

UNIVERZITET U BEOGRADU
MATEMATIČKI FAKULTET



Teodora Žižak

KORELACIJE U PROSTORU PLANETSKIH PARAMETARA I NASTANJIVOST VANSOLARNIH PLANETA

master rad

Beograd, 2023.

Mentor:

dr Dejan UROŠEVIĆ, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Članovi komisije:

dr Milan M. ĆIRKOVIĆ, naučni savetnik
Astronomska opservatorija u Beogradu

dr Bojan NOVAKOVIĆ, docent
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

dr Anđelka KOVAČEVIĆ, vanredni profesor
Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Datum odbrane: _____

Naslov master rada: Korelacije u prostoru planetskih parametara i nastanjivost vansolarnih planeta

Rezime: Koristeći objedinjenu bazu podataka vansolarnih planeta, analiziraju se radijusi, mase i metaličnosti preko 1000 egzoplaneta, na osnovu čega se daju korelacioni koeficijenti i indeksi raspodela koje ove parametre povezuju.

Ključne reči: astrobiologija, egzoplanete, planetarni sistemi, masa-radijus relacije, metaličnost

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Formiranje i evolucija planeta	4
2.1	Osnovni mehanizam: teorija kondenzacije	4
2.2	Dostupnost materijala u protoplanetarnom disku	5
2.3	Nastanak stenovitih planeta i gasnih džinova	9
3	Planetski parametri i populacije planeta	12
3.1	Tehnike detekcije vansolarnih planeta	12
3.2	Populacije / tipovi planeta	18
4	Nastanjivost vansolarnih planeta	21
5	Rezultati i diskusija	25
5.1	Masa-radijus relacije i metaličnost	26
5.2	Raspodele koje opisuju planetske parametre	35
6	Zaključak	44
	Literatura	46

Glava 1

Uvod

... Zatim: ima i neizbrojnih svetova, od kojih su jedni slični našem svetu, a drugi neslični.

— Epikur (341 – 270 p.n.e.), *Poslanica Herodotu*, preveo dr Miloš N. Đurić

Ideja postojanja drugih planeta, nalik Zemlji u većoj ili manjoj meri, stara je zasigurno koliko i ljudsko poimanje Zemlje, a njen pisani trag počinje još u antici. Zajedno sa njom javlja se i ideja postojanja živih bića na tim drugim, dalekim svetovima: od momenta kada je čovek prvi put digao pogled ka zvezdama, pitali smo se jesmo li sami u ovom kosmosu. Tokom milenijumā ljudske istorije, ovo pitanje ustoličilo se u nauku koju danas nazivamo **astrobiologijom**. Ovaj naziv je možda nov¹, ali pitanja u njenoj srži svakako nisu. Ima li života na drugim planetama? Kakav to život može da bude: neka inteligentna bića, poput nas, ili poput nekih životinja – ili pak neki vrlo jednostavni mikroorganizmi – ili neke varijacije na temu? Ili možda nešto sasvim drugačije i potpuno nepoznato?

Sa otkrićem prve vansolarne planete 1992. godine [47] stigla je i zvanična potvrda da druge planete postoje. Ovo je dalo značajnu potporu teoriji kondenzacije kao mehanizmu nastanka zvezda – i, uz njih, planetarnih sistema – te je samim tim i potvrdilo da je Sunčev sistem sasvim očekivana pojava, samo jedan u moru drugih planetarnih sistema, a ne neka anomalija koja je proizašla iz izuzetno retkog kosmičkog događaja. Tri godine kasnije (1995.) otkrivena je i prva planeta oko zve-

¹Smatra se da ga je skovao sovjetski vazduhoplovni inženjer Ari Abramovič Sternfeld, u čijem je radu *Život u kosmosu* (orig. *La vie dans l'Univers*) iz 1935. njen prvi nama poznati pisani trag [7].

zde nalik Suncu (51 Peg b, [27]), i ovo je zvanično otvorilo „astrobiološku eru”, ili, kako neki vole da kažu, „zlatno doba astrobiologije”. Zaista, danas, svega tridesetak godina kasnije, objedinjena baza podataka `exoplanet.eu`, koja skuplja podatke o vansolarnim planetama sa devet najvećih egzoplanetarnih baza [40], broji preko pet hiljada potvrđenih planeta (5504 planete 30. avgusta 2023.) i preko 2700 kandidata koji čekaju potvrdu. Misije poput Kepler (K2), WASP, OGLE, TESS, CoRoT, KMT, ali i teleskopi poput Habla, VLT-ja, GAIA-e, Keka, Subaru i drugih budnim okom promatraju brojne zvezde u našoj galaksiji² u potrazi za njihovim pratiocima – neotkrivenim planetama koje čekaju da ih neko nađe. Brzina kojom raste broj potvrđenih planeta je otprilike jedna planeta nedeljno! *Zlatno doba astrobiologije* ispostavlja se kao u potpunosti opravdan naziv.

S druge strane, još uvek ima toliko stvari koje su nam nepoznate. I pored ovog mnoštva planeta van Sunčevog sistema, ono vekovno pitanje „Jesmo li sami u kosmosu?” i dalje čeka (odričan) odgovor. Uz njega, druga dva ključna pitanja astrobiologije [12] – kako život nastaje i evoluira, i koja je budućnost života (na Zemlji, a i van nje) – takođe zahtevaju detaljna i precizna istraživanja. Nije dovoljno samo otkrivati nove planete; moramo i saznati nešto o njima, o njihovim fizičkim i hemijskim karakteristikama, njihovim atmosferama, unutrašnjostima, sistemima u kojima se nalaze. Prapatna istraživanja sprovode se našim najboljim teleskopima (Habl, JWST, VLT, GTC, ...) ne bismo li utvrdili, na osnovu informacija koje su nam dostupne, neke osnovne činjenice o posmatranim planetama: orbitalne parametre, radijuse, i, tamo gde je to moguće, mase. Takođe, zahvaljujući masivnim misijama poput GAIA-e, imamo obilje podataka o matičnim zvezdama ovih planeta, što se ispostavlja kao jako važno – naročito jer je hemijski sastav ovih zvezda, ili njihova **metaličnost**, upravo jedna od ključnih karakteristika. Naime, metaličnost zvezde dobro oslikava metaličnost gasnog oblaka iz kog se formirao čitav sistem; zbog toga se ova vrednost može uzeti kao referentna i za metaličnost samih planeta, koju još uvek ne možemo odrediti iz posmatranja³. Zašto je metaličnost važna? Ovde se astrobiologija povlači sa bine i ustupa mikrofoni planetologiji. Ovo je početak uzbuđljive vožnje, koja će biti strukturirana na sledeći način.

Pre svega, osvrnućemo se na ono što znamo o formiranju i evoluciji planeta (glava 2). Ovo će nam dati solidnu osnovu za istraživanje veze između planetskih parame-

²S druge strane, radimo i na tehnikama koje bi mogle da detektuju planete u drugim galaksijama, poput piksel-sočiva [32], [20] i X-tranzita [13].

³Ono što možemo kod nekih planeta, doduše, jeste analiza spektra planetske atmosfere (npr. [39], [46], [23]), što je na izvestan način prodiranje u metaličnost same planete.

tara (glava 3) i njihovih uticaja na nastanjivost (glava 4). Nakon toga, moći ćemo konačno da predstavimo rezultate ovog rada (glava 5), a zatim i prodiskutujemo njihove implikacije i doprinos, kako konkretno planetologiji, tako i astrobiologiji uopšteno.

Glava 2

Formiranje i evolucija planeta

2.1 Osnovni mehanizam: teorija kondenzacije

Teorija kondenzacije trenutno je najbolje podržano objašnjenje mehanizma formiranja planetarnih sistema [8]. U hladnom molekulskom oblaku, najčešće usled nekog spoljašnjeg faktora (poput obližnje eksplozije supernove, ili plimne kompresije prilikom prolaska kroz spiralne grane Galaksije), dođe do gravitacione nestabilnosti. To znači da jedan deo oblaka više nije stabilan na sopstvenu gravitaciju, te počinje da se sažima; posledično, njegove čestice – isprva sićušne (reda možda desetak nanometara) – počinju sve češće da se sudaraju. Značajni deo molekulskog oblaka je zapravo prašina, i zrnca prašine imaju ulogu jezgara kondenzacije (otud i naziv teorije) na koja se kače i lepe drugi molekuli; pored toga, prašina znatno pospešuje efikasnost hlađenja molekulskog oblaka (koji se kontrakcijom zagreva). Ovi ključni faktori omogućuju da proces lepljenja bude dovoljno brz da se mogu formirati veće grudve čvrstog materijala – koje gravitaciono interaguju sa drugim grudvama. Ovako se formiraju sve veće grudve, od kojih neke postaju dominantne. (Ovo je razlog što većina zvezda nastaje u jatima – uglavnom ima nekoliko najvećih fragmenata materijala koji će privlačiti najveću količinu materije i postati zvezde¹.) U slučaju jedne dominantne grudve, ona će akretovati sve više materijala, a sitnije čestice (koje su na dovoljnoj distanci da ne postanu deo same grudve) rotiraće oko nje; što buduća zvezda više raste, to materijal oko nje brže rotira, a zbog očuvanja

¹Kako se većina zvezda formira u jatima, većina planetarnih sistema se takođe nalazi u jatima, pri čemu najveći broj njih opstaje u otvorenim (rasejanim) jatima u kojima je gustina zvezda dovoljno niska da poremećaji od strane ostalih zvezda u jatu nisu destruktivni. Međutim, u proteklih nekoliko godina detektovali smo planetarne sisteme i u jatima većih gustina, uključujući i planetu oko dvojnog pulsara u zbijenom zvezdanom jatu [38].

momenta impulsa, to će se više i spljoštavati, prelazeći iz sfernog u diskasti oblik. Ovako dolazimo do strukture koja se zove *protoplanetarni disk*. Ukoliko sitnije čestice u disku nastave da rastu, formiraće se veći objekti – grudve koje nisu ni blizu dimenzija buduće zvezde, ali i dalje jesu dovoljno masivne da privlače značajnu količinu materijala. Ovi objekti ističu se kao daleki preci budućih planeta. Ime koje smo im dali je *planetezimali* [21].

2.2 Dostupnost materijala u protoplanetarnom disku

Oblak gasa i prašine od kog se formira planetarni sistem isprva je, naravno, sfernog oblika. Kada se zbog prenosa momenta impulsa ova sfera spljošti u disk koji, vođen gravitacionim privlačenjem buduće zvezde u centru, počinje da rotira oko nje, posle nekog vremena, uspostavi se ravnotežni raspored materijala u disku – i po radijalnoj, i po visinskoj skali. Ovaj raspored, naravno, evoluira sa evolucijom samog protoplanetarnog diska. No, generalno važi da koncentracija materijala opada sa udaljavanjem od matične zvezde; zbog ovoga, region od interesa za formiranje planeta je uglavnom unutar 20 AU, iako dimenzije samog protoplanetarnog diska mogu biti i nekoliko desetina puta veće [45].

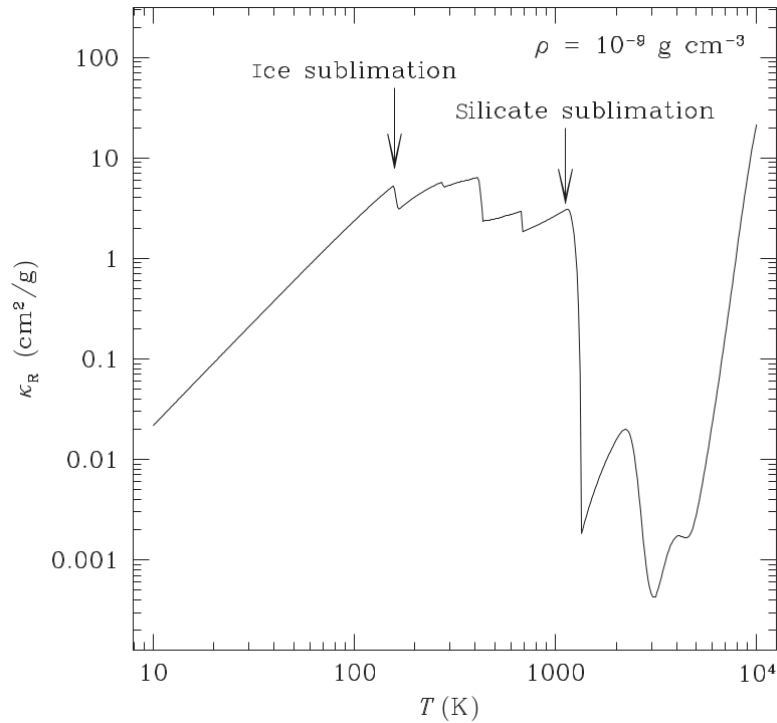
Po vertikalnoj skali, gustina je najveća upravo u centralnoj ravni diska (eng. *mid-plane*); ravnotežna raspodela gasa uspostavlja se uravnoteženjem gradijenta pritiska sa vertikalnom komponentom gravitacije zvezde, dok čvrste čestice (koje su suviše masivne da bi ih pritisak održao u mestu) polako propadaju ka centralnoj ravni diska, i kroz oko 700 godina nađu se u njoj [3]. U svom putovanju po vertikalnoj osi, čvrste čestice nailaze na druge čestice i sudaraju se s njima (ili je možda bolje reći da se lepe za njih). Ispostavlja se da će sve čestice, bez obzira na početne dimenzije, narasti do reda veličine milimetra za vreme koje im je potrebno da dođu do centralne ravni diska: veće čestice brže padaju usled jače gravitacione privlačnosti, dok one manje, zbog toga što sporije propadaju, imaju više vremena da narastu.

Radijalna raspodela materijala u protoplanetarnom disku zavisi prevashodno od temperature, koja opada sa udaljavanjem od zvezde. Temperatura i pritisak određuju agregatno stanje materijala u disku; s obzirom na izuzetno male pritiske, u

protoplanetarnom disku nema tečnosti, samo čvrstih tela i gasova. Bliže zvezdi, materijal će uglavnom biti u gasovitom stanju, dok će dalje od nje uglavnom biti smrznut – čvrst. Granica između ove dve faze zove se **snežna linija** i razlikuje se za različite hemijske vrste. Za referentnu se najčešće uzima snežna linija vode, koja će uglavnom biti na temperaturi od oko 150-170 K [3] u protoplanetarnom disku. Rastojanje od zvezde na kome vlada ova temperatura se menja tokom vremena usled promene luminoznosti matične zvezde; studija [22] došla je do raspona od 0.5 AU do 5 AU za različite zvezdane mase, luminoznosti i stope akrecije.

Temperaturni profil protoplanetarnog diska zavisi od mase diska i količine prašine u njemu. Veća masa diska može dovesti do širenja i značajnog „izvijanja” diska po vertikalnoj skali (eng. *flaring*); izvijeni disk apsorbuje veću količinu zračenja od zvezde, jer se sa svake tačke na površini direktno vidi zvezda, što nije slučaj sa ravnim, tankim diskovima. (Treba imati na umu da se blago izvijanje očekuje čak i kod tankih diskova.) S druge strane, spoljašnji sloj prašine (na površini diska) vrlo efikasno apsorbuje kratkotalasno zračenje, čime se brzo zagreva, ne bi li posle otprilike polovinu toga izračio u unutrašnjost diska, a drugu polovinu napolje u kosmos. Usled svega ovoga, temperaturni profil postaje strmiji i usložnjava se. Chiang i Goldreich (1997) [9] napravili su model radijalnog profila temperature u disku koji je u širokoj upotrebi: prema ovom profilu, temperatura prašine u disku opada sa udaljavanjem od zvezde kao $T \propto r^{-2/5}$.

Semenov i dr. (2003) [37] su izračunali neprozračnost u disku u funkciji temperature, a zahvaljujući temperaturnom profilu, ovo se može otprilike prevesti u neprozračnost u funkciji radijalnog rastojanja od zvezde. Tako dolazimo do kondenzacionog niza: silikatne čestice opstaju u čvrstom stanju na najmanjim rastojanjima od zvezde, dok lako isparljive supstance (eng. *volatiles*) poput metana, amonijaka, vode moraju biti na većim rastojanjima da bi bili u čvrstom stanju. Kao što se vidi sa grafika 2.1: na $T < 150$ K, (Roselandova) srednja neprozračnost raste sa kvadratom temperature, i tu dominiraju lako isparljive supstance u čvrstom stanju. Kako temperatura raste, tako isparavaju prvo amonijačni i vodeni led, potom organski led, troilit (FeS), gvožđe, i na kraju silikati, i tu smo već došli do 1500 K, gde vidimo da neprozračnost naglo opada. Ovo je oslikano i u rezultatima Lodders (2003) [24], koja je minimizovanjem Gibsove slobodne energije došla do kondenzacionih temperatura nekih važnijih elemenata i jedinjenja u protoplanetarnom disku.



Slika 2.1: Kondenzacioni niz za relevantne hemijske vrste u protoplanetarnom disku, Semenov i dr. (2003) [37], preuzeto iz [3].

Tabela 2.1: Kondenzacioni niz za odabrane supstance, preuzeto iz [3].

jedinjenje	formula	temp. kondenzacije
metan	CH ₄	41 K
argon hidrat	Ar.6H ₂ O	48 K
metan hidrat	CH ₄ .7H ₂ O	78 K
amonijak hidrat	NH ₃ .H ₂ O	131 K
vodeni led	H ₂ O	182 K
magnetit	Fe ₃ O ₄	371 K
troilit	FeS	704 K
forsterit	Mg ₂ SiO ₄	1354 K
perovskit	CaTiO ₃	1441 K
aluminijum oksid	Al ₂ O ₃	1677 K

Temperatura nije jedina koja utiče na dostupnost i raspodelu materijala u ravni diska. Na čvrste čestice najveći uticaj ima **radijalni drift** – lagano kretanje čestica

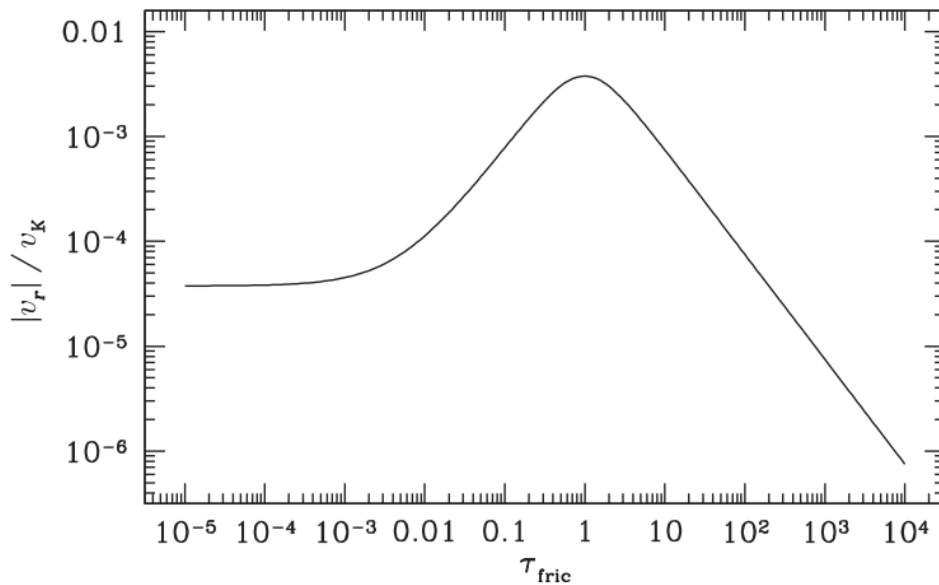
ka zvezdi usled njihove subkeplerovske orbitalne brzine. Sitnije čestice su jako kuplovane sa gasom, čija je brzina manja od keplerovske zbog gradijenta pritiska; krupnije čestice, s druge strane, bivaju usporene otporom gasa u kome se nalaze, odnosno, grubo rečeno, trenjem koje nastaje između njih i gasa. U oba slučaja, centrifugalna sila nije dovoljna da izbalansira gravitaciju, te čvrste čestice radijalno driftuju ka unutrašnjosti diska. Ovo je značajno iz nekoliko razloga. Pre svega, kretanje čestica ka unutrašnjosti dovodi do povećanja gustine u centralnoj ravni, te povećane stope sudara među česticama, što pospešuje rast čvrstih čestica². Pored toga, radijalni drift takođe utiče na raspodelu hemijskih vrsta unutar diska: materijali koji su na početku bili na velikim rastojanjima od zvezde mogu dospeti u unutrašnjost protoplanetarnog diska, zbog čega planetezimali na manjim rastojanjima od zvezde mogu u svom sastavu imati hemijske vrste čije prisustvo ne očekujemo u tom delu sistema (ukoliko uspeju da ih uhvate pre no što sublimuju pod dejstvom zračenja centralne protozvezde). S tim u vezi, usled radijalnog drifta, mnogi molekuli će prelaziti svoje snežne linije; ovo će dovesti do njihovog isparavanja, a novonastali gasovi zbog difuzije mogu biti bačeni nazad iza snežne linije i ponovo se kondenzovati. Zbog ovoga, materijal u protoplanetarnom disku ima tendenciju da osciluje oko svoje snežne linije, te se na određenim rastojanjima od zvezde javljaju lokalni maksimumi gustine čestica [14]. Ova mesta su najpogodnija za formiranje planeta, jer pospešuju rast planetezimala, pa i protoplaneta [31].

Pored ovoga, treba imati u vidu da snimci pravih protoplanetarnih diskova, kojih imamo u izobilju zahvaljujući ALMA-i i drugim istraživanjima, jasno pokazuju da u većini slučajeva struktura protoplanetarnog diska nije dobro opisana jednostavnim stepenim zakonima, a da u nekim slučajevima diskovi čak nisu ni osnosimetrični, već se u njima javljaju potkovičaste strukture, lokalni vrtlozi (*vortices*), zonski tokovi (*zonal flows*), itd. Načelno gledano, bilo kakvo lokalno nagomilavanje materijala će, zajedno sa radijalnim driftom, pospešiti formiranje i rast planetezimala. Štaviše, ispostavlja se da samo vertikalno propadanje čvrstih čestica ka centralnoj ravni nije dovoljno za aktiviranje gravitacione nestabilnosti koja bi dovela do gravitacionog kolapsa ovih čestica u planetezimale, već da su ovi dodatni mehanizmi neophodni kako bi se njihovim zajedničkim snagama nadjačala turbulencija koja bi u suprotnom raštrkala čvrste čestice [3].

²Naravno, čestice čija je brzina radijalnog drifta visoka u sudarima mogu i gubiti masu.

2.3 Nastanak stenovitih planeta i gasnih džinova

Brzina radijalnog drifta razlikuje se za čestice različite veličine. U izučavanju ove pojave, veličina čestice se često predstavlja kroz Stoksov broj, koji odražava vreme potrebno gasu u disku da svojim otporom zaustavi čvrstu česticu (manji Stoksov broj odgovara česticama manjih dimenzija, koje će se zaustaviti za kraće vreme). Na slici 2.2 data je zavisnost brzine drifta od Stoksovog broja (τ_{fric}) na rastojanju od 5 AU od zvezde.



Slika 2.2: Brzina radijalnog drifta u funkciji Stoksovog broja čestice, preuzeto iz [3].

Na osnovu ovoga, može se proceniti vreme potrebno čestici određene veličine da izdriftuje do same unutrašnjosti diska, gde će ispariti. Ispostavlja se da, u regionu od interesa za formiranje planeta (eng. *planet-forming region*), čestica ima reda veličine 10^5 godina ili manje pre nego što dođe do temperature na kojoj će se dezintegrisati – što znači da porast čvrstih čestica u disku sa milimetarskih na metarske skale mora biti veoma brz i efikasan, jer u suprotnom ne bi došlo do formiranja planeta.

Nakon kratkih stotina hiljada godina, protoplanetarni disk biće prošaran ogromnim brojem ($N \sim 10^{12}$, Raymond, Quinn i Lunine (2006) [36]) planetezimala dimenzija reda veličine 1 km. Planetezimali rastu lavinskim procesom (*runaway growth*,

[3]): za razliku od uređenog rasta, gde sve čestice dobijaju na masi (i radijusu) otprilike istim tempom i podjednako rastu, bez ijednog tela koje se ističe, haotični rast pospešuje upravo rast onih tela koja su na početku bila masivnija, te dovodi do toga da se u roju tela jedno istakne kao najmasivnije. Nakon što dominantni planetezimali postanu dovoljno masivni da znatno uzremete orbite manjih tela oko sebe, nastupa tzv. *oligarhijski rast*, gde svaki od lokalno najmasivnijih planetezimala dominantno raste unutar svoje „zone hranjenja”, pri čemu se pod hranom, naravno, podrazumevaju manji planetezimali i još sitnije čestice (*pebble accretion*). Rast u ovoj fazi predstavlja kombinaciju sudarnog rasta i akrecije sitnih čestica; pri tome, ne mora svaki sudar imati konstruktivan ishod, ali se usled gravitacije znatno povećava verovatnoća da će, prilikom destruktivnog sudara, fragmenti biti privučeni i da će krajnji rezultat biti porast mase. U načelu, gravitacija znatno pospešuje i presek za sudare (eng. *gravitational focusing*), koji je do sada bio određen isključivo disperzijom brzina.

Međutim, ovaj rast se ne može nastaviti neograničeno. Sa porastom planetezimala raste i disperzija njihovih brzina, što smanjuje stopu konstruktivnih sudara, ali i ukupan broj potencijalnih meta sa kojima se bilo koji planetezimal može sudariti. Granična masa, ili masa izolacije, zavisi od rastojanja od zvezde i gustine planetezimala, i uglavnom iznosi $\sim 0.01 - 1M_{\oplus}$. Planetezimali dostižu ove mase relativno brzo ($0.01 - 1$ Myr, [3]), a sa porastom mase raste i uticaj na ostala tela u protoplanetarnom disku; najveća tela u disku počinju da interaguju gravitaciono i sudaraju se, a mala tela bivaju raštrkana na sve strane kao kolateralna šteta. Ova faza u formiranju planeta traje ubedljivo najduže (nekoliko desetina miliona godina) i haotična je – veoma slični početni uslovi mogu dati drastično različite rezultate, kao što se pokazalo u simulacijama (npr. [41], [25], [26]). Za stenovite planete, ovo je i poslednja faza formiranja.

Međutim, za krupnije planete, priča se ne završava ovde. Ukoliko je protoplaneta, ili jezgro, dovoljno masivno, onda se uporedo sa njegovim sudarnim rastom akretuje i značajna količina gasa iz protoplanetarnog diska. Da bi do ovoga došlo, naravno, potrebno je da gas još uvek bude prisutan u disku kada jezgro dosegne neku dovoljno veliku masu – masu neophodnu da akretovani gasni omotač bude značajan u odnosu na masu jezgra. Ovo, opet, zavisi i od položaja planete u disku; hladniji delovi diska (iza snežne linije) su pogodniji i za rast planetarnih jezgara, i za

akreciju gasa. Zato je granična masa za akreciju značajne ($m/M \gtrsim 0.1$) atmosfere oko $1M_{\oplus}$ na 1 AU, ali svega oko $0.2M_{\oplus}$ na 5 AU [3]³.

Akrecija gasa je isprva relativno spora i gasni omotač je u hidrostatičkoj ravnoteži, sve dok masa omotača ne premaši masu jezgra (uglavnom nakon 7 – 8 Myr); kada se ovo desi, nastupa haotičan rast gasnog omotača, koji se tek zaustavlja kad nestane gasa iz diska ili kad planeta akretuje sav gas u svojoj blizini (tada dolazi do otvaranja praznine u disku, koju smo mnogo puta videli na radio [1], infracrvenim [33] i optičkim [17] snimcima protoplanetarnih diskova). Nakon toga nastupa sporo hlađenje i kvazistatičko sažimanje, sa eventualnom modifikacijom unutrašnje strukture usled interakcije jezgra i omotača. Ovako nastaju gasni džinovi.

Iz svega dosad izloženog, jasno je da postoji veliki raspon planetarnih masa na kojima je moguće da planeta (na različitim orbitalnim rastojanjima) akretuje značajan gasni omotač. Ukoliko se haotičan rast nikada ne desi, odnosno, ukoliko se masa omotača ne približi masi jezgra, planeta će ostati ledeni džin; s druge strane, ukoliko se akretuje samo mala količina gasa, veoma je moguće da će ta atmosfera vremenom biti erodirana zvezdanim vetrom ili kosmičkim zračenjem, a krajnji ishod biće superzemlja sa potencijalom formiranja sekundarne atmosfere (koja bi nastala od vulkanskih isparenja ili gasova oslobođenih u udarima asteroida). Ova međuzona očigledno obuhvata pozamašan opseg masa. Još uvek ne možemo samo na osnovu mase da utvrdimo kojim će putem planeta poći, hoće li završiti kao stenovita superzemlja ili ledeni džin. Na osnovu radijusa možemo oceniti koja je veća verovatnoća: od dve planete iste mase, obično ona sa gasnim omotačem ima veći radijus – ali nam njihova unutrašnja struktura i dalje ostaje nepoznata, i za njeno razotkrivanje neophodan nam je uvid u hemijski sastav planete, koji stičemo kroz njihovu metaličnost, odnosno – metaličnost dela molekuskog oblaka iz kog je planeta nastala, odnosno – količinu metala dostupnu planetama u datom sistemu tokom formiranja, oslikanu u trenutnom sadržaju metala u samoj matičnoj zvezdi.

³Pored toga, masa izolacije je manja unutar snežne linije, tako da je, sve u svemu, veoma mala verovatnoća da za akreciju značajne atmosfere unutar snežne linije.

Glava 3

Planetski parametri i populacije planeta

3.1 Tehnike detekcije vansolarnih planeta

Da bismo razumeli trendove koji se mogu uočiti u prostoru planetskih parametara, važno je da pre toga razumemo način na koji ove parametre merimo – a on je direktno vezan za načine na koje detektujemo planete. Većina tehnika detekcije vansolarnih planeta zasniva se na posmatranju uticaja ovih planeta na njihove matične zvezde. Usled ovoga, naravno, lakše je detektovati planete koje su veće, masivnije i bliže matičnim zvezdama. Zbog toga je početkom astrobiološke ere bilo pretpostavki da su planete, barem u našoj galaksiji, mahom vreli ili topli Jupiteri. Međutim, sa usavršavanjem teleskopa, kamera i spektrografa, postalo je jasno da postoji obilje planeta znatno manjeg radijusa i mase. U nastavku ćemo grubo sumirati osnove različitih tehnika detekcije; više informacija o ovoj temi, kao i detaljni opisi celokupnog procesa detekcije za svaku tehniku, mogu se naći u referencama [6] i [35].

Fotometrija i spektroskopija tranzita

Tranzit planete je njen prolazak ispred matične zvezde u odnosu na posmatrača. Pošto planeta blokira deo zvezdane svetlosti, ukupan sjaj zvezde će se smanjiti; merenjem magnitude tokom tranzita može se otkriti prisustvo pratioca. Dakle, ono što posmatramo je kriva sjaja matične zvezde, u čijem se opadanju ogleda prisustvo planetarnog pratioca. Načelno, u sklopu ovog metoda posmatraju se dva događaja: tranzit i okultacija (zalazak planete iza matične zvezde). U oba slučaja ukupan fluks

sistema opada, pri čemu je to opadanje znatno manje u slučaju okultacije. Iz dubine i trajanja ovih minimuma na krivoj sjaja može se odrediti radijus planete, velika poluosa njene orbite i , naravno, period obilaska oko matične zvezde. Pošto je uslov za posmatranje tranzita taj da inklinacija samog sistema bude blizu 90° , tranzit se može kombinovati sa doplerovskom spektroskopijom za određivanje planetarne mase (vidi ispod). Pored toga, tranzit se može posmatrati i spektroskopski, u kom slučaju se analizira svetlost zvezde koja prolazi kroz atmosferu planete prilikom tranzita. Ovo nam može dati uvid u sastav te atmosfere.

Doplerovska spektroskopija

Doplerov efekat predstavlja promenu frekvencije talasa usled kretanja emitera u odnosu na detektor. Kod zvezde koja ima pratioca, pored drugih komponenata kretanja (npr. rotacija), uočava se i kretanje oko centra mase sistema; pošto to predstavlja periodično približavanje i udaljavanje od posmatrača, ovo se u spektru vidi kao periodično pomeranje linija ka manjim, odnosno ka većim talasnim dužinama. Slično kao i kod tranzita, ovaj metod detekcije favorizuje određeni skup orbitalnih inklinacija, uslovljen intenzitetom radijalne komponente brzine; razlika je u tome što se doplerovski pomak uočava čak i na manjim inklinacijama, jer komponenta kretanja u pravcu posmatrača i dalje postoji.

Ono što se ovde posmatra je upravo pomak linija u spektru zvezde, na osnovu koga se izračunava radijalna brzina kretanja zvezde oko centra mase usled uticaja planete (zato se ova tehnika naziva i metodom radijalnih brzina). Krajnji rezultat je dakle kriva radijalne brzine zvezde, koja se potom fituje izrazom

$$v_{rad} = K(\cos(\nu + \omega) + e \cos \omega), \quad (3.1)$$

gde su ν i ω prava anomalija i argument periastrona, respektivno, a

$$K = \frac{2\pi a \sin i}{P(1 - e^2)^{1/2}} \quad (3.2)$$

je takozvani K -parametar. Na osnovu trećeg Keplerovog zakona možemo povezati K -parametar sa masama planete i zvezde kroz formulu

$$\frac{K^3 P(1 - e^2)^{3/2}}{2\pi G} = \frac{m^3 \sin^3 i}{M^2}, \quad (3.3)$$

pri čemu se izraz sa leve strane naziva *funkcija mase*. Fitovanjem krive radijalne brzine dobijamo procenu za vrednost K -parametra, odakle možemo, ukoliko znamo (a obično znamo) zvezdanu masu, proceniti minimalnu vrednost za masu planete, odnosno $m \sin i$. U slučaju da je isti sistem posmatran i u tranzitu, znamo da je $i \sim 90^\circ$, tako da onda možemo realističnije proceniti masu planete.

Gravitaciono mikrosočivo

Efekat gravitacionog sočiva podrazumeva „savijanje“, odnosno promenu putanje svetlosti usled prisustva mase između izvora i posmatrača. Materija svojom masom dovodi do zakrivljenja prostor-vremena, pa svetlost, koja se u njemu kreće, i sama biva zakrivljena. Shodno tome, svetlost od nekog udaljenog izvora koja (na putu do Zemlje) prolazi pored zvezde sa planetom ili planetarnim sistemom biva iskrivljena usled gravitacionog dejstva zvezde i njenih pratilaca. Planete, koje su mnogo manje mase od zvezda, imaju manji uticaj na svetlost; pored toga, planetarni sistemi su na rastojanjima od najviše nekoliko kiloparseka od Zemlje, za razliku od kosmoloških distanci na kojima se posmatraju gravitaciona sočiva udaljenih galaksija. Zbog ova dva „umanjenja“, ova tehnika se naziva gravitaciono *mikrosočivo*.

Ono što izdvaja gravitaciono mikrosočivo od ostalih metoda je to što detekcija ne ovisi o uticaju planete na matičnu zvezdu, i to je upravo i glavna prednost ove tehnike. Kod mikrosočiva zapravo posmatramo krivu sjaja pozadinskog izvora – ukupan sjaj koji nastaje sabiranjem svih slika koje nastaju usled sočiva – čija promena potiče od promene uzajamnog položaja sočiva i izvora. Za razliku od pravog gravitacionog sočiva, gde, usled ogromnih distanci, slika pozadinskog izvora ne menja značajno sjaj na malim vremenskim skalama, kod mikrosočiva, sjaj izvora se menja tipično na skalama od nekoliko dana ili nedelja. (Mikro)sočivo je u ovom slučaju ceo planetarni sistem; što je planeta udaljenija od matične zvezde, to će njen uticaj biti izraženiji, tako da mikrosočivo favorizuje planete na većim rastojanjima od svoje zvezde. Štaviše, mikrosočivo je jedina (nama poznata) tehnika kojom možemo detektovati planete bez matičnih zvezda – takozvane *planete lutalice* (eng. *rogue planets*) – koje su, usled silaska matične zvezde sa glavnog niza, bliskog prolaska druge zvezde (koji je naročito čest u zbijenim zvezdanim jatima), ili neke druge eventualije, izbačene iz svojih matičnih sistema.

Neposredna detekcija: snimanje visokog kontrasta

Uopšte uzev, bilo koja planeta (čast braonpatuljastim izuzecima) je minijaturna i praktično nevidljiva u odnosu na matičnu zvezdu; njihovo ugaono rastojanje je izuzetno malo gledano sa Zemlje, a njihov međusobni kontrast po sjaju varira između optimističnih 10^{-3} (za vrelе Jupiterе u infracrvenom) i problematičnih 10^{-10} (za zemljolike u vidljivom) [6]. Jasno je da su konvencionalni instrumenti i tehnike posmatranja potpuno neadekvatni za direktnu detekciju planete. Zato se razvilo snimanje visokog kontrasta (*high-contrast imaging*) koje za cilj ima upravo da blokira svetlost veoma sjajnog izvora i omogući sakupljanje fotona direktno od sekundarnog, 10^5 ili više puta bleđeg izvora.

Svetlost primljena od planete sastoji se iz dve komponente: sopstvenog termalnog zračenja, čiji je maksimum uglavnom u infracrvenom, i reflektovane zvezdane svetlosti, čiji je maksimum uglavnom u vidljivom. Analizom reflektovane komponente možemo zaključiti koji deo ukupnog zvezdanog fluksa prolazi kroz atmosferu, te proceniti efektivnu temperaturu planete. Ako uspemo da izolujemo sopstvenu komponentu, odnosno zračenje same planete, možemo identifikovati hemijski sastav njene atmosfere i fizičke uslove u njoj. Naravno, usled vrlo slabog intenziteta ove komponente, trenutno ne možemo da postignemo visoku rezoluciju planetarnog spektra; međutim, pošto su u molekulskim spektrima (za razliku od atomskih) linije toliko gusto pakovane da ne možemo da ih razlučimo, već možemo samo da identifikujemo molekulske trake, niska spektralna rezolucija nas ne sprečava u dobijanju informacija o planetarnim atmosferama. Glavni izazov ovog metoda leži u razdvojnoj moći teleskopa i efikasnom blokiranju matične zvezde, kao i odgovarajućem tumačenju onoga što preostane kad se ona blokira.

Ostale tehnike detekcije

Pored pomenutih metoda, kojima je postignut najveći broj otkrića (više od 95% trenutno potvrđenih planeta), planete se mogu pronaći i korišćenjem **astrometrije** – odnosno, merenjem odstupanja sopstvenog kretanja zvezde od onoga što očekujemo na osnovu posmatranja (odstupanje, naravno, nastaje usled postojanja planetarnog pratioca). Ova metoda nije toliko široko korišćena zbog toga što je neophodno kroz duži vremenski period sprovesti vrlo precizna posmatranja; međutim, polažemo

velike nade u detaljnu analizu podataka sa GAIA misije, koja bi uskoro mogla da razotkrije obilje novih planeta [16]. Prednost astrometrijskog metoda je u tome što se merenjem sopstvenog kretanja može doći do inklinacije sistema, i time, u kombinaciji sa drugim merenjima, ukloniti neizvesnost u određivanju planetarne mase.

Još jedna tehnika koja se ređe koristi je **tajmiranje**, i ona se primenjuje kod objekata koji imaju neke periodične pojave – pulsara, promenljivih zvezda, eklipsno dvojnih zvezda, pa i zvezda koje već imaju planete (u potrazi za drugim planetama u sistemu). Princip se ponovo zasniva na uticaju planete na matičnu zvezdu, pri čemu se ovde taj uticaj ogleda u poremećaju već postojeće periodične pojave, što će se pokazati u spektru zvezde. Ovom tehnikom otkrivene su prve vansolarne planete oko pulsara PSR 1257+12 1992. godine [47].

U tabeli 3.1 prikazani su podaci o broju detektovanih (i potvrđenih) planeta za svaku od tehnika detekcije. Podaci su preuzeti sa baze `exoplanet.eu` dana 30. avgusta 2023.

Tabela 3.1: Raspodela broja detektovanih planeta prema tehnici detekcije.

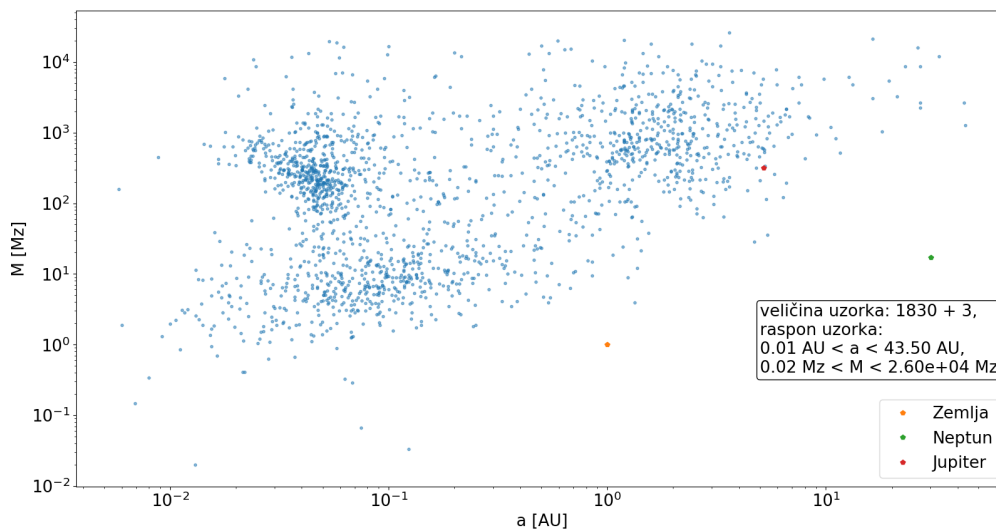
ukupno	tranzit	Dopler	mikrosočivo	direktno	astrometrija	tajmiranje
5504	3808	1073	261	233	20	26

Selekcionni efekti

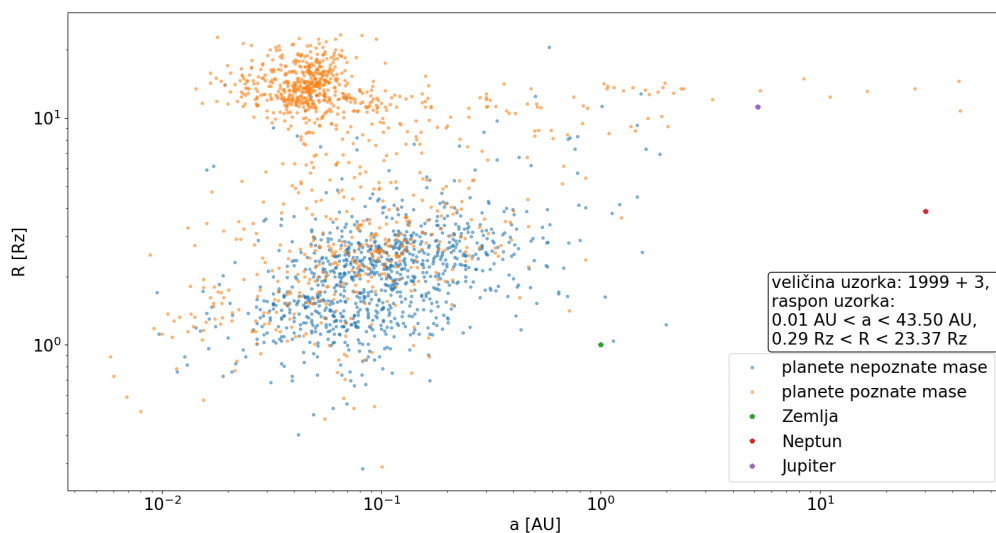
Iz svega dosad izloženog jasno je da dve najplodonosnije tehnike detekcije – metod tranzita i metod radijalnih brzina – imaju snažnu preferencu ka planetama većih dimenzija (tranzit favorizuje veće radijuse, a doplerovska spektroskopija veće mase) i manjih rastojanja od matične zvezde. Zbog toga je ovaj deo prostora planetskih parametara i najpopunjeniji. Na $a-R$ i $a-M$ graficima (slike 3.1 i 3.2) jasno se vidi da je ubedljiva većina planeta na orbitama užim od 1 AU; štaviše, od ukupno 5504 potvrđene planete, svega 912 ima $a > 1$ AU, a od tih 912, manje od 100 ima poznat radijus¹. Srećom, tehnike astrometrije, mikrosočiva i snimanja visokog kontrasta favorizuju veća rastojanja između zvezde i planete, tako da nam one donekle dopunjuju ovaj parametarski prostor; međutim, još uvek nema tehnike koja favorizuje manje mase i radijuse. Kao što se vidi na graficima, malo koja planeta ima radijus

¹Ovo objašnjava vidnu razliku u broju planeta iza 1 AU na slici 3.1 i slici 3.2.

manji od $1R_{\oplus}$, a planete mase $1M_{\oplus}$ jedva i da su zastupljene u uzorku.



Slika 3.1: Grafik zavisnosti mase egzoplaneta od njihove velike poluose, preuzeto sa exoplanet.eu. Poređenja radi, dodati su Zemlja, Neptun i Jupiter.



Slika 3.2: Grafik zavisnosti radijusa egzoplaneta od njihove velike poluose, preuzeto sa exoplanet.eu. Bojama su odvojene planete poznate i nepoznate mase. Poređenja radi, dodati su Zemlja, Neptun i Jupiter.

Ovo ne znači da je najveća verovatnoća za formiranje velikih, masivnih planeta na uskim orbitama. Kao što je rečeno u odeljku 2.2, region od interesa za formiranje

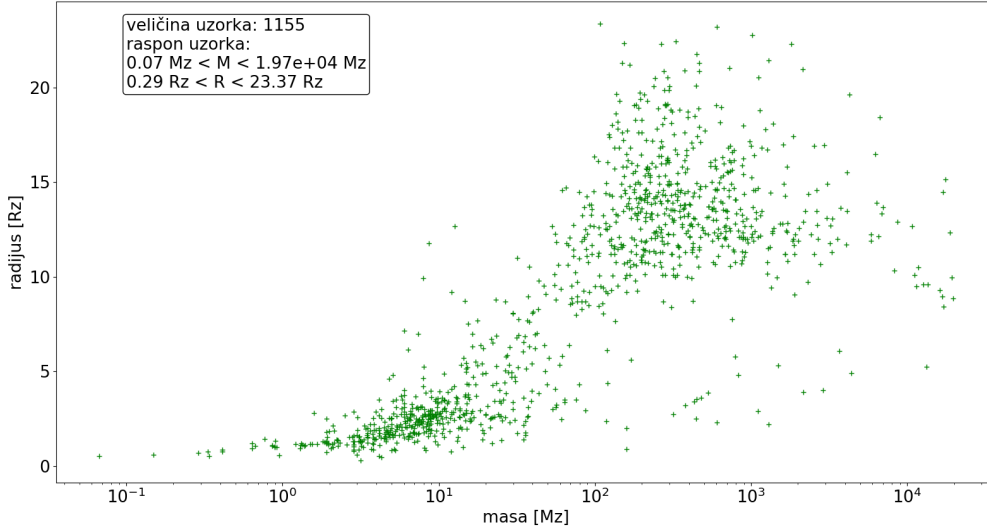
planeta je unutar 20 AU; takođe, danas ne-džinovske planete čine skoro tri četvrtine ukupnog broja potvrđenih vansolarnih planeta. Ovo je drastično drugačija slika od one koju smo imali na samom početku astrobiološke ere, kada su posmatranja podržavala teoriju da vreli Jupiteri (eng. *hot Jupiters*) vladaju Galaksijom – ne jer je zaista tako, već jer je ove planete jednostavno najlakše detektovati. Danas znamo da vreli Jupiter zapravo čine manje od 10% ukupne egzoplanetarne populacije. Treba uvek imati u vidu da baratamo nepotpunim skupom podataka, kao i da su naši instrumenti i tehnike osetljiviji na određene skupove planetarnih karakteristika.

3.2 Populacije / tipovi planeta

Na osnovu onoga što znamo o formiranju planeta, izloženog u prethodnom poglavlju, očekivano je da, tokom dužeg perioda formiranja planete, njen radijus raste sa porastom njene mase. Ovaj rast, međutim, nije ni linearan, ni jednoznačan; štaviše, nakon prekoračenja određene kritične vrednosti mase zapravo dolazi do prestanka rasta. Osnovni fizički princip je vrlo jednostavan: kao što nam je dobro poznato u astrofizici, glavne sučeljene sile su gravitacija koja gura ka unutra i pritisak koji gura ka spolja. Kako raste masa planete, tako raste i njena gravitacija, ali i pritisak koji ta masa vrši ka spolja. Različiti materijali vrše različit pritisak; ovo zavisi od njihove jednačine stanja. Pored toga, planeta određene (dovoljno velike) mase može i ne mora akretovati gasni omotač iz protoplanetarnog diska – kao što je već rečeno, ovo zavisi od brzine rasta planetarnog jezgra i dostupnosti gasa u samom disku – dakle, može se desiti različit ishod za jezgra iste mase, jer značajan gasni omotač proizvodi značajan spoljašnji pritisak na jezgro.

Zbog navedenih razloga, za datu planetarnu masu postoji širok spektar mogućih radijusa. Planeta mase $10 M_{\oplus}$ može imati radijus oko $1.5 R_{\oplus}$ do $2 R_{\oplus}$ ukoliko je stenovita, a čak duplo veći ukoliko u njenom sastavu ima više lako isparljivih elemenata (*volatiles*) i ukoliko gasni omotač čini značajan deo mase. Odlični primeri za ovo su vansolarne planete TOI-1471 b i TOI-1075 b: mase su im $9.85 M_{\oplus}$ i $9.95 M_{\oplus}$, ali su im radijusi $3.9 R_{\oplus}$ i $1.8 R_{\oplus}$, respektivno (exoplanet.eu). Ove brojke su takođe i dobra ilustracija celokupne situacije u masa-radijus ravni, koja se može videti na slici 3.3. Kao što se da primetiti, za veoma širok raspon mogućih vrednosti mase, radijus varira relativno malo, što znači da jako sporo raste sa porastom planetarne

mase. (Ovaj grafik biće detaljnije prodiskutovan u glavi 5.)



Slika 3.3: Radijus u zavisnosti od mase za sve planete poznatog radijusa, mase i metaličnosti. Podaci su preuzeti sa baze `exoplanet.eu`.

Na slici 3.3, jasno se uočavaju dve distinktnne grupe planeta. Jedna grupa ima radijus do oko $5 R_{\oplus}$ i masu do negde $20 - 30 M_{\oplus}$, i leži u donjem levom delu grafika; druga ima mase $M \gtrsim 100 M_{\oplus}$ i radijuse $R \gtrsim 10 R_{\oplus}$, i može se uočiti u gornjem desnom delu M-R prostora. Ove planete su gasni džinovi – specifična grupa izuzetno masivnih planeta koje su, nakon formiranja masivnog (reda veličine $10 M_{\oplus}$) jezgra, veoma brzo akretovale značajnu količinu gasa. Ove planete, pored najvećih vrednosti mase i radijusa, takođe imaju veću frekvenciju oko zvezda veće metaličnosti (pionirski rad Fischer i Valenti (2005) [15]); prisustvo težih elemenata znatno olakšava i ubrzava rast planetarnih jezgara, te i dovodi do povećane verovatnoće za akreciju gasa iz protoplanetarnog diska. Osim toga, prisustvo (budućeg) gasnog džina u sistemu utiče na orbite i interakcije planetezimala i protoplaneta, i može biti prepreka njihovom daljem rastu, što zbog ekscitovanja njihovih ekscentriciteta i inklinacija (što umanjuje verovatnoću sudarnog rasta), što zbog umanjenja ukupne zalihe „hrane” (planetezimala, sitnih čestica i gasa) za buduće planete.

U okviru ove grupe, izdvaja se specifična podgrupa vreljih Jupitera – gasnih džinova u izuzetno tesnim ($a < 0.1$ AU, [3]) orbitama oko matičnih zvezda. Njihovo prisustvo jasno se uočava na $a - M$ grafiku. Ova populacija ima distinktno dru-

gačije osobine u odnosu na ostale gasne džinove. Osnovne orbitalne karakteristike, konkretno uske (uglavnom kružne) orbite i (najčešće) sinhrona rotacija, dovode do brojnih fizičkih posledica poput izuzetno visokih temperatura, brze rotacije i interesantnih atmosferskih pojava (npr. [39]). Vrlo je verovatno da se i formiraju na drugačiji način od ostalih planeta, kao i da migracija igra ključnu ulogu u njihovom nastanku i evoluciji [11].

S druge strane, u okviru grupe „ne-džinova” takođe postoji dodatna podela. U našem Sunčevom sistemu, planete su jasno podeljene na male stenovite i krupne gasovite; izuzimajući Jupiter i Saturn, koji su očigledno gasni džinovi, ostale planete mogu se podeliti na takozvane ledene džinove (Uran i Neptun) radijusa oko $4R_{\oplus}$ i mase oko $15M_{\oplus}$, odnosno $20M_{\oplus}$, i stenovite planete „Zemljinog tipa”, takozvane zemljolike (eng. *Earth-like* ili *terrestrial*), mase i radijusa oko $1M_{\oplus}$ / $1R_{\oplus}$ (Zemlja, Venera) i manje (Mars, Merkur). Ova podela jasna je u Sunčevom sistemu, ali se ispostavlja da u drugim planetarnim sistemima postoji velika siva zona između stenovitih planeta i ledenih džinova, oslikana i u preklapanju ovih planeta u M-R ravni. Kao što je već navedeno, planeta mase $10M_{\oplus}$ može imati vrlo različit radijus zavisno od njenog hemijskog sastava, tako da u ovom momentu ne možemo jednoznačno odrediti tip planete samo na osnovu mase ili radijusa. Štaviše, čak i kad su oba ova parametra poznata, nije moguće jednoznačno odrediti sastav i unutrašnju strukturu planete, jer postoji više različitih modela (u okviru jednog tipa planete) koji mogu objasniti posmatranu masu i radijus [19].

Glava 4

Nastanjivost vansolarnih planeta

Sam pojam nastanjivosti, koliko god bio intuitivan i jednostavan, istovremeno je neuhvatljiv i težak. Šta podrazumevamo pod nastanjivošću? Da se planeta može nastaniti – čime? Pa čak i ako se ograničimo samo na život nalik zemaljskom, koji je za sada jedini koji poznajemo, uslovi nastanjivosti planete i dalje nisu potpuno poznati, jer još uvek nismo sigurni kako je život nastao na našoj planeti Zemlji. Često se oslanjamo na olakšicu toga da, umesto da govorimo koji uslovi garantuju da će se život pojaviti – što nikako ne možemo da znamo – govorimo o nužnostima bez kojih (ovozemaljski) život ne može da opstane. Jedna od tih nužnosti je prisustvo tečne vode: ovo je dovelo do jednog od najpoznatijih pojmova astrobiologije, a to je *nastanjiva zona*. Originalno osmišljena tako da obezbeđuje tečnu vodu *na površini* planete, definiše se kao onaj pojas rastojanja od matične zvezde gde je površinska temperatura planete takva da voda može postojati u tečnom stanju na njenoj površini.

Toliko smo suzili kriterijume, ali i dalje ima toliko nepoznanica! Prvo, koji je to opseg temperatura? To zavisi od prisustva i osobina planetske atmosfere; ona određuje atmosferski pritisak na površini, ali i način na koji se toplota prenosi do same površine, što znači da temperatura ne zavisi samo od velike poluose. (Ako bi temperatura na površini bila određena isključivo rastojanjem do zvezde, srednja površinska temperatura Zemlje trebalo bi da bude oko 255 K (oko -18° C), a dobro znamo da je ona u realnosti čitavih trideset stepeni viša.) S tim u vezi, trebalo bi uzeti u obzir i mogućnost da planeta, izuzev zračenja matične zvezde, ima neki dodatni izvor toplote, poput vulkanizma, raspada radioaktivnih elemenata, ili plim-

skog zagrevanja.

Naposletku, zašto bi tečna voda morala da bude na površini? U našem Sunčevom sistemu imamo lepe primere stenovitih tela koja imaju rezervoare tečne vode na određenim dubinama ispod same površine¹. Treba li njima da isključujemo kao nepodobne, ili postoji dobra šansa da se život formira spontano u potpovršinskim okeanima?

Pored univerzalne žeđi ovozemaljskog života za tečnom vodom, postoji još jedan vrlo bitan i podjednako univerzalan uslov za opstanak živih bića, a to je dugoročna stabilnost životne sredine. Pridev „dugoročna” uvodi još jednu veoma bitnu nepoznanicu u već pozamašan skup promenljivih, a to je vremenska skala na kojoj se može govoriti o nastanjivosti. Ukoliko se držimo vremenskih skala karakterističnih za život na Zemlji, biće nam od većeg interesa planete koje imaju neki vid zaštite od spoljašnjih uticaja, bilo to njihova neposredna okolina (ostale planete u sistemu, matična zvezda) ili širi kosmički komšiluk (zvezde u jatu, kosmičko zračenje, itd). Mi smo ovde na Zemlji dvostruko osigurani: imamo atmosferu koja distribuira toplotu, stabilise temperaturne razlike na kraćim i dužim skalama i usporava pad kamenja iz kosmosa; a tu atmosferu čuva magnetno polje, koje izvire iz Zemljine utrobe i šiba naelektrisane, visokoenergetske čestice ka polovima, kradući im energiju kojom bi inače, deo po deo, kidale tu atmosferu u koju smo ušuškani. Shodno tome, pri analizi nastanjivosti vansolarnih planeta, od većeg su nam interesa one planete koje imaju atmosferu, ili, još bolje, atmosferu sa magnetnim poljem.

Kompletnosti radi, trebalo bi napomenuti da vremenska skala na kojoj se ispoljava nastanjivost sama po sebi ima dva aspekta: ukupno trajanje intervala stabilnosti i stepen u kojem je ovaj interval kontinuiran ili diskretan. Potonje je od većeg značaja za nastanjive zone u galaksijama, gde se može desiti da planetarni sistem izađe iz nastanjive zone, da bi se kasnije ponovo u nju vratio, zbog čega je i uveden pojam kontinuirane nastanjivosti [43]. Ovo je od manjeg značaja za nastanjive zone unutar planetskih sistema, kojima se ovde bavimo.

¹Govorimo, naravno, o Jupiterovim satelitima Evropa, Ganimed i Kalisto, kao i o Saturnovim satelitima Enceladu i Titanu (npr. [10]).

Atmosfera planete, uopšte uzev, potiče ili iz protoplanetarnog diska (primarna atmosfera), ili od kasnijih procesa, poput udara asteroida i kometa, vulkanizma, pa čak i života². Planete manje masivne od Zemlje, upravo zbog svoje male mase, neće uspeti da akretuju značajnu količinu vodonika i helijuma iz protoplanetarnog diska; međutim, pomenuti sekundarni procesi dovode do prisustva gasova koji nisu tako lagani i koje je gravitacijom moguće zadržati. E sad, ukoliko je neka planeta baš toliko sićušna da ne može zauzdati ni teže molekule poput amonijaka, vode ili ugljovodonika u dovoljnim količinama da se to može nazvati atmosferom, onda nam ta planeta verovatno neće biti astrobiološki interesantna. Sudeći po Arnscheidt, Wordsworth i Ding (2019) [4], nema mnogo poente tražiti život na planetama mase ispod $\sim 0.03M_{\oplus}$. Ukoliko odemo korak dalje i uzmemo u obzir ne samo nastanak života, već i njegov opstanak i evoluciju, javljaju se dodatni dugoročni procesi koji su ključni za održanje biosfere. Na primer, kruženje ugljenika ili azota u prirodi, koje na našoj planeti održava dugoročnu klimatsku stabilnost, nije realistično za planete manje masivne od Marsa (oko $0.1M_{\oplus}$), te ih stoga većina astrobioloških izvora i ne uzima u razmatranje.

S druge strane, ukoliko je planeta suviše masivna, rizikujemo efekte koji je takođe vrlo verovatno čine nenastanjivom. Postojanje čvrste površine je jak uslov za nastanjivost iz očiglednih razloga, te sa velikom pouzdanošću možemo izostaviti gasne džinove iz naših studija nastanjivosti, što znači da planete mase veće od oko $100M_{\oplus}$ nećemo razmatrati; no mnogo je komplikovanije povući granicu u širokom spektru ne-džinovskih planeta – naročito kada se ima u vidu da bi ledeni džinovi, kad bi bili na malo manjim rastojanjima od matične zvezde, najverovatnije bili superzemlje sa čvrstim površinama prekrivenim izuzetno dubokim okeanima. Pri analizi nastanjivosti u ovoj grupi, postoje i drugi efekti koje valja uzeti u obzir, a koji mogu dati neke granične vrednosti mase i radijusa astrobiološki interesantnih planeta. Na primer, ukoliko je okean dovoljno dubok, okeansko dno se može zalediti usled veoma visokog pritiska (led VII), što bi rezultovalo fizičkim odvajanjem silikatne kore od tečne vode. Ovo bi blokiralo čitav proces kruženja ugljenika, koji je, kao što je već napomenuto, jedan od ciklusa koji na duže staze stabilizuju klimu na Zemlji. U svom modelu, Alibert (2015) [2] razmatra upravo ovaj scenario i dolazi do granične vrednosti radijusa od $2.3R_{\oplus}$ za nastanjive planete (u opsegu $1M_{\oplus} < M < 12M_{\oplus}$).

²Jedno od otvorenih pitanja astrobiologije jeste upravo da li planeta mora da bude nastanjena da bi se njena nastanjivost održala na dužim vremenskim skalama [5].

Iz svega ovoga vidi se da su planetski parametri poput mase, radijusa, velike poluose i metaličnosti ključni „sastojci” za nastanjivost u zemaljskom smislu. Treba imati na umu da su ovo „globalne” osobine planeta koje ne govore ništa o specifičnim uslovima na samim planetama, niti o njihovoj vremenskoj evoluciji, koja može dovesti do dramatičnog porasta ili opada njihove nastanjivosti. Zemlja i Venera, na primer, imaju praktično istu masu, radijus i hemijski sastav, ali je mala razlika u velikoj poluosi dovela do drastično drugačije evolucije nastanjivosti. Stoga dalju analizu valja uzeti veoma oprezno i sa rezervom, pre svega kao dokaz koncepta ili opštu smernicu (*rule of thumb*) koja treba da nam tek ukaže u kojoj oblasti parametarskog prostora možemo tražiti nastanjive planete putem detaljnijih numeričkih modela.

Glava 5

Rezultati i diskusija

U nastavku će biti predstavljeni rezultati ovog rada. Svi podaci preuzeti su sa baze podataka `exoplanet.eu` dana 13. juna 2023, kada je ukupan broj potvrđenih vansolarnih planeta u ovoj bazi bio 5391. Nakon odbacivanja planeta nepoznate metaličnosti i radijusa, uzorak je sadržao 3479 planeta; ovaj skup podataka je korišćen za konstrukciju i analizu histograma metaličnosti i radijusa. Nakon toga smo u okviru ovog skupa izdvojili planete poznate mase (ili $M \sin i$), što je dalo konačni uzorak od 1155 planeta. Proces „šmirglanja” prikazan je u tabeli 5.1. Po potrebi smo za neke fitove morali da ograničimo uzorak po metaličnosti na $[-0.5, 0.5]$ da sami repovi raspodele ne bi narušili kvalitet fita; taj redukovani uzorak sadrži 1140 planeta.

Tabela 5.1: Selekcija uzorka za studiju.

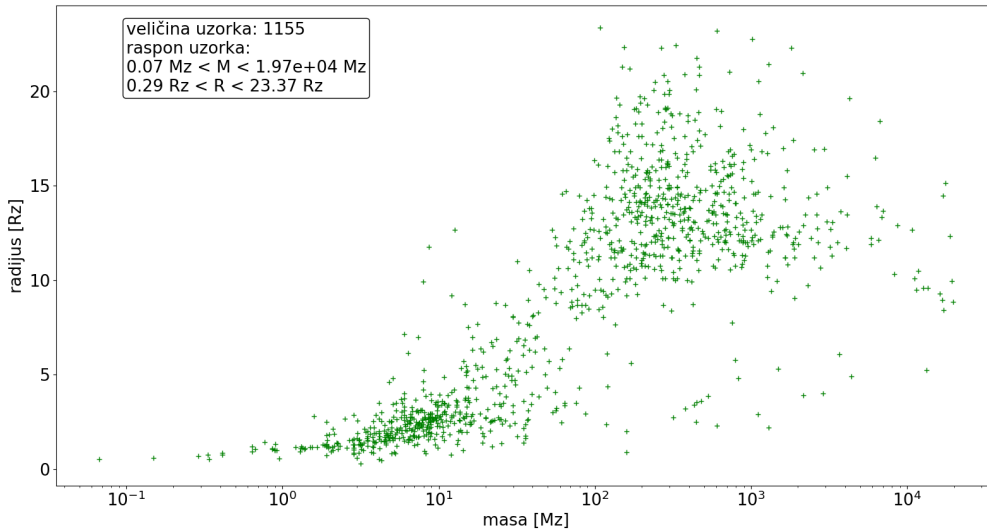
ukupno	poznatih Z	poznatih Z, R	poznatih Z, R, M	poznatih Z, R, M, $ Z \leq 0.5$
5391	4323 (80.19%)	3479 (64.53%)	1155 (21.42%)	1140 (21.15%)

Iako je krajnji uzorak nastao odbacivanjem skoro 80% ukupnog broja potvrđenih planeta, on i dalje višestruko premašuje tipičnu veličinu uzorka sa kojim su rađene slične studije planetских parametara do sada, i ova studija je najveća dosad rađena sa potvrđenim egzoplanetama¹.

¹Mousavi-Sadr, Jassur i Gozaliasl (2023) [30] su sproveli studiju sa 762 potvrđene vansolarne planete koje su dali kao input algoritmu za mašinsko učenje; većina drugih studija sa ovako velikim uzorcima zasniva se na sintetisanim planetama, koje, iako povećavaju uzorak i omogućuju pore-

5.1 Masa-radijus relacije i metaličnost

Na slici 5.1 dat je grafik zavisnosti radijusa od mase za uzorak od 1155 potvrđenih vansolarnih planeta poznate mase, radijusa i metaličnosti. Ovo je prvi grafik te vrste na ovako velikom uzorku potvrđenih planeta. Primećuje se jasan trend porasta radijusa sa masom, što je i logično, ali takođe i mnogo sporiji rast radijusa u odnosu na masu: pri udvostručenju radijusa, masa skoči za skoro dva reda veličine. Ovo je takođe očekivano, s obzirom da veća masa znači veću gravitaciju, pa samim tim i veću kompresiju jezgra same planete. Ovi trendovi saglasni su sa prethodnim rezultatima ([29], [34]).



Slika 5.1: Radijus u zavisnosti od mase za sve planete poznatog radijusa, mase i metaličnosti. Podaci su preuzeti sa baze `exoplanet.eu`.

Na grafiku se jasno izdvajaju dve populacije planeta: gasni džinovi, koji zauzimaju gornji desni deo parametarskog prostora, sa masama $M \gtrsim 100M_{\oplus}$ i radijusima $R \gtrsim 10R_{\oplus}$, i ne-džinovske planete u donjem levom delu grafika, mase do nekih tridesetak M_{\oplus} . Primećuje se prisustvo nekolicine planeta velikih masa, a manjih radijusa (do $7 - 8R_{\oplus}$), što sugeriše da ovakva kombinacija nije veoma česta – očekujemo da su ovo najverovatnije ekstremni slučajevi kompresije u kojima je jezgro delimično ili potpuno degenerisano. S druge strane, odsustvo planeta male mase, a velikog

denje sa analitičkim ili semi-analitičkim rezultatima, takođe mogu uvesti nove sistematske greške, selekzione efekte i neobjektivnosti.

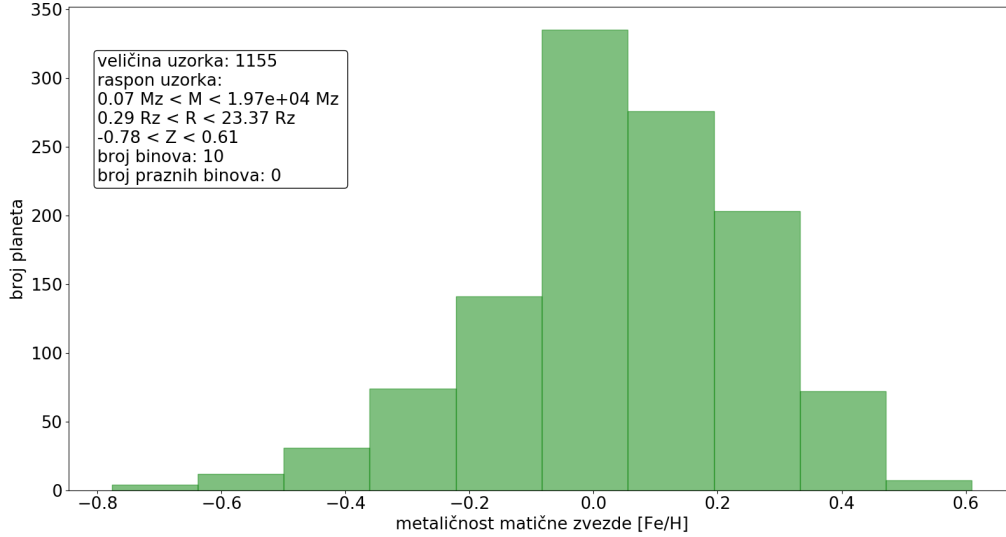
radijusa jasno ukazuje na to da ovakva kombinacija nije nešto što možemo očekivati – što je sasvim logično, s obzirom na to da nema poznatog mehanizma kojim čvrsto telo mase $M \lesssim 1M_{\oplus}$ može održati radijus od $5R_{\oplus}$ ili veći.

Sa grafika se takođe može primetiti da se dijapazon mogućih radijusa za planetu date mase znatno proširuje sa povećanjem mase planete. Kada planeta (ili jezgro planete) stekne dovoljnu masu za akretovanje gasnog omotača iz protoplanetarnog diska, proširuje se spektar scenarija koji se mogu odigrati: masa akretovane atmosfere zavisi od položaja planete u sistemu, dostupnosti gasa za akreciju i potencijalnog prisustva drugih planeta, a upravo ta masa povećava radijus same planete. S druge strane, ta masa generiše i spoljašnji pritisak na jezgro, što dovodi do njegove dodatne kompresije, tako da je krajnji radijus planete proizvod delikatne ravnoteže akrecije i pritiska.

Metali mogu biti sastavni deo same planete, ili se mogu nalaziti u tečnom ili gasovitom stanju na površini ili u atmosferi planete, ukoliko atmosfera postoji. Za dve planete iste mase, veći udeo metala će uglavnom značiti veće prisustvo silikata, karbonata, vode, amonijaka, ugljovodonika, raznolikih oksida (oksid kalcijuma, aluminijuma, magnezijuma, gvožđa...) i, naposljetku, elementalnog gvožđa i nikla. Kod stanovitih planeta, veća metaličnost znači i veće prisustvo dugoživućih radionuklida, poput ^{238}U , ^{232}Th i ^{40}K , koji igraju ključnu ulogu u održavanju unutrašnje toplote planete. (Uloga ovih dugoživućih izotopa kod ledenih džinova još uvek nije rasvetljena.)

Načelno gledano, stenovite planete su „metalichnije” od ledenih džinova, koji opet sadrže više vode i metana od gasnih džinova, u čijem sastavu ima najviše vodonika i helijuma. Ukoliko posmatramo samo slojeve iznad jezgra, može se reći da sa opadanjem metalichnosti radijus raste: posledica veće stope akrecije vodonika i helijuma iz protoplanetarnog diska je upravo veći radijus, dok se povećanjem udela ovih elemenata opšta metalichnost planete smanjuje. S druge strane, najveći sadržaj metala jeste upravo u jezgru planete: planete koje se formiraju oko zvezda veće metalichnosti prosto će imati veći sadržaj metala, i vrlo verovatno će moći brže da narastu zbog veće dostupnosti čvrstih materijala u protoplanetarnom disku – što onda ukazuje na porast radijusa sa porastom metalichnosti. Dakle, kao i odnos mase i radijusa, odnos radijusa i metalichnosti nije linearan, te u okviru jedne srednje metalichnosti

može postojati vrlo širok raspon – kako radijusa, tako i masa. Ukoliko ceo uzorak planeta kojima su poznati ovi parametri podelimo na deset binova po metaličnosti (slika 5.2), u svakom binu naći će se i stenovite planete, i ledeni džinovi, i gasni džinovi.



Slika 5.2: Metalichnosti 1155 planeta (poznate mase, radijusa i metalichnosti) razvrstane u 10 binova.

Kako metalichnost utiče na odnos mase i radijusa? Da bismo dobili odgovor na ovo pitanje, analizirali smo masa-radijus relacije planeta u svakom od deset binova ponaosob. Informacije o rasponu metalichnosti, mase i radijusa planeta u binu date su, zajedno sa brojem planeta u svakom binu i identifikacionim brojem bina, u tabeli 5.2.

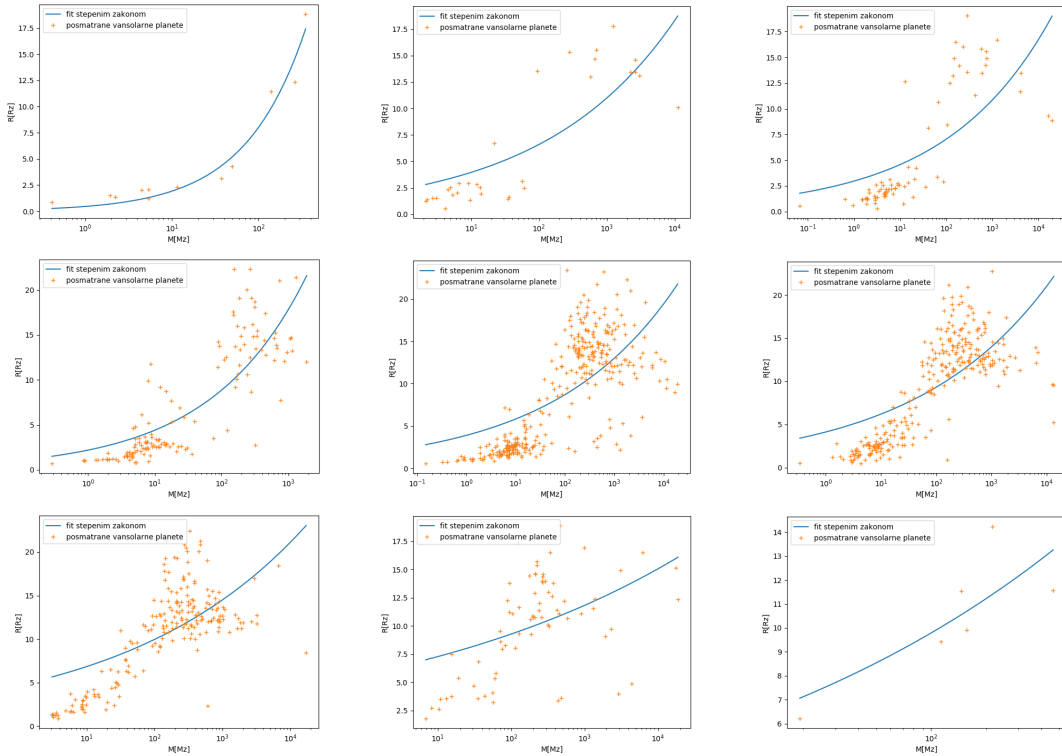
Prvi bin, za vrednosti metalichnosti $-0.78 < Z < -0.64$, sadrži samo jednu planetu, te je on morao biti izostavljen iz analize, ali smo zato za sve ostale binove naftovali podatke stepenim zakonom:

$$\frac{R}{R_{\oplus}} = k \cdot \left(\frac{M}{M_{\oplus}} \right)^{\beta}, \quad (5.1)$$

u skladu sa prethodnim rezultatima. Kao što smo i očekivali, eksponent stepenog zakona razlikuje se za različite vrednosti metalichnosti, kao što se može videti na slici 5.3. Parametri fita dati su u tabeli 5.3.

Tabela 5.2: Raspon mase, radijusa i metaličnosti za svaki od deset binova histograma sa slike 5.2.

#	N_p	Z [Fe/H]	$M[M_\oplus]$	$R[R_\oplus]$
1	1	$-0.777 \leq Z < -0.64$	$M = 279.69$	$R = 13.35$
2	12	$-0.64 \leq Z < -0.49$	$0.41 \leq M < 420.49$	$0.85 \leq R < 18.83$
3	31	$-0.49 \leq Z < -0.36$	$1.59 \leq M < 2.64e+3$	$0.54 \leq R < 17.78$
4	74	$-0.36 \leq Z < -0.22$	$0.07 \leq M < 19.75e+3$	$0.29 \leq R < 19.05$
5	141	$-0.22 \leq Z < -0.08$	$0.29 \leq M < 11.12e+3$	$0.71 \leq R < 22.32$
6	335	$-0.08 \leq Z < 0.05$	$0.15 \leq M < 16.84e+3$	$0.59 \leq R < 23.37$
7	276	$0.05 \leq Z < 0.19$	$0.34 \leq M < 13.51e+3$	$0.47 \leq R < 22.75$
8	203	$0.19 \leq Z < 0.33$	$3.07 \leq M < 6.67e+3$	$0.86 \leq R < 22.42$
9	72	$0.33 \leq Z < 0.47$	$6.04 \leq M < 19.34e+3$	$1.81 \leq R < 18.89$
10	6	$0.47 \leq Z < 0.61$	$19.19 \leq M < 1.29e+3$	$6.21 \leq R < 14.23$



Slika 5.3: Masa-radijus relacije za planete u različitim opsezima metaličnosti i njihovi fitovi stepenim zakonom. Redni broj bina raste sleva nadesno, počev od drugog bina gore levo i zaključno sa desetim binom dole desno.

Binovi koji sadrže veliku količinu planeta (više od pedeset) imaju izraženu podelu na džinove i ne-džinove, sličnu onoj koja se vidi na opštem prikazu masa-radijus relacije (slika 5.1). Ova podela je jasno uočljiva na graficima 5.3; takođe, baš za

ove binove vide se izuzetno male p-vrednosti u tabeli 5.3, što ukazuje upravo na to da zavisnost $R(M)$ u tim binovima nije dobro opisana jedinstvenim stepenim zakonom. Odnos mase i radijusa se menja sa porastom planetarne mase, te smo zbog toga na ove binove primenili i dodatni fit prelomljenim stepenim zakonom, kako bismo ispitali ovu masa-radijus relaciju u okviru različitih grupa planeta (džinova i ne-džinova). Prelomljeni stepeni zakon je funkcija oblika:

$$\frac{R}{R_{\oplus}} = \begin{cases} k_1 \cdot \left(\frac{M}{M_{\oplus}}\right)^{\beta_1}, & M < M_0 \\ k_2 \cdot \left(\frac{M}{M_{\oplus}}\right)^{\beta_2}, & M \geq M_0, \end{cases} \quad (5.2)$$

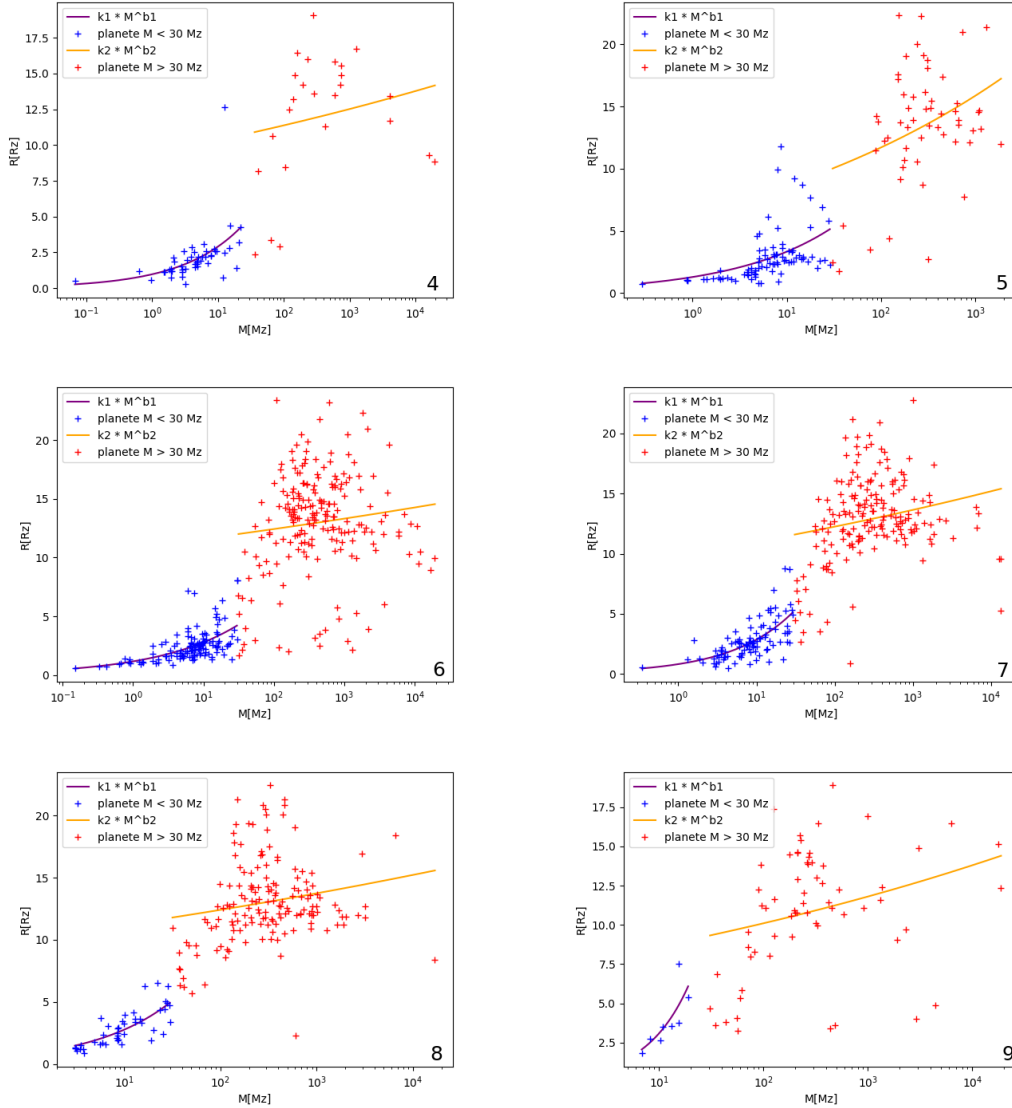
gde je M_0 granična masa koja razdvaja gasne džinove od ne-džinovskih planeta (ledenih džinova i superzemalja).

Tabela 5.3: Parametri fita stepenim zakonom sa p-vrednostima za svaki bin.

#	$k \pm \Delta k$	$\beta \pm \Delta\beta$	p [χ^2]
2	0.68 ± 0.38	0.52 ± 0.09	0.954
3	1.74 ± 0.54	0.29 ± 0.05	0.194
4	3.01 ± 0.47	0.18 ± 0.02	4.051e-08
5	2.84 ± 0.33	0.24 ± 0.02	2.637e-08
6	3.77 ± 0.29	0.18 ± 0.01	1.899e-24
7	4.19 ± 0.33	0.17 ± 0.01	3.884e-14
8	4.52 ± 0.43	0.17 ± 0.02	6.517e-05
9	6.03 ± 0.95	0.09 ± 0.02	0.002
10	5.57 ± 2.20	0.12 ± 0.07	0.870

Najranije studije koje su se bavile frekvencijom ili stopom formiranja planeta, uočile su značajnu promenu na $\sim 30M_{\oplus}$, ili skoro dvostruko veće od mase Neptuna [28]. Zbog toga smo za graničnu vrednost mase u prelomljenom stepenom zakonu uzeli upravo ovu vrednost: $M_0 = 30M_{\oplus}$. Fitovi sa ovom graničnom masom prikazani su na slici 5.4, a odgovarajući parametri i p-vrednosti dati su u tabeli 5.4.

Kao što se vidi iz p-vrednosti, verovatnoća je velika da su planete mase ispod $30M_{\oplus}$ dobro opisane datim stepenim zakonom, ali se isto ne može reći i za planete veće mase. Razlog ovome može biti neadekvatno odabrana vrednost granične mase; pomenute studije, koje su došle do te vrednosti od $30M_{\oplus}$, čisto probablistički pristupaju formiranju planeta i ne uzimaju hemijski sastav samih planeta u



Slika 5.4: Masa-radijus relacije za planete u binovima sa 50 i više planeta, kod kojih se vidi podela na džinove i ne-džinove, i fitovi tih grupa prelomljenim stepenim zakonom. Granična masa ovog fita je $M_0 = 30M_{\oplus}$.

obzir. S druge strane, studije koje se bave analizom masa-radijus i masa-gustina relacija (poput Hatzes i Rauer (2015) [18]) uočile su promenu nagiba ovih funkcija na znatno većoj vrednosti mase, oko $\sim 95M_{\oplus}$, ili $\sim 0.3M_{\gamma}$. Uzimajući ovu vrednost kao prelaznu između dva režima, dobijaju se drastično drugačiji rezultati (slika 5.5)! Parametri fita sa p-vrednostima dati su u tabeli 5.5.

Ispostavlja se da, u slučaju gasnih džinova, zavisnost radijusa od mase znatno

Tabela 5.4: Binovi koji sadrže preko 50 planeta i parametri njihovih fitova prelomljenim stepenim zakonom, zajedno sa odgovarajućim p-vrednostima. Vrednost granične mase za ovaj fit je $M_0 = 30M_{\oplus}$.

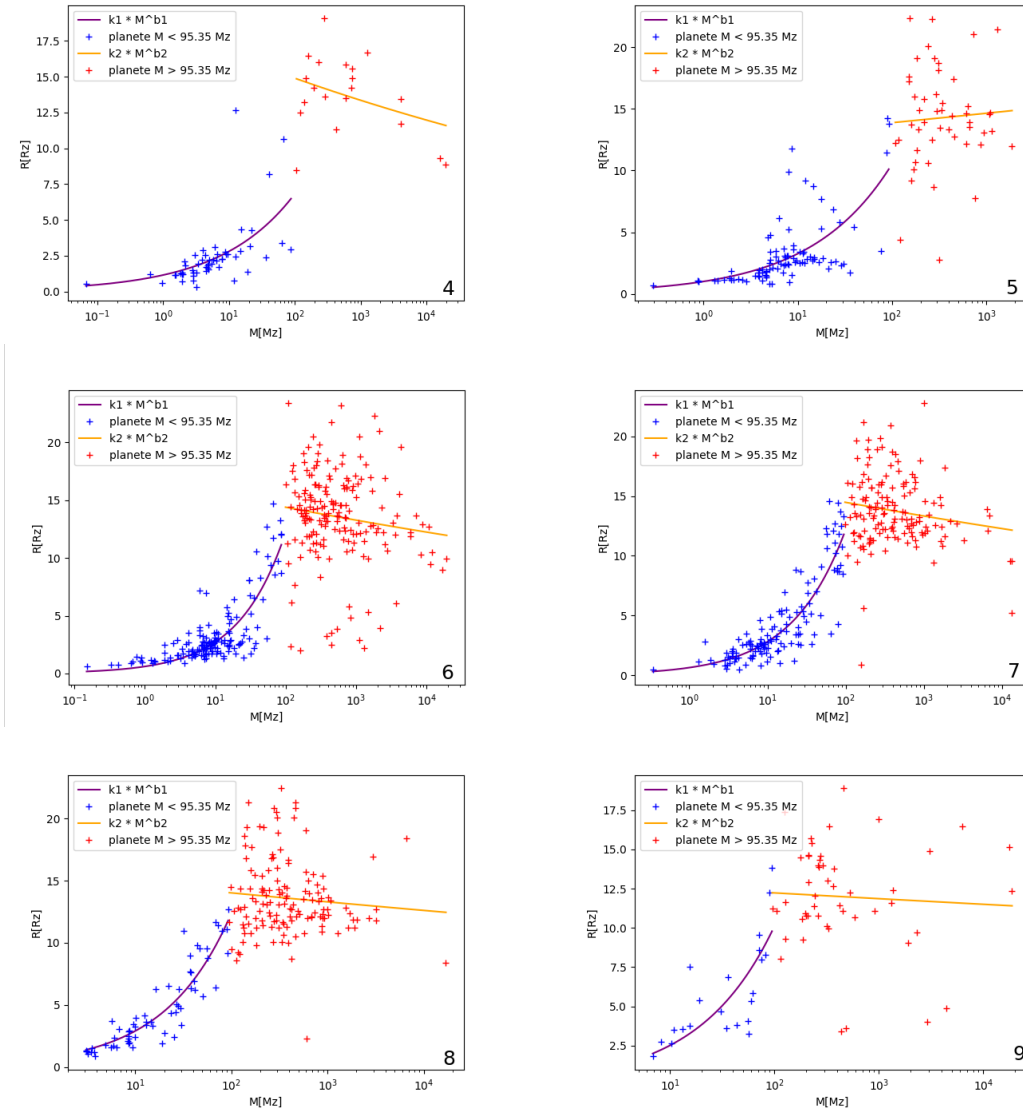
#	$k_1 \pm \Delta k_1$	$\beta_1 \pm \Delta\beta_1$	$k_2 \pm \Delta k_2$	$\beta_2 \pm \Delta\beta_2$	$p_1[\chi^2]$	$p_2[\chi^2]$
4	0.97 ± 0.28	0.48 ± 0.13	9.40 ± 2.49	0.04 ± 0.04	0.873	0.036
5	1.29 ± 0.30	0.41 ± 0.10	6.38 ± 1.90	0.13 ± 0.05	0.357	0.005
6	1.18 ± 0.16	0.38 ± 0.05	10.83 ± 1.20	0.03 ± 0.02	0.999	6e-05
7	0.81 ± 0.15	0.55 ± 0.07	9.87 ± 0.95	0.05 ± 0.02	0.999	0.690
8	0.82 ± 0.18	0.53 ± 0.08	10.12 ± 1.10	0.04 ± 0.02	0.999	0.947
9	0.27 ± 0.29	1.06 ± 0.40	7.39 ± 1.28	0.07 ± 0.03	0.961	0.060

Tabela 5.5: Binovi koji sadrže preko 50 planeta i parametri njihovih fitova prelomljenim stepenim zakonom, zajedno sa odgovarajućim p-vrednostima. Vrednost granične mase za ovaj fit je $M_0 = 95.35M_{\oplus}$.

#	$k_1 \pm \Delta k_1$	$\beta_1 \pm \Delta\beta_1$	$k_2 \pm \Delta k_2$	$\beta_2 \pm \Delta\beta_2$	$p_1[\chi^2]$	$p_2[\chi^2]$
4	1.15 ± 0.26	0.39 ± 0.07	18.52 ± 3.59	-0.05 ± 0.03	0.610	0.975
5	1.01 ± 0.18	0.51 ± 0.05	12.47 ± 4.23	0.02 ± 0.06	0.186	0.203
6	0.61 ± 0.08	0.65 ± 0.04	16.92 ± 2.15	-0.03 ± 0.02	0.999	0.063
7	0.65 ± 0.10	0.64 ± 0.04	17.06 ± 1.88	-0.04 ± 0.02	0.999	0.999
8	0.68 ± 0.12	0.63 ± 0.04	15.58 ± 2.04	-0.02 ± 0.02	0.999	0.997
9	0.62 ± 0.35	0.60 ± 0.14	12.99 ± 2.68	-0.01 ± 0.03	0.769	0.569

slabi, što ukazuje na to da radijus teži da ostane isti pri porastu mase. Razlog ovome je već višestruko pomenut pritisak koji masivan gasoviti omotač vrši na jezgro: nakon dostizanja kritične vrednosti pritiska, materija u jezgru će postati degenerisana, i njegovo dalje sažimanje će se zaustaviti. Marginalno opadanje radijusa koje je oslikano u negativnim eksponentima stepenog zakona najverovatije vodi poreklo od vrlo blagog sažimanja omotača, usled procesa koji mogu biti predmet nekog sledećeg rada ili istraživanja.

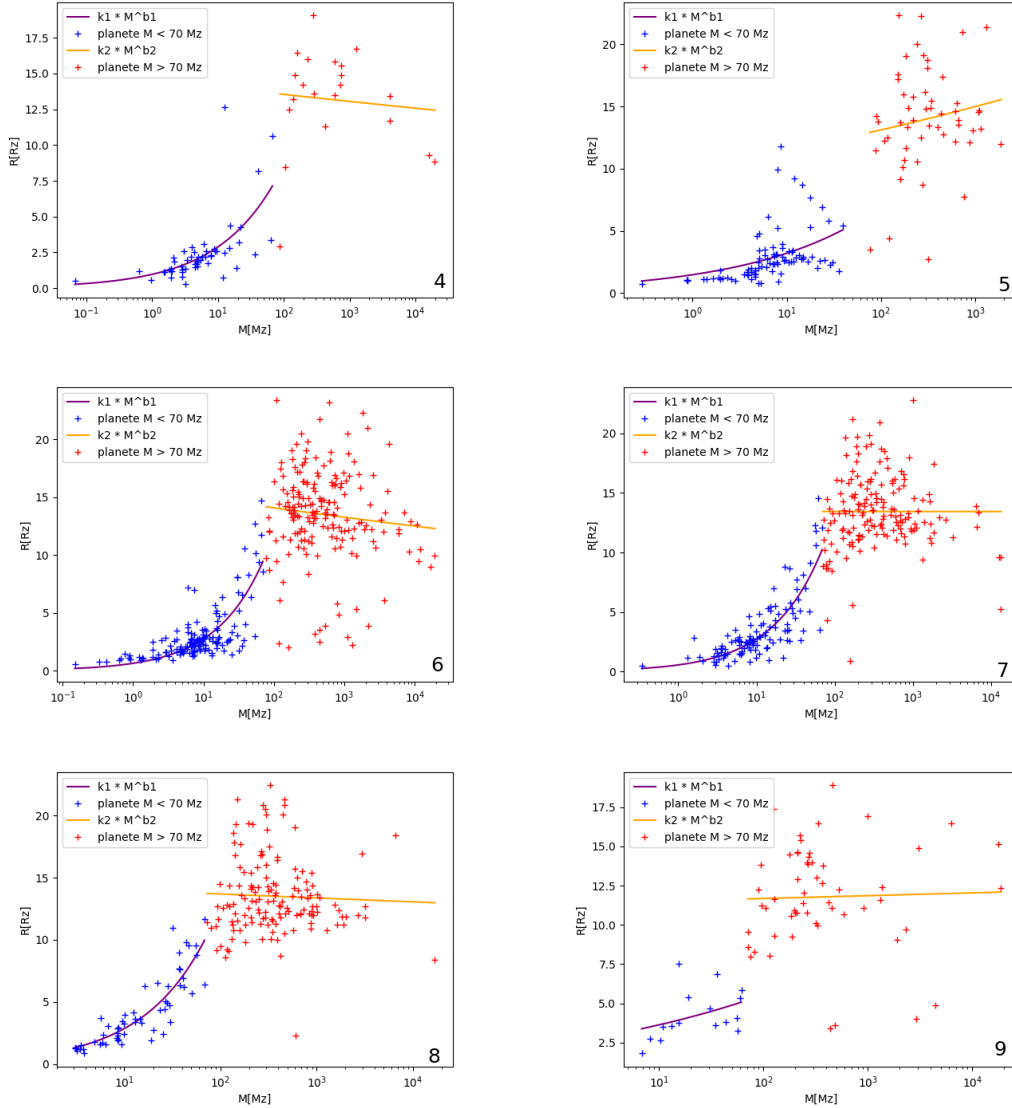
Vizuelnom inspekcijom grafika 5.5 dolazi se do zaključka da za prelaznu masu od $0.3M_{\gamma}$ može doći do „kontaminacije” skupa ne-džinovskih planeta nekim gasnim džinovima, što može dovesti do povećanog eksponenta u njihovoj masa-radijus relaciji. Zbog toga smo sprovedli i treći fit sa graničnom masom od $M_0 = 70M_{\oplus}$: rezultati su dati na slici 5.6 i u tabeli 5.6. Najupečatljivija razlika između ovog fita i fita sa graničnom masom od $0.3M_{\gamma}$ jeste eksponent masa-radijus relacije za ne-džinovske planete u devetom binu, za koje je zavisnost radijusa od mase znatno slabija. Deveti



Slika 5.5: Masa-radijus relacije za planete u binovima sa 50 i više planeta, kod kojih se vidi podela na džinovske i ne-džinovske, i fitovi tih grupa prelomljenim stepenim zakonom. Granična masa ovog fita je $M_0 = 95.35 M_{\oplus}$.

bin je specifičan po tome što u njemu samo dve planete imaju masu ispod $10 M_{\oplus}$; zbog ovoga, uzorak ne-džinovskih planeta možda nije dovoljan za pouzdanu procenu eksponenta masa-radijus relacije. Pored toga, njegova disperzija je najveća.

Načelno se očekuje da vrednost β opada sa porastom planetarne mase – radijus će sporije rasti za masivnije planete. Mordasini sa saradnicima (2012) [29] pokazali su da ovo važi za populaciju planeta sintetisanih na osnovu objedinjenog modela formiranja i evolucije planeta u protoplanetarnom disku i istražili kako empirijsku,



Slika 5.6: Masa-radijus relacije za planete u binovima sa 50 i više planeta, kod kojih se vidi podela na džinove i ne-džinove, i fitovi tih grupa prelomljenim stepenim zakonom. Granična masa ovog fita je $M_0 = 70M_{\oplus}$.

tako i analitičku zavisnost eksponenta β od mase planete, izvedenu iz Traubove funkcije za radijus [42], koja ima sledeći oblik:

$$R(M) = \frac{b}{1 + \left| \frac{\log M/M_0}{w} \right|^p}. \quad (5.3)$$

Tabela 5.6: Binovi koji sadrže preko 50 planeta i parametri njihovih fitova prelomljenim stepenim zakonom, zajedno sa odgovarajućim p-vrednostima. Vrednost granične mase za ovaj fit je $M_0 = 70M_\oplus$.

#	$k_1 \pm \Delta k_1$	$\beta_1 \pm \Delta\beta_1$	$k_2 \pm \Delta k_2$	$\beta_2 \pm \Delta\beta_2$	$p_1[\chi^2]$	$p_2[\chi^2]$
4	0.97 ± 0.23	0.48 ± 0.08	14.58 ± 3.77	-0.02 ± 0.04	0.785	0.529
5	1.48 ± 0.31	0.34 ± 0.09	10.05 ± 3.08	0.06 ± 0.05	0.235	0.111
6	0.64 ± 0.09	0.63 ± 0.04	15.86 ± 1.92	-0.03 ± 0.02	0.999	0.061
7	0.57 ± 0.10	0.68 ± 0.05	13.44 ± 1.35	$-7.90e-05 \pm 0.02$	0.999	0.997
8	0.64 ± 0.13	0.65 ± 0.06	14.34 ± 1.77	-0.01 ± 0.02	0.999	0.997
9	2.37 ± 0.97	0.18 ± 0.12	11.33 ± 2.02	0.01 ± 0.03	0.945	0.620

Prvi izvod ove funkcije izgleda ovako:

$$\frac{dR}{dM} = \frac{bp}{M \ln(M_0/M)} \cdot \frac{\left| \frac{\log(M/M_0)}{w} \right|^p}{\left(1 + \left| \frac{\log(M/M_0)}{w} \right|^p \right)^2} \quad (5.4)$$

EkspONENT stepene zavisnosti radijusa od mase je onda dat kao

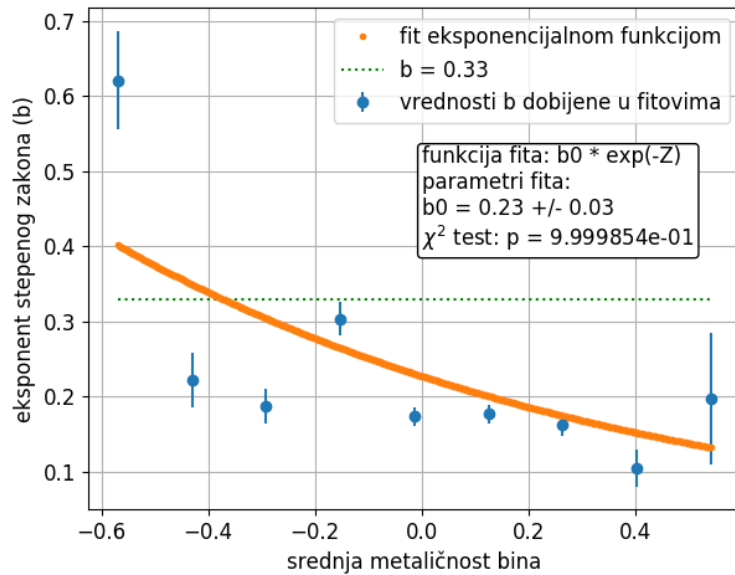
$$\beta(M) = \frac{d \ln R}{d \ln M} = \frac{p \left| \frac{\log(M/M_0)}{w} \right|^p}{\ln(M_0/M) \left(1 + \left| \frac{\log(M/M_0)}{w} \right|^p \right)}. \quad (5.5)$$

Mi smo otišli korak dalje i zapitali se: kako se β menja sa porastom metaličnosti? Ono što se može uočiti i u tabelama dato je jasno na grafiku 5.7, gde je prikazan ekspanent stepene zavisnosti radijusa od mase u funkciji srednje metaličnosti bina. Ova zavisnost nafitovana je eksponencijalnom funkcijom, i iz rezultata fita vidi se da vrednost β zapravo eksponencijalno opada sa porastom metaličnosti. Dakle, veći sadržaj težih elemenata usporava rast radijusa sa masom i slabi njihovu međusobnu zavisnost.

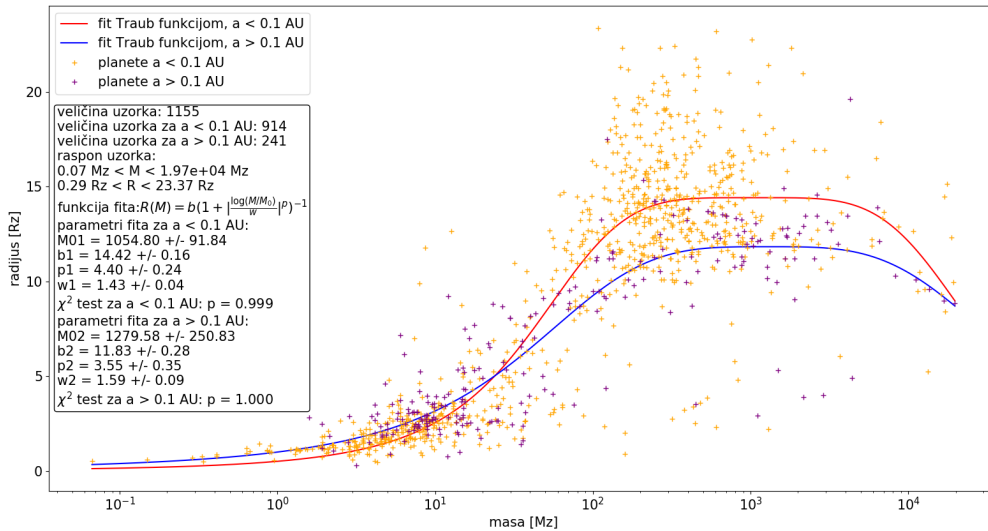
Naposletku, po uzoru na [29] nafitovali smo opštu masa-radijus relaciju Traubovom funkcijom za radijus, datom u formuli 5.3; rezultat je dat na grafiku 5.8. Prilikom fitovanja, planete su odvojene prema velikim poluosama, po uzoru na [29].

5.2 Raspodele koje opisuju planetske parametre

Uzimajući u obzir statistički značajan uzorak kojim raspolažemo, probali smo da odredimo raspodele koje opisuju posmatrane metaličnosti i radijuse planeta. Uzorak



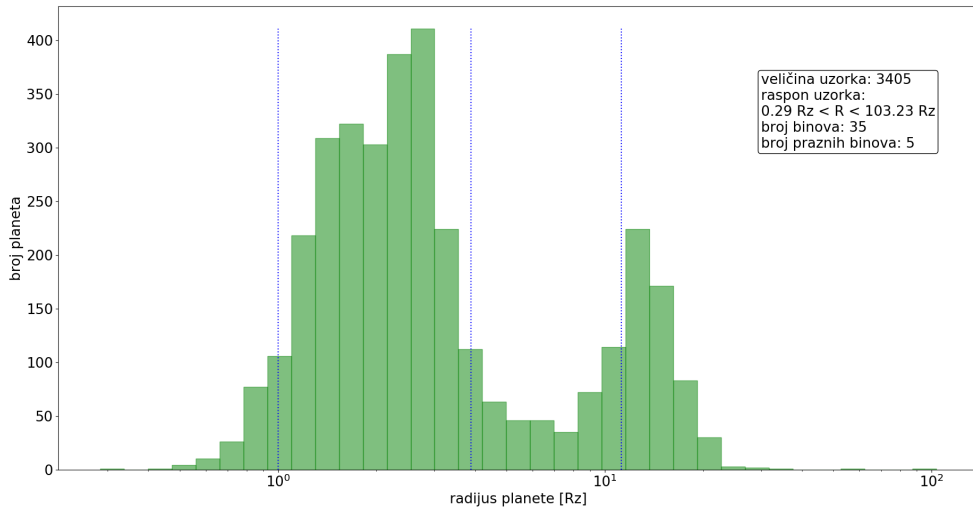
Slika 5.7: Zavisnost eksponenta masa-radijus relacije od metaličnosti, naftovana eksponencijalnom funkcijom.



Slika 5.8: Fit empirijske masa-radijus relacije funkcijom predloženom u [42], a datom na grafiku.

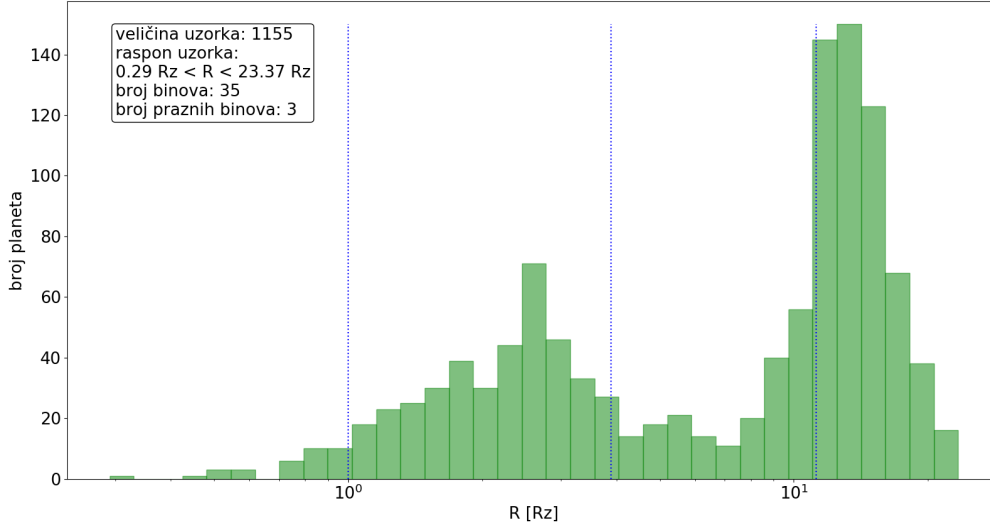
koji je korišćen za ove histograme veći je od onog kojim se raspolaže u odeljku 5.1, jer smo isključili uslov da masa planete mora da bude poznata. Ovo smo uradili zbog moćnog selekcionog efekta koji se pojavljuje uključivanjem mase: uzorak se drastično smanjuje (vidi tabelu 5.1) i raspodela planeta potpuno menja oblik. Da

bismo ovo demonstrirali, napravili smo histograme radijusa za dva različita uzorka: u jednom su planete poznatih radijusa i metaličnosti, a u drugom planete poznatih radijusa, metaličnosti i mase. (U oba slučaja, uzorak je ograničen na vrednosti metaličnosti između -0.5 i 0.5 .) Pomak ka većim masama je očigledan na slici 5.10: naprosto, lakše je odrediti masu za planetu veće mase, i to dovodi do neobjektivnog skupa podataka.



Slika 5.9: Histogram radijusa za sve potvrđene planete poznatog radijusa i metaličnosti. Plavim tačkastim linijama označene su vrednosti radijusa Zemlje, Neptuna i Jupitera.

Bimodalnost histograma na slici 5.9 još jedan je dokaz postojanja dve distinktnne planetske populacije: gasni džinovi odvojeni su u desnom delu raspodele, centriranom na $\sim 15R_{\oplus}$, dok znatno brojnije ne-džinovske planete pripadaju široj raspodeli sa maksimumom na oko $2.5R_{\oplus}$. Za obe populacije planeta na histogramu uočava se asimetrija raspodele sa strmijim opadanjem ka većim radijusima. Primećuje se odsustvo planeta radijusa između Neptuna i Jupitera, odnosno, između nekih $4R_{\oplus}$ i $10R_{\oplus}$, koje odgovara takozvanoj sub-saturnskoj pustinji [48]. Ovo je još jedna snažna statistička potvrda suštinske ispravnosti naših teorija o formiranju planeta – a pošto su naše teorije izgrađene pretežno na osnovu znanja o Sunčevom sistemu, to nam posredno govori da naš planetarni sistem jeste prilično tipičan, u skladu sa načelima kopernikanizma, a nasuprot onome što se (pre svega zbog selekcionih efekata) činilo u ranim godinama otkrića prvih ekstrasolarnih planeta. S tim u vezi, treba imati u vidu, takođe, da mali broj planeta radijusa $R \lesssim 1R_{\oplus}$ možda potiče od pristrasnosti naših tehnika detekcije, i da prava raspodela planetarnih radijusa



Slika 5.10: Histogram radijusa za sve potvrđene planete poznatog radijusa, mase i metaličnosti. Plavim tačkastim linijama označene su vrednosti radijusa Zemlje, Neptuna i Jupitera.

može imati drugačiji oblik ka manjim radijusima.

Histogram na slici 5.9 naftovali smo bimodalnom Gausovom raspodelom, koja je u ovom konkretnom slučaju data kao zbir dve asimetrične Gausove raspodele:

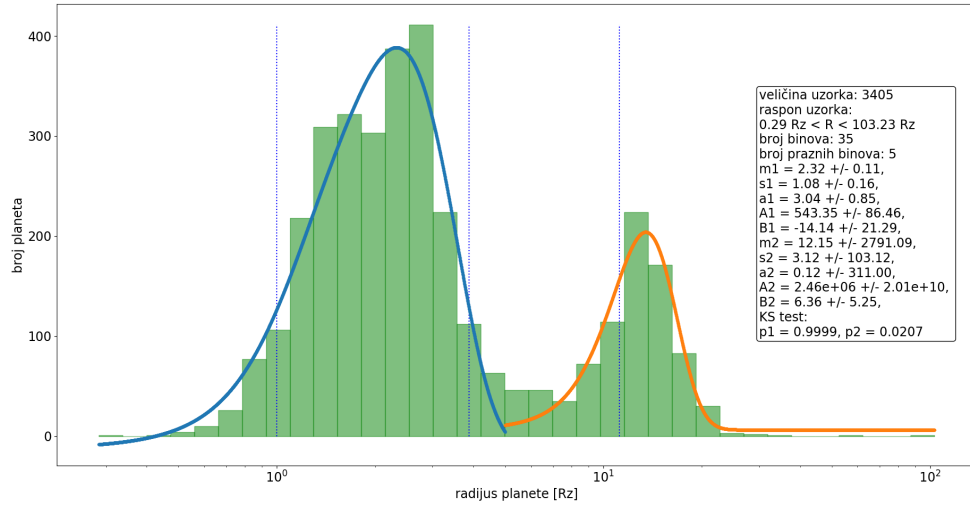
$$f(R) = F_1(R) + F_2(R),$$

$$F(R) = B + \frac{A}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(R-m)^2}{s^2}\right) \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{aR-m}{s\sqrt{2}}\right)\right], \quad (5.6)$$

gde je m srednja vrednost (centar raspodele), s standardna devijacija, a a faktor asimetrije. Rezultati sa parametrima fita prikazani su na slici 5.11.

Pored radijusa, pokušali smo da odredimo i raspodelu metaličnosti ovih planeta. Histogram od 35 binova naftovali smo dvema različitim raspodelama: Gausovom i Laplasovom. Rezultati su prikazani na slikama 5.12 i 5.13. Pošto se i kod ovog histograma uočava blaga asimetrija, kao funkcije fita korišćene su asimetrične varijante ovih raspodela. Asimetrična Gausova raspodela data je izrazom 5.6, a asimetrična Laplasova raspodela ima sledeći oblik:

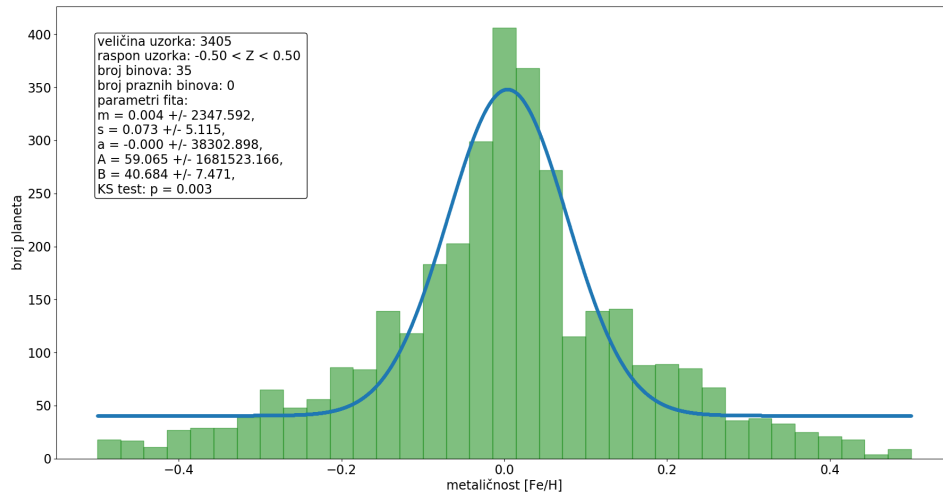
$$f(Z) = B + \frac{A\lambda}{k + 1/k} \cdot \exp(-(Z-m)\lambda sk^s), \quad (5.7)$$



Slika 5.11: Histogram radijusa za sve potvrđene planete poznatog radijusa i metalnosti, naftovan bimodalnom Gausovom raspodelom.

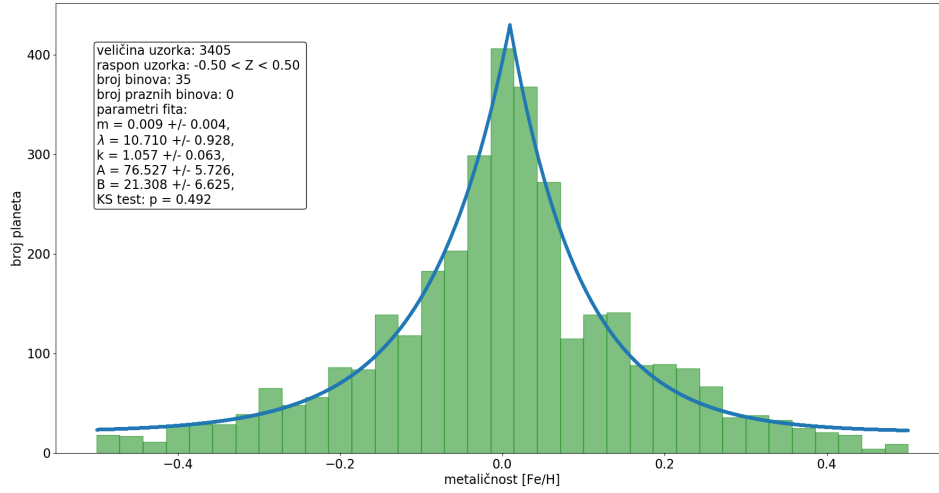
gde je m srednja vrednost raspodele, λ parametar skale, k faktor asimetrije, a $s = \text{sgn}(Z - m)$. Standardna devijacija ove raspodele je

$$\sigma = \frac{\sqrt{1 + k^4}}{\lambda k}. \quad (5.8)$$



Slika 5.12: Raspodela metalnosti i njen fit asimetričnom Gausovom raspodelom.

Sa grafika se vidi da asimetrična Laplasova raspodela bolje opisuje posmatrani uzorak, što potvrđuju i p-vrednosti dobijene Kolmogorov-Smirnov testovima.

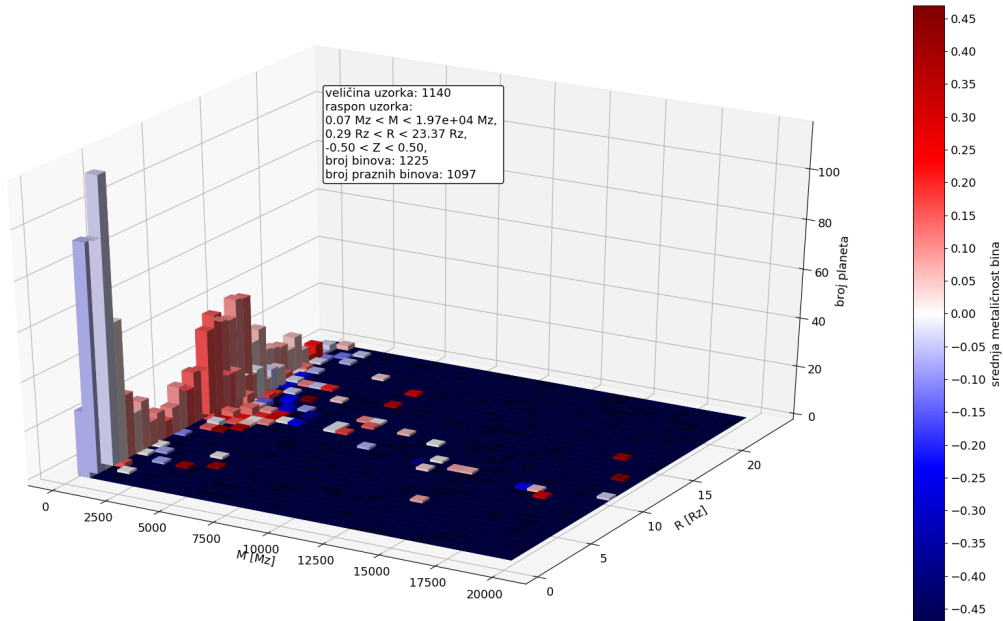


Slika 5.13: Raspodela metaličnosti i njen fit asimetričnom Laplasovom raspodelom.

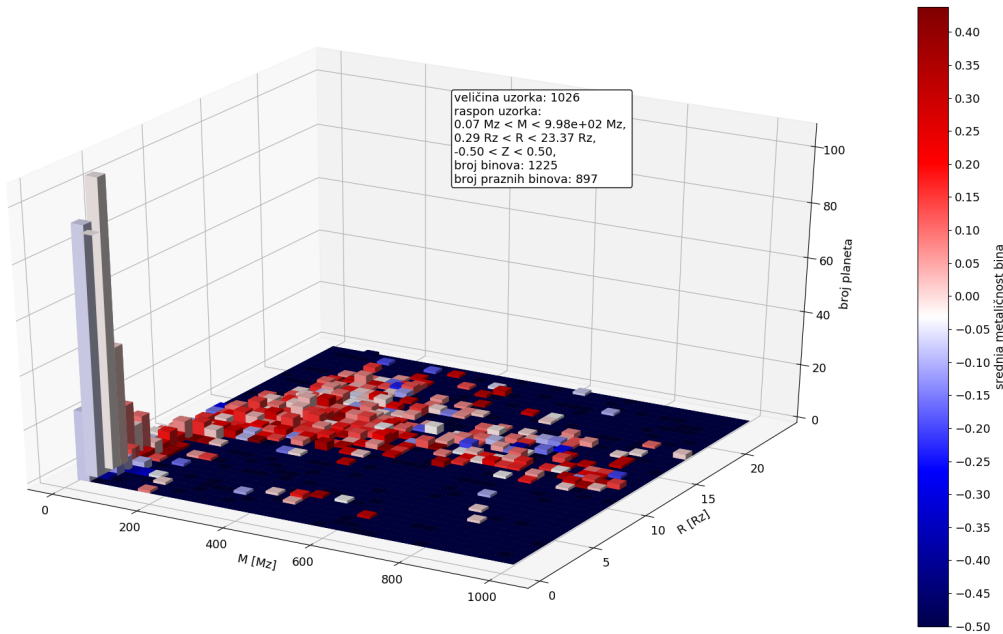
Naposletku, napravili smo histogram koji povezuje masu, radijus i metaličnost. Uzorak od 1140 planeta poznate mase i radijusa sa metaličnostima između -0.5 i 0.5 podeljen je na $35 \times 35 = 1225$ binova, što je prikazano na slici 5.14. Prosečna metaličnost bina označena je bojom. S obzirom na jako mali broj planeta masivnijih od $1000M_{\oplus}$, na slici 5.15 prikazan je isti histogram ali sa ograničenom masom na $M < 1000M_{\oplus}$, čime se uzorak smanjio za 114 planeta.

Ubedljivo najveći broj planeta ima masu ispod $100M_{\oplus}$ i radijus ispod $5R_{\oplus}$, i to su upravo ne-džinovske planete u krajnjem levom delu grafika; ostatak histograma ispunjen je gasnim džinovima, koji se prostiru duž širokih dijapazona mase. Uočavaju se određena „zabranjena” područja: ima vrlo malo planeta mase veće od $100M_{\oplus}$ sa radijusom koji je manji od $10R_{\oplus}$, kao i planeta mase preko $600M_{\oplus}$ sa radijusom većim od $20R_{\oplus}$. Ovi trendovi su uočeni i prodiskutovani kroz masa-radijus relaciju: na vrlo velikim masama usled značajne kompresije radijus raste sporije, dok za tipičnog gasnog džina ne možemo imati radijus koji je mali. Još jedan deo parametarskog prostora koji je prazan je prostor velikih radijusa ($R \gtrsim 15R_{\oplus}$) na ne-džinovskim masama ($M \lesssim 100M_{\oplus}$), iz očiglednih razloga.

Međutim, najinteresantnija pojava, koja se uočava na oba histograma, jeste upravo jasan pomak u srednjoj metaličnosti bina, kako sa promenom radijusa, tako i sa promenom mase. Metaličnosti ne-džinovskih planeta centrirane su na meta-



Slika 5.14: 3D histogram mase, radijusa i metaličnosti za uzorak od 1140 planeta; srednja metaličnost bina obeležena je bojom.

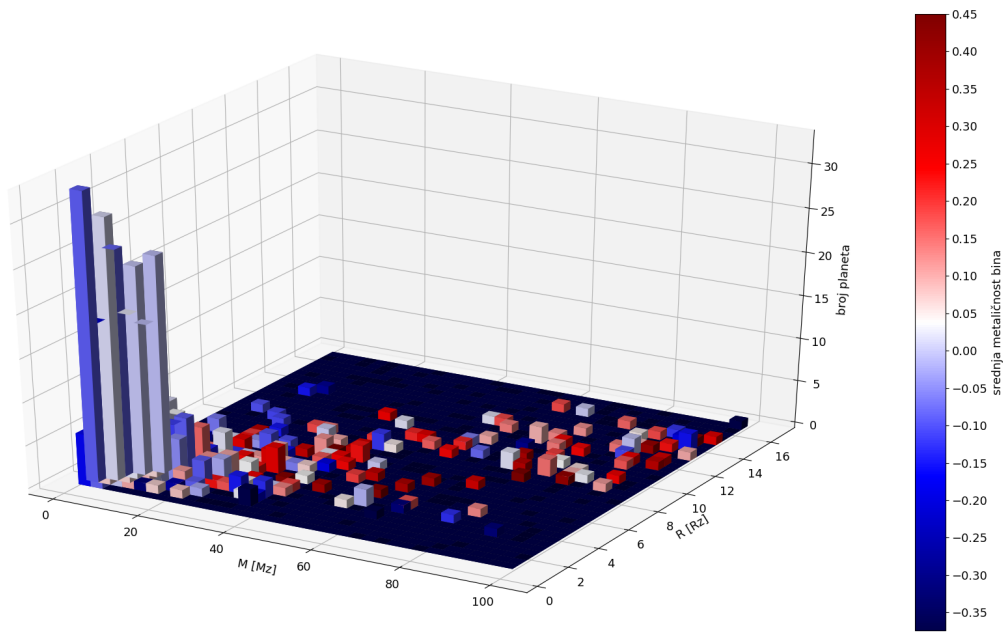


Slika 5.15: 3D histogram mase, radijusa i metaličnosti za uzorak od 1026 planeta mase manje od $1000M_{\oplus}$; srednja metaličnost bina obeležena je bojom.

ličnosti oko 0 ili čak malo ispod nule; sa porastom radijusa, one se polako kreću ka većim vrednostima – sve do nekog radijusa od oko $15R_{\oplus}$, kada polako počinju

da opadaju! Ima nekih izuzetaka, naravno, ali unačelu, izgleda da planete najvećih radijusa imaju manje srednje metaličnosti od srodnih gasnih džinova radijusa između 10 i 15 R_{\oplus} . Ove planete verovatno imaju izuzetno masivan gasni omotač koji povećava udeo vodonika i helijuma (dakle, smanjuje metaličnost) i istovremeno dodaje na fizički radijus planete.

Ukoliko zumiramo još bliže i suzimo opseg mase na $M < 100M_{\oplus}$, možemo pristupiti masa-radijus-metaličnost relaciji samo za ne-džinovske planete (slika 5.16). Ovde se takođe dešava nešto veoma interesantno: metaličnost planeta $M \lesssim 10M_{\oplus}$ je konzistentno niska, oko nule ili ispod, dok za planete veće mase ima tendenciju da raste, ali može zauzeti niz različitih vrednosti.



Slika 5.16: 3D histogram mase, radijusa i metaličnosti za uzorak od 541 planete mase manje od $100M_{\oplus}$; metaličnost je obeležena bojom.

Naravno, treba imati na umu da, kada govorimo o metaličnosti, i dalje govorimo o metaličnosti matičnih zvezda – ne o metaličnosti samih planeta. Kada bismo na isti način tretirali Sunčev sistem, Zemlja, Jupiter i Neptun bi imali iste srednje metaličnosti, iako u realnosti znamo da se one drastično razlikuju. Metaličnost zvezde jeste odraz molekuskog oblaka iz kog je sistem nastao, ali – pogotovo u sistemima sa više planeta – neophodan je drugi metod koji bi mogao da prodre u

metalni sadržaj planete direktno.

Glava 6

Zaključak

U ovom radu ispitane su korelacije između mase, radijusa i metaličnosti potvrđenih vansolarnih planeta. Zavisnosti radijusa od mase (masa-radijus relacije) načelno se slažu sa poznatim trendovima. Pored toga, uočava se slabljenje ove zavisnosti, kako sa porastom planetarne mase, tako i sa porastom metaličnosti matične zvezde, koja se uzima kao merilo metaličnosti planete.

Raspodela radijusa vansolarnih planeta je bimodalna, sa maksimumima na $2.32R_{\oplus}$ i $12.15R_{\oplus}$, što potvrđuje uočenu poddelu planeta na džinove i ne-džinovske planete. S druge strane, raspodela metaličnosti, centrirana na nuli, odgovara blago asimetričnoj Laplasovoj raspodeli sa nešto većom verovatnoćom pronalaženja planeta oko zvezda manjih metaličnosti od Sunčeve. Ovo je u suprotnosti sa prethodnim rezultatima [44] na osnovu kojih se očekuje veća stopa formiranja planeta oko zvezda veće metaličnosti. Zajednički histogram mase, radijusa i metaličnosti pokazuje veću koncentraciju ne-džinovskih planeta oko nulte metaličnosti, kao i maksimum metaličnosti za gasne džinove radijusa do $15R_{\oplus}$.

U budućem radu, fokus će biti na produbljivanju masa-radijus relacija za različite tipove planeta, kao i na primeni rezultata dobijenih u ovom radu na širi kontekst planetarne i galaktičke nastanjivosti. Jasno je da će povećani priliv posmatračkih informacija sa novih instrumenata, kako na tlu, tako i u svemiru, značajno proširiti našu bazu podataka – ali istovremeno i povećati potrebu za ovakvim „brzim” i grubim načinom za orijentaciju u parametarskom prostoru hiljada, a verovatno uskoro i miliona novootkrivenih vansolarnih planeta. Stopa otkrića novih planeta

verovatno nadmašuje čak i stopu rasta naših računarskih kapaciteta. U tom smislu, adekvatan odabir sistema koji će biti detaljno modelirani radi analize nastanjivosti i potrage za životom biće sve važniji – a zasnivaće se upravo na malom broju globalnih parametara, poput onih diskutovanih u ovoj tezi.

Literatura

- [1] Felipe Alarcón et al. “Chemical Evolution in a Protoplanetary Disk within Planet Carved Gaps and Dust Rings”. In: *The Astrophysical Journal* 905.1 (2020), p. 68. DOI: 10.3847/1538-4357/abc1d6.
- [2] Yann Alibert. “A Maximum Radius for Habitable Planets”. English. In: *Origins of Life and Evolution of Biospheres* 45 (2015), pp. 319–325.
- [3] Philip J. Armitage. *Astrophysics of Planet Formation*. English. 2nd ed. Cambridge University Press, 2020.
- [4] Constantin W. Arnscheidt, Robin D. Wordsworth, and Feng Ding. “Atmospheric Evolution on Low-gravity Waterworlds”. In: *The Astrophysical Journal* 881.1 (2019), p. 60. DOI: 10.3847/1538-4357/ab2bf2.
- [5] Rudy Arthur and Arwen Nicholson. “A Gaian habitable zone”. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 521.1 (2023), pp. 690–707. DOI: 10.1093/mnras/stad547.
- [6] Valerio Bozza, Luigi Mancini, and Alessandro Sozzetti, eds. *Methods of Detecting Exoplanets*. English. 1st ed. Springer, 2016.
- [7] Danielle Briot. “A Possible First Use of the Word Astrobiology?” English. In: *Astrobiology* 12 (2012), pp. 1154–1156.
- [8] Eric Chaisson and Steve McMillan. *Astronomy Today*. English. 9th ed. Pearson, 2018.
- [9] E. I. Chiang and P. Goldreich. “Spectral Energy Distributions of T Tauri Stars with Passive Circumstellar Disks”. In: *The Astrophysical Journal* 490.1 (1997), pp. 368–376. DOI: 10.1086/304869.

- [10] Athena Coustenis. “Habitable conditions in the outer solar system : the space missions that changed our perception of what exists out there”. In: *EGU General Assembly Conference Abstracts*. 2023, EGU–1912. DOI: 10.5194/egusphere-egu23-1912.
- [11] Rebekah I. Dawson and John Asher Johnson. “Origins of Hot Jupiters”. In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 56.1 (2018), pp. 175–221. DOI: 10.1146/annurev-astro-081817-051853.
- [12] David J. Des Marais et al. “The NASA Astrobiology Roadmap”. In: *Astrobiology* 8.4 (2008), pp. 715–730. DOI: 10.1089/ast.2008.0819.
- [13] R. et al. Di Stefano. “A possible planet candidate in an external galaxy detected through X-ray transit”. In: *Nature Astronomy* 5.12 (2021), pp. 1297–1307. DOI: 10.1038/s41550-021-01495-w.
- [14] Vladimir Došović et al. “Water transport throughout the TRAPPIST-1 system: the role of planetesimals”. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 499.4 (2020), pp. 4626–4637. DOI: 10.1093/mnras/staa1833.
- [15] Debra A. Fischer and Jeff Valenti. “The Planet-Metallicity Correlation*”. In: *The Astrophysical Journal* 622.2 (2005), p. 1102. DOI: 10.1086/428383.
- [16] Gaia Collaboration et al. “Gaia Data Release 3 - Stellar multiplicity, a teaser for the hidden treasure”. In: *Astronomy & Astrophysics* 674 (2023), A34. DOI: 10.1051/0004-6361/202243782.
- [17] Garufi, A. et al. “The SPHERE view of the planet-forming disk around HD 100546”. In: *Astronomy & Astrophysics* 588 (2016), A8. DOI: 10.1051/0004-6361/201527940.
- [18] Artie P. Hatzes and Heike Rauer. “A Definition for Giant Planets Based on the Mass-Density Relationship”. In: *The Astrophysical Journal Letters* 810.2 (2015), p. L25. DOI: 10.1088/2041-8205/810/2/L25.
- [19] Alex R. Howe, Adam Burrows, and Wesley Verne. “Mass-radius relations and core-envelope decompositions of super-Earths and sub-Neptunes”. In: *The Astrophysical Journal* 787.2 (2014), p. 173. DOI: 10.1088/0004-637X/787/2/173.
- [20] G. Ingrosso et al. “Pixel lensing as a way to detect extrasolar planets in M31”. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 399.1 (2009), pp. 219–228. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2009.15184.x.

- [21] Anders Johansen and Michiel Lambrechts. “Forming Planets via Pebble Accretion”. In: *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 45.1 (2017), pp. 359–387. DOI: 10.1146/annurev-earth-063016-020226.
- [22] P. Garaud & D. N. C. Lin. “The Effect of Internal Dissipation and Surface Irradiation on the Structure of Disks and the Location of the Snow Line around Sun-like Stars”. In: *The Astrophysical Journal* 654.1 (2007), pp. 606–624. DOI: 10.1086/509041.
- [23] Lira-Barria, A., Rojo, P. M., and Mendez, R. A. “Characterization of exoplanetary atmospheres through a model-unbiased spectral survey methodology”. In: *Astronomy & Astrophysics* 657 (2022), A36. DOI: 10.1051/0004-6361/202140494.
- [24] Katharina Lodders. “Solar System Abundances and Condensation Temperatures of the Elements”. In: *The Astrophysical Journal* 591.2 (2003), pp. 1220–1247. DOI: 10.1086/375492.
- [25] Patryk Sofia Lykawka and Takashi Ito. “Terrestrial Planet Formation: Constraining the Formation of Mercury”. In: *The Astrophysical Journal* 838.2 (2017), p. 106. DOI: 10.3847/1538-4357/aa6544.
- [26] Soko Matsumura, Ramon Brasser, and Shigeru Ida. “N-body simulations of planet formation via pebble accretion. I. First results”. In: *Astronomy & Astrophysics* 607 (2017), A67. DOI: 10.1051/0004-6361/201731155.
- [27] M. Mayor and D. Queloz. “A Jupiter-mass companion to a solar-type star”. In: *Nature* 378 (1995), pp. 355–359. DOI: 10.1038/378355a0.
- [28] M. Mayor et al. *The HARPS search for southern extra-solar planets XXXIV. Occurrence, mass distribution and orbital properties of super-Earths and Neptune-mass planets*. 2011. arXiv: 1109.2497 [astro-ph.EP].
- [29] Mordasini, C. et al. “Characterization of exoplanets from their formation - II. The planetary mass-radius relationship”. In: *Astronomy & Astrophysics* 547 (2012), A112. DOI: 10.1051/0004-6361/201118464.
- [30] M Mousavi-Sadr, D M Jassur, and G Gozaliasl. “Revisiting mass-radius relationships for exoplanet populations: a machine learning insight”. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (2023), stad2506. DOI: 10.1093/mnras/stad2506.

- [31] Müller, Jonas, Savvidou, Sofia, and Bitsch, Bertram. “The water-ice line as a birthplace of planets: implications of a species-dependent dust fragmentation threshold”. In: *Astronomy & Astrophysics* 650 (2021), A185. DOI: 10.1051/0004-6361/202039930.
- [32] S. Calchi Novati. “Pixel lensing”. In: *General Relativity and Gravitation* 42.9 (2009), pp. 2101–2126. DOI: 10.1007/s10714-009-0918-3.
- [33] Yoshiko Kataza Okamoto et al. “A Circumstellar Disk around HD 169142 in the Mid-Infrared (N-Band)”. In: *The Astronomical Journal* 154.1 (2017), p. 16. DOI: 10.3847/1538-3881/aa7578.
- [34] Otegi, J. F., Bouchy, F., and Helled, R. “Revisited mass-radius relations for exoplanets below $120M_{\oplus}$ ”. In: *Astronomy & Astrophysics* 634 (2020), A43. DOI: 10.1051/0004-6361/201936482.
- [35] Michael Perryman. *The Exoplanet Handbook*. English. 2nd ed. Cambridge University Press, 2018.
- [36] Sean N. Raymond, Thomas Quinn, and Jonathan I. Lunine. “High-resolution simulations of the final assembly of Earth-like planets I. Terrestrial accretion and dynamics”. In: *Icarus* 183.2 (2006), pp. 265–282. DOI: 10.1016/j.icarus.2006.03.011.
- [37] D. Semenov et al. “Rosseland and Planck mean opacities for protoplanetary discs”. In: *Astronomy and Astrophysics* 410 (2003), pp. 611–621. DOI: 10.1051/0004-6361:20031279.
- [38] Steinn Sigurdsson et al. “A Young White Dwarf Companion to Pulsar B1620-26: Evidence for Early Planet Formation”. In: *Science* 301.5630 (2003), pp. 193–196. DOI: 10.1126/science.1086326.
- [39] David K. Sing et al. “A continuum from clear to cloudy hot-Jupiter exoplanets without primordial water depletion”. In: *Nature* 529 (2016), pp. 59–62. DOI: 10.1038/nature16068.
- [40] *The Exoplanet Encyclopaedia – Readme*. URL: <http://exoplanet.eu/readme/>.
- [41] E. Thommes, M. Nagasawa, and D. N. C. Lin. “Dynamical Shake-up of Planetary Systems. II. N-Body Simulations of Solar System Terrestrial Planet Formation Induced by Secular Resonance Sweeping”. In: *The Astrophysical Journal* 676.1 (2008), pp. 728–739. DOI: 10.1086/526408.

- [42] Wesley A. Traub. *Talk at Strange New Worlds conference, Flagstaff, AZ*. 2011. URL: <https://nexsci.caltech.edu/conferences/Flagstaff/talks/Traub.pdf>.
- [43] B. Vukotić et al. “Grandeur in this view of life’: N-body simulation models of the Galactic habitable zone”. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 459.4 (2016), pp. 3512–3524. DOI: 10.1093/mnras/stw829.
- [44] Ji Wang and Debra A. Fischer. “Revealing a universal planet–metallicity correlation for planets of different sizes around solar-type stars”. In: *The Astronomical Journal* 149.1 (2014), p. 14. DOI: 10.1088/0004-6256/149/1/14.
- [45] Jonathan P. Williams and Lucas A. Cieza. “Protoplanetary Disks and Their Evolution”. In: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 49.1 (2011), pp. 67–117. DOI: 10.1146/annurev-astro-081710-102548.
- [46] Julien de Wit et al. “A combined transmission spectrum of the Earth-sized exoplanets TRAPPIST-1 b and c”. In: *Nature* 537 (2016), pp. 69–72. DOI: 10.1146/10.1038/nature18641.
- [47] A. Wolszczan and D. A. Frail. “A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257 + 12”. In: *Nature* 355 (1992), pp. 145–147. DOI: 10.1038/355145a0.
- [48] Li Zeng et al. “Survival function analysis of planet size distribution with Gaia Data Release 2 updates”. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 479.4 (2018), pp. 5567–5576. DOI: 10.1093/mnras/sty1749.