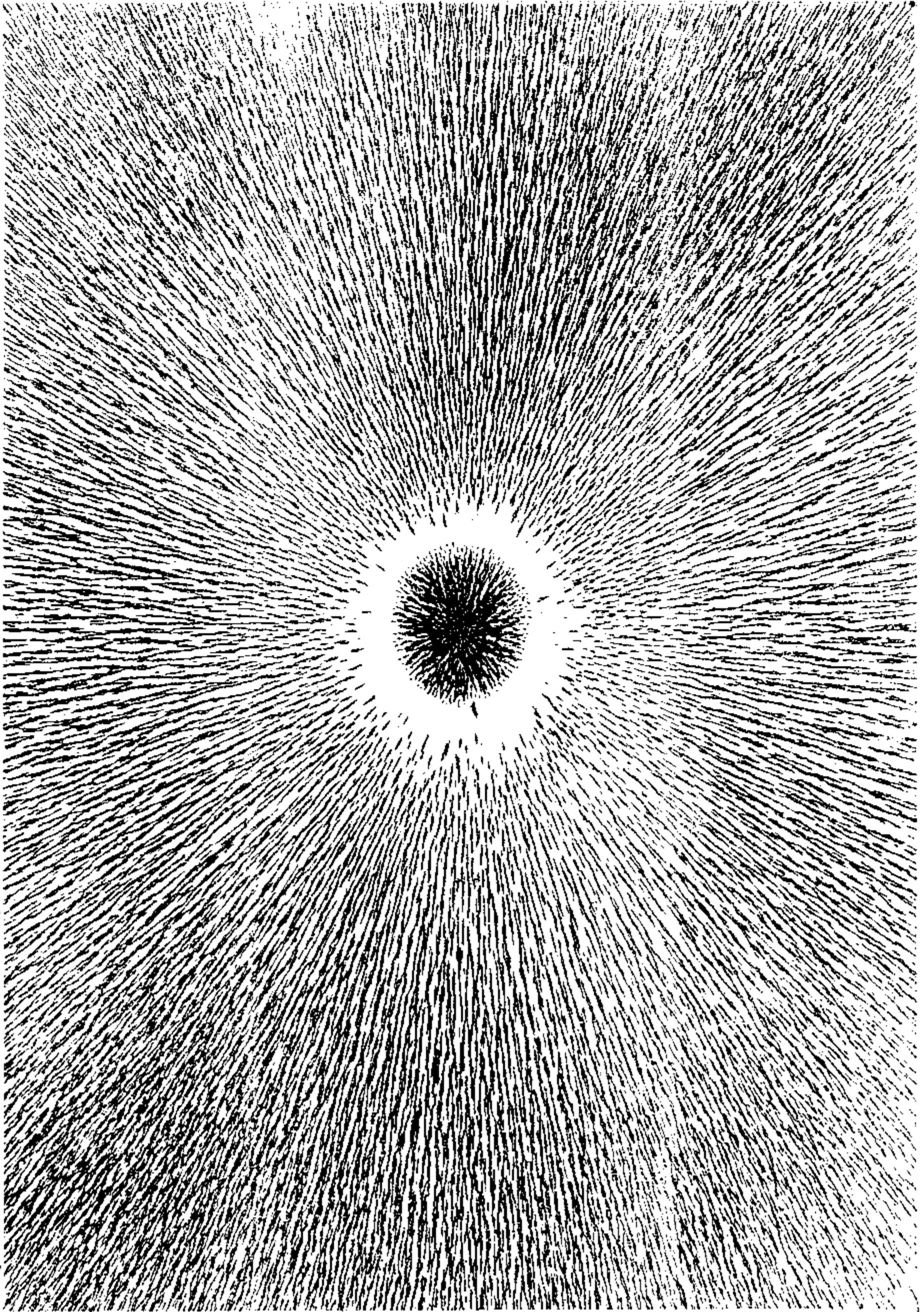
На сл. 28. и 29. имамо две разне комбинације с по четири тачкаста пола.

Слика 30. даје нам поље два супротна пола, поремећено једном гвозденим шицом наменшеном паралелно с линијом која спаја оба пола.

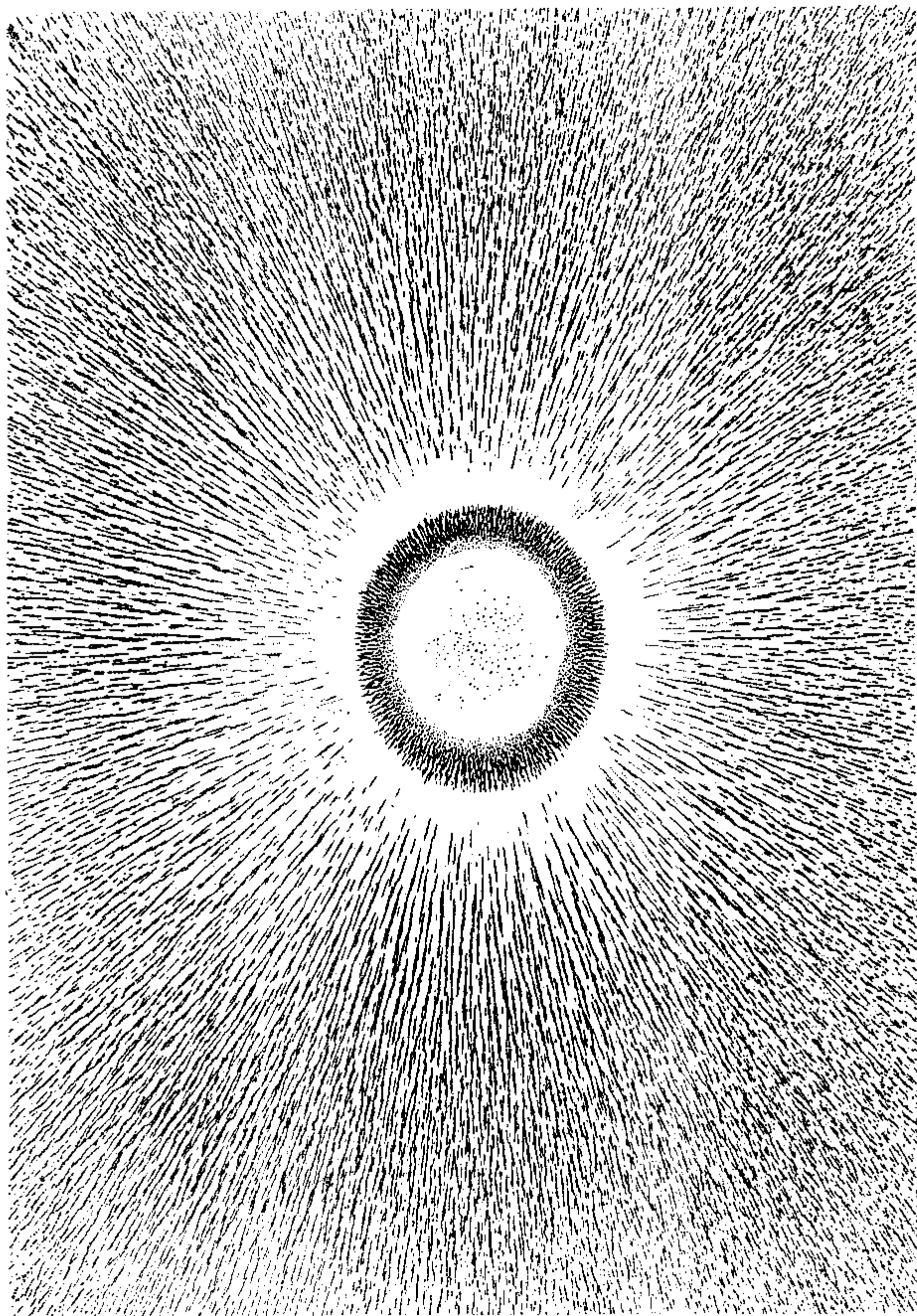
На сл. 31. имамо приближно хомогено поље између електромагнета једног мотора за једносмислену струју. Сл. 32. показује нам то исто поље, поремећено гвозденим комадом који у пресеку представља Сиенсов калем.



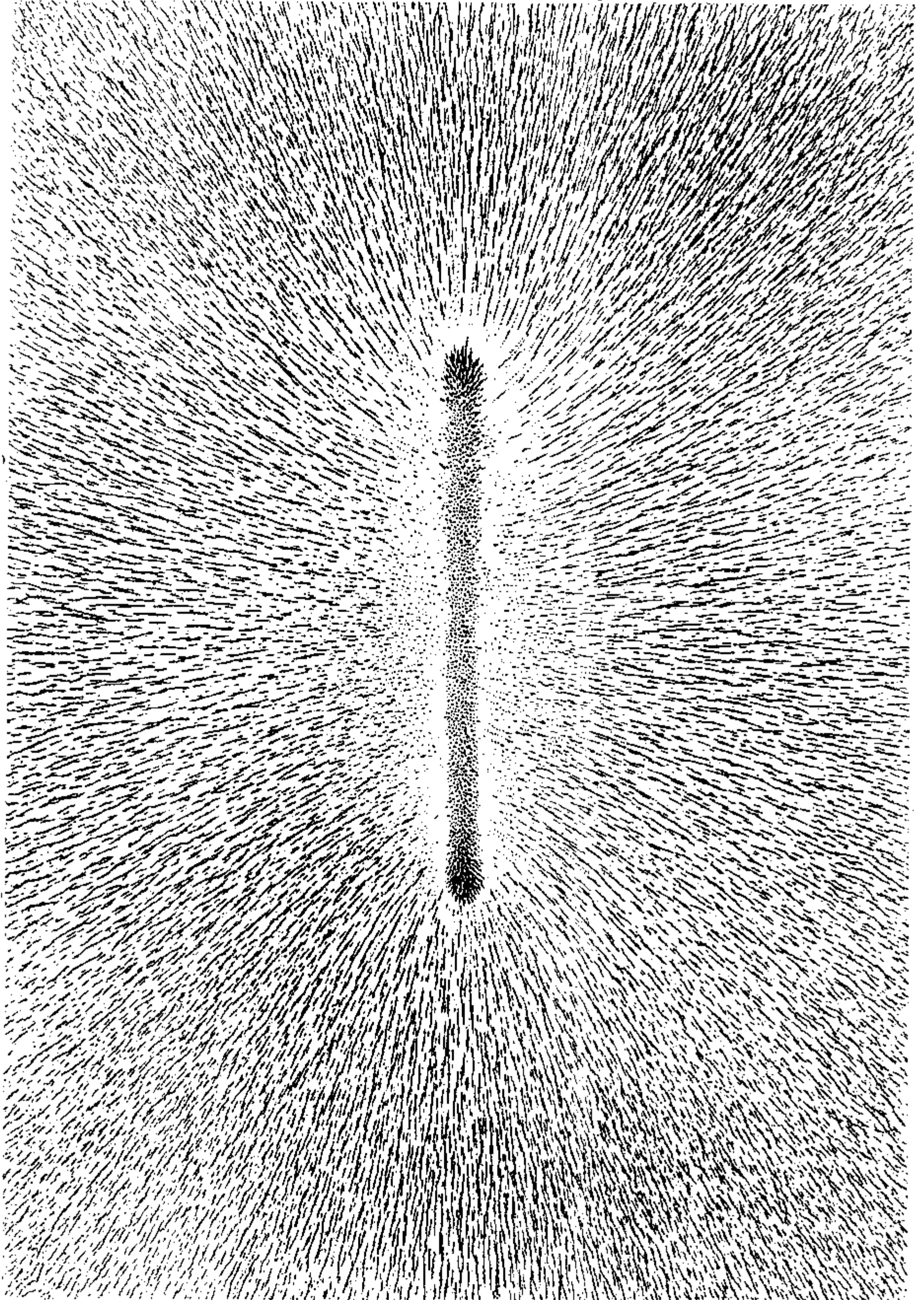
(Ca. 15.)



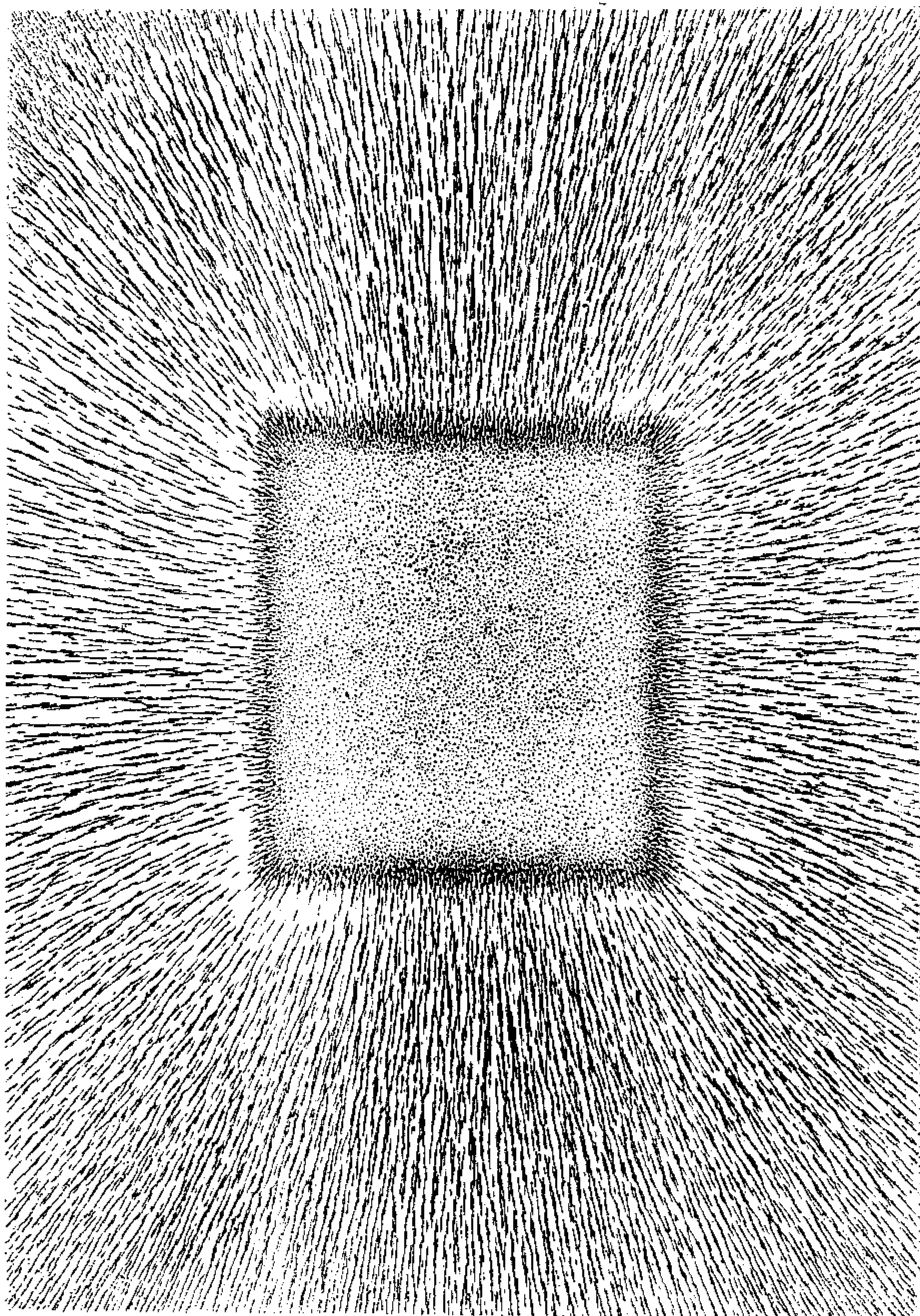
(C. 16.)



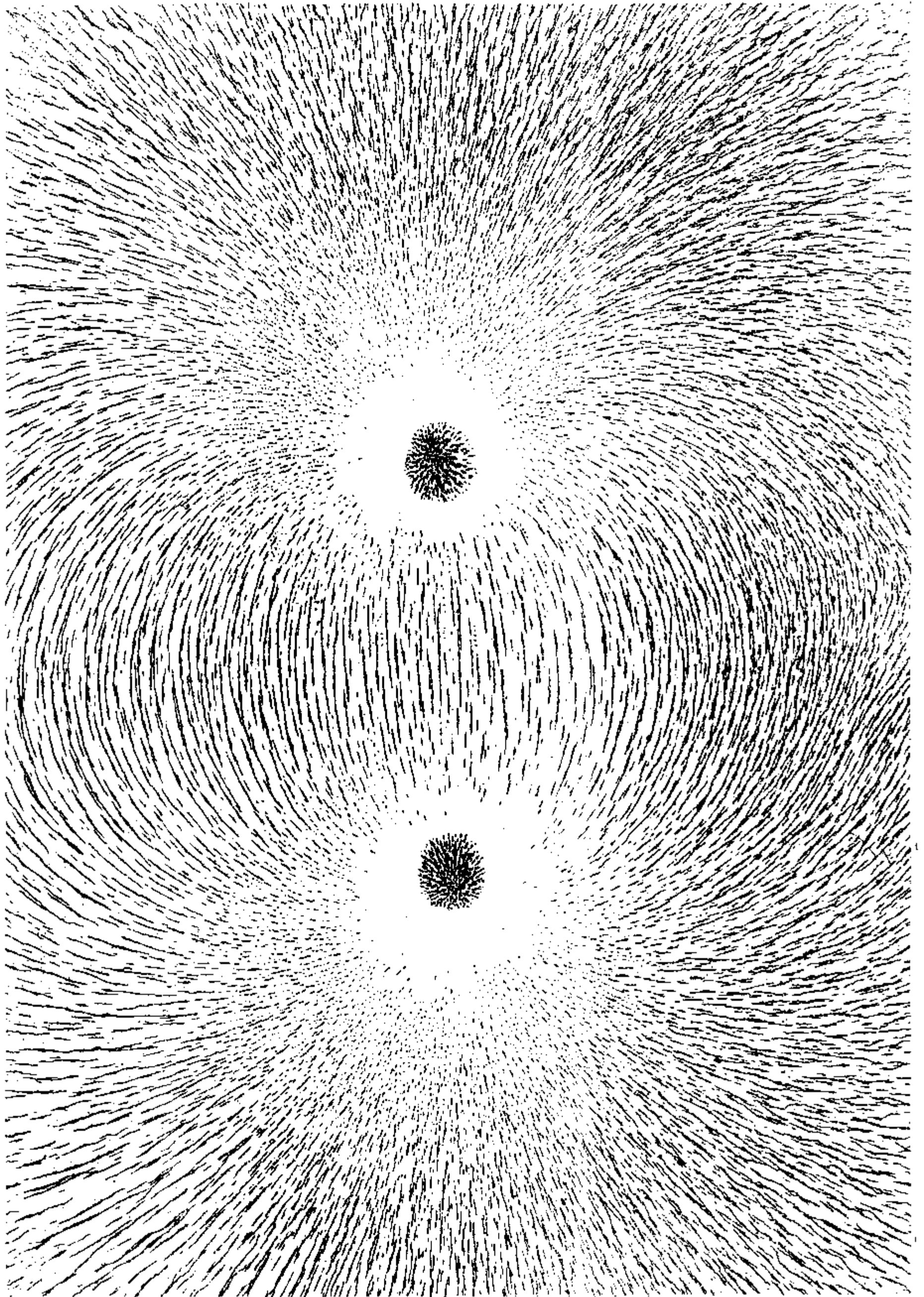
(Сл. 17.)



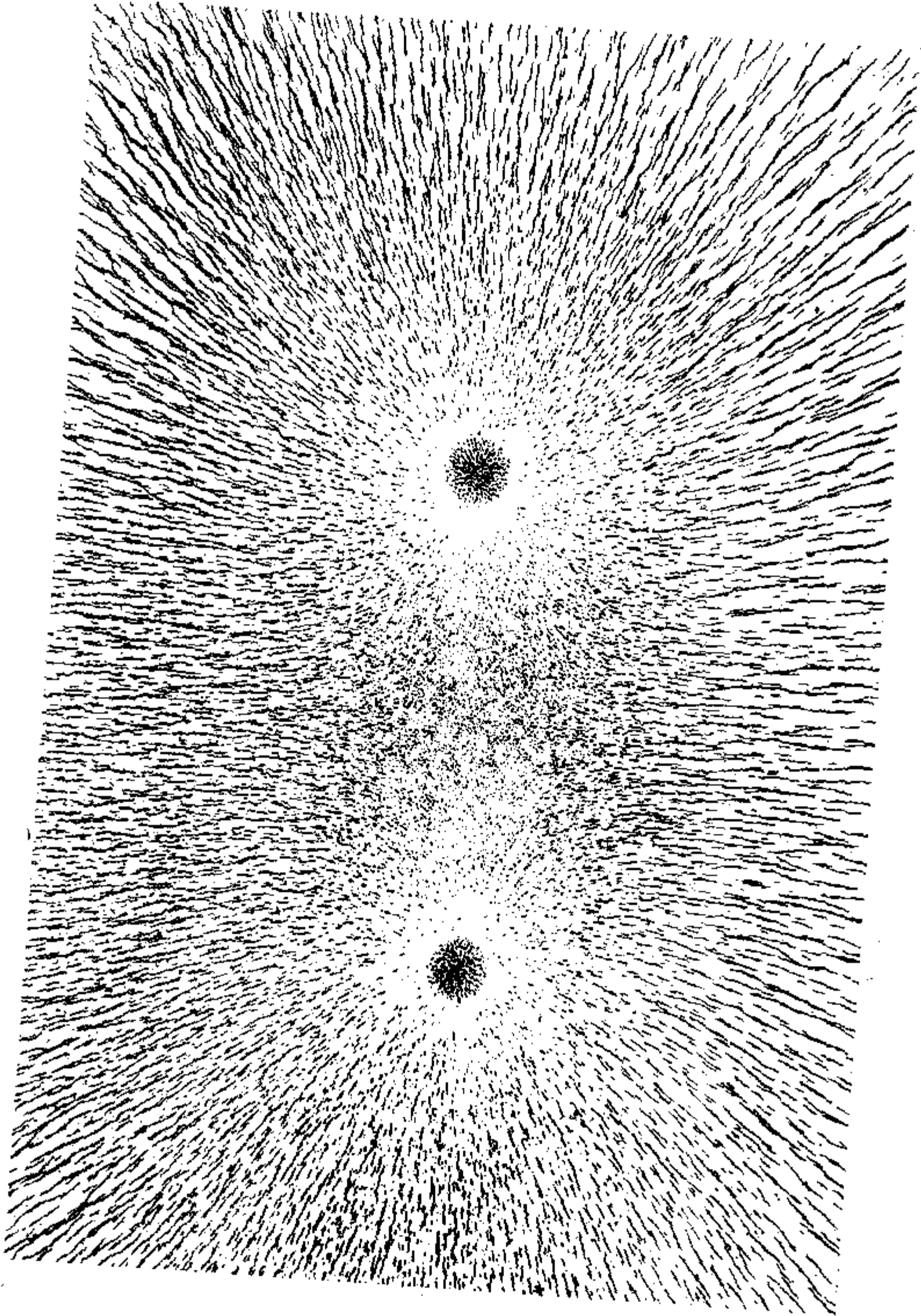
(Cl. 18.)



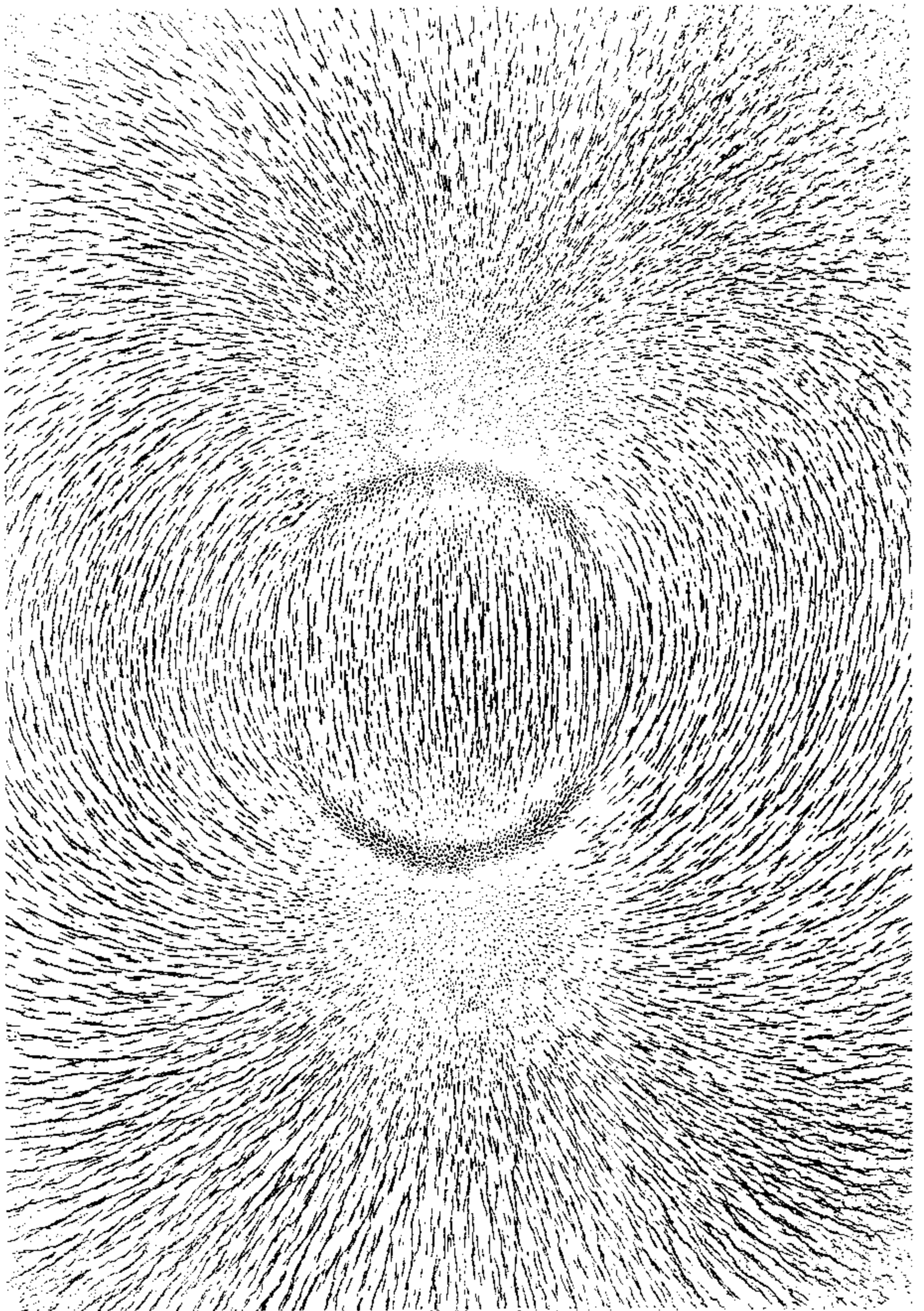
(Ca. 19.)

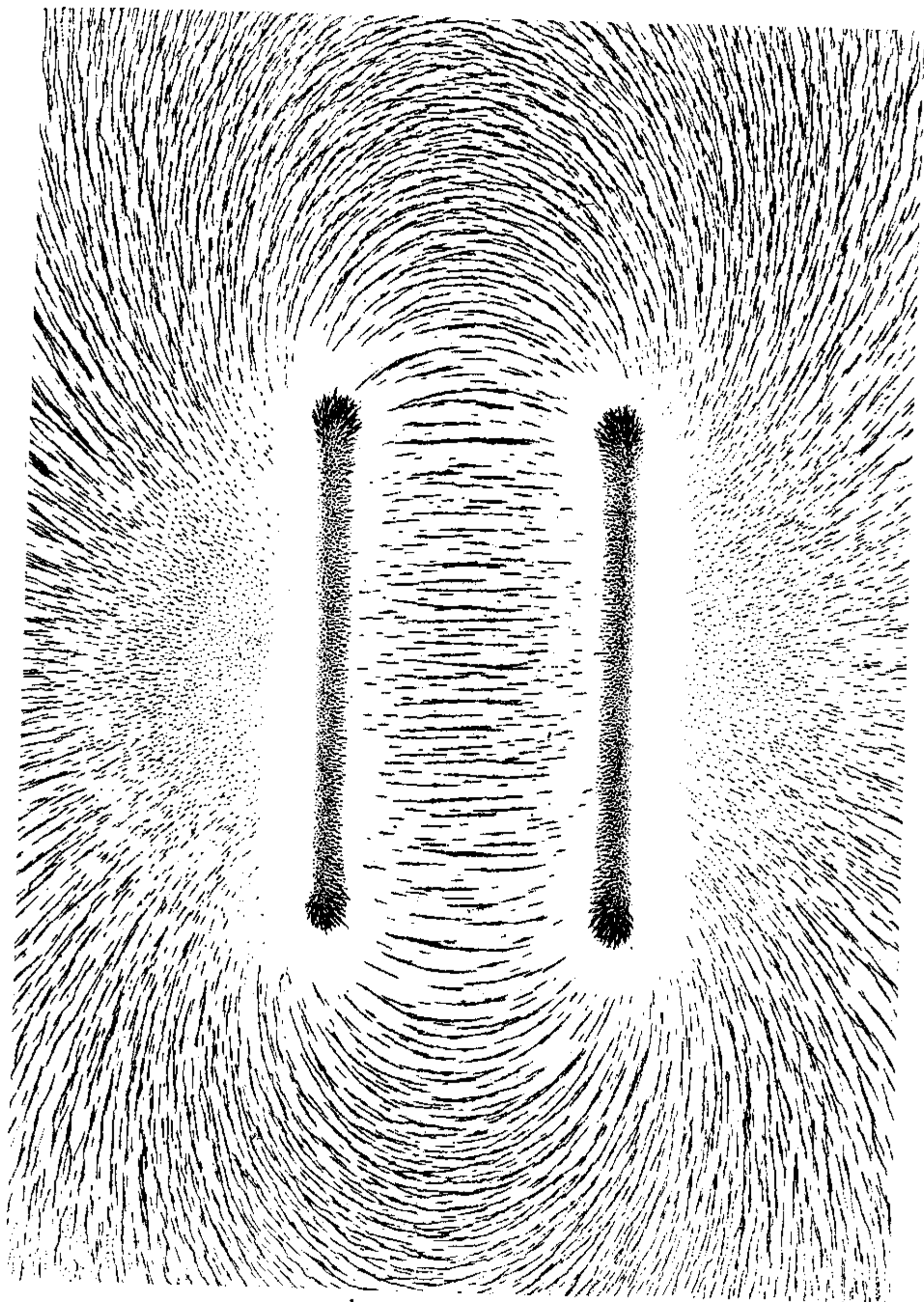


(Ca. 20.)

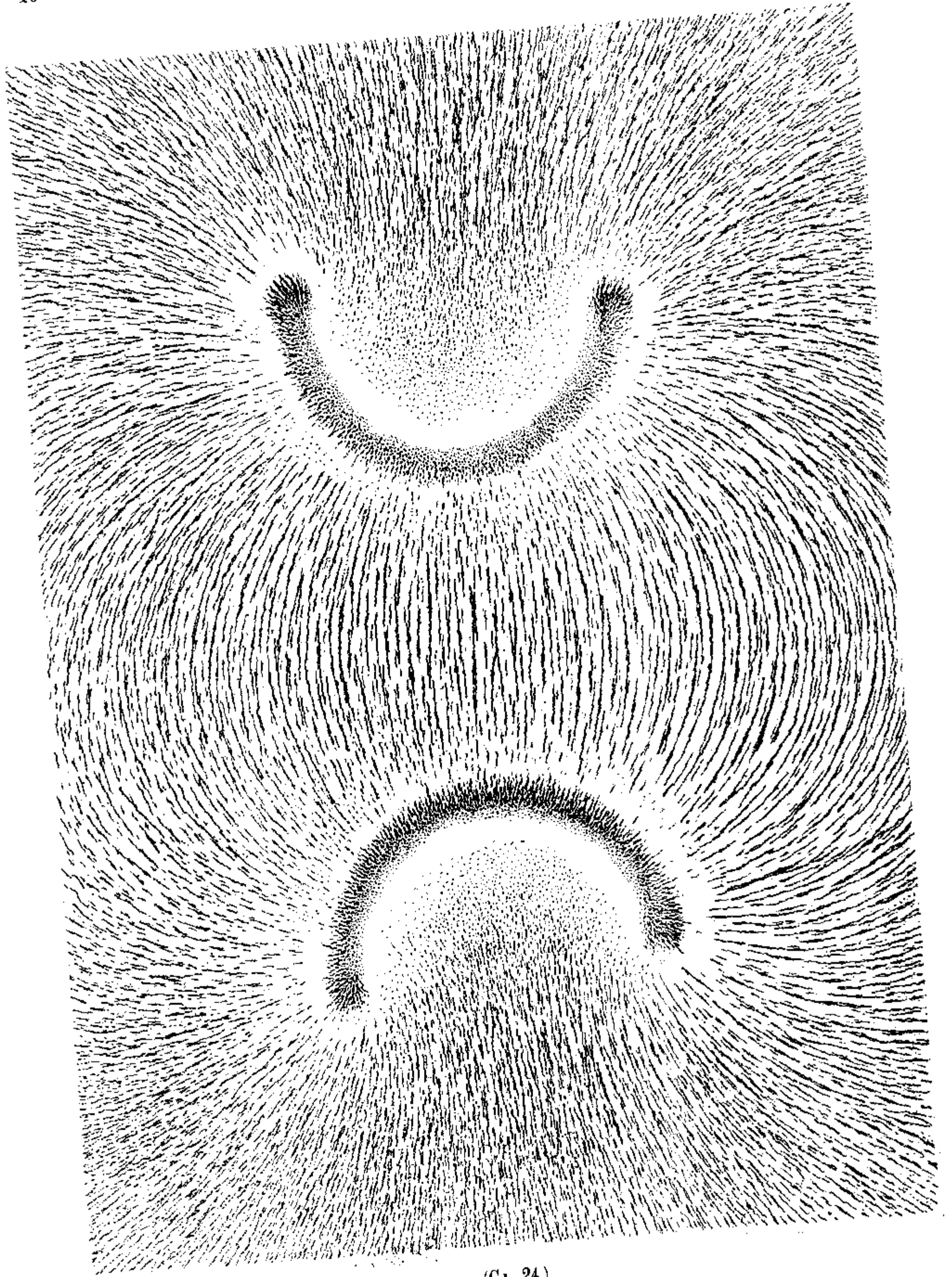


(Ca. 21.)

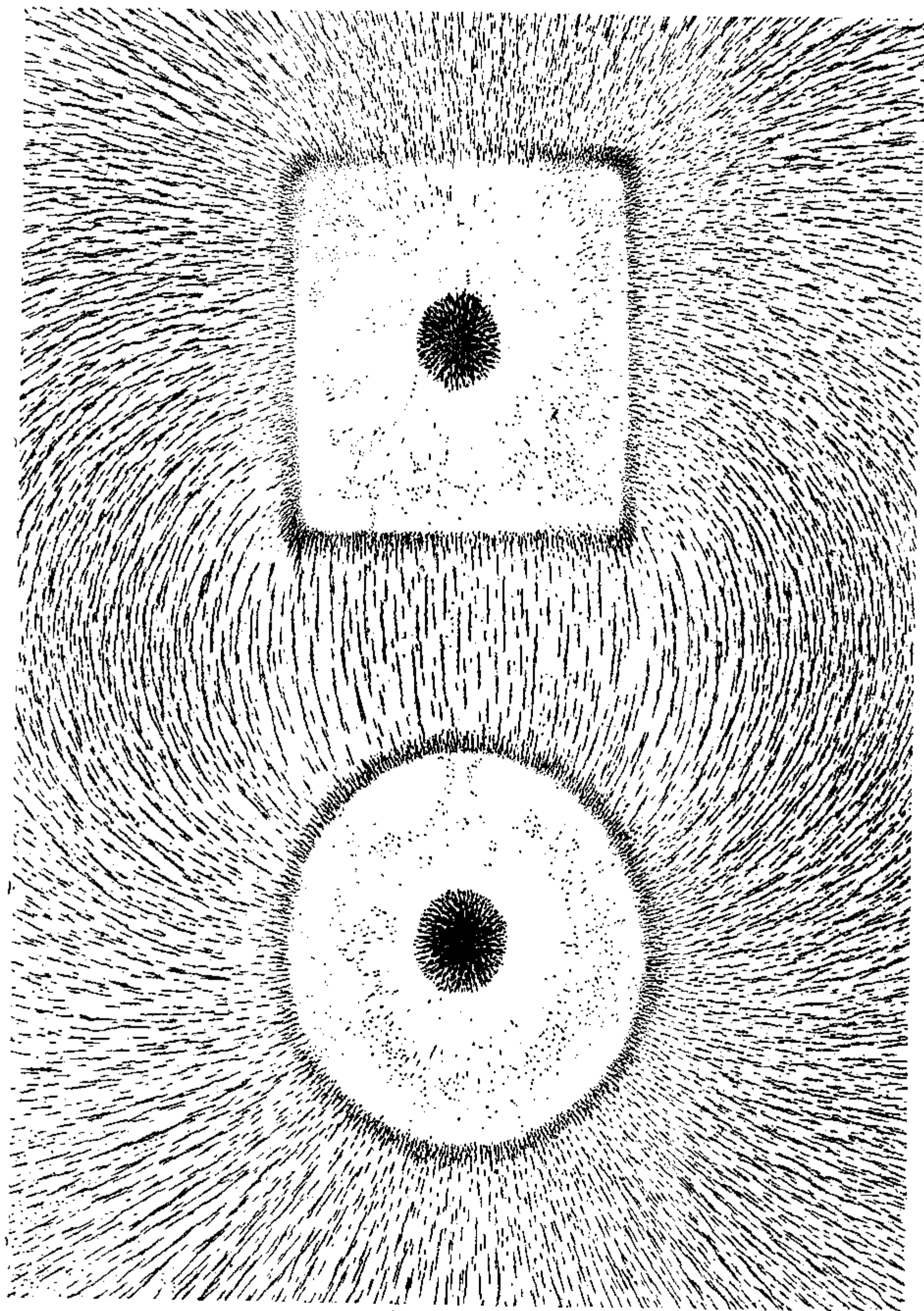




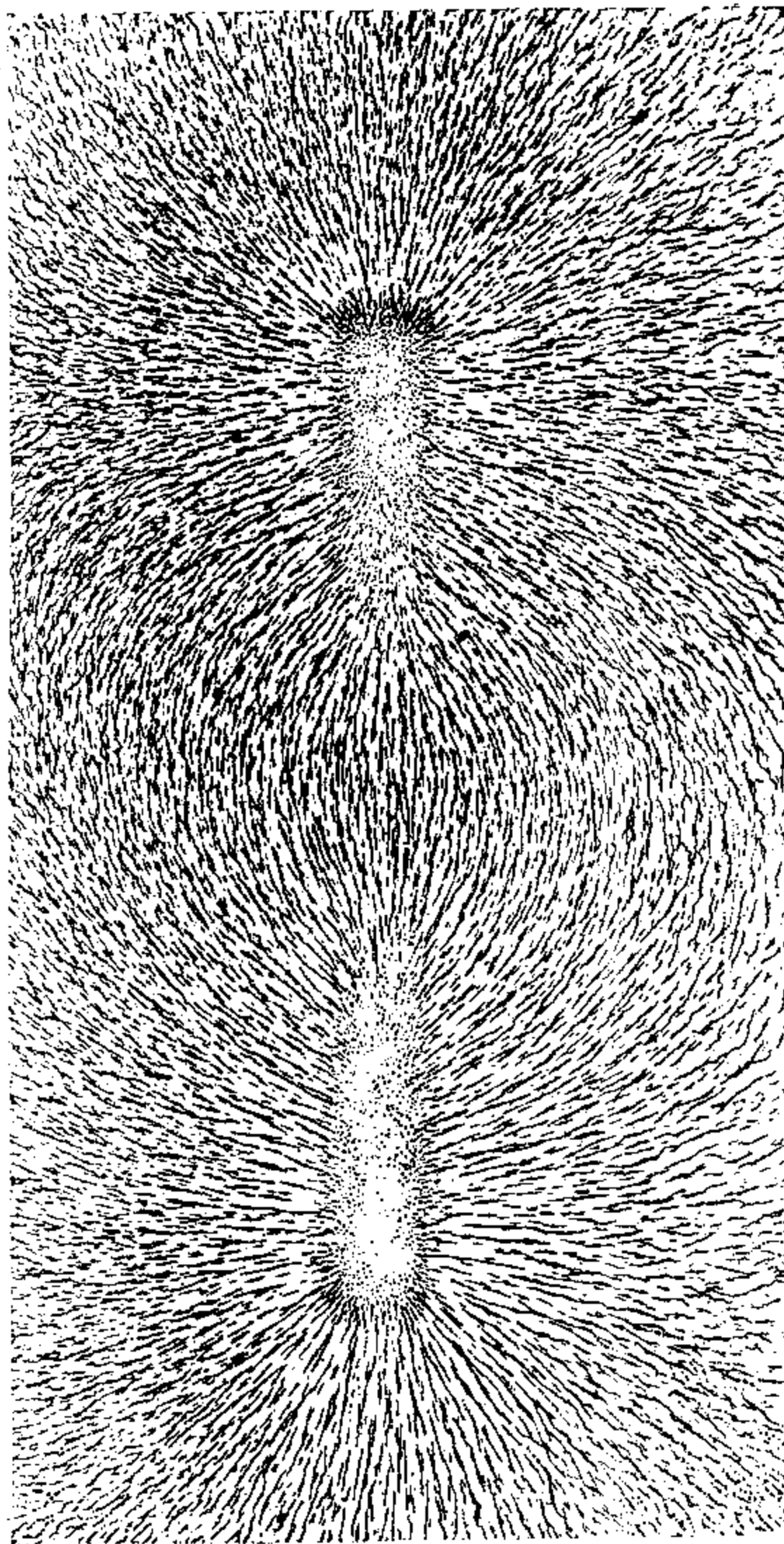
(Ca. 23.)



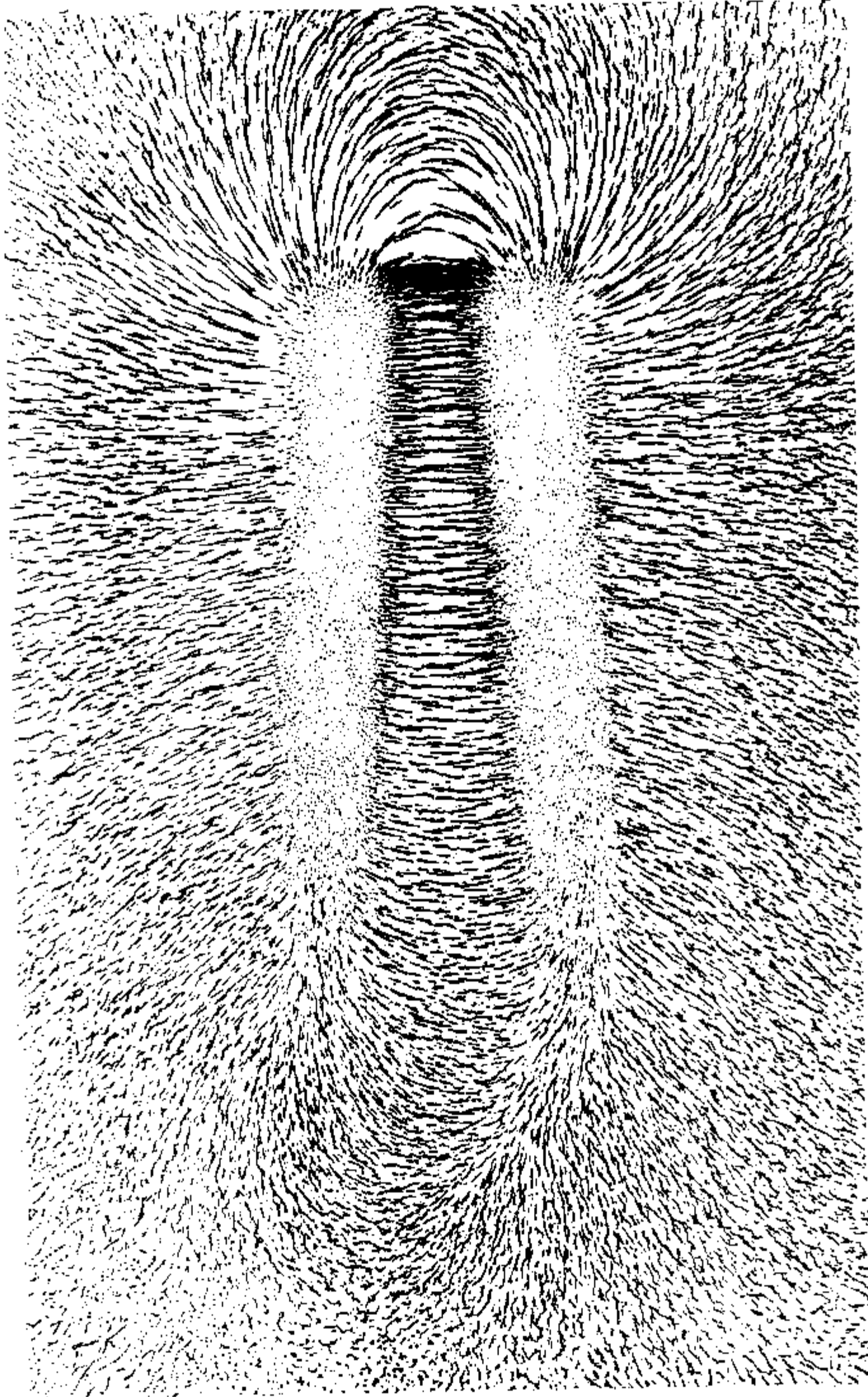
(Cl. 24.)



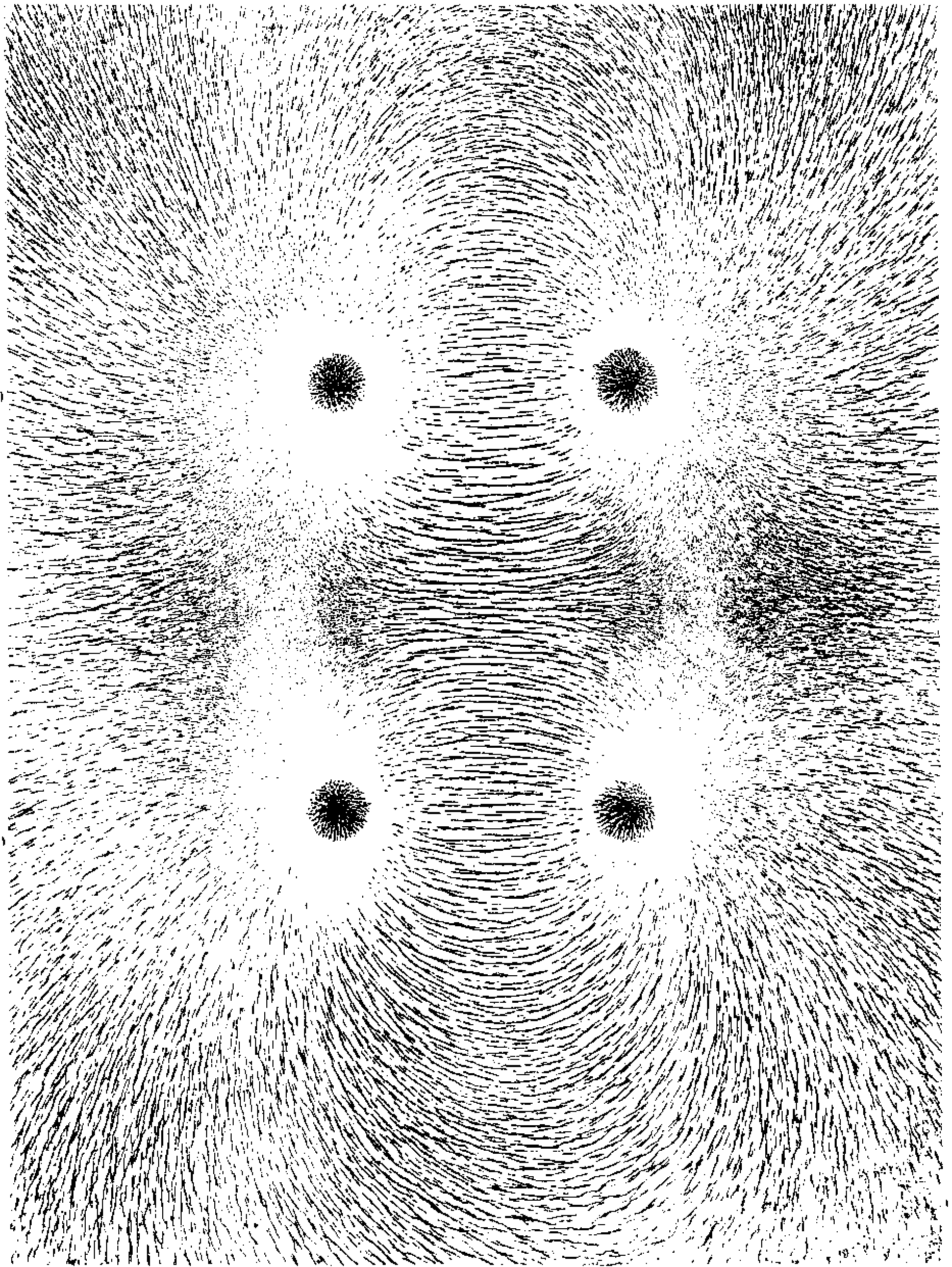
(Сл. 25.)



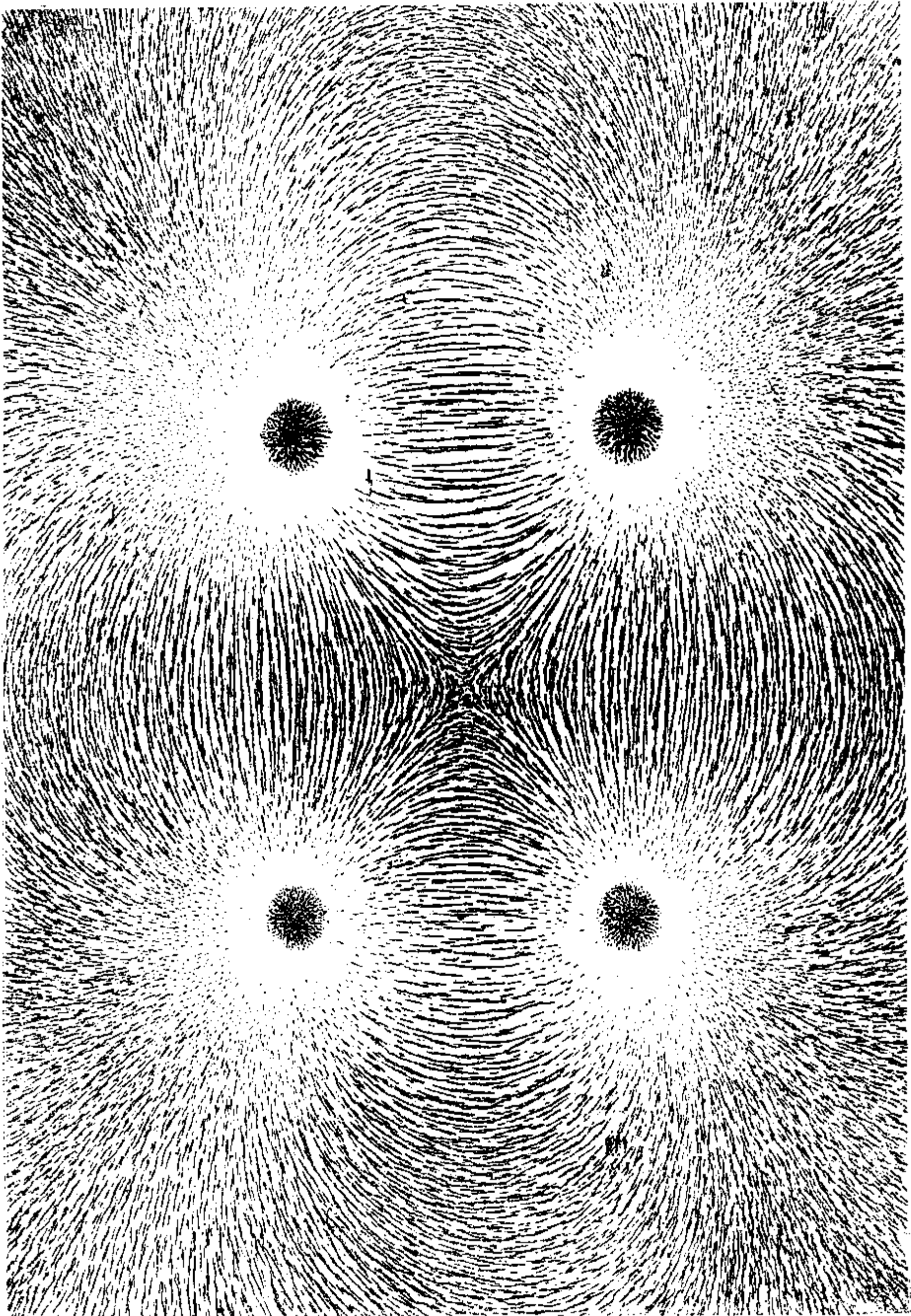
(Ca. 26.)



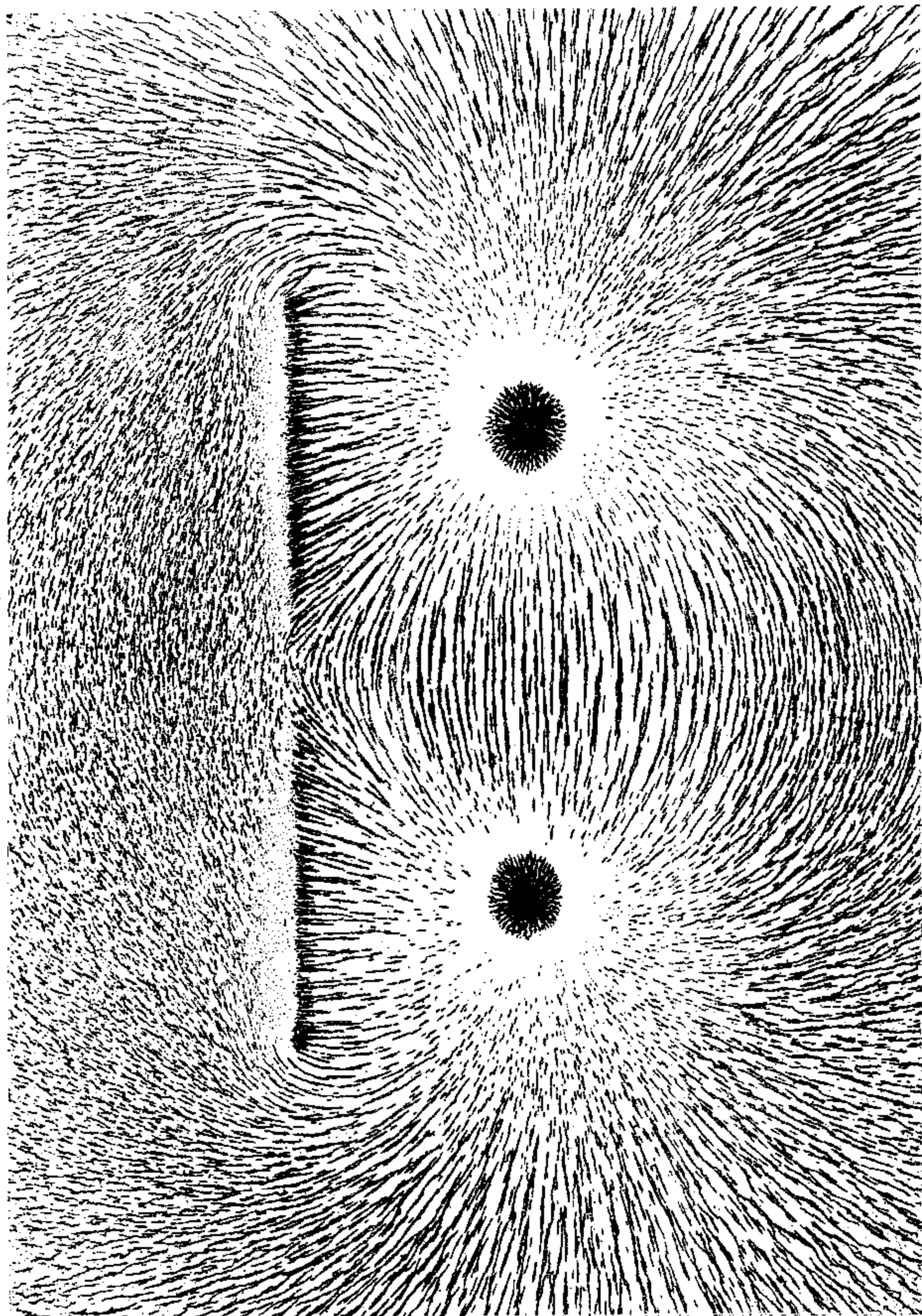
(Ca. 27.)



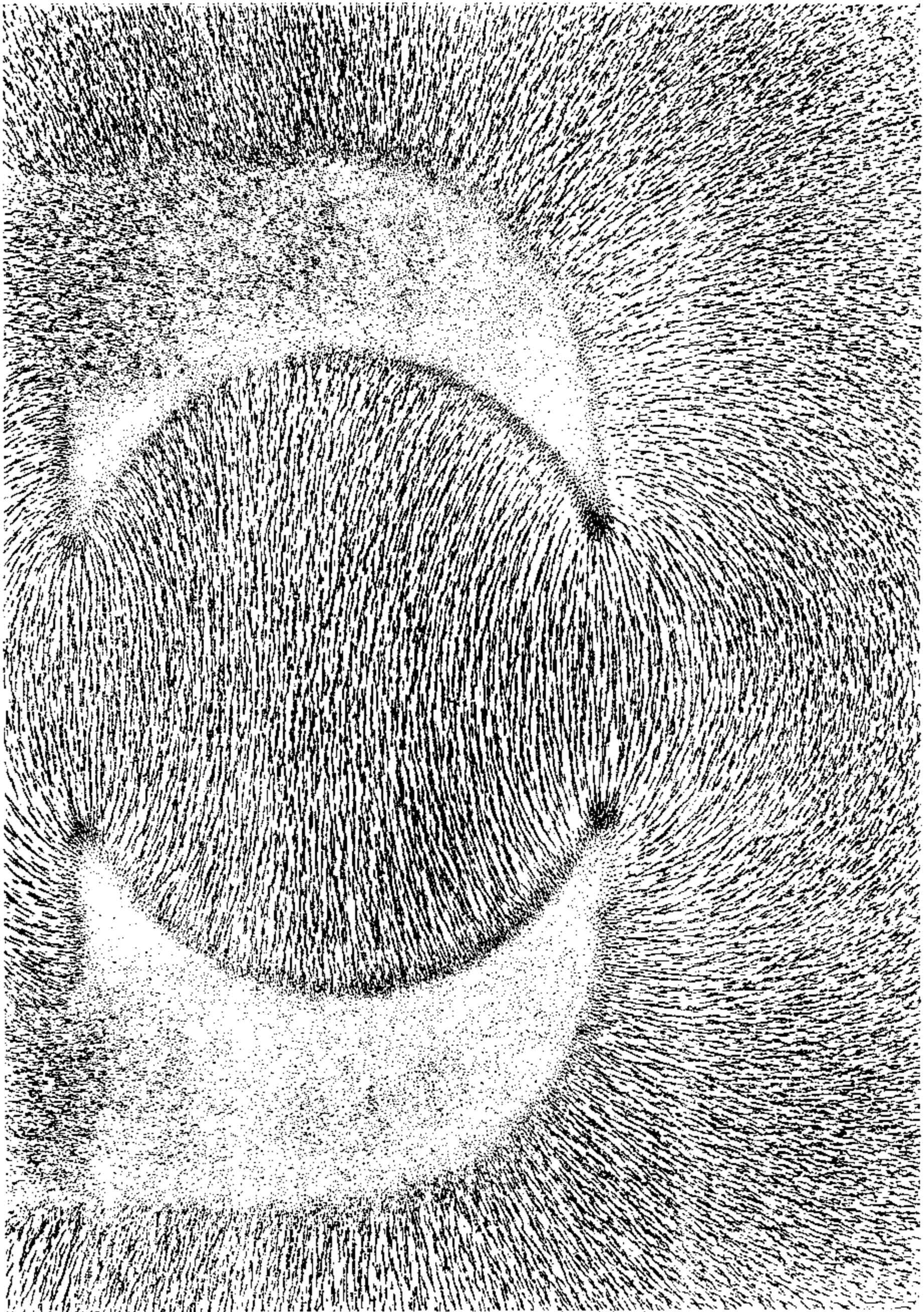
(Cl 28.)

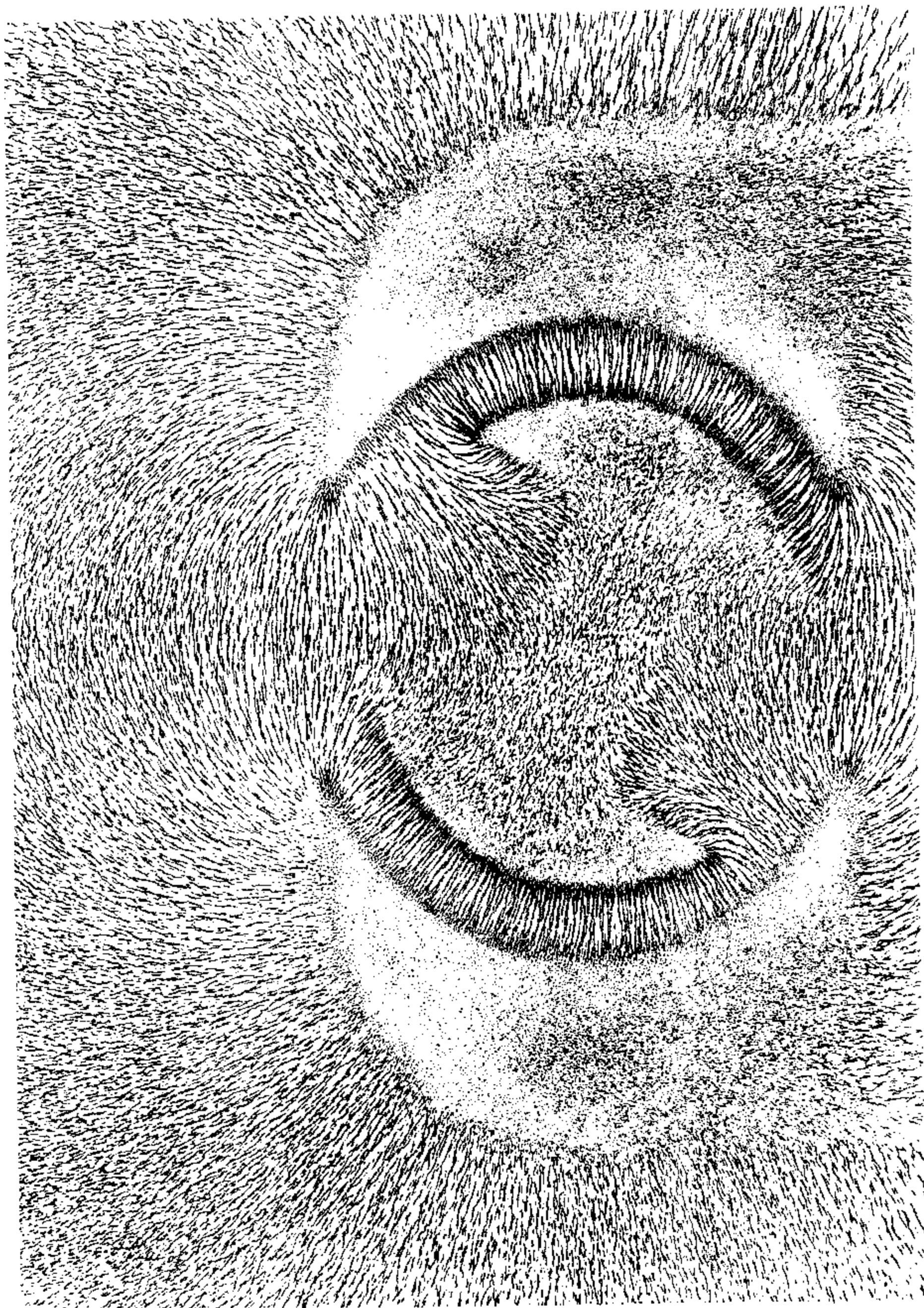


(Ca. 29.)



(Ca. 30.)





(C.1. 32.)

Електрично поље.

Одавна се зна, да у природи налазимо две врсте електрицитета, и то *положног* и *одречног*. Нећемо се бавити методама произвођења те две врсте електрицитета; ми ћемо само опоменути на познати факат, да се електрицитети истога имена одбијају, а супротнога имена привлаче. Како привлачења тако и одбијања електричних маса регулисана су Кулоновим законом као и у магнетизму. Ми, дакле, налазимо у електричним дејствима законе о централним силама, и сви резултати, већ одређени за те силе, могу бити примењени и на електрицитет.

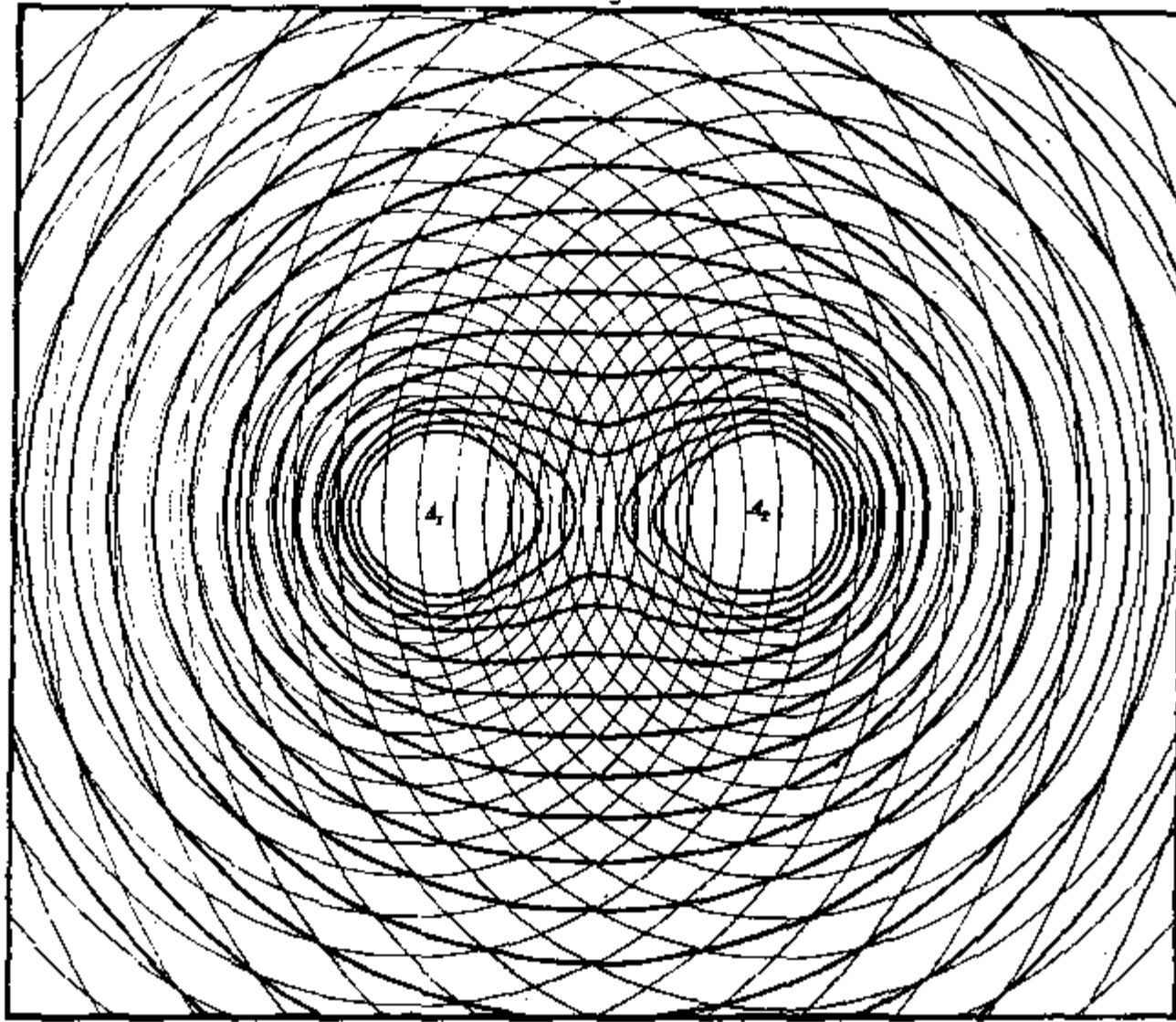
Електрично поље једнога пола. — Нарочитим удешавањем можемо добити једну изоловану масу или један електрични пол у простору, који ће свуда око себе створити своје електрично поље. Ово електрично поље, у свему слично с магнетским пољем, имаће истих особина, које смо у осталом видели код ма какве изоловане масе.

Електрично поље ове изоловане масе биће прожето линијама сила, које су сада електричне и које, излазећи из те масе, иду зракасто на све стране. Еквипотенцијалне површине биће и овде концентричне лопте с том масом у средишту. Интензитет поља биће одређен, према законима нађеним у магнетизму бројем линија сила које пролазе нормално кроз јединицу површине.

Електрично поље двају полова. — Као и код магнетизма два се разна случаја могу јавити приликом проучавања електричног поља двају полова, и то: оба пола могу бити истог имена или супротних имена. Ми ћемо се најпре задржати на првом случају и то код полова истог интензитета.

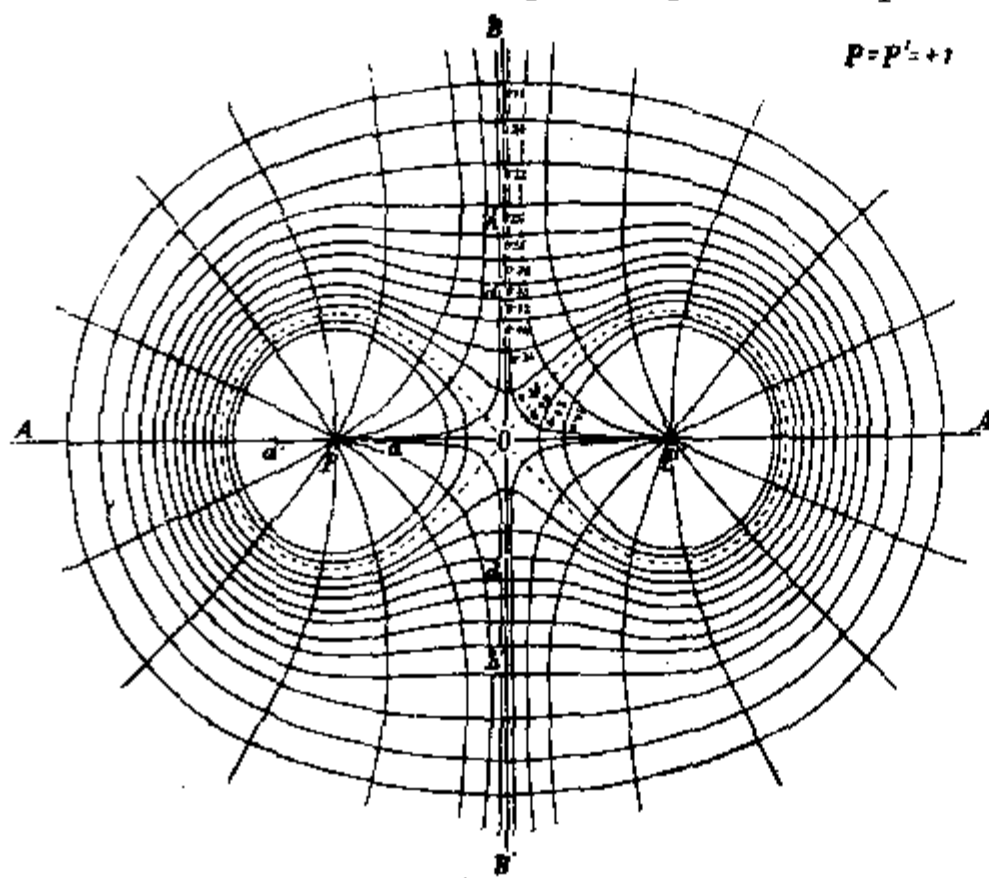
Графичким путем конструисаћемо око полова A_1 и A_2 (сл. 33.) нивоске линије у облику концентричних кругова, као да су та два пола сваки за се изолована. Спајајући одговарајуће пресечне тачке, добићемо извесне криве линије, као што се на слици виде. Свака пресечна тачка равна је збиру одговарајућих потенцијала и, да бисмо конструисали еквипотенцијалне површине или на слици линије, треба да спојимо тачке истих вредности. Што се тиче линија сила, оне се добивају по-

влачењем линија из полова A_1 и A_2 , које ће на целом свом току бити управне на еквипотенцијалним површинама.



(Сл. 33.)

Сасвим близу полова A_1 и A_2 еквипотенцијалне површине остаће лоптасте односно кружне. Али ако та даљина није више мала, појавиће се извесне деформације и површине ће бити мање или више издужене према другом полу. Тога ради посматрајмо тачку a и a_1 са обе стране пола P (сл. 34.) и на истим даљинама од њега. Потенцијал у тачки a , односно у тачки a_1 биће:



(Сл. 34.)

$$V_a = \frac{1}{P_a} + \frac{1}{PP_1 - P_a}$$

$$\text{и } V_{a1} = \frac{1}{P_a} + \frac{1}{PP_1 + P_a}$$

Из тога излази да је $V_{a1} < V_a$, т. ј. да ће нивоска површина,

која пролази кроз тачку a , пресећи осу код a_1 ближе полу P тако, да ће та површина бити више извучена ка полу P_1 . Исто ће то бити и око пола P_1 , јер је у осталом појава симетрична око оба пола.

Према томе види се, да све еквипотенцијалне површине не задржавају особину да омотавају само један пол, као што раде оне што су врло близу половима. Оне даље површине, које су резултанте јачих дјejстава оба пола, омотавају оба пола у исти мах у облику повијених линија или лемниската више или мање развијених. Између тих двеју врста нивдских површина има једна површина, она што је на слици представљена тачкастом линијом, која је тако рећи пролазна површина. Она је састављена из два дела, који се додирују у тачки o , т.ј. у средини између P и P_1 ; та површина пресеца саму себе. Све оне површине које су у њеној унутрашњости омотава свака по један само пол, а оне које су с поља обилазе око оба пола у исти мах. Ако ове последње површине нису далеко, оне су више или мање повијене према тачки o ; на против оне које су врло далеко према одстојању P и P_1 , заузимају приближно сферне облике.

Линије сила сада нису више праве; оне су више или мање повијене нарочито у близини тачке o . На извесним местима те су линије дивергентне, да мало даље постану конвергентне, што значи, да дејство силе у тим правцима најпре опада, па после расте.

У овом примеру показаћемо начин, по коме се могу конструисати еквипотенцијалне површине према бројним вредностима. Нека су нам дата два положна електрична пола $P = P_1 = 1$ на даљини од 4 см., па се тражи ток еквипотенцијалних линија за потенцијале од 400, 350, 300, 250, 200 волата. Пошто су те вредности дате у практичним јединицама, налази се да су њихове одговарајуће вредности у електростатичким јединицама ове:

$\frac{4}{3}, \frac{7}{6}, 1, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}$.

Посматрајмо ма какву тачку M у том пољу; њена одговарајућа одстојања биће $PM = r_1$ и $P_1M = r_2$, где су r_1 и r_2 исказани у сантиметрима. Да бисмо нашли ток еквипотенцијалне линије која одговара потенцијалу од 400 волата, треба одредити r_1 и r_2 тако, да задовоље једначину:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{4}{3}$$

Помоћу друге једне помоћне једначине:

$$r_2 - r_1 = 4$$

може се наћи први пар вредности за r_1 и r_2 , описавши око тачке 0_1 један круг полупречником r_1 , а око 0_2 круг полупречником r_2 , тачка M биће дата пресеком та два круга. Остале тачке те исте линије биће дате вредностима:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.89, 0.90, 0.95, 1.0 \\ r_2 &= 4.89, 4.50, 3.56, 3.0. \end{aligned}$$

Лако се увиђа, да се ова линија од 400 волата описана симетрички око сваког пола врло мало разликује од круга. Јер кад опишемо око θ_1 два круга, један полупречником 3·9 мм., а други полупречником 10 мм., наша ће линија заузети простор између тих кругова.

Да бисмо нашли линију од 350 волата, образоваћемо једначину:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{7}{6}$$

која ће нам помоћном једначином дати ове вредности:

$$\begin{aligned} r_1 &= 1\cdot03, 1\cdot10, 1\cdot15, 1\cdot20, 1\cdot24 \\ r_2 &= 5\cdot03, 3\cdot88, 3\cdot37, 3\cdot00, 2\cdot76. \end{aligned}$$

Ове ће нам вредности дати око полова θ_1 и θ_2 две затворене линије, које се јаче разликују од круга.

Једначина:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = 1$$

даће нам потребне елементе за конструкцију линије од 300 волата. Ти су елементи:

$$\begin{aligned} r_1 &= 1\cdot24, 1\cdot40, 1\cdot60, 1\cdot80, 2\cdot00 \\ r_2 &= 5\cdot24, 3\cdot50, 2\cdot67, 2\cdot25, 2\cdot00 \end{aligned}$$

То је она пролазна линија о којој је мало час било речи и која, пролазећи око оба пола, сече саму себе у облику: ∞ .

Еквипотенцијална линија од 250 волата дата је једначином:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{5}{6}$$

и вредностима:

$$\begin{aligned} r_1 &= 1\cdot53, 1\cdot60, 1\cdot80, 2\cdot00, 2\cdot20, 2\cdot40 \\ r_2 &= 5\cdot53, 4\cdot80, 3\cdot60, 3\cdot00, 2\cdot64, 2\cdot40. \end{aligned}$$

Линија, конструисана овим вредностима, обухвата оба пола приближујући се пресечној тачки горе поменуте линије.

Најзад једначина:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{3}$$

даће нам линију која одговара потенцијалу од 200 волата и коју ћемо конструисати овим вредностима:

$$r_1 = 2.00, 2.20, 2.40, 2.60, 2.80, 3.00.$$

$$r_2 = 6.00, 4.71, 4.00, 3.55, 3.23, 3.00.$$

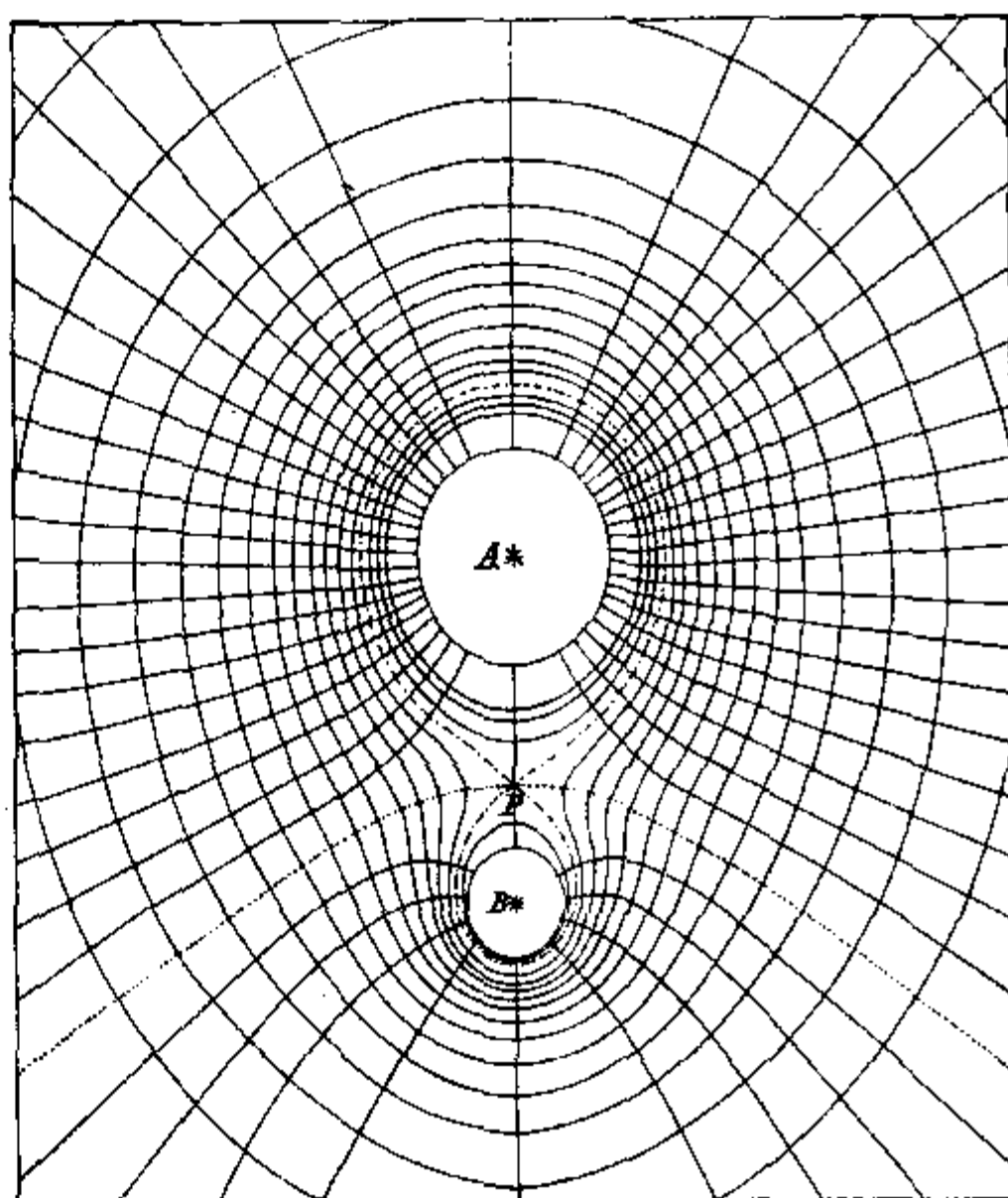
Да се ово поље допуни линијама сила, треба само из полова P и P_1 повући линије, које ће бити управне на већ добивеним еквипотенцијалним линијама.

До сада смо посматрали поље два позитивна пола исте јачине. Узмимо да један пол опада, да прође кроз нулу и да постане одречан; одстојање између оба таква пола да остане исто.

Примера ради, узмимо специјалан случај, да су оба пола положна и да је интезитет једнога $= +1$ а другога $= +\frac{1}{4}$. Условна једначина биће сада:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{4r_2} = V.$$

Изглед таквога поља представља сл. 35. Као што се види, и овде постоји она прелазна линија која омотава оба пола; пресечна тачка није више у средини већ ближе слабијем полу, тако да је од јачега пола удаљена за $\frac{2}{3}$ одстојања оба пола. Линија, која сад пролази кроз ту пресечну тачку, није више права већ крива 6-ог степена.



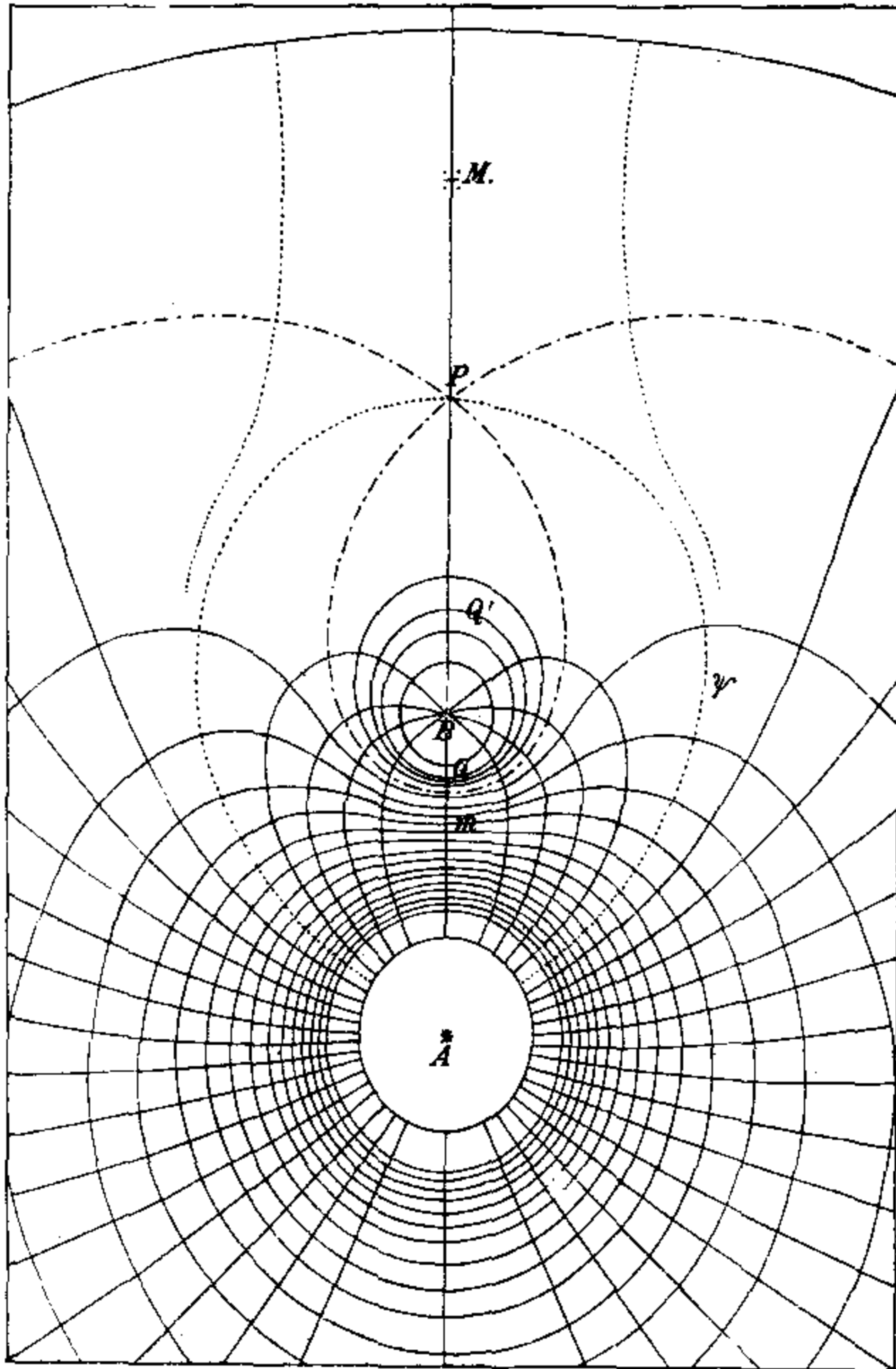
(Sl. 35.)

Ако други пол још јаче опада, пресечна се тачка све више њему приближује, тако кад овај пол буде раван нули, ми имамо само један електрични пол, чије нам је поље већ познато.

Овај други пол, пошто прође кроз нулу, постаје одречан; електрично се поље мења. У специјалном случају, где први пол остаје $= +1$, а други бива $= -\frac{1}{4}$, потенцијална једначина биће:

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = V.$$

Ток еквипотенцијалних линија, као и линија сила у том специјалном случају, представљен је на сл. 36., која се сама собом објашњава.



(Сл. 36.)

Кад продужимо са опадањем другог пола и даље, он ће постати $= -1$, и ми ћемо имати два пола исте јачине супротних имена. Ток њихових линија сила и нивдских површина објашњен је у магнетизму и представљен је на сл. 10.

Ако бисмо хтели тражити нивдске линије за вредности потенцијала на пр.: ± 400 , ± 350 , ± 300 , ± 250 , $\pm 200 \dots$ волата, имали бисмо се послужити једначинама:

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = 1.$$

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{2}{3}$$

као и помоћним једначинама:

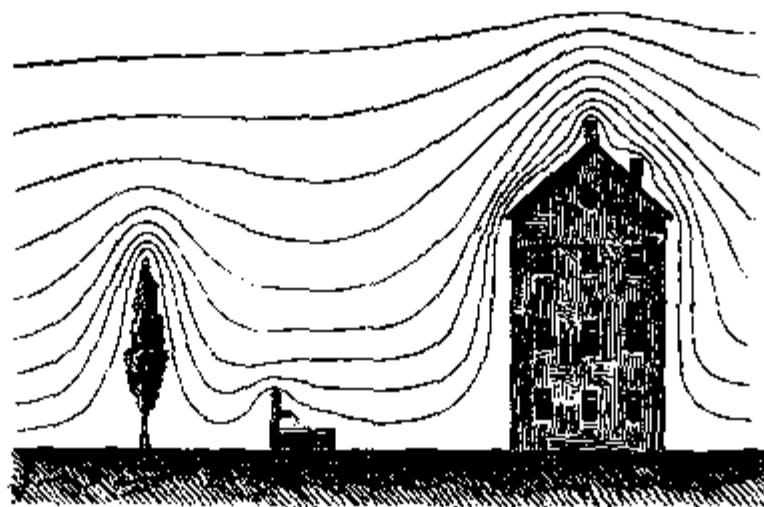
$$r_2 + r_1 = 4 \text{ и } r_2 - r_1 = 4.$$

Атмосферски електрицитет. — Од како је Франклин извршио свој чувени експеримент са змајем, утврђено је, да је атмосферски ваздух наелектрисан не само за време бурâ, већ у свако доба или другим речима, да ваздух има електрични потенцијал, који се разликује од земљиног потенцијала.

Не задржавајући се код метода за одредбу потенцијала ваздушног електрицитета на разним висинама, констатујемо само, да над једном равницом потенцијал задржава исте вредности у разним тачкама једне исте хоризонталне равни. Напротив, ако се испита електрично стање ваздуха на разним висинама, налази се да потенцијал ваздуха расте с висином. У опште узев, може се електрично поље земљино сматрати као хомогено, екипотенцијалне површине су паралелне с површином земљиним, а линије сила се изједначују с правима земљиних полупречника. Према томе може се рећи, да се телуричне екипотенцијалне површине и линије сила о којима је раније било говора, подударају с тим истим елементима, који долазе од атмосферског електрицитета.

Екипотенцијалне површине изгубе паралелизам, то ће рећи да електрично поље атмосферског ваздуха изгуби своју хомогеност, ако површина земљина није равна и ако је покривена разним узвишењима

на цр.; бреговима, кућама, дрвећем и т. д. Сва та тела ремете хоризонталан и паралелан ток еквипотенцијалних површина изазивајући већу или мању згуснутост тих површина у својој близини. Слика 37. представља приближно ремећење електричних еквипотенцијалних површина



(Сл. 37.)

линија) ваздушних због ових разних предмета. По себи се разуме, да ремећењем еквипотенцијалних површина ни линије сила не могу остати вертикалне; оне сад иду разним правцима, остајући очевидно увек управне на тим површинама.

IV Електромагнетско поље.

Прволинијска струја. — У ранијим одељцима проучили смо засебно магнетско и електрично поље. Међутим, постоји извесан однос између те две врсте појава, које су познате под именом електромагнетизма. Ми ћемо изложити неколико случајева, од којих ћемо учинити извесне примене у следећем одељку.

Без сваке је сумње да једна електрична струја на целом свом току ствара једно магнетско поље и дејствује на намагнетисану иглу по утврђеним законима. Ако са i означимо интензитет једне праволинијске струје дужине $= 1$, са μ магнетну масу на коју струја дејствује, а са r одстојање, онда је дејство φ , нормално на струју, дато изразом:

$$\varphi = k \frac{i\mu}{r}$$

где је k извесна константа.

На други се начин може доказати магнетско дејство струје овако. Ако се у близини електричног спроводника налазе гвоздени опиљци, њих ће спроводник привући по целој својој дужини и они ће се поређати око њега. Чим струја престане и магнетско се дејство изгуби.

Ако узмемо лист круте хартије, па га пробушимо и кроз рупу протуримо спроводник електричне струје, видећемо кад по листу поспемо гвоздене опиљке, да ће се опиљци поређати у концентричне кругове око спроводника. То су магнетске линије сила које је произвела електрична струја. Према томе линије сила једне праве струје су концентрични кругови са средиштем у оси спроводника, а с равнима управним на ту осу.

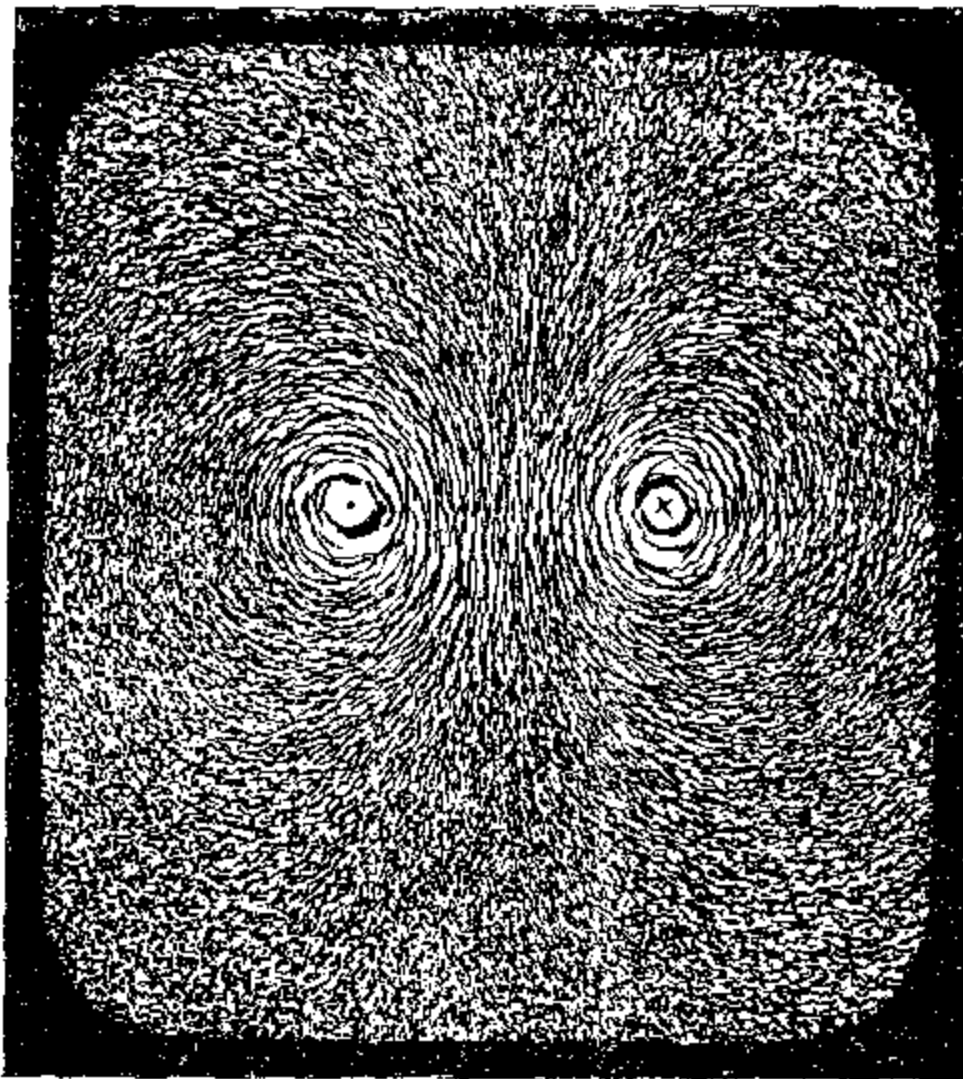
Ову слику концентричних кругова можемо добити ма у којој равни управној на осу струје. Из тога излази, да линије сила дуж целе линије спроводника образују *концентричне цилиндрице*, имајући сâм спроводник као заједничку осу. Ми ћемо их назвати *цилиндрима сила*, и на сл. 38. представљен је њихов општи изглед.

Две струје супротног смисла. — Сад ћемо савити спроводник или осу струје на тај начин, да се у једном делу струја пење, а у другом

силази и провући ћемо га кроз два отвора у истом листу круте хартије. Гвоздени опиљци показате нам сада око сваког дела спроводника криве линије, које нису више кругови и које се у толико више разликују од кругова, у колико су даље од спроводника (сл. 39.). У оном делу што је између спроводника курбе су збијеније и опомињу нас својим општим изгледом на еквипотенцијалне линије два разноимена магнетна или електрична пола (в. сл. 9. и 10.).



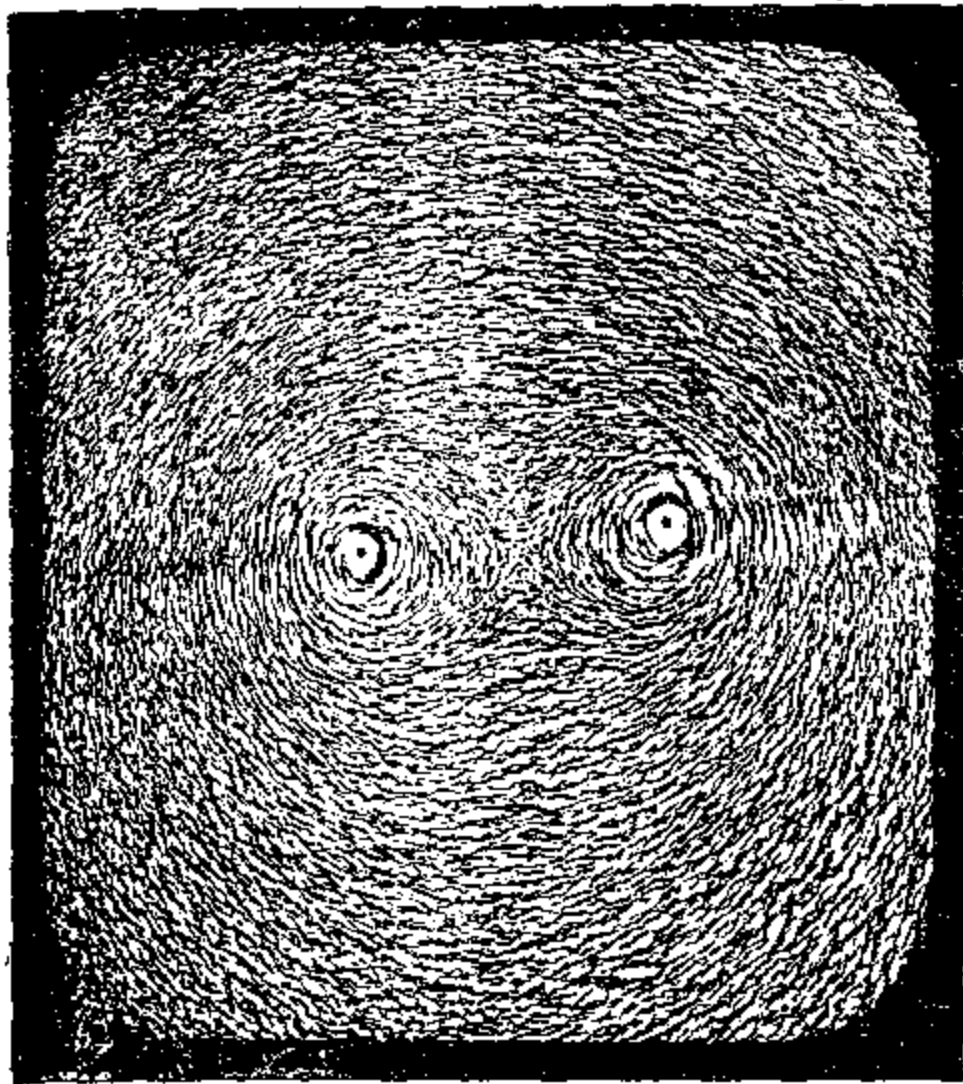
(Сл. 38.)



(Сл. 39.)

Две паралелне струје истога смисла.

— Да проучимо сада електромагнетско поље двеју праволинијских



(Сл. 40.)

паралелних струја истога смисла. Кроз картон ћемо спровести два спроводника, паралелна на извесној даљини једног од другог; раван хартије биће управна на правац спроводника. Струја која пролази кроз оба спроводника у исто време имаће исти смисао, рецимо оздо на више.

Ако су оба спроводника довољно далека један од другог, њихова поља неће показивати никакво узајамно дејство; око свакога ће се појавити концентрични кругови од гвоздених опиљака, који ће имати заједничко средиште у оси струје, као да оне друге струје и нема. Али

ако се обе струје приближе толико, да њихова поља узајамно једно на друго дејствују, онда се изглед појаве мења. (сл. 40.).

Еберт, који је специјално проучавао електромагнетска поља струја, описује овај случај о коме говоримо на овај начин: „Оба су спроводника окружена курбама облика лемниската. Унутрашњи делови резултујућих линија су озго и оздо прилично притиснути и повијени. У самој средини између оба спроводника додирују се оба дела криве линије и образују једну двојну тачку (Doppelpunkt). У унутрашњости њеној, линије сила су одвојени овали, који су у спајној линији између полова врло издужени. Само оне линије, што су врло близу спроводника приближују се круговима. Далеко с поља, линије губе своје превоје, све више и више и образују најзад само издужене овалне или елипсасте облике. На великој даљини су оба поља тако једно с другим стопљена, да би се могло сматрати, да је то поље само једне струје према да је јачина поља два пут, већа.

Као што се види, ми налазимо овде поље образовано еквипотенцијалним линијама двеју електричних или магнетних маса истих имена.

Кад пратимо ток линија сила добивених (у пресеку управном на правац двеју струја дуж праволинијских спроводника, наћићемо, да се магнетско поље тих двеју струја састоји из цилиндара сила разних пресека. Пресеци цилиндара врло блиски осама, приближно су кружни, а остали су пресеци више или мање јајасте. Прошав кроз један прелазни цилиндар, који можемо сматрати као два овална цилиндра који се додирују, налазимо цилиндаре лемнискатских пресека, више или мање повијених; још даље пресеци цилиндара сила постају елиптички да се заврше цилиндрима приближно кружним који омотавају обе осе струја. Слика 41. даје нам приближан изглед тих цилиндара сила.

Две праволинијске укрштене струје. — Продужујући проучавања електромагнетског поља, зауставићемо се на овом специјалном случају. Да одредимо магнетско поље двеју праволинијских електричних струја које се укрштају и које теку истим смером; да би ствар била простија претпоставићемо да су обе струје у истој равни.

По себи се разуме, да ће свака струја бити окружена својим концентричним цилиндрима сила, који ће се сећи близу тачке укрштања. Нека то буду струје A и B (сл. 42.), које се укрштају у тачки C . Линије 1, 1; 2, 2; 3, 3; биће линије меридијоналног пресека цилиндара сила. Пресеци цилиндара сила, управни на правац VV , биће различити и зависиће од даљине пресека од тачке укрштања C .

Повуцимо нормалну раван на правац VV у висини NK . Обе су струје овде сувише удаљене једна од друге и неће бити никаквог узајамног дејства међу њима; цилиндри сила неће бити деформисани и њихов је изглед представљен пресецима DD . Овај се изглед неће знатно изменити између висина NK и FG .

Ушавши у онај део, где се цилиндри сила секу, наћи ћемо случајеве које смо већ видели. На пр. у равни OP , можемо сматрати тачке pp , у којима та раван сече струје, као два елемента двеју праволи-

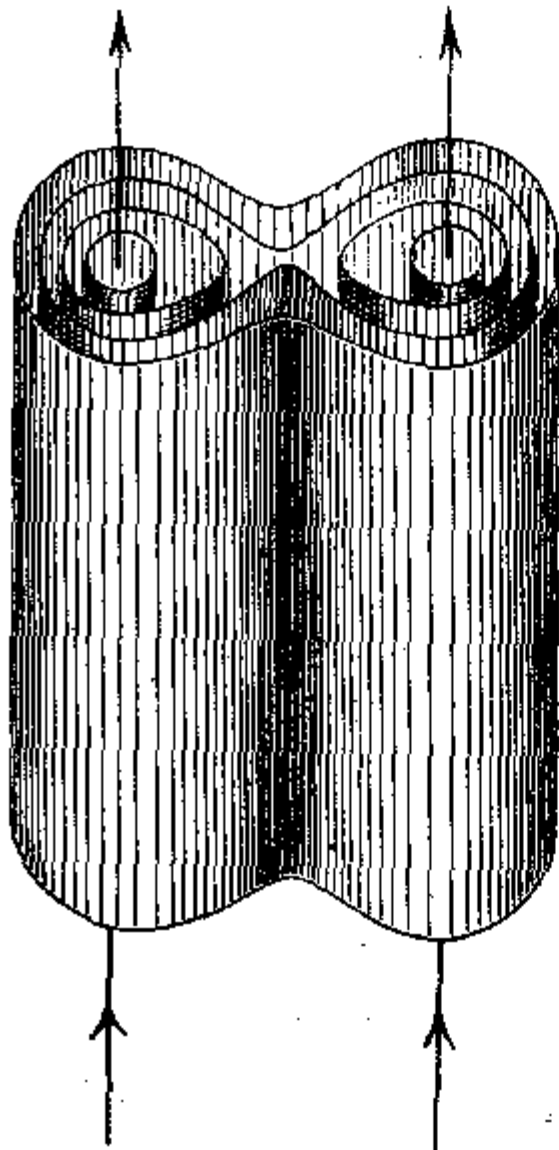
нијских и паралелних струја истога смисла. Ове две елементарне струје, пошто су близо, дејствоваће једно на друго и даће поље карактеристично за струје које су праволинијске, паралелне и блиске. Пресек цилиндара сила, извршен управно на правац VV и у висини OP даће нам изглед представљен код L .

Лако се увиђа, да ће нам пресек MN пролазећи кроз тачку укрштања C дати облике цилиндара сила представљене код E .

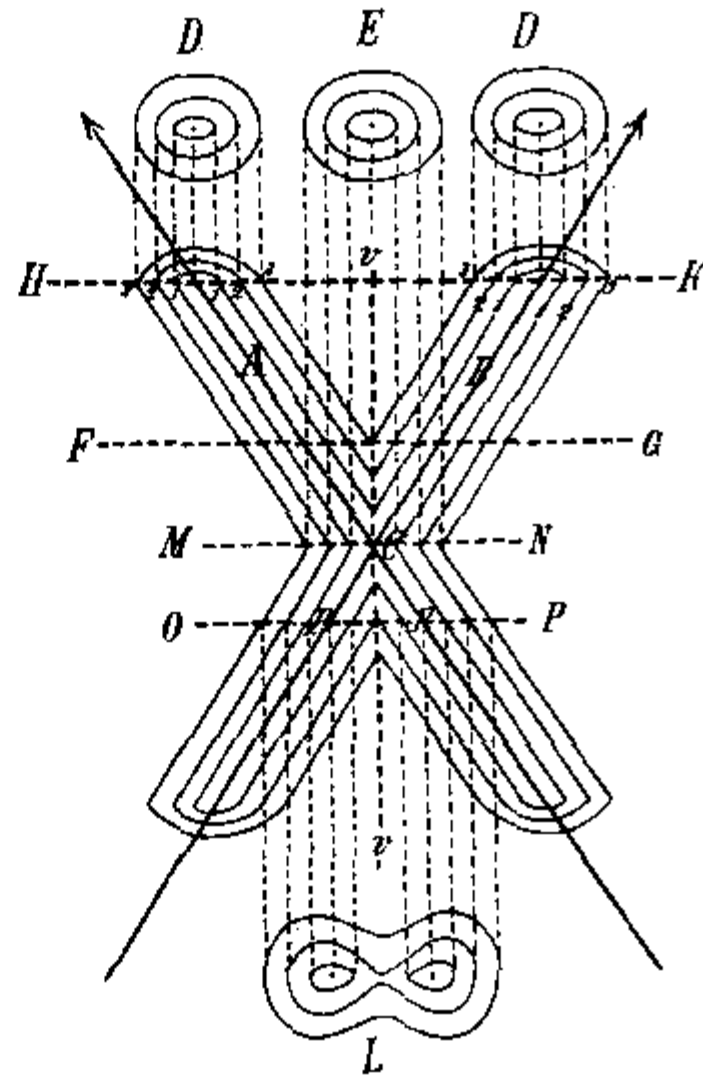
Иста посматрања вреде и до истих резултата долазимо и у случају кад се струја разграна (сл. 43.).

Примедба. У почетку овога одељка имали смо образац:

$$\varphi = k \frac{i\mu}{r}.$$



(Sl. 41.)



(Sl. 42.)

Ставивши да је $\mu = 1$, имаћемо:

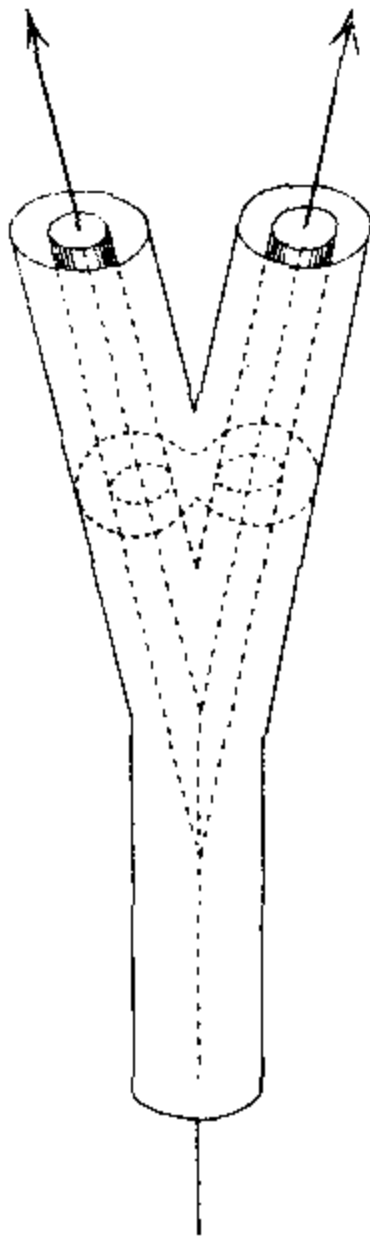
$$\varphi = k \cdot \frac{i}{r}.$$

Пошто φ за једну извесну струју i зависи само од r , излази да то дејство, које је једна сила, остаје стално док је r стално, т. ј. свуда унаоколо око струје или, другим речима, на периферији једнога круга. Свако премештање магнетне јединице по тој периферији не врши никакав рад, те је према томе то једна линија сталнога рада или једна екипотенцијална линија. Па како r може остати стално не само у једној равни управној на осу струје, већ тако исто и дуж целе струје

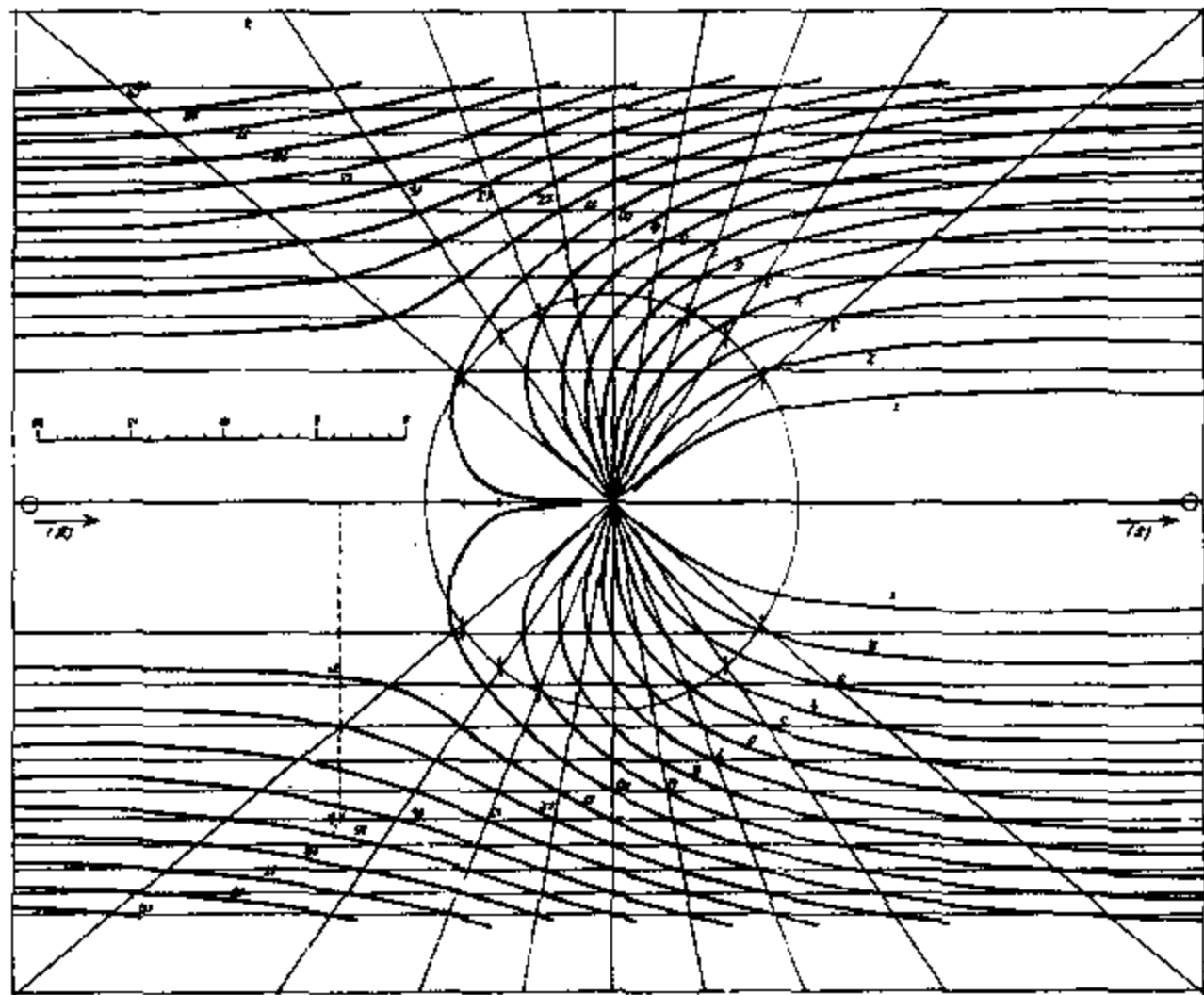
излази, да су цилиндри сила с којима смо се до сад бавили, у исти мах и површине једнаког рада или еквипотенцијални цилиндри.

Пертурбације у електромагнетском пољу. — Посматрајмо један уздужни пресек једног електромагнетског поља неке праволинијске струје. Тај ће пресек бити представљен паралелним линијама, које нису ништа друго до пресеци концентричних еквипотенцијалних цилиндара (сл. 44). Ми ћемо, дакле, имати једно лонгитудинално електромагнетско поље, које у осталом може бити и хомогено, ако је задовољена условна једначина:

$$\text{Нл} (\rho_n^2 - \rho_{n-1}^2) = 1.$$



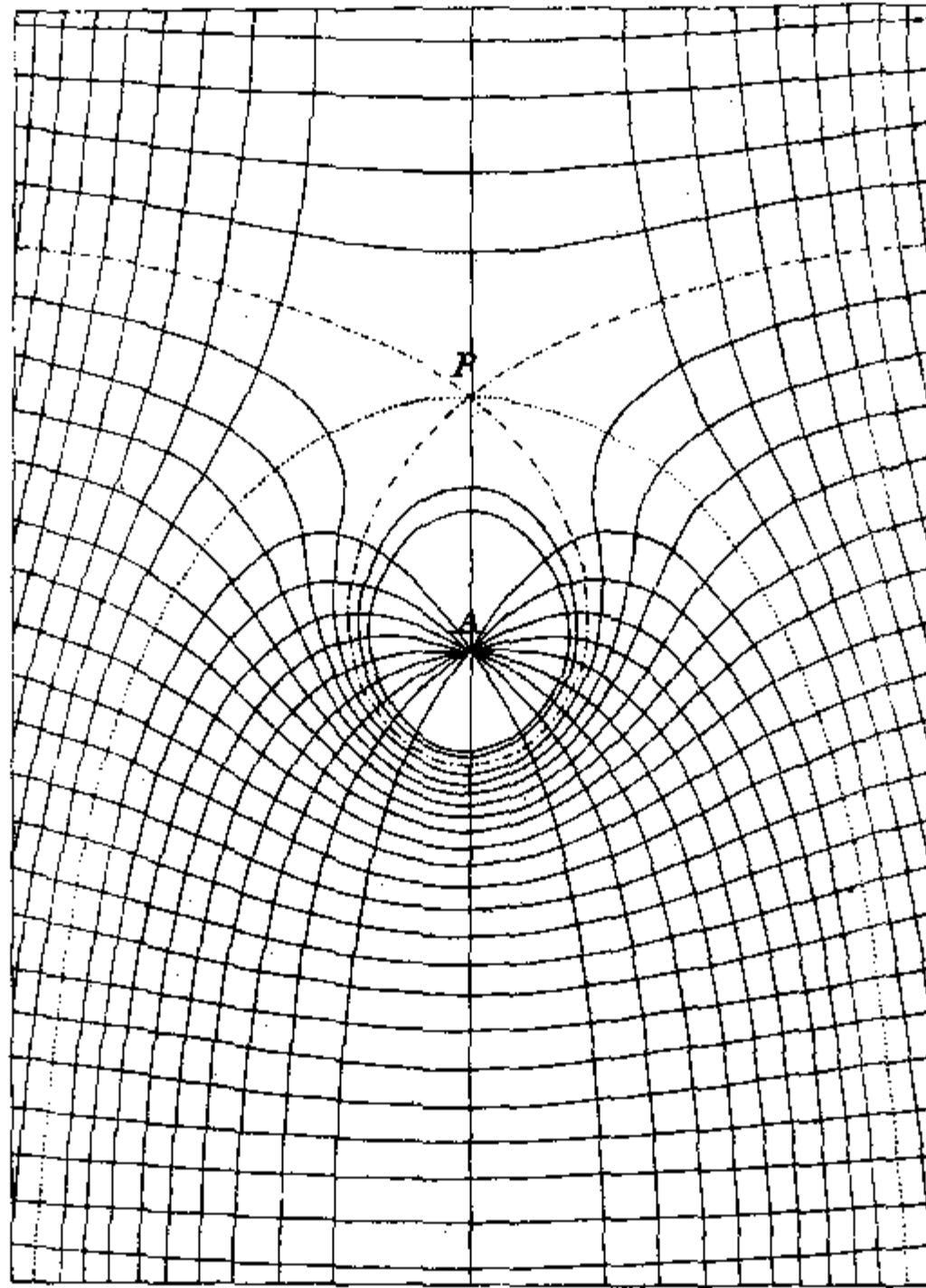
(Сл. 43.)



(Сл. 44.)

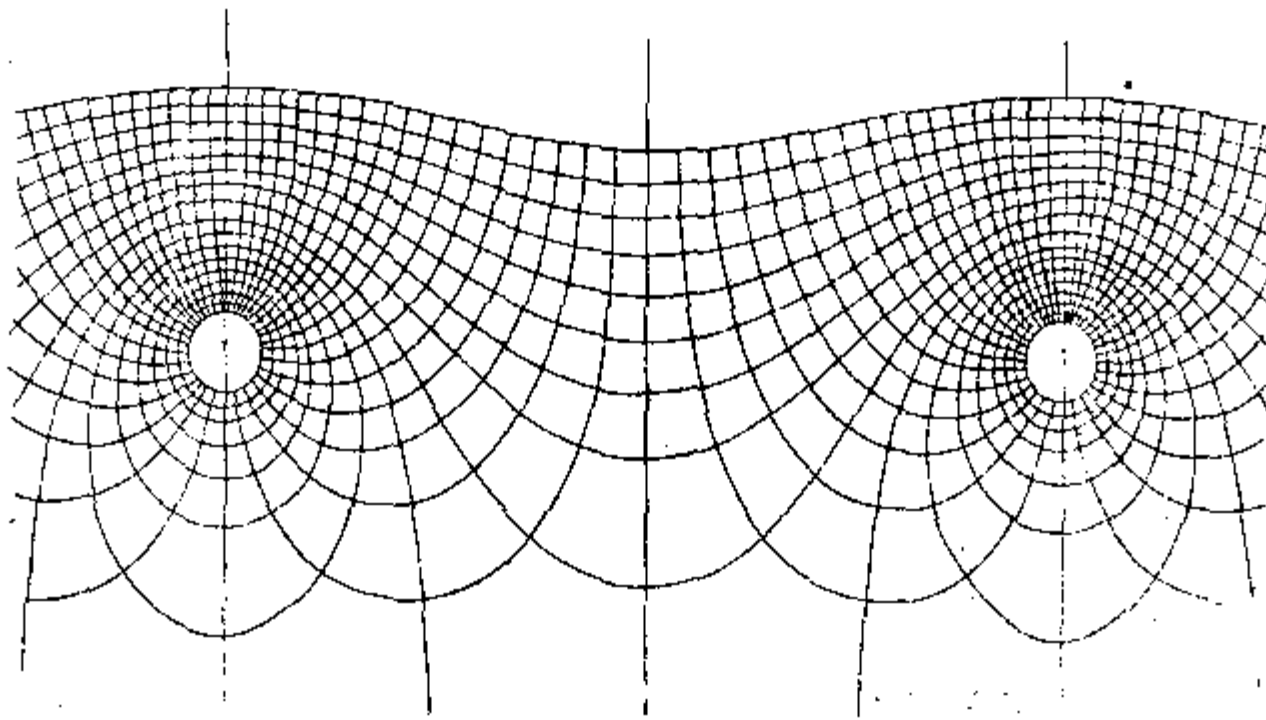
Претпоставимо, да се у оси тога поља налази један пол P , који ће изазвати извесне пертурбације паралелних сила. На слици се види да ће паралелни трагови пресека електромагнетских цилиндара бити поремећени и да је пол десет првих линија сасвим зауставио у њихову току. Блиске се линије непосредно заустављају у полу, а оне, што су мало даље, повијају се више или мање враћају се и заустављају се у маси која их ремети. Још даље линије повијене су такођер према оси и продужују тако поремећене даље од пола свој паралелан ток.

Слика 45. представља други случај пертурбације једнога електромагнетског поља, коју је произвео један пол или једна изолована струја.



(Сл. 45.)

Најзад на слици 46. имамо, по Максвелу, пертурбацију коју су произвела два пола или струје.

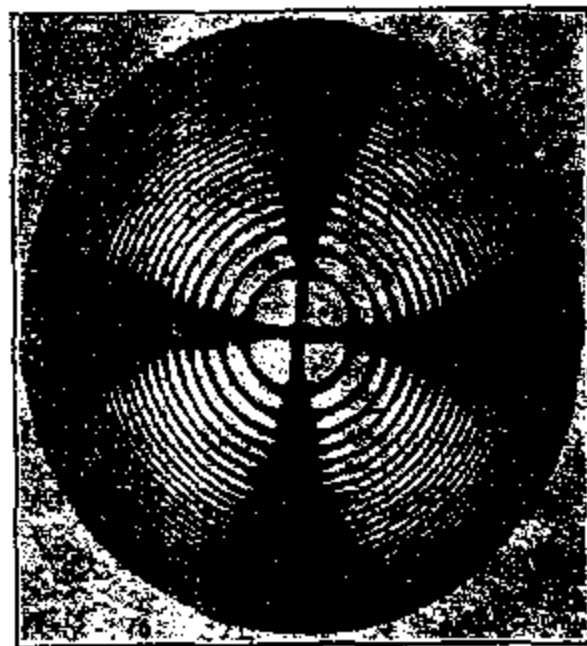


(Сл. 46.)

У Оптичко поље.

Посматрајући извесне појаве у оптици кристала, као на пример интерферентске пруге поларисане светлости, принуђени смо да констатујемо извесне сличности и аналогије између тих појава и оних које смо мало час проучили. И ако нам, с једне стране, стање нашега познавања не допушта за сад да потпуно идентификујемо те појаве, с друге стране, не може се та сличност или аналогија приписати простој случајности. Односи који већ постоје између појава електримагнетских и оптичких позивају нас да проучимо те аналогије изближе, да међусобно упоредимо извесне појаве и да их сведемо ако не на сасвим исте, а оно бар на сличне узроке.

Једноосни кристал и праволинијска струја. — Мало час смо видели како изгледа поље једне праволинијске струје. То „електромагнетско поље“, посматрано у нормалном пресеку на осу струје, показује концентричне кругове којима је средиште у самој оси те струје. „Оптичко поље“ једног једноосног кристала, посматрано у правно на осу између анализатора и поларизатора, показује такођер концентричне кругове са средиштем у оси кристала (сл. 47.). Ако је електрични спроводник изолован од других утицаја, струја која кроз њ протиче образуваће у свом току и око спроводника хомогено поље. Треба да видимо, какво је оптичко поље једнога кристала с једном оптичком осом.



(Сл. 47.)

Проучавајући хомогена аксијална поља, нашли смо да такво једно поље треба да задовољи једначину

$$N\pi\rho^2 = n$$

где је n цео број који одговара посматраној цилиндричној површини а ρ полупречник тога цилиндра; N је интензитет поља. Пошто није

тешко да се измере непосредно полупречници или још боље пречници прстенова једнога кристала у поларисаној светлости, може се одредити природа оптичкога поља, кад се у образац уне у вредности које одговарају разним прстеновима. Ако је поље хомогено, H мора бити константно.

Мерећи непосредно прстенове једне плоче калцита нађене су ове вредности:

$$\rho_1 = 19.5, \rho_2 = 27.5, \rho_3 = 34.0, \rho_4 = 39.0, \rho_5 = 43.0.$$

Према томе је:

$$H = \frac{1}{\pi \rho_1^2} = \frac{2}{\pi \rho_2^2} = \frac{3}{\pi \rho_3^2} \cdot \cdot \cdot = \frac{n}{\pi \rho_n^2}$$

$$= 0.00334; 0.00336; 0.00330; 0.00334; 0.00336.$$

Друга једна плоча калцита дала је ове вредности:

$$\rho_1 = 25.5; \rho_2 = 36.0; \rho_3 = 44.0; \rho_4 = 51.0.$$

Према томе:

$$H = 0.00196; 0.00196; 0.00193; 0.00195.$$

На основу ових података можемо сматрати да је оптичко поље једног једноосног кристала „хомогено поље“.

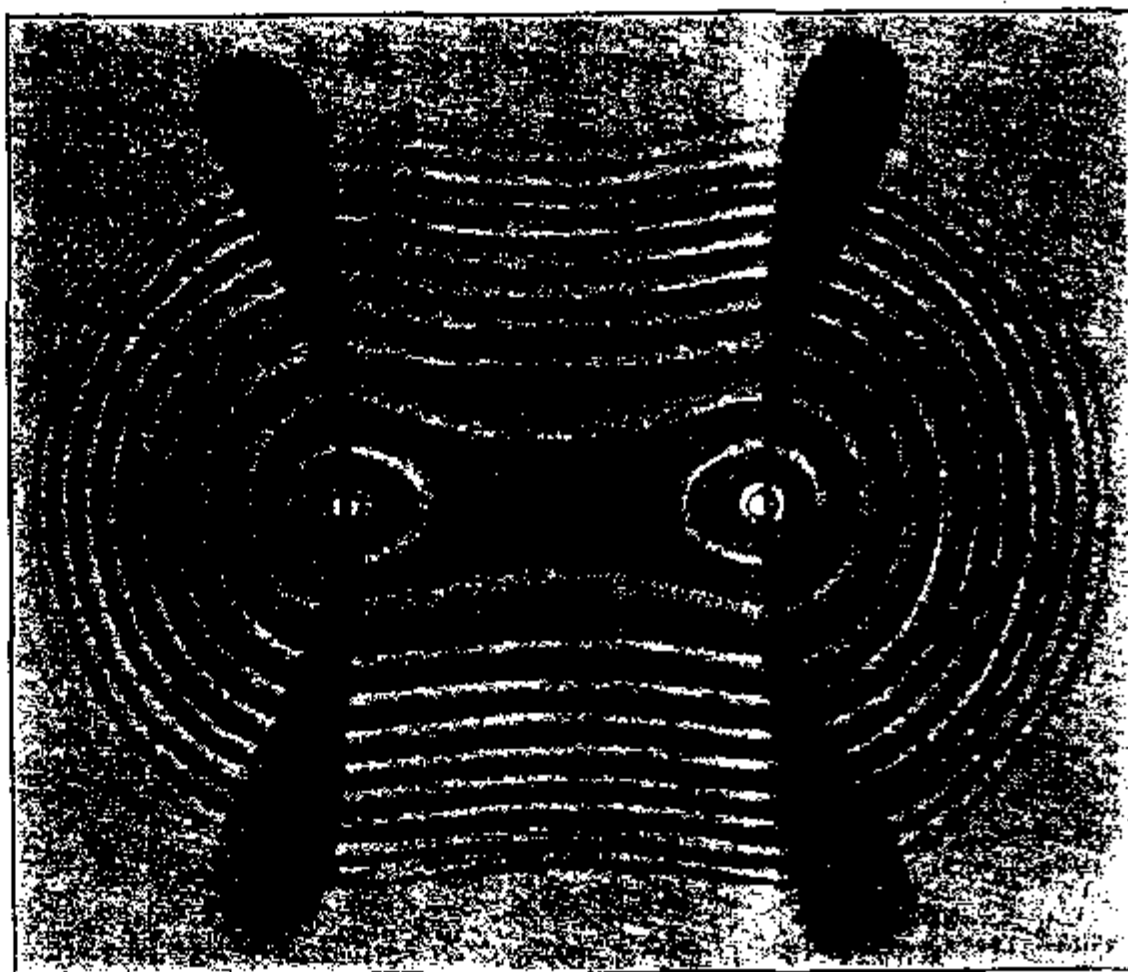
Закон, по коме се јављају обојени прстенови у кристала с једном оптичком осом, познат је одавна. Зна се да квадрати појединих полупречника одговарају низу целих бројева. Међутим, тај исти закон одређује и распоред еквипотенцијалних површина у аксијалном и хомогеном електромагнетском пољу. Према томе излази да за те појаве вреди овај закин:

Закони распореда обојених прстенова у једноосним кристалима као и еквипотенцијалних површина у аксијалном и хомогеном електромагнетском пољу исти су.

Има још једна појава која прати обојене прстенове једноосних кристала; то су *неутралне линије* које просецају оптичко поље у облику крста, који може бити црн, бео или сив. Појава извесне врсте крста зависи од положаја поларизационих равни; али ма какав био крст који се јави у оптичком пољу, његови делови секу управно обојене прстенове. Из тога излази, да се неутралне линије једног кристала с једном оптичком осом владају према обојеним прстеновима онако исто као што се владају линије сила према еквипотенцијалним површинама или линијама. Према томе, неутралне линије једног једноосног кристала су једна врста *оптичких линија сила*. Оне се разли-

кују од осталах линија сила, на пр. магнетских, у томе, што се не виде једновремено по целом пољу, већ само делимично, и не јављају се увек на исти начин, пошто су час црни, бели или сиви.

Кристал са две оптичке осе и две праволинијске и укрштене електричне струје. — Видели смо какви су пресеци које добивамо код две праволинијске укрштене струје; видели смо да су те струје омотане цилиндричним површинама или цилиндрима сила, да се ти цилиндри узајамно секу близу тачке укрштања струја, утичући једни на друге. Један пресек на оном месту, где обе струје узајамно дејствују једна на другу, изведен нормално на бисектрису угла обеју струја, показује сл. 42, L. На против сл. 48. показује нам изглед оптичког поља једног двоосног кристала сеченог управно на средњу линију његову. Сличност је сувише очевидна, да би је требало још нарочито истицати. Ми само истичемо ради упоређења, са сликом 42. која показује пресеке цилиндара сила у електромагнетском пољу двеју укрштених струја исту слику којом Пела (Pelat) показује код двоосних кристала три изохорматичне површине које одговарају трима разним вредностима за δ као и пресек R површине једном равни управном на бисектрису оштрог угла између оптичких оса.



(Сл. 48.)

Из тога се види да је коинциденција потпуна између оптичких појава једног двоосног

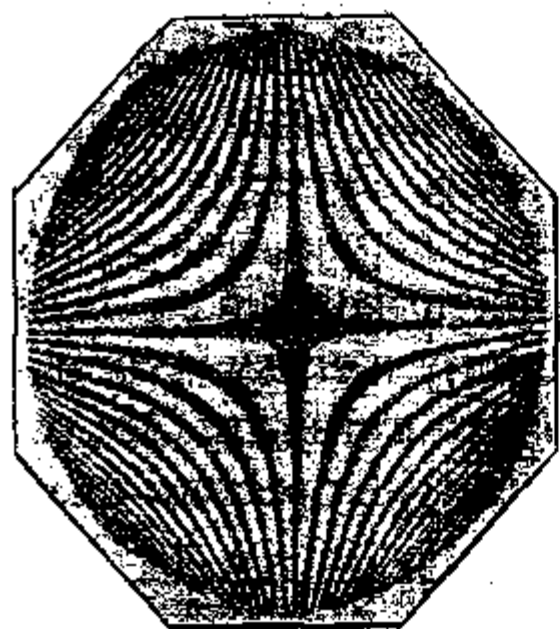
кристала и појава у електромагнетском пољу двеју струја, кад се оне посматрају у пресеку управном на бисектрису или на средњу линију. Да испитамо још укратко појаве, које се виде у пресецима паралелним с равнином оса, било оптичких било електричних.

Познато је да једна плоча двоосног кристала, сечена паралелно са равни оптичких оса или, краће, плоча паралелна оптичким осама, посматрана између анализатора и поларизатора, показује линије које су равностране хиперболе (сл. 49.). У електромагнетизму налазимо сличне линије у пресеку цилиндара сила, паралелно укрштеним струјама. Експериментално добивамо те линије у магнетском пољу, које дају четири наизменично укрштена пола (сл. 50.).

Проучимо најзад неутралне линије, које виђамо у оптичком пољу двоосног кристала. Као што се види на горњој сл. 48., кроз поље про-

лазе две неутралне линије, које могу бити црне, сиве или беле. Пратећи ток тих линија види се, како оне секу нормално лемнискате поља, те према томе имају главну особину линија сила електромагнетских.

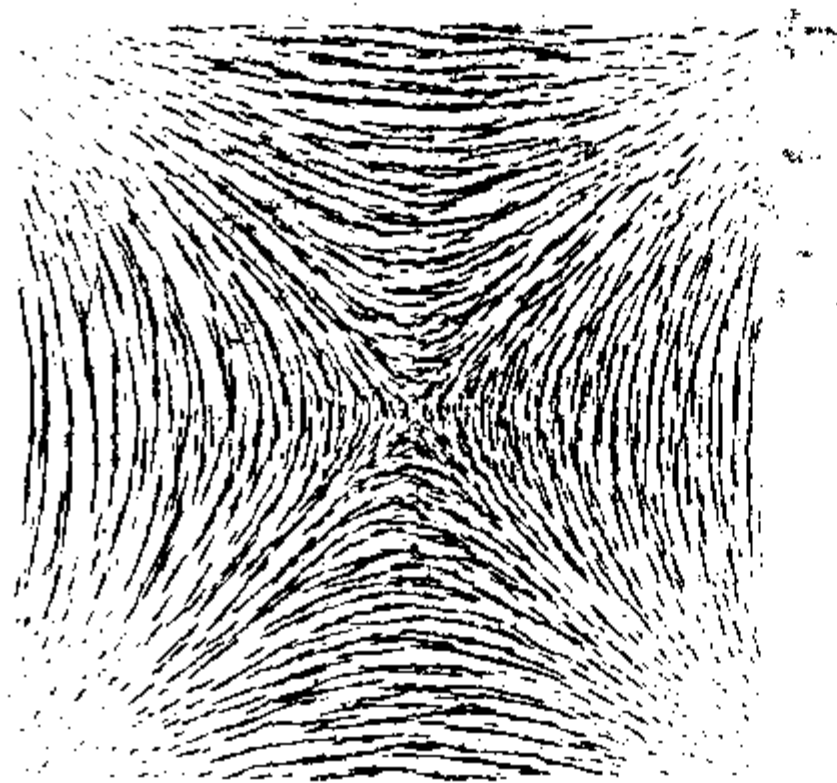
Неутралне линије једног двосног кристала изгледају као на сл. 48. само за извесан одређени положај поларизационих равни анализатора и



(Сл. 49.)

поларизатора. Кад се промени угао тих двеју равни, или кад се окреће кристална плоча не дирајући анализатор и поларизатор, види се да те линије мењају своје положаје, задржавајући свој геометријски облик и пролазећи увек кроз оба пола тога поља (сл. 51.). У извесном, оптички одређеном случају те неутралне линије изгледају као крст (сл. 52.), који пролази кроз два пола.

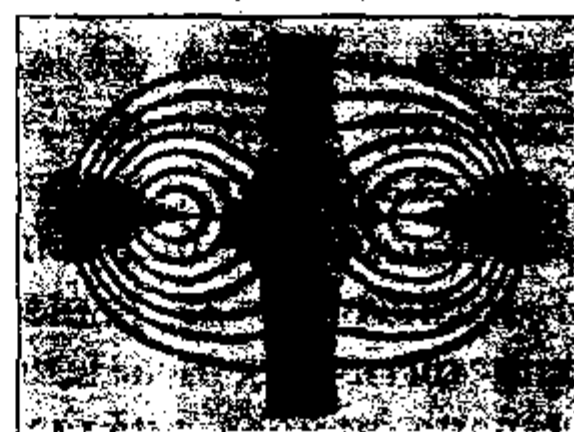
Таква је оптичка појава једног двоосног кристала. Упоредимо то с линијама сила једног биполарног електромагнетског поља истога смисла. Слика 53. представља нам такво поље. Ова је слика израђена према сл. 34, с том само разликом, што сада линије сила чине главни део слике. Упређујући неутралне оптичке линије са електромагнетским линијама сила, види се да положај неутралних линија на сл. 48. одговара двема линијама силе 00, 00, слике 53. Променивши оптичке погодбе, неутралне се линије премештају, и то премештање



(Сл. 50.)



(Сл. 51.)



(Сл. 52.)

одговара положајима линија сила 11', 22' и т. д. сл. 53., тако да, обрћући кристалну плочу или анализатор, угледамо наизменце све линије сила. У извесном положају појави се црни крст који није састављен из две линије укрштене под правим углом, већ је то пре један снап (укрштених) линија сила, ограничен гранама хиперболским означеним

под бр. 3 на сл. 53. И пошто те хиперболе, као и све друге, пролазе кроз полове поља, одговарајући делови крста своде се приближно на тачке у тим местима.

На основу свију ових посматрања можемо извести ове закључке: 1) да оптичко поље једног једноосног или двоосног кристала одговара једном једнополном или двополном електромагнетском пољу; 2) да изохроматичке оптичке линије одговарају електромагнетским еквипотенцијалним линијама и 3) да су неутралне линије једна врста линија сила које се сукцесивно виде по целом оптичком пољу.

Изохроматичке и изопотенцијалне површине. — Бертен је покушао да представи све ове појаве, које смо видели код једноосних и двоосних кристала таквим површинама, да њихови пресеци одређеним равнима представе одговарајуће изохроматичке криве. Те је површине он назвао *изохроматичке површине*. Те су површине карактерисане сталном путном диференцијом Δ , тако да кад означимо са ρ_1 и ρ_2 брзине простирања два светла знака у два различита правца, добијемо:

$$\Delta = C \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) = m\lambda.$$

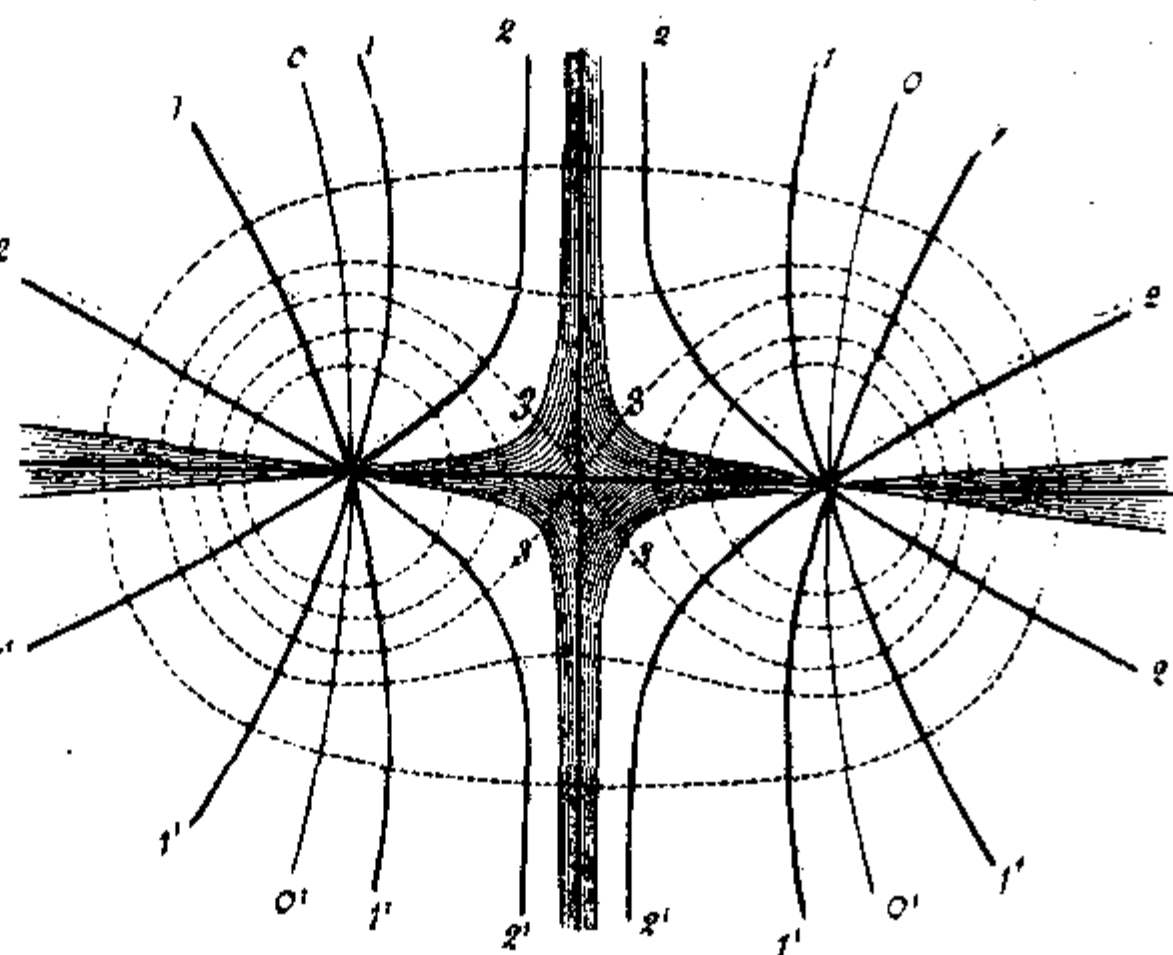
једначину једне изохроматичке површине $m^{\text{ог}}$ реда (C је извесна константа).

С друге стране, рад, који ће произвести јединица масе у неком извесном пољу M , прелазећи с површине полупречника ρ_2 у површину полупречника ρ_1 , дат је основном једначином за потенцијал:

$$V = M \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right)$$

Кад V буде стално, горња једначина представља површину истога рада или једну *еквипотенцијалну површину*.

Обе су једначине по свом облику, као и по своме значају, исте природе као и изопотенцијалне површине у електромагнетским појавама.



(Сл. 53).

VI Ћелијчно поље.

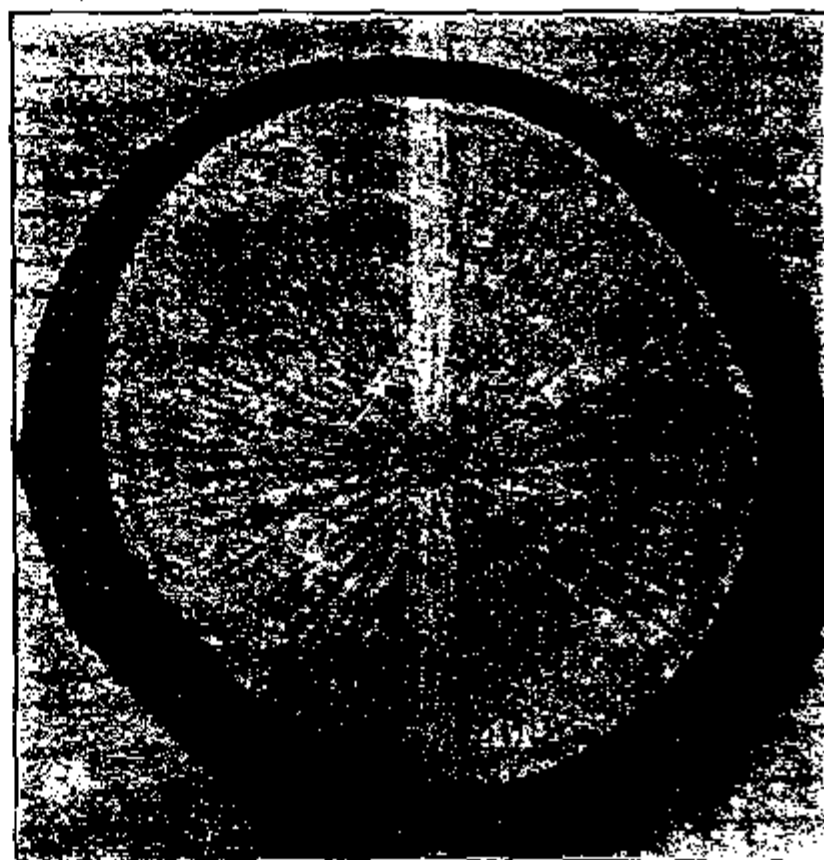
Има појава у природи, које сваки познаје и за које нико не тражи законе из тог простог разлога, што држи да су то случајне појаве и да се не владају ни по каквом закону. У ту врсту појава долазе, између осталих, они разни системи линија, које се виђају на израђеним даскама разног дрвета, цртежи или слике које долазе од разних нагомилавања или разне природе ћелија од којих су састављени. Зна се само, да те слике, иначе врло различите, означавају приближно старост једног дрвета својим бројем на једном попречном пресеку, где се јављају као више или мање правилни концентрични кругови. Али кад се ствар тиче њихова тока дуж целог дрвета, њихових разних облика које нам показују у уздужним пресецима, сваки је држао, да је то предмет без икаква научна значаја, те се нико није тиме ни бавио. Ми ћемо, међутим, видети да све те линије, час праве час искривљене, нису ништа друго до пресеци еквипотенцијалних површина или трагови линија сила које се сада јављају у ћелијчним пољима.

Ћелијчно поље. — У свакој биљци или дрвету циркулише једна врста струје, која као и електрична струја образује по целом свом току једно поље, које ћемо назвати *ћелијчним пољем*, јер се ћелије по њему распоређују. Да би ствар била јаснија, узећемо да та струја иде правцем осе дрвета и нећемо истраживати да ли то поље ствара струја сокова који се пењу или силазе, или каква права електрична струја (јер изгледа да има појава који упућују на циркулацију електрицитета у извесним биљкама). У дрвету које нема грана имамо праволинијску струју; код прве гране струја се рачва и циркулише како кроз дрво тако и кроз гране (ма колико их било) увек у истом смислу. Сваку грану карактерише један чвор у главном стаблу. Према томе се чвор може сматрати као извор једне секундарне струје. Упореден с појавама електромагнетским, чвор игра улогу једне струје, једнога пола или једне електричне или магнетне масе.

Обично само једна струја циркулише по дрвету или биљци, и ми имамо онда поље с једном осом. Дешава се, међутим, да кроз биљку циркулишу две или више паралелних струја истог смисла. Такве ће

струје ообразовати поље са две или више оса, и ми ћемо видети мало даље, по каквим се знацима могу таква поља распознавати.

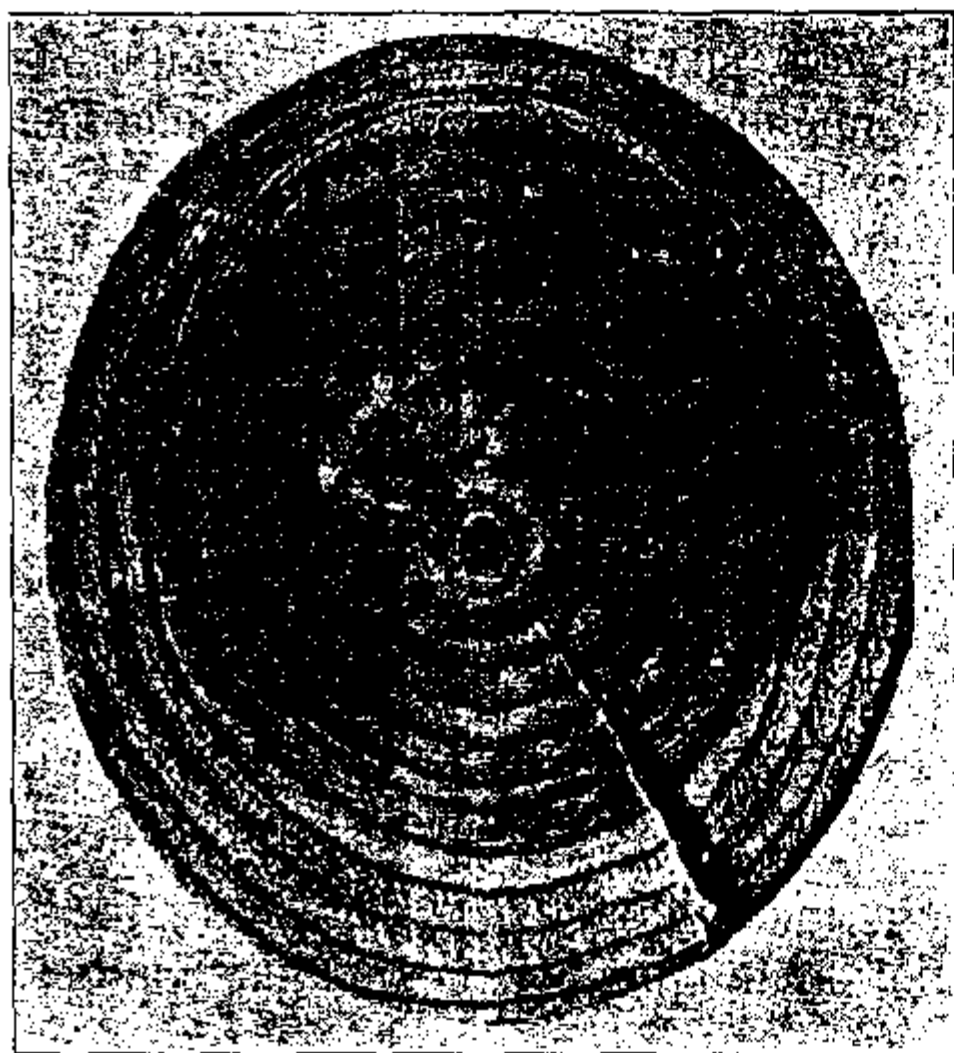
Линије сила и екипотенцијалне површине. — У магнетском смо пољу могли експериментом констатовати (гвозденим опиљцима) само линије сила; магнетске екипотенцијалне површине се не виде. У ћелијном пољу можемо на извесним биљкама или дрвећу видети само линије сила, на другима само екипотенцијале површине. Има, међутим, дрвећа, код којих се на истом пресеку виде у исти мах трагови оба та елемента, као што их има где се не виде ни линије сила ни екипотенцијалне површине.



(Сл. 54.)

Ћелијно поље једнога дрвета или биљке са својим линијама сила и екипотенцијалним површинама може се упоредити с пољем једне праволинијске електричне струје. Тамо као и овде налазимо на нормалном

пресеку на осу, концентричне кругове, који по целој дужини дрвета или струје дају цилиндричне површине; то су екипотенцијалне површине. Линије сила, излазећи из осе дрвета показале се где се то у опште види) као зраци и биће увек нормалне на горњим површинама.



(Сл. 55.)

Слика 54 показује нам репродукцију једне фотографије нормалног пресека на осу једне ротиве. Ту се нарочито виде линије сила. Идентичност ових ћелијних линија сила са онима које смо добили гвозденим опиљцима код једног магнетног пола (сл. 15 и 16) нарочито пада у

очи. Сл. 55. показује на попречном пресеку једног јеловог дрвета ток екипотенцијалних површина које се овде саме виде.

Хомогено ћелијно поље. — Једно магнетско или електрично поље образује се у целом свом пространству у оном тренутку кад се појави

дејствујућа сила. Једна електрична струја образује своје поље у исто доба док протиче. По себи се разуме да ће се делови на које ове силе дејствују, поређати на пр. тако, да покажу хомогено поље, ако друге стране силе то стање не промене.

То се исто не може рећи за хелијчно поље; то се поље не образује од једанпут. На против образовање хелијчног поља траје врло дуго, више недеља и месеци, а најчешће и више година. У једном се дрвету на пр. образује сваке године само једна еквипотенцијална површина, и ако на каквом пресеку нађемо десет или двадесет тих површина, сигурни смо, да је образовање тога поља трајало десет или двадесет година. Према томе, да једно поље те врсте буде хомогено, треба да сила или струја, која то поље ствара буде константна. То ће рећи да сваке године, онај пресек који се налази између два прстена, буде исти. Јер смо видели да за једно хомогено поље мора постојати ова једначина:

$$H (\pi r_n^2 - \pi r_{n-1}^2) = I.$$

Кад се помисли на промене температуре, влаге, светлости и других климатских услова, од којих зависи растење једне биљке или дрвета, онда се по себи разуме, да се не може очекивати да кроз једно дрво за све време његова живота протиче константна струја, која ће образовати хомогено поље. Због тога, кад испитамо један пресек еквипотенцијалних цилиндара једнога дрвета, видећемо, да ће цилиндри бити концентрични, али однос њихових пречника у највише случајева неће бити сразмеран квадратном корену њихових редних бројева.

Да бисмо имали појма о ређању цилиндарских површина у једном хелијчном пољу, узећемо, између многих посматраних примера, овај случај. На нормалном пресеку на осу једног јеловог дрвета од једно тридесет година мерили смо пречнике концентричних кругова, па смо нашли:

$d_1 = 7^{\text{mm}}$	$d_6 = 39^{\text{mm}}$	$d_{11} = 69^{\text{mm}}$
$d_2 = 13 \text{ »}$	$d_7 = 45 \text{ »}$	$d_{12} = 74 \text{ »}$
$d_3 = 19 \text{ »}$	$d_8 = 51 \text{ »}$	$d_{13} = 80 \text{ »}$
$d_4 = 26 \text{ »}$	$d_9 = 57 \text{ »}$	$d_{14} = 85 \text{ »}$
$d_5 = 33 \text{ »}$	$d_{10} = 63 \text{ »}$	$d_{15} = 90 \text{ »}$

Служећи се горњим обрасцем, можемо одредити интензитет хелијчнога поља, који одговара свакој цилиндричној површини. Заменом горњих вредности налази се:

$H_1 = 0.0263$	$H_6 = 0.0050$	$H_{11} = 0.0029$
$H_2 = 0.0150$	$H_7 = 0.0044$	$H_{12} = 0.0028$
$H_3 = 0.0106$	$H_8 = 0.0039$	$H_{13} = 0.0026$
$H_4 = 0.0076$	$H_9 = 0.0035$	$H_{14} = 0.0025$
$H_5 = 0.0058$	$H_{10} = 0.0032$	$H_{15} = 0.0025$

Из тога се види да хелијчна сила није константна и да њено поље није хомогено. Али се види у исти мах, да растењем дебљине дрвета варијације силе онадају и, почев од извесне вредности, може се рећи да је сила постала скоро константна.

Ова тенденција хелијчне силе, да постане константна и да створи хомогено поље, још се боље види на већем броју концентричних цилиндера, које смо посмотрили и измерили на попречном пресеку једног чамовог стабла:

$d_1 = 6^{\text{mm}}$	$d_9 = 60^{\text{mm}}$	$d_{25} = 167^{\text{mm}}$
$d_2 = 11 \text{ »}$	$d_{10} = 67 \text{ »}$	$d_{30} = 198 \text{ »}$
$d_3 = 18 \text{ »}$	$d_{11} = 73 \text{ »}$	$d_{35} = 226 \text{ »}$
$d_4 = 25 \text{ »}$	$d_{12} = 80 \text{ »}$	$d_{40} = 246 \text{ »}$
$d_5 = 32 \text{ »}$	$d_{13} = 85 \text{ »}$	$d_{45} = 261 \text{ »}$
$d_6 = 39 \text{ »}$	$d_{14} = 91 \text{ »}$	$d_{50} = 275 \text{ »}$
$d_7 = 46 \text{ »}$	$d_{15} = 97 \text{ »}$	$d_{55} = 288 \text{ »}$
$d_8 = 53 \text{ »}$	$d_{20} = 130 \text{ »}$	$d_{60} = 300 \text{ »}$

Вредности хелијчних сила, које из ових бројева излазе, ове су:

$H_1 = 0.0354$	$H_9 = 0.0032$	$H_{25} = 0.0011$
$H_2 = 0.0210$	$H_{10} = 0.0028$	$H_{30} = 0.00097$
$H_3 = 0.0118$	$H_{11} = 0.0026$	$H_{35} = 0.00087$
$H_4 = 0.0082$	$H_{12} = 0.0024$	$H_{40} = 0.00084$
$H_5 = 0.0062$	$H_{13} = 0.0023$	$H_{45} = 0.00084$
$H_6 = 0.0050$	$H_{14} = 0.0021$	$H_{50} = 0.00084$
$H_7 = 0.0042$	$H_{15} = 0.0020$	$H_{55} = 0.00084$
$H_8 = 0.0036$	$H_{20} = 0.0015$	$H_{60} = 0.00084$

Ове цифре показују, како хелијчна сила, у почетку прилично јака, постуино опада и после двадесете године може се сматрати као приближно константна. Та је сталност потпуна за последњих двадесет година. Тај се факат лако објашњава на овај начин. Растењем дебљине дрвета расте и број и јачина његових грана и корена који, онда регулишу циркулисање силе у стаблу.

Да бисмо имали јаснији појам о варијацији хелијчне силе, ми ћемо представити графички горње податке и конструисаћемо *крмбу хелијчне силе*. Преносећи по апсцисној оси редне бројеве посматраних цилиндера, а по ординатној одговарајуће вредности хелијчне силе, добивамо крмбе представљене на слици 56. Крива линија *A* одговара вредностима другог примера, а *B* је нацртана вредностима првог примера.

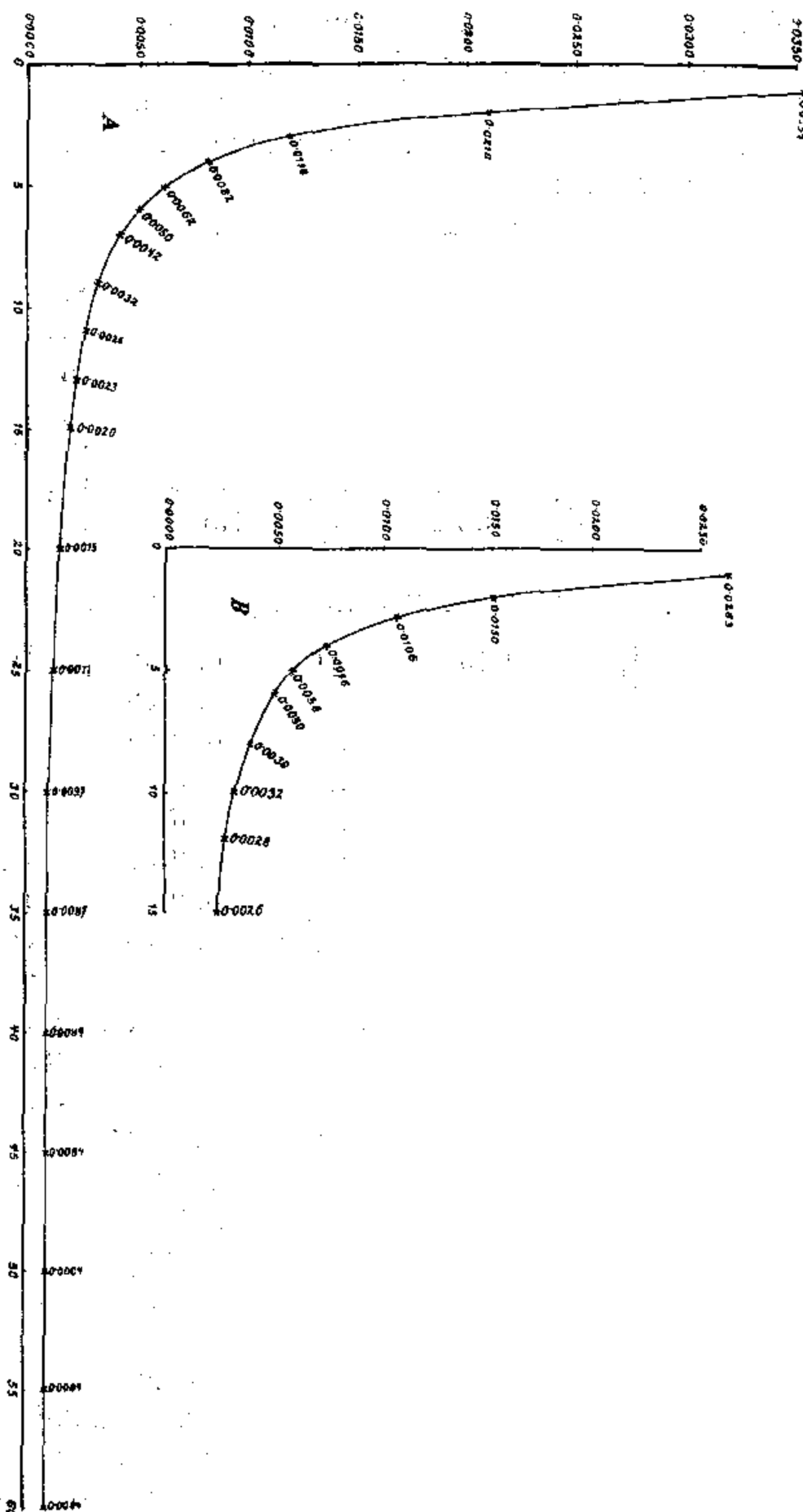
Као што се види, из свега тога може се рећи, да хелијчна сила ствара хелијчно поље, које се делимично може сматрати било приближно било потпуно као хомогено.

Биполарно хелијчно поље. — Појава хелијчних линија сила које смо до сада проучавали долазила је од дејства само једне струје (или

пола. Ми смо констатовали њену идентичност са истим дејством, које смо нашли у елекромагнетизму. Сад ћемо да видимо како се јављају линије сила и еквипотенцијалне површине, кад имамо две струје или пола.

У нашем проучавању ових појава свуда, где смо констатовали егзистенцију двеју или више струја, оне су у опште биле истога знака или смисла. До тога смо резултата дошли на основу изгледа хелијчних линија сила и еквипотенцијалних површина, посматраних на разним пресецима биљака и дрвећа.

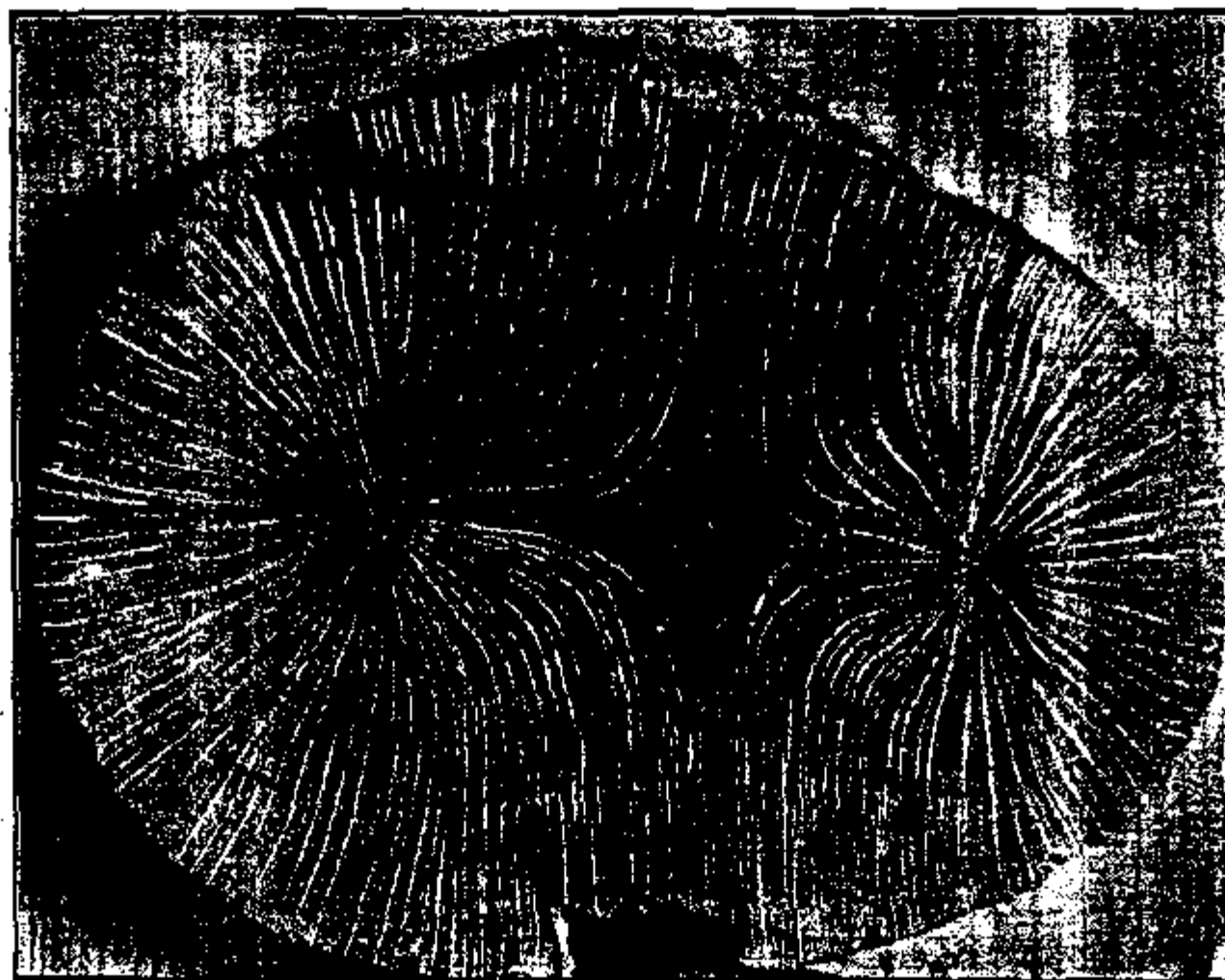
Познато нам је да се изглед линија и површина, посматраних у елекромагнетизму мења према томе, да ли су оба пола или струје истог интензитета или не. У првом случају линије се сила одбијају истом снагом од сваког пола и теку симетрично према средњој линији (види сл. 21, 34.) Сл. 57 показује нам исти распоред хелијчних линија сила два пола или двеју струја, очевидно истог смисла, нађен на пресеку једног растовог дрвета.



(Сл. 56).

Што се тиче полова истоимених, али разних интензитета, опомињемо само на сл. 35., теоријски нацртану за два електрична пола. На против, наше сл. 58. и 59. показују нам скоро исте распоред хелиј-

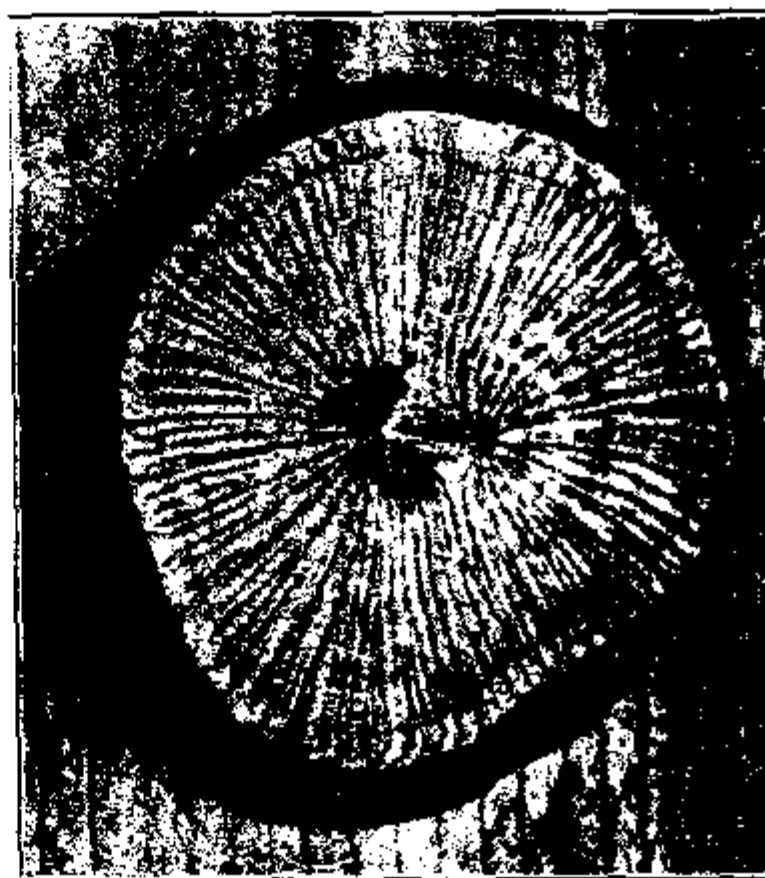
чних линија сила два пола који се виде један на пресеку једне роткве а други на пресеку растовине. Однос два електрична пола био је као 1 : 4; разни нагиби ових хелијчних линија показују да разлика ин-



(Сл. 57.)

тензитета ова два пола није иста. Али, остављајући на страну бројне вредности, ми видимо једну манифестацију идентичности између хелијчних сила у сасвим разним биљкама и електромагнетских сила у одговарајућем пољу која много пада у очи.

Према објашњењу које смо изнели за гранање струја у дрвећу и гранама, видели смо, да су хелијчне сурује истога смисла и да према томе треба да даду поље слично ономе које даје једна разграната електрична струја. Наша сл. 60. показује нам такво поље, посмотрено неколико сантиметара изнад рачвања једног растовог дрвета. Кад видимо ову слику и кад се сетимо онога што је речено о пољу једне разгранате струје, констатоваћемо да су сви детаљи, описани тамо, из-

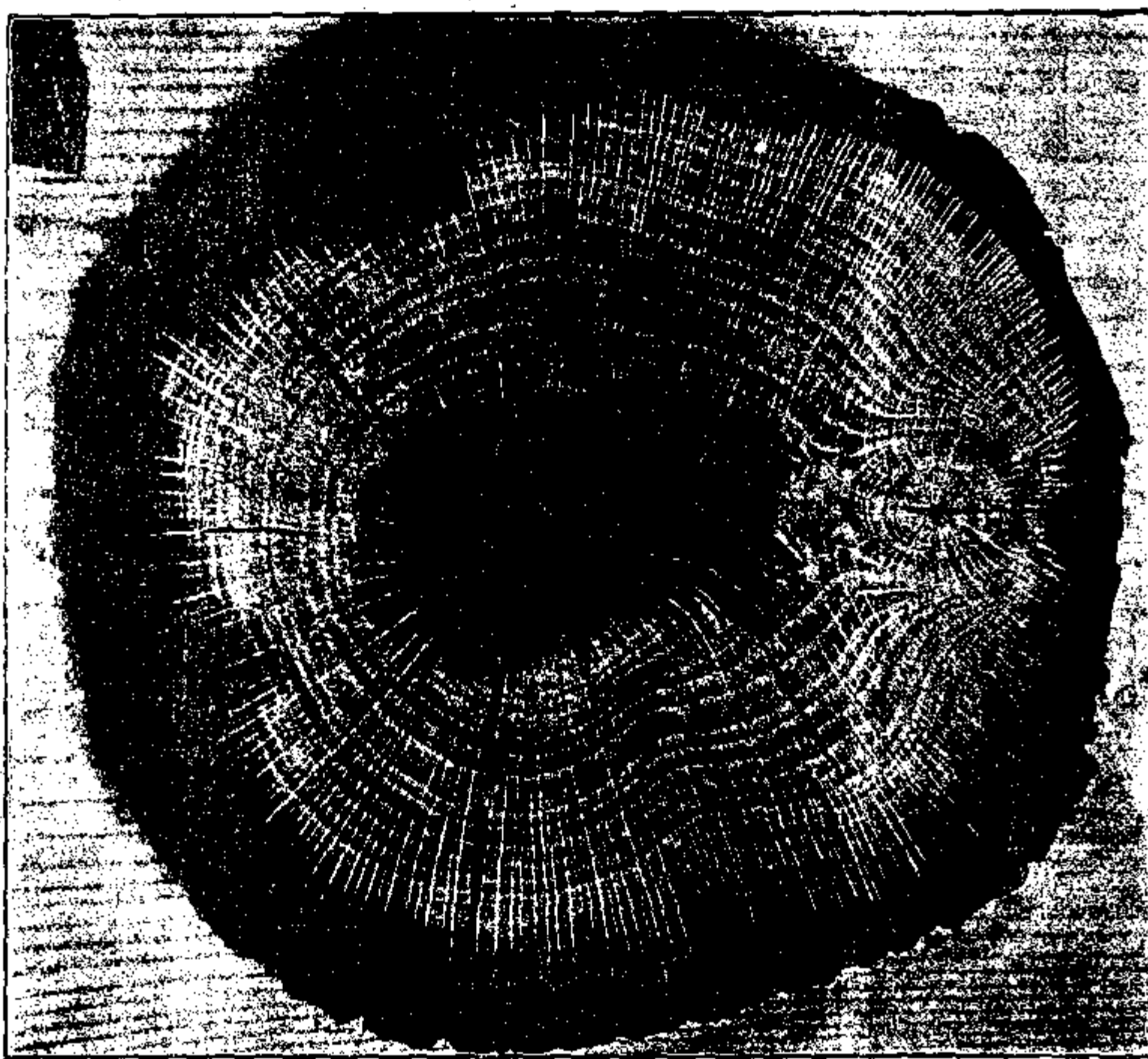


(Сл. 58.)

ведени овде. Јер овде налазимо у ствари еквипотенцијалне површине најпре затворене око сваког пола, па прешав кроз лемнискате заузму најзад облик контуре дрвета. Затим се виде линије сила врло добро

развијене како пресецају нормално еквипотенцијалне линије. Једном речи, ми налазимо овде једно потпуно биполарно поље, једно поље које је нацртала сама природа и сасвим једнако с пољем које смо у електромагнетизму нацртали теоријски.

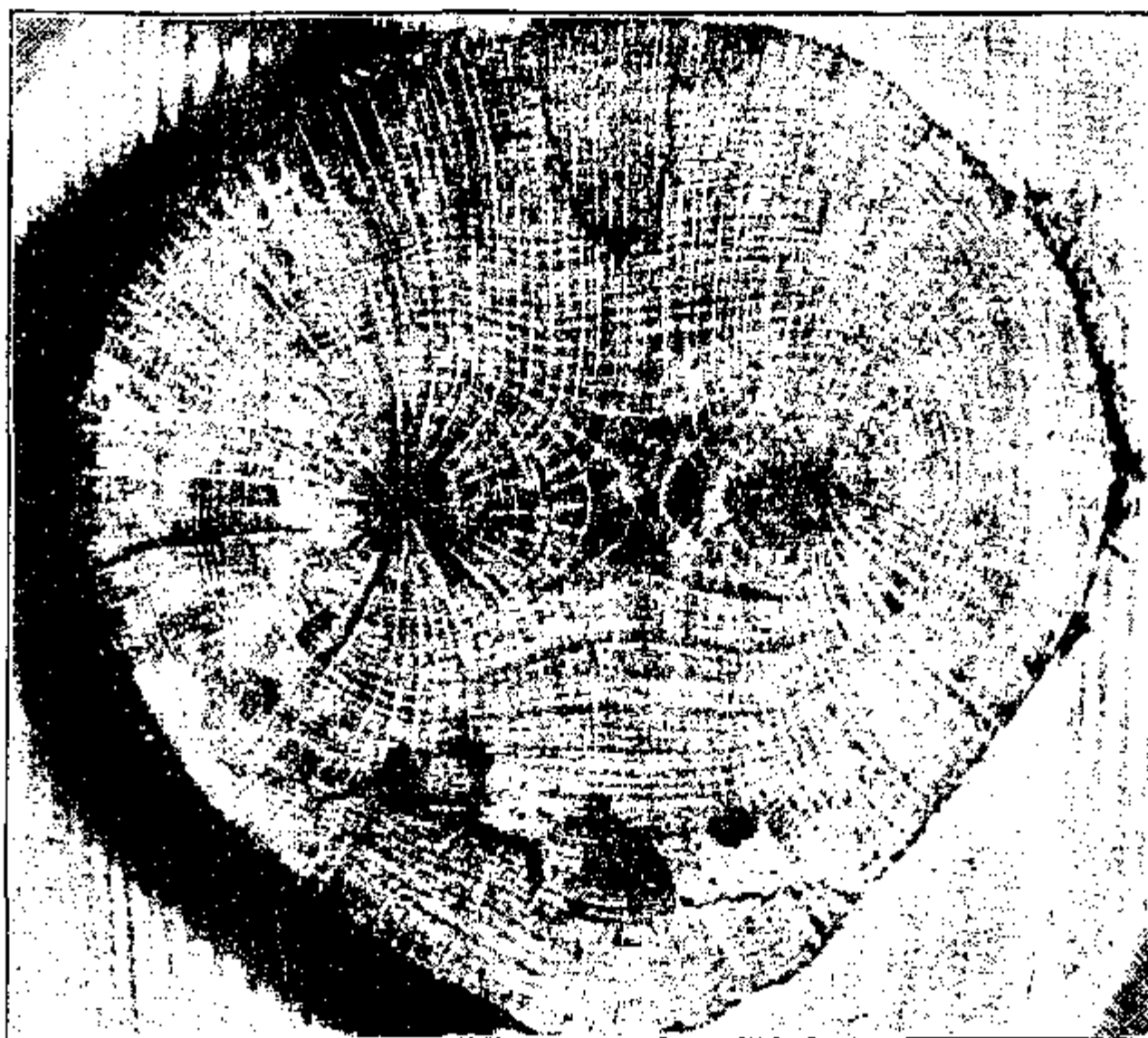
Наша слика 61. представља један још сложенији случај. Овде имамо две групе по два пола и сваку групу развијену независно по истим законима као горе; најзад су обе групе омотане заједничким линијама која све скупа дају једну целину, врло интересантну с теоријског гледишта.



(Сл. 59.).

Пертурбације хелијчног поља. — Као и сва остала поља, тако исто и хелијчно поље може бити на један или други начин поремећено. У сваком дрвету има много узрока који ремеће паралелан ток његових еквипотенцијалних линија и принуђују их на један или други начин, час да се збију, час да се растуре. И ако изгледа на први поглед, да та ремећења постају случајно, и да се врше без икаква правила, ми можемо још сада рећи, да се те пертурбације врше по оним истим законима, које смо нашли у електричним и магнетским пољима.

Чворови су главни узрок ремећења хелијчних поља. Раније је напоменуто, да сваки чвор, имајући улогу корена једне гране; и сма-



(Ca. 60.)



(Ca. 61.)

трајући се као извор једне секундарне струје, може се сматрати као струја, пол или маса електрична или магнетна, унесена у поље. Ако је тако, ми треба да нађемо у пертурбацијама хелијчних поља од стране чворова, исте појаве, које смо већ нашли и проучили у пертурбацијама магнетских и електричних поља изазваних одговарајућим масама.

Кад се испита попречни пресек једнога чвора, види се читав низ концентричних колутава, који нису ништа друго до пресеци цилиндара истих потенцијала који омотавају осу чвора. То показује, да чвор заиста представља једну нарочиту струју, која има засебно поље, и која ће дејствовати на линије сила и екипотенцијалне површине поља у коме се налази. То дејство међутим није сувише разнолико и може се изрећи на овај начин:

Један чвор, који се налази у једном хелијчном пољу, апсорбује неке линије сила и екипотенцијалне површине тога поља, које теже да прођу кроз њега и које су у његовој близини, а неке принуђава (до извесе границе) да следују току његових сопствених линија и површина.

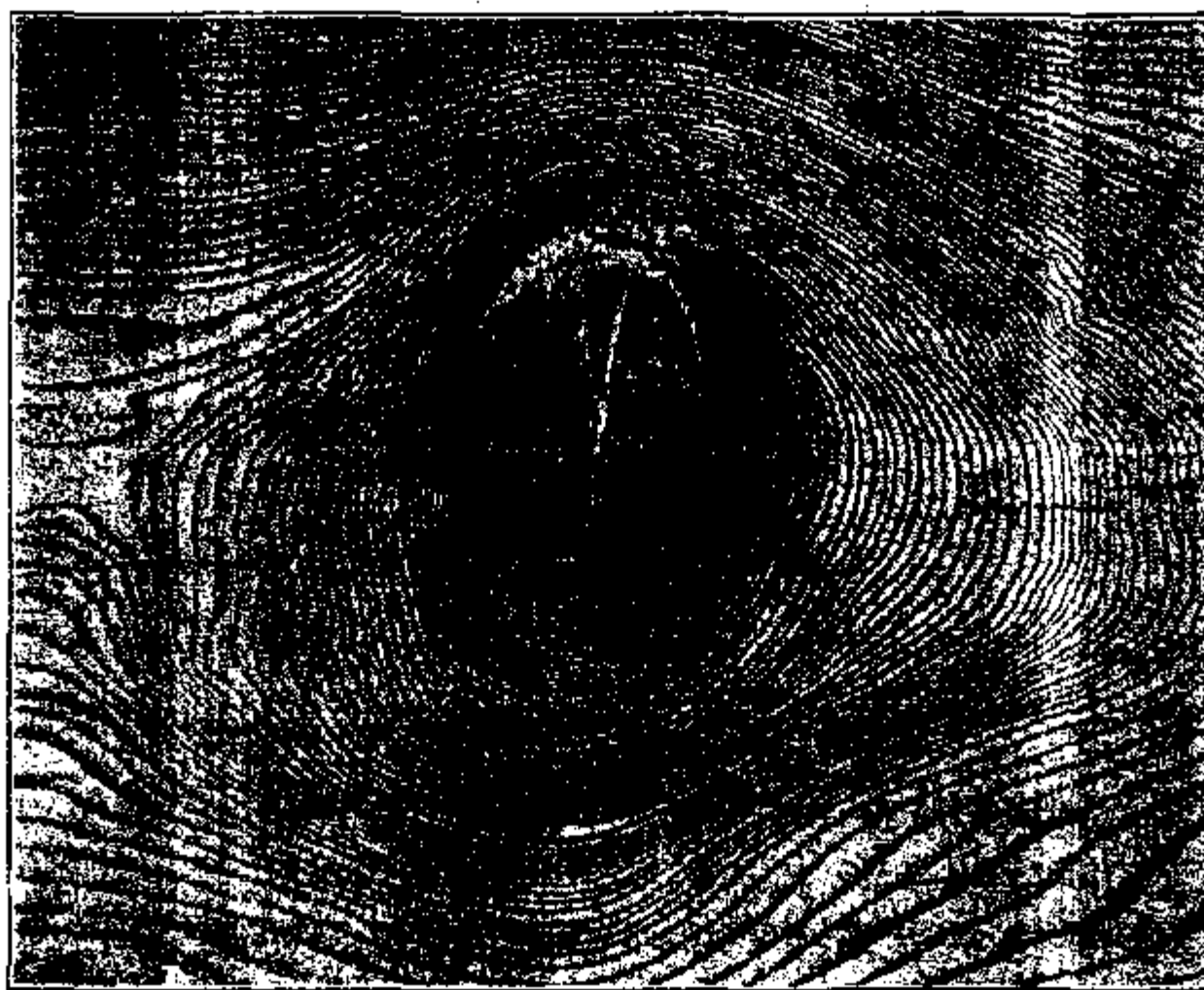
Ослањајући се на податке које смо проучили у ранијим пољима, могло би се ово правило генерализовати за сваки центар пертурбације, који се налази у каквом магнетском електричном или другом пољу.

Видели смо напред како један комад гвожђа, кад се нађе у магнетском пољу и постане на тај начин магнетна маса (индукцијом) апсорбује линије сила (види сл. 13.). Исто то ради један гвоздени цилиндар у хомогеном магнетском пољу (види сл. 14.). На слици 45, видели смо пертурбацију једног поља изазвану полом или електричном струјом истог имена. Ми видимо свуда извесан број линија апсорбованих, уведених у саму дејствујућу масу; друге пак линије обилазе око те масе и прилагођавају се до извесне даљине правцима које дају линије саме те масе.

Да видимо сад како то бива у хелијчном пољу. На сл. 62. имамо јаку пертурбацију, коју је изазвао један чвор у хелијчном пољу. Ту се види како је дејство чвора на линије поља тако велико, да су линије поља биле принуђене да сасвим напусте свој нормални ток и да се затворе око чвора до на даљину која је четири до пет пута већа од њега. На сл. 63. имамо други такав случај. Ту се јасно види ток линија чвора као и тенденција тока линија поља. Почев од извесног места, линије поља губе се у линије чвора; оне су ту апсорбоване; друге пак линије поља следују линијама чвора и збијају се око њега, обилазећи ближе или даље око њега. По величини тога обилажења може се у осталом судити о интензитету пертурбационе силе чвора.

На сл. 64. и 65. видимо пертурбације, која нас по свом општем изгледу потпуно опомињу на сличну пертурбацију изведену у електромагнетском пољу и представљену теоријски на сл. 45.

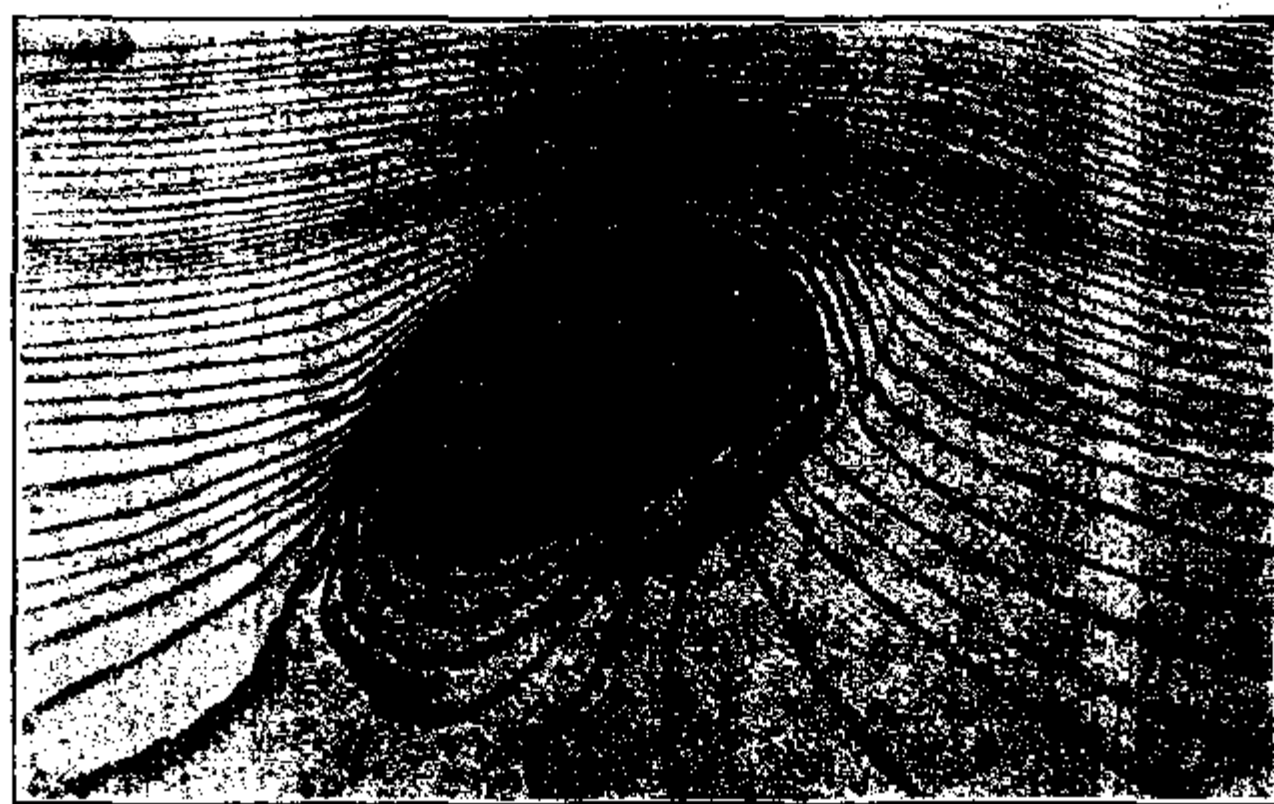
Најзад сл. 66. представља нам једну пертурбацију, сличну оној коју изазива комад гвожђа у магнетском пољу (в. сл. 13.). Овде видимо још поред линија сила и пукотине које иду истим правцима. Стога



(Сл. 62.).

се може закључити: кад један комад дрвета цуца и цепа се, пукотине теку правцем линије сила.

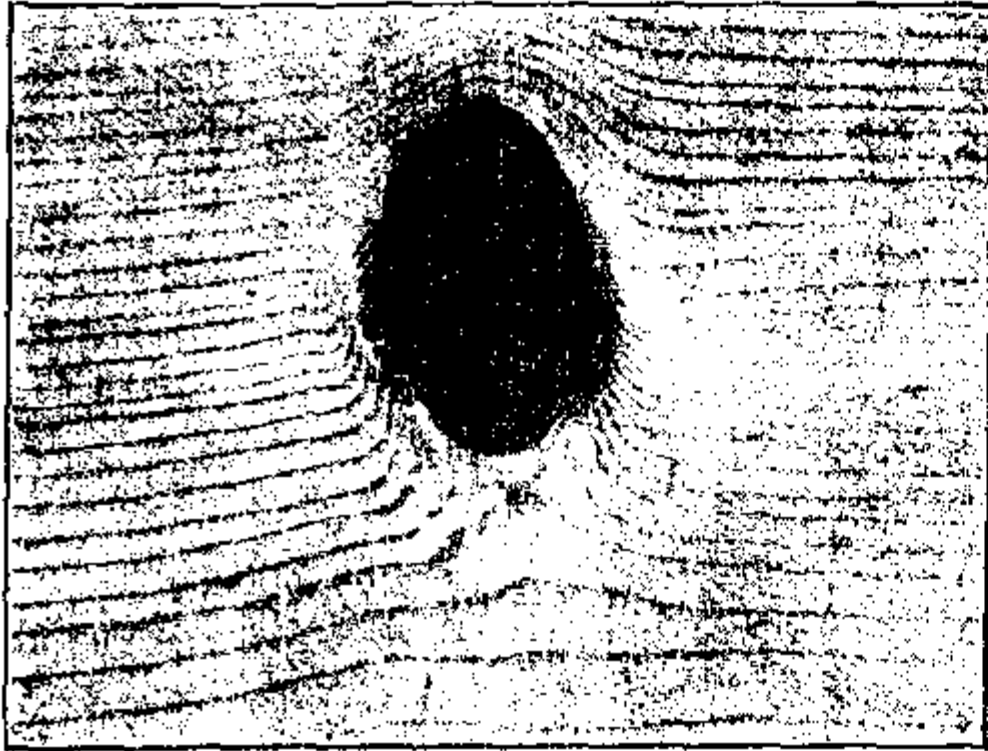
По себи се разуме, да не можемо овде побројати и показати све



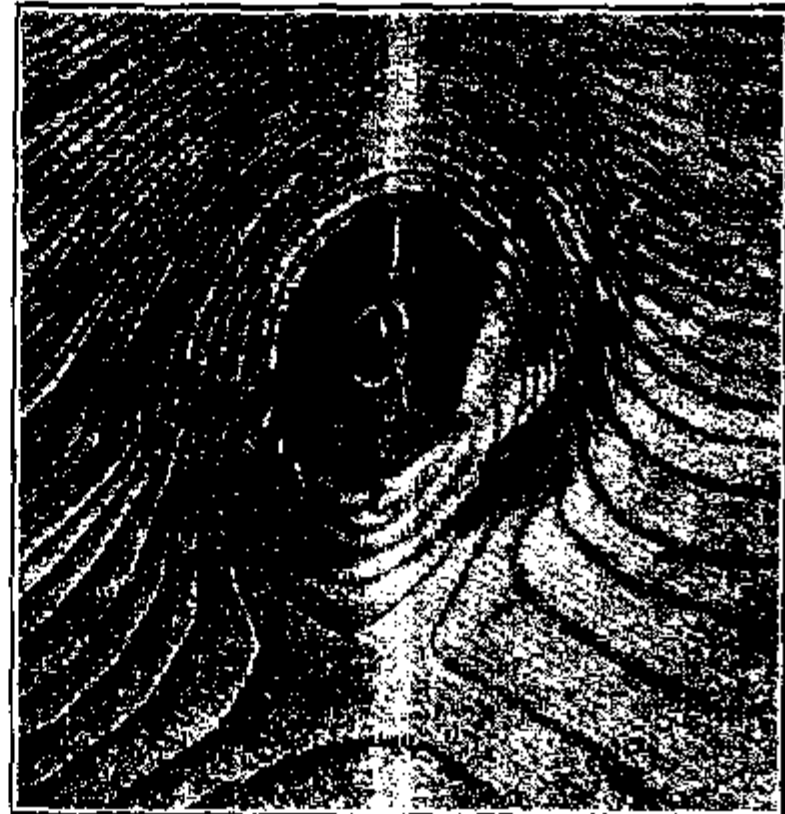
(Сл. 63.).

оне важне случајеве које срећамо у пертурбацијама хелијчних поља од стране чворова који се ту нађу. То, у осталом, није ни потребно пошто ми овде хоћемо само да укажемо на аналогију која влада између

дејстава хелијчних сила, која су до сад била непозната и дејстава електромагнетских проучених и описаних већ одавна.

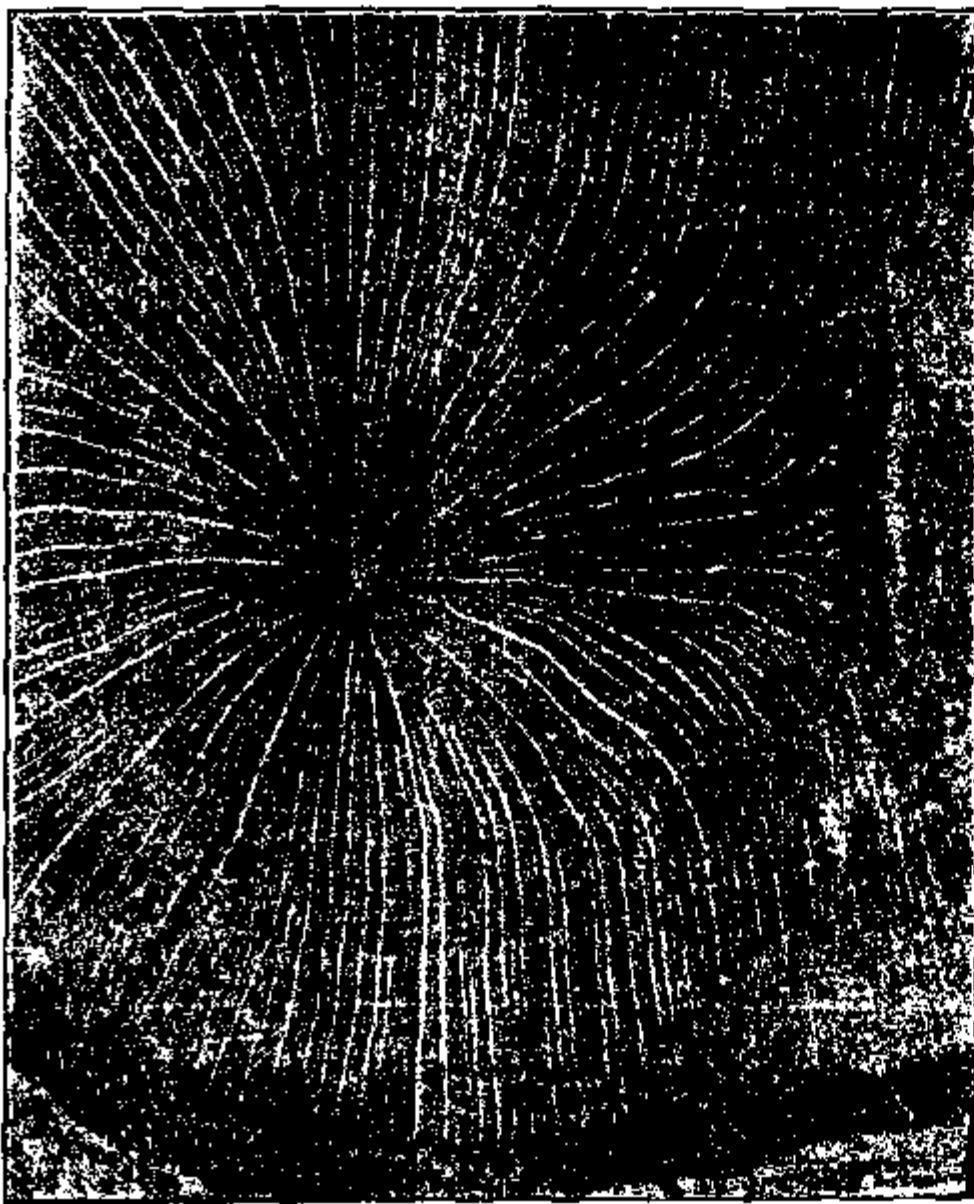


(Сл. 64.)



(Сл. 65.)

На сл. 44 видели смо једно хомогено поље и у оси MN тога поља један пол P . Слика нам показује како је тај пол скренуо извесан број



(Сл. 66.)

линија (тачкастих) с њихова првобитног правца и принудио их, савивши их више или мање да падну у њега. Примећујемо још да је ту слику нацртао Еберт по подацима чисто теоријским и као пример за пертурбацију те врсте. На против, наша слика 67. показује нам исти случај пертурбације, нађене у хелијчном пољу који истина нема теоријске правилности и симетрије, али је довољно јасно развијен, да један пут више докаже аналогију дејстава у случајима тако различитим.

Најзад на слици 68. видимо слично дејство, које у свему изгледа као дејство

које изазива један цилиндар магнетисан трансверзално и унесен у магнетско хомогено поље. Изглед таквог магнетског поља и пертурбације показује по Максвелу сл. 69.

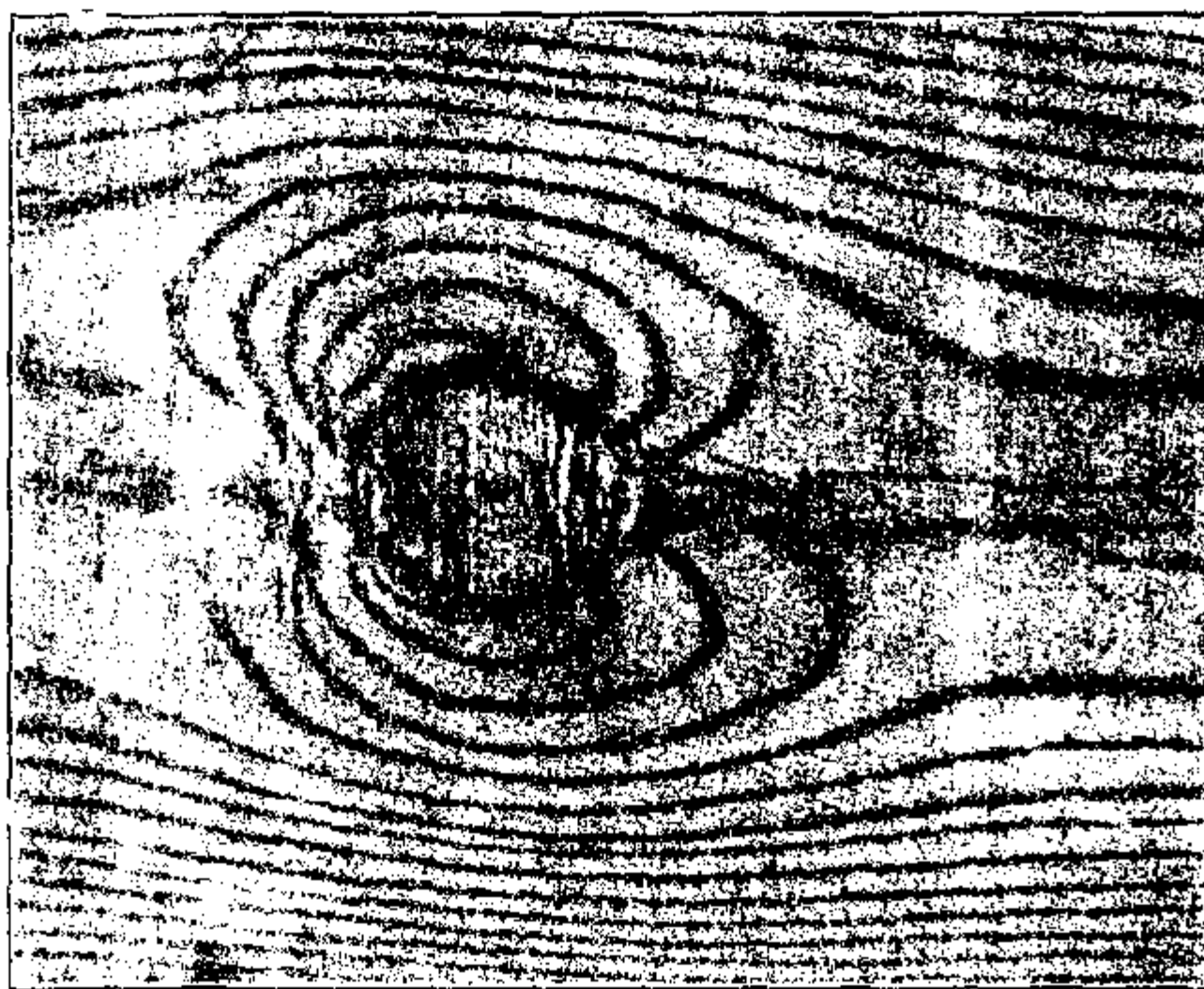
Све су досадашње пертурбације изведене дејством само једнога пола. Сад ћемо да видимо каква дејства изазивају у једном хелијчном пољу два или више чворова.

Проучавајући ремећења електромагнетских поља, зауставили смо се између осталог на случају, који је представљен на слици 46. Ту



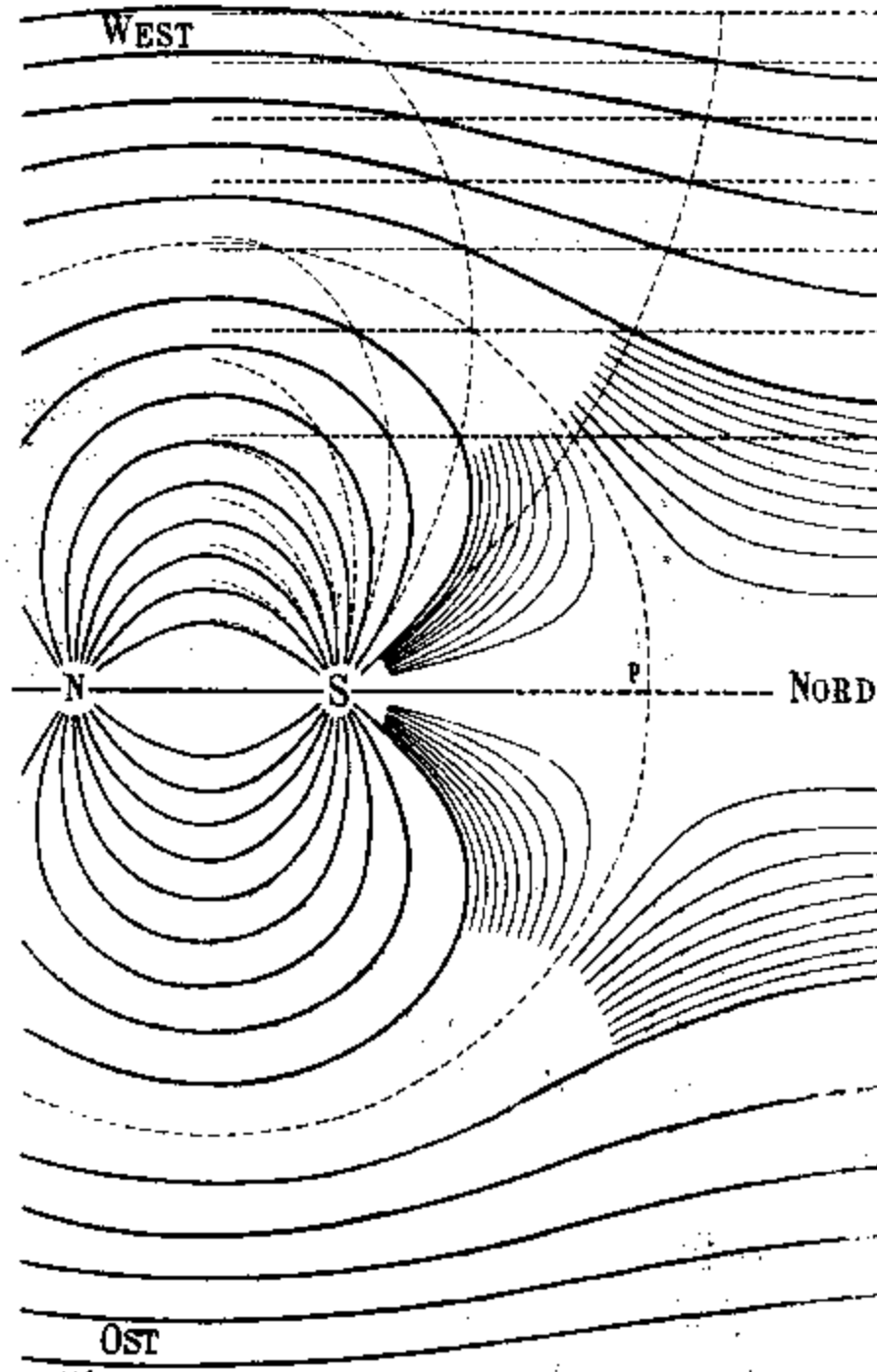
(Сл. 67.)

смо видели, како су еквипотенцијалне површине биле поремећене и повијене око оба пола или струје. Тако исто на сл. 70. видимо пертурбацију коју су изазвала два чвора у једном хелијчном пољу и која се готово ни у колико не разликује од оне горње. И овде су, дакле, дејства и последице остале исте.

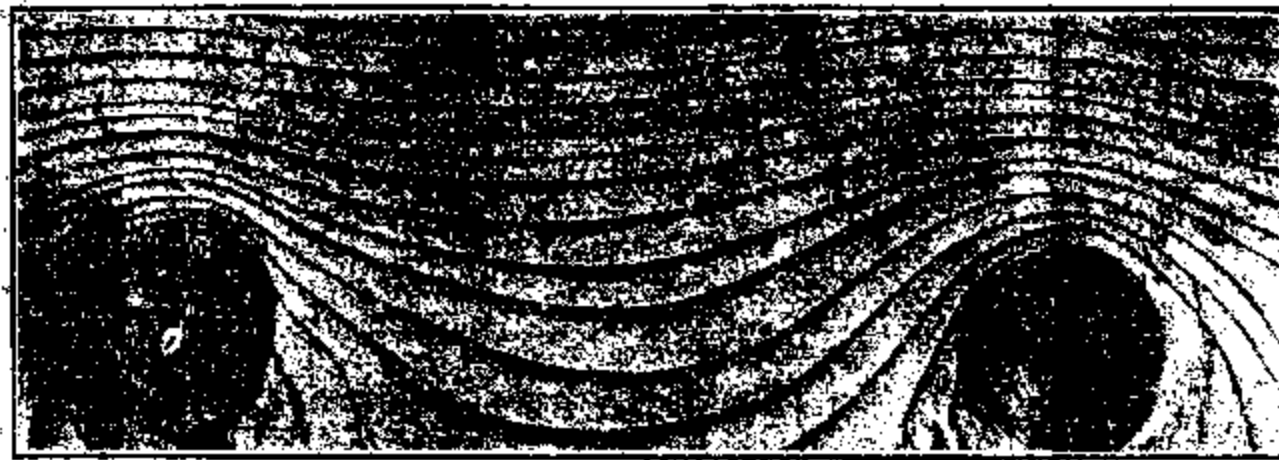


(Сл. 68.)

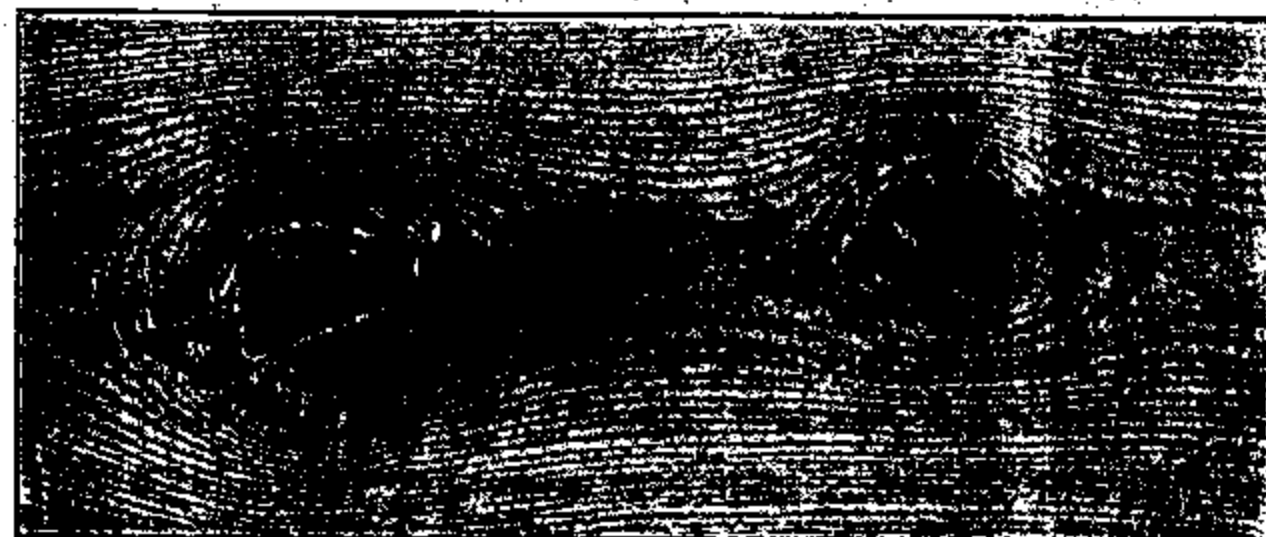
Дејства чворова у хелијчном пољу могу бити тако снажна, да не само скрећу више или мање еквипотенцијалне површине с њихова нормалног тока, већ их тако рећи могу принудити да пођу правцем њихових површина. То смо видели на сл. 62.—65., које нам показују таква јака дејства једнога чвора. Тако исто два оближња чвора, кад се нађу у истом пољу, могу од



(Ca. 69.)

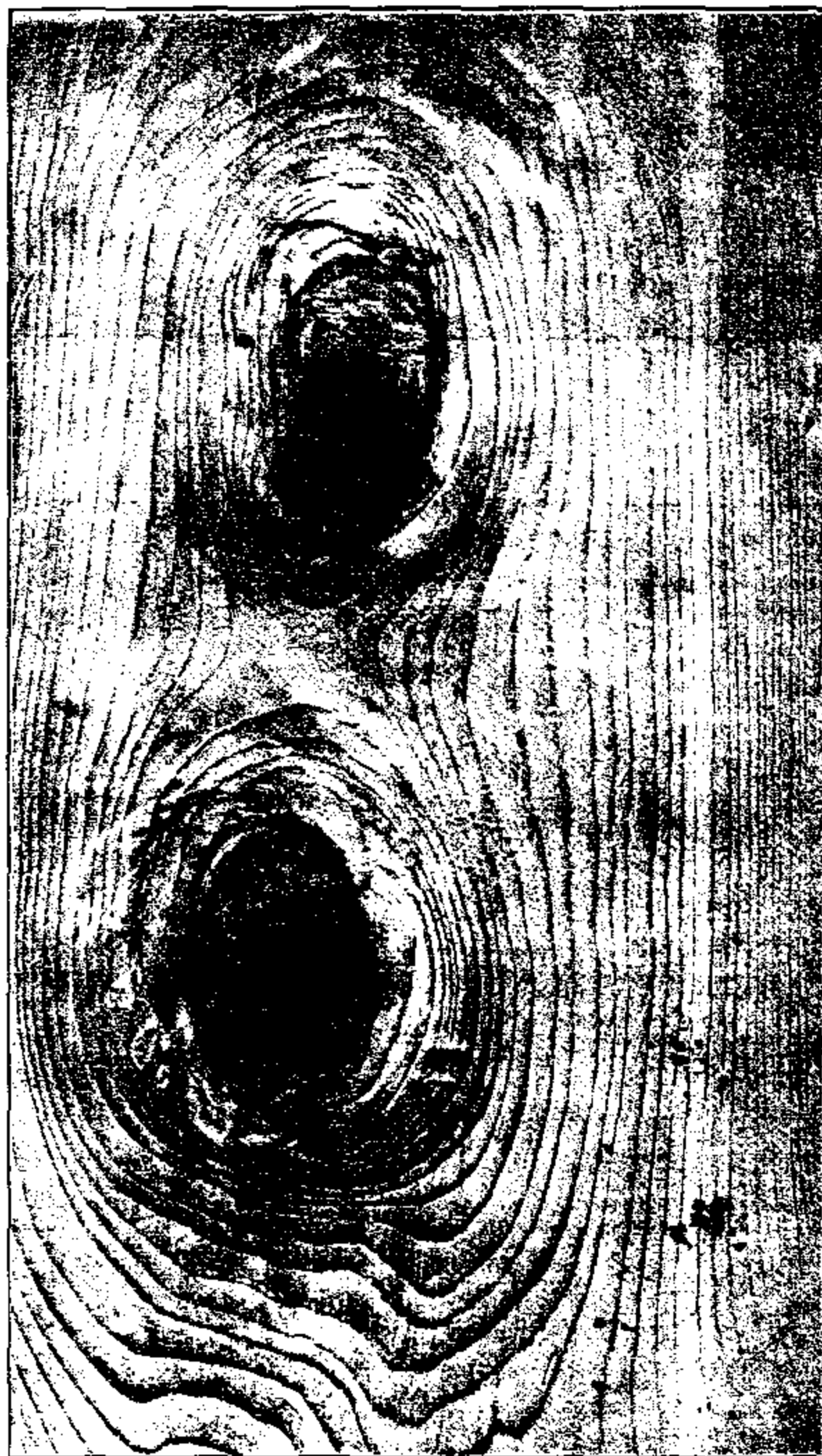


(Ca. 70.)



(Ca. 71.)

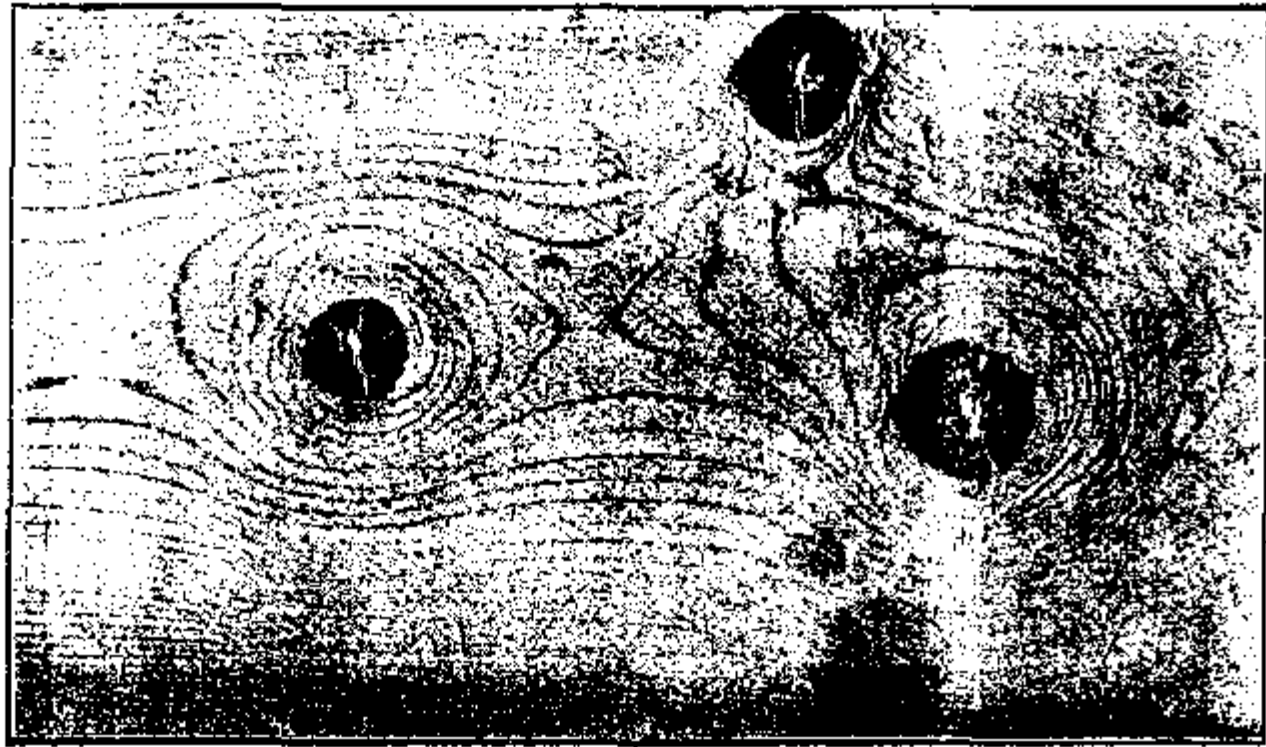
површина више или мање паралелних образовати лемнискате карактеристичне за поља с два једноимена пола. Такав је случај представљен на сл. 71. и 72., које су репродукције фотографија. Ова се поља у принципу разликују од свију оних поља с два пола, које смо досада



(Сл. 72.)

познали, јер су сва та поља била израз непосредног дејства полова или струја, а ова су поља резултат ремећења.

На слици 73. имамо хелијчно поље, у коме је развијање лемниската поремећено једним трећим чвором. У исти мах се види, како



(Ca. 73.)



(Ca. 74.)

извесне линије иду непосредно из првога (дног) у трећи (горњи) чвор и опомињу нас у једну руку на линије сила два пола супротног имена. Често се између два чвора (нарочито кад су у истој висини дрвета) налази такав ход линија, као што се то у осталом види и на слици 74. Кад би чвор био сâм, он би принудио извесне еквипотенцијалне површине да прођу око њега; други чвор, близу њега и приближно на истој висини, чини то исто с истим и другим површинама. Те се површине срастају и сједињују, образујући површине (односно линије), које обухватају оба чвора у исти мах или које излазећи из једнога, завршују се у другом чвору.

VII Планетско поље.

Најпре ћемо претпоставити, да су планетске путање нашега сунчаног система кружне и да се у њихову заједничком средишту налази сунце. Цео би сунчани систем онда представљао једно једнополно поље, у коме су планетске путање еквипотенцијалне линије. Радијуси вектори били би линије сила тога поља.

На основу тога тражимо распоред планета у погледу потенцијала. Другим речима, пошто су средња одстојања планета од сунца позната, којим потенцијалима одговарају путање разних планета?

Претпоставићемо да се на сунцу налази једна електростатичка јединица електрицитета. Средња одстојања планета од сунца ова су:

Меркур	0·4 (0·387)
Венера	0·7 (0·723)
Земља	1·0 (1·000)
Марс	1·5 (1·524)
Планетоиди	3·0
Јупитер	5·0 (5·203)
Сатурно	9·5 (9·539)
Уран	19·0 (19·183)
Нептун	30·0 (30·055)

Треба да нађемо колики је потенцијал разних планета изражен волтима, кад се зна да је електростатичка јединица равна 300 волата. На тај начин долазимо приближно до ових вредности:

Меркур	750 волата
Венера	400 »
Земља	300 »
Марс	200 »
Планетоиди	100 »
Јупитер	60 »
Сатурно	30 »
Уран	15 »
Нептун	10 »

Ове нам цифре показују, да распоред планета није подједнак у погледу потенцијала. Између Венере, Земље, Марса и планетоида разлика потенцијала је стална и износи 100 волата. Ако се може рећи, да је потенцијал Јупитера само приближно раван половини потенцијала планетоида, потенцијал Сатурна је управо половина Јупитерова, као што је и потенцијал Урана половина Сатурнова. За Нептун можемо тек приближно рећи да је такође раван половини Уранова потенцијала. Што се тиче Меркура, његов је потенцијал приближно два пута већи од Венериног.

У опште узев, можемо поделити падове потенцијала у нашем планетском систему на две разне категорије. У прву категорију долазе три *аритметичка* пада потенцијалска (Венера — Земља — Марс — планетоиди), у другу пак *пет геометријских* падова (Меркур — Венера; планетоиди — Јупитер — Сатурно — Уран — Нептун). Пад потенцијала прве групе је приближно правилан; могуће је, да је пад потенцијала друге групе био у почетку такође правилан и да је у неколико поремећен пертурбацијама било спољашњим (од комета) било узајамним.

Пошто планетске путање у ствари одговарају еквипотанцијалним линијама пола од два једноимена пола, да ли се не би могло претпоставити да Меркурова путања, пошто је врло близу сунца, није елиптичка већ елиптичка и да ли се не би на тај начин објасниле неправилности, које се опажају у току те планете и које се приписују нарочитој, интрамеркурској планети (Вулкану)?

VIII Закључак.

По свршеном прегледу свију врста поља која се, као што смо видели, не слажу међу собом само у опште већ и у најмањим ситницама, не може се рећи да је све то само ствар случаја. Напротив, природније је мислити, да у сваком случају имамо посла с феноменима, ако не савим идентичним, а оно бар сличним, које производе силе за које вреди исти закони.

Закон централних сила (као што смо видели) константован је најпре код привлачења планета нашега сунчаног система. Тај закон, који је поставио Њутн (1685), носи његово име.

Кад су крајем претпрошлог века, електричне и магнетске појаве ближе проучаване, француски научар Кулон нађе, да тај исти закон, који сад носи његово име, вреди и за те појаве.

Увођењем у науку појма о раду нађено је, да централне силе могу произвести рад положан или одречан. Једна тачка, која се налази на пр. у електричном пољу, производи рад кад се креће по линији силе између две нивдске површине. Тај је рад раван нули, ако тачка, крећући се, остаје на истој нивдској површини. На тај начин унесен је дејством централних сила појам линија сила и еквипотенцијалних површина у електрицитету и магнетизму.

Ми смо видели да свуда, где се две или више маса привлаче или одбијају по закону о централним силама, налазимо поље у коме има линија сила и еквипотенцијална површина, чије смо разне облике и природе напред проучили. Тако исто и обратно, кад се гдегод у природи нађу линије сила и еквипотенцијалне површине израђене и готове, овлашћени смо да закључимо, да су постале дејством централних сила које се владају по Њутнову или Кулонову закону. Ми на пр. незнамо на кој начин и по којим законима дејствују ћелије у органским ткањима једне на друге. Међутим, видели смо, да црте и линије које сваки познаје на пресецима извесних биљака и дрвета, нису ништа друго до системи линија сила и еквипотенцијалних површина које је израдила сама природа са истом прецизношћу, као и оне које се теоријски већ одавно цртају у магнетској и електричној науци. Из тога очевидно следује да се међућелијна дејства у биљу врше по законима централних сила.

Проучавајући хелијчна поља, нашли смо врло добро развијене лемнискате и на самим пресецима амидонских зрнаца. Има много биљака, где хелије нису диференциране тако, да показују линије сила и еквипотенцијалне површине. Међутим знамо да и у самом магнетизму ми видимо само линије, и то посредно (помоћу гвоздених опиљака); магнетске се еквипотенцијалне површине не виде, и ако нам је њихов ток врло добро познат. Тако исто има биљака, код којих су хелије диференциране само правцем линија сила (као на пр. код роткве), као што их има и таквих, где је та диференцијација изведена само по еквипотенцијалним површинама (чамовина, црни лукан ит.д.). Најзад видели смо да има биљака (растово дрво и друга) где се налазе и линије и површине у истом пољу, које је природа извела са ванредном тачношћу, и то у току врло дугог низа година. Из тога излази да и у оним биљкама, где та диференцијација хелија не постоји или где она није довољно видљива, (на пр. у липову дрвету), ти исти закони вреде, јер је немогуће мислити, да су дејства хелијчна разна за разне групе биљака.

Остаје нам још једно питање: да ли се закони, које смо нашли да вреде за биљке, могу применити и на животињска тела? Другим речима: да ли за целу органску природу вреде једни исти закони? — Што се нас лично тиче, нисмо имале прилике да непосредно посматрамо на животињским телима карактеристичне појаве које смо видели рзније, било стога што диференцијација тих тела није довољно развијена, било што их нисмо умели видети. У сваком пак случају можемо само да приметимо, да нам оне црте, које сваки познаје на слоновој кости и другим деловима животињскога тела, дају извесне знаке да мислимо, да се и животињске хелије ређају и заустављају по извесним и одређеним законима. Велике сличности пак, које постоје између живота биљног и животињског дају нам право да мислимо, да за биљне и животињске хелије вреде исти закони и да су ти закони, према ономе што је мало час изведено, једнаки онима који управљају појавама електричним и магнетским или по којима се врше кретања небеских тела.

На основу свију ових посматрања можемо извести ове закључке:

А. За органску природу:

I Хелије* дејствују једна на другу сразмерно својим масама, а изврнуто квадратима одстојања;

II Хелије се крећу и устављају по линијама сила и еквипотенцијалним површинама;

В. За целокупну природу:

I Делови материје дејствују једни на друге сразмерно својим масама, а изврнуто квадратима одстојања;

II Сваки се део материје креће по линијама сила и еквипотенцијалним површинама.

* За сада биљне, а врло вероватно и животињске хелије.

Дела и списци који се у овом списку наводе:

Poisson, Memoires de l'Institut 1811.

Green, An essay of the applicat. of math. analysis to the theory of
Electr. and Magnet. 1828, 1871.

Gauss, Theoria attractionis etc.

Clausius, Die Potentialfunction und das Potential.

Mascart, Traité d'électricité statique I.

Faraday, Experimental Researches in Electricity.

Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetisme.

Roget, Journ. of the Roy. Instit. 1831.

H. Ebert, Magnetische Kraftfelder

Stefan, Sitzungsberichte der k. Akad. in Wien 85 Bd

Schilling, Zeitschrift für Elektrotechnik 1885.

Dr. H. Hovestadt, Auevandte Potentialtheorie.

Dr. F. Exner, Vorlesungen über Electricität.

H. Pellat, Polarisation et optique cristalline.

Mascart, Traité d'optique II.