

MATEMATIČKI FAKULTET
UNIVERZITET U BEOGRADU

EKSTERNA MATURA U CRNOJ GORI
PREDMET MATEMATIKA

ANALIZA REZULTATA PROBNOG TESTIRANJA

(MASTER RAD)

Mentor: prof.dr.ALEKSANDAR LIPKOVSKI

Student: Sandra Jokić Ivanović 1078/2010

Smer: Profesor matematike i računarstva

Beograd, maj 2013.godine

SADRŽAJ

1.UVOD

1.1 Maturski ispit pre uvođenja eksterne mature.....

2.EKSTERNA MATURA U EVROPI

2.1 Eksterna matura u nekim evropskim zemljama.....

2.2 Eksterna matura u SAD-u.....

3.EKSTERNA MATURA U CRNOJ GORI ZA PREDMET MATEMATIKA

3.1 Uspešnost eksternog matorskog ispita iz matematike školske 2010./
2011.god.....

3.2 Opšti ciljevi ispita.....

3.3 Struktura ispita.....

3.4 Ispitni program.....

4.ANALIZA TESTIRANJA UČENIKA GIMNAZIJSKIH ODELJENJA

4.2 Analiza rezultata testiranja učenika gimnazijskih odeljenja
u JUSMŠ“Danilo Kiš“,Budva

4.3 Analiza rezultata testiranja učenika gimnazijskih odeljenja u
SMŠ“Mladost“,Tivat.....

5.ZAKLJUČAK

5.1 Eksterna matura u Crnoj Gori za i protiv.....

5.2 Globalni pokret reforme obrazovnog sistema,šta se može naučiti na
primeru finskog obrazovnog sistema.....

6.LITERATURA

1.1 Maturski ispit pre uvođenja eksterne mature

Do školske 2010./2011. matematika se polagala isključivo interno. Ispit se sastojao se iz dva dela pismenog-usmenog, za izradu pismenog dela ispita predviđeno je bilo četiri sata, a pismeni i usmeni deo su sastavljali profesori škola i bili ujedno ispitivači.

Ispit se polagao komisijski. U periodu od 2001.g. u našoj školi rezultati izgledaju ovako:

2001. od jedanaest učenika sedam je dobilo pet, tri četvorku, jedan trojku

2002. od sedam učenika četiri je dobilo pet, jedan četvorku, jedan trojku, jedan jedinicu

2003. od sedam učenika četiri je dobilo pet, tri četvorku

2004. od četiri učenika četiri dobilo pet

2005. od tri učenika tri je dobilo pet

2006. samo jedan učenik i on dobio pet

2007. od dva učenika jedan dobio četiri, jedan tri

2008. ni jedan učenik nije polagao ispit

2009. od pet učenika pet je dobilo pet

2010. od tri učenika dva je dobilo pet, jedan tri

U promatranom periodu samo jedan učenik nije položio, a osim 2002. prosek prolaznosti se kreće od 3,5 do 5,0.

Maturski pismeni zadatak

jun 1999.god.

1. Rešenja x_1 i x_2 kvadratne jednačine zadovoljavaju relacije

$$x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 0 \quad i$$

$m(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 3m + 4$, gde je m realan parametar.

a) Odredi kvadratnu jednačinu

b) Za koje vrednosti m dobijena jednačina ima realna rešenja

c) Za koje vrednosti m su rešenja jednačine negativna

2. Reši sistem jednačina

$$2x^2 = y^2 + z^2 \wedge xyz = 64$$

Znajući da $\log_y x, \log_z y, \log_x z$ obrazuju geometrijski niz.

3. Dat je kompleksan broj $z = \sqrt{3}/2 + ip/2$. Odredi x tako da srednji član u razvijenom obliku binoma $(3^{-1/z^x}/3 + 3^{1/z^x})^{2n}$ bude jednak binomnom koeficijentu.

4. Prava $x - 2y + 8 = 0$ je zajednička tangenta elipse i sa njom konfokalne parabole.

a) Napisati jednačine ovih krivih

b) Napisati jednačinu kružnice koja sadrži obe dodirne tačke i čije središte pripada datoj tangenti i pokazati da kružnica sadrži zajedničku žižu elipse i parabole.

5.a) Ispitaj tok i nacrtaj grafik funkcije

$$Y = \frac{4(x+1)^2}{(x-1)^3}$$

b) Odredi površinu određenu ordinatama minimuma i maximuma.

Primer pismenog zadatka iz 1999., a do 2011. su bili sličnog tipa pokazuje da je on u mnogome podsećao na „klasični“ pismeni zadatak, i po broju zadataka, njihovoj strukturi, a ne primećujemo gradaciju u težini istih. Ispit se, dakle, u mnogome razlikuje od eksternog pre svega po „težini“ zadataka i vremenu predviđenom za njihovu izradu. Ovde nemamo ponuđenih zadataka sa nižim zahtevima, nema zadataka za koje nije potrebno značajno vreme izrade, takođe nema zadataka sa ponuđenim odgovorima. Zadaci su približno iste težine, za njihovu izradu je potrebno približno isto vreme i predstavljaju zbirku značajnih oblasti iz četvorogodišnjeg gimnazijskog programa. Što se tiče uspešnosti možemo primetiti da je ona bolja u odnosu na eksterni ispit, ali ipak moramo imati u vidu duži period posmatranja i činjenicu da su se tada vrlo retko (samo 2002. jedan kandidat) prijavljivali učenici koji su imali loš uspeh u redovnoj nastavi.

2.EKSTERNA MATURA U AMERICI I NEKIM EVROPSKIM ZEMLJAMA

2.1 Eksterna matura u nekim evropskim zemljama

Posmatrajući iskustva drugih zemalja koje imaju eksternu maturu, pre svega onih koje su nam u okruženju jer nam je školski sistem do skoro bio isti, možemo doći do ne tako sjajnih rezultata.

Rezultati državne mature u *Sloveniji* su pokazali da je potreba za redefinisanjem koncepta mature neophodan. Naime, pokazalo se da đaci tokom treće i četvrte godine veću pažnju poklanjaju spremanju za maturu nego školi i postignutim rezultatima u njoj, pa tako škola gubi svoj pedagoški smisao, a učenici naravno tako manje pripremljeni za nastavak školovanja. Na maturi bolje rezultate su postizale devojke pa su tako neki fakulteti, jer je matura bio ključni barometar za upis, bili pretežno “ženski” pa se to ne odražava dobro na samu polnu strukturu zanimanja.

Matura se takođe nije pokazala kao dobra selekcija za upis na fakultete, pa su fakulteti dobili priliku da sami biraju način selektovanja kandidata.

Konkurencija među školama dovela je čak i do toga da su pojedine škole zadržavale loše učenike još jednu godinu ne bi li izbegle loš državni plasman.

U *BiH I Republici Srpskoj* je sprovedena anketa 2006., pa je tako od 122 škole sa gimnazijskim programom svoje mišljenje dalo 31, a naknadno 28 škola o mogućem uvođenju državne mature, a što primera radi u Crnoj Gori nije urađeno. Analizom odgovora nastavnika, od ukupnog broja anketiranih za uvođenje mature izjasnilo se 1305(82,28%), jedna škola je bila protiv a četiri su bile neopredeljene. U 25

škola(42,37%) postoji potpuna saglasnost nastavnika da eksterna matura treba da postane integralni deo gimnazijskog obrazovanja u BiH.

Anketirani nastavnici su istakli za uvođenje državne mature sledeće argumente:objektivno i pravedno merenje učeničkih postignuća, pojednostavljivanje ili direktan upis na fakultet, poštena i transparentna selekcija pri upisu na fakultet, neujednačeni kriterijum ocenjivanja postignuća u svim školama BiH, kompatibilnost sa evropskim školstvom, unapređenje kvaliteta učenja (svojevrnsni pritisak na nastavnike i učenike), usklađenost programskih sadržaja, uvođenje jedinstvenog standarda znanja u BiH, objektivno vrednovanje rada škola.

Argumenti koje su nastavnici naveli protiv uvođenja mature su: neusklađeni nastavni programi, nepostojanje odgovarajuće obuke i neinformisanost nastavnika, povećanje zahteva i za nastavnike i učenike(primetimo da su to stavili i kao pozitivan razlog), strepnja oko očuvanja nacionalnog nastavnog programa, tradicionalni ispit je sasvim prihvatljiv.

Anketa je takođe sadržala pitanja o mogućim sadržajima.U obavezne predmete, smatraju, treba uključiti maternji jezik, prvi strani jezik i matematiku, a za izborne treba uključiti široku listu predmeta.

Interesantno, anketa je sadržala i pitanje čime su nastavnici nezadovoljni. Lista razloga je, reklo bi se, ista za sve zemlje regiona i to su: preopširni, nepotrebni zastareli programski sadržaji, kvalitetom udžbenika, neujednačeni kriterijum unutar škola, među školama, opšte opadanje kriterijuma ocenjivanja i trendom pritiska na nastavnike, odnos države prema školi, nastavnicima, nadarenim učenicima, neopremljenost škola, nedostatak kvalitetnih seminara, kongresa...

U *Hrvatskoj* je matematika obavezan predmet, a polaže se u sastavu mature koju sprovodi telo pod nazivom Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. Ispit se sastoji iz pismenog dela koji se radi 180 minuta, a testovi se šalju školama na dan polaganja. Struktura testa je takva da se on sastoji iz zadataka višestrukog izbora, njih 15, zadataka kratkog odgovora, njih 13, i zadataka produženog odgovora, ukupno 2. Što se tiče bodovanja, prva grupa zadataka može

doneti najviše 20 poena, druga 26, a treća najviše 14. Što se tiče područja ispitivanja tu su Brojevi i algebra sa 20% udela u bodovanju, Funkcije sa 25%, Jednačine i nejednačine 20%, Geometrija 25%, i Modeliranje 10%. Učenici imaju pravo dva puta da polažu bez plaćanja ispita, dok svaki sledeći put sami snose troškove polaganja.

U *Francuskoj* se polaže *baccalaure'*at, poznat kolokvijalno kao *le bac*, akademska kvalifikacija koju Francuzi dobijaju nakon završene srednje škole, a što odgovara A-levels u Britaniji, u Nemačkoj to je Abitur ili u istočnoj Evropi matura. Uveo ju je Napoleon I 1808.god., i predstavlja glavnu diplomu za nastavak školovanja.

Postoje tri vrste ispita *ge'ne'ral*, *professionnel* i *technologique*

Ge'ne'ral

Postoje tri grupe predmeta koji se mogu polagati.

S(*Scientifique*)-podrazumeva polaganje matematike, fizike i hemije, i biologije ili informatike.

ES-podrazumeva polaganje ekonomskih predmeta i sociologije

L-Francuska literatura, filozofija, istorija i geografija i strani jezik

Matematika se polaže u sve tri grupe, testovi se razlikuju po težini i vremenu izrade. Upis na univerzitet u nekim slučajevima je moguć bez ove diplome uz polaganje posebnog ispita (the diploma for entrance to higher education). Ispit je moguće polagati na preko 40 svetskih jezika, među kojima je i srpski kao i na regionalnim jezicima Francuske.

Matematika se polaze pismeno za S grupu 4 sata, za ES grupu 3 sata, a za L grupu 1,5 sati. Matura se polaze u toku jedne nedelje u junu.

Prolaznost 2007.-2008. je bila 83,3%. Mesecima pre polaganja su određeni nastavnici koji će vršiti pripreme sa učenicima. Takođe, Francuska nudi i polaganje ovog ispita na daljinu, u nekim zemljama Evrope (Engleska, Nemačka, Italija, Španija), i u nekim zemljama USA. Za takve kandidate je obezbeđen materijal za učenje, a može se polagati nakon završetka potrebnih kurseva na francuskom jeziku.

U *Austriji* matura obuhvata tri pismena ispita, svaki se radi 4-5 sati u toku jedne nedelje, mesec dana kasnije polažu se usmeni delovi istoga dana. Učeniku je

omogućeno da u toku godine uradi jedan rad iz odgovarajućeg predmeta kao zamenu za pismeni deo ispita. Pismeni deo ispita sprovodi profesor, a usmeni delovi ispita su javni. Obavezni predmeti su nemački, matematika i strani jezik. Uslov za upis na fakultet je matura sa eventualno dodatnim proverama koje se vrše prilikom upisa ili na II godini studija.

U *Engleskoj* posle srednje škole učenici polažu tri ispita: GCE „A“ Levels, GCE Advanced Subsidiary qualifications i GCE „A“ Levels in Applied Subjects, a oni su potrebni za upis na fakultete uz eventualne prijemne ispite koje neki fakulteti zahtevaju. Od 2002. godine uvedena je mogućnost dobijanja dodatnih bodova tokom srednje škole (Advanced Extension Awards) za one koji pokažu izuzetno dostignuće u okviru nekog predmeta. To je pokušaj isključivanja prijemnog ispita.

U *Nemačkoj* nema formalnih nacionalnih ispita, ali nastavnici redovno testiraju znanje učenika prema standardizovanoj lestvici, unapred dogovorenoj na nivou cele republike. Trenutno samo neke pokrajne imaju jedinstvenu maturu na nivou države. Matura obuhvata polaganje najmanje četiri a ponekad i pet predmeta. Sastoji se od pismenih ispita iz dva glavna predmeta (po izboru učenika), pismenog i usmenog iz trećeg i samo usmenog iz četvrtog predmeta. Odabrani predmeti moraju biti iz jezika, umetnosti i književnosti, društvenih nauka, matematike, prirodnih nauka i tehnologije. Svaki učenik mora polagati nemački jezik ili strani jezik.

Matura omogućuje direktan upis na fakultet bez dodatnih polaganja.

2.2 Eksterna matura u SAD-u

Sve značajnije promene školskih sistema, kao i eksterna matura su urađene po uzoru na američki koji se tamo prvi put i javio posle gradjanskog rata. Pozajmljena obrazovna politika retko kad je na pravi način primenjena na date osobene uslove, sa

mного manje sredstava. U svakoj državi u USA sprovodi se eksterna matura, posle dvanaestogodišnjeg obrazovanja, sve imaju neke osobenosti, više tehničke prirode, ono što je zajedničko je stalna borba za što boljim plasmanom.

„Higher standard“ (4x4-četiri predmeta po četiri godine slušanja), u Alabami je recimo uveden 1996., i podrazumeva ispit iz četiri obavezna predmeta: matematika, science, social studies, English. Sa probnim testiranjem se počelo 1998. i radio se na 1,5 godina.

Za postizanje što boljeg rezultata nastavnici dobijaju dodatni materijal u vidu vodiča nastave kao i potreban materijal za radionice (Pathways for Learning materials, workshops). Testiranje traje nedelju dana, u toku koje se testira jedan predmet/oblast dnevno. Iako testiranje nije vremenski ograničeno, ono približno traje tri sata, ali su omogućeni uslovi polaganja za one kojima treba više vremena. Svaka država određuje svoj raspored polaganja, Alabama čak nudi šest mogućih termina. Takođe predmet/oblast se može polagati odmah nakon završenog semestra.

Na polaganju je dozvoljeno koristiti digitrone (škola ih obezbeđuje), kao i formule koje su već date u radnim sveskama, a takođe u svakom zadatku koji je zahteva data je odgovarajuća formula.

Rezultati testiranja se dobijaju nakon 6 nedelja, a diploma se ne može dobiti ukoliko se ne položi bilo koji deo mature.

Što se tiče matematike 75% ispita čini algebra (Algebra i skills) i 25% geometrija (pre-geometry). Potrebno je da daci znaju da:

- izvode osnovne operacije sa algebarskim izrazima
- resavaju jednačine i nejednačine
- primenjuju koncepte vezane za funkcije
- primenjuju formule
- primenjuju tehnike grafika
- prezentuju problemske situacije
- reše probleme raznih algebarskih i geometrijskih koncepata

Škole posvećuju veliku pažnju na prolaznost na maturi jer je to bitan faktor za njihovo međusobno rangiranje. Osim pritiska na nastavno osoblje, materijala koje im

se nude, ponuđenih testova za ostvarivanje standarada, pružaju dodatne savete zainteresovanim roditeljima kako da pomognu deci u spremanju za maturalni ispit.

3. EKSTERNA MATURA U CRNOJ GORI ZA PREDMET MATEMATIKA

Državni ispit je uveden školske 2010./2011., predhodio mu je pilot projekat održan 2008.god. sproveden nad generacijom koja je počela svoje srednjoškolsko obrazovanje po novim planovima i programima.

Bio je to test drugog razreda, sprovodio ga je Ispitni Centar Crne Gore, a testirani su svi učenici, 2000 gimnazijalaca i 4000 učenika srednjih stručnih škola, i tada su urađene analize reforme školstva koja je uvedena, kao i procene uvođenja državne mature.

Nakon ovog testiranja nisu dati, iako je bilo obećano, pojedinačni rezultati. Probno testiranje je obavljeno i nakon godinu dana, u junu 2009. kada je i bio protest svih gimnazijalaca u republici. Kad je objavljena matura i njen obim, matematika je mogla da se bira kao izborni predmet te možemo zaključiti da rezultati na celoj populaciji učenika nisu bili tako sjajni.

Osim obaveznih predmeta maternji jezik i knjizevnost, (matematika ili prvi strani jezik) biraju se još dva predmeta (to može biti matematika za one koji polažu prvi strani jezik eksterno) koji se polaže interno, pred komisijom škole ali ispitna pitanja šalje Ispitni Centar na dan polaganja. Predmet mora zadovoljavati maturalni standard, odnosno 140 časova nastave za četiri godine školovanja.

U tom slučaju, učenici moraju voditi računa da prilikom određivanja izbornog predmeta u III ili IV godini vrše dopunu standarda odgovarajućih obaveznih predmeta (Muzička umjetnost-Muzika, moj jezik, Filozofija-Logika i Etika, Psihologija-Pojedinac u grupi, Informatika-Algoritmi i programiranje...). Na početku 2010./2011.

učenici su se izjasnili o predmetima, ali su početkom II polugodišta mogli da to izmene.

3.1 Uspešnost eksternog maturalnog ispita iz matematike školske 2010./2011.godine

Uspešnost u junskom i avgustovskom roku 2010./2011. za gimnazije u Crnoj Gori izgleda ovako:

	Broj učenika koji nisu položili jedan predmet	Broj učenika koji nisu položili dva predmeta	Ukupno	Procenat učenika koji nisu položili
Junski rok	91	9	100	4.11
Avgustovski rok	29	4	33	25.98

Gimnazije u kojima su svi učenici položili sve predmete:

	Maternji jezik i književnost	Matematika	Engleski jezik	Ruski jezik
JU Srednja mješovita škola "Braća Selić", Kolašin	3.61	3.00	3.20	3,86
JU Srednja mješovita škola "Danilo Kiš", Budva	3.49	3.53	3.96	-
JU Srednja mješovita škola "Mladost", Tivat	3.59	3.00	3.54	-

JU Srednja mješovita škola "Vuksan Đukić", Mojkovac	3,48	2,75	3,35	-
Privatna gimnazija "Drita", Ulcinj	3,19	2,17	3,84	-
JU Gimnazija Cetinje, Cetinje	3,41	2,38	3,29	-
JU Srednja mješovita škola "17.septembar", Žabljak	3,92	2,33	3,81	-

Distribucija ocena iz matematike na maturskom ispitu u junskom roku:

Ocena	1	2	3	4	5
Broj učenika	20	159	241	123	24
Procenat učenika	3,53	28,0	42,5	21,6	4,23
		4		9	

Prosečna ocena na ovom ispitu je 2,95 na populaciji od 567 učenika.

Napravimo li poređenje uspešnosti sa srednjom stručnom školom, možemo primetiti da je tamo situacija značajno drugačija.

Ocene	1	2	3	4	5
Procenat učenika	26,3	51,4	18,7	2,93	0,52
	3	6	6		

3.2 Opšti ciljevi ispita

1. Provera matematičkih znanja i veština (definisani obrazovnim standardom i katalogom)
2. Provera opšte sposobnosti korišćenja znanja i veština u rešavanju zadataka
3. Provera osnovne matematičke pismenosti
4. Poznavanje matematičkih pojmova, terminologije, pravila
5. Sposobnost da se matematički predstave situacije, ispituju njihove implikacije i rešenja
6. Upotreba matematičkih znanja u rešavanju praktičnih problema
7. Uočavanje i analiza problema, prevođenje na matematički jezik, biranje odgovarajućeg načina rešavanja
8. Povezivanje znanja iz različitih oblasti
9. Provera standarda definisanim nastavnim programom za matematiku
10. Uporedivost postignuća na školskom, opštinskom, nacionalnom nivou

3.3 Struktura ispita

Ispit iz matematike se polaže pismeno u trajanju od 150 minuta. Ispit sadrži dve vrste zadataka:

1) zadatke višestrukog izbora, gde je među ponuđenim odgovorima jedan tačan od više njih

2) zadatke otvorenog tipa, gde se rešenje može dati u vidu kraćeg i dužeg odgovora

Bodovanje zadataka se takođe razlikuje. Za prvi tip tačan odgovor donosi 3 boda i nema delimičnog bodovanja, dok za drugi tip zadatka boduje se postavka, postupak i tačan rezultat. Netačno rešen ili neurađen zadatak ne donosi negativne poene.

Tip zadatka	Broj zadataka	Broj bodova
-------------	---------------	-------------

Zadatak višestrukog izbora	8	24
Zadatak otvorenog tipa	12	50
Σ	20	74

Sadržaj je podeljen na pet oblasti, a procentualni iznos je dat u odnosu na ukupan broj bodova koji se mogu osvojiti.

I Brojevi i racionalni algebarski izrazi	15%-25%
II Elementarne funkcije, jednačine i nejednačine	30%-40%
III Geometrija	20%-25%
IV Matematička analiza	10%-15%
V Kombinatorika i verovatnoća	5%-15%

3.4 Ispitni program

I BROJEVI I RACIONALNI ALGEBARSKI IZRAZI

Sadržaj

-Pojam N-broja. Uređenost skupa N. Osnovne računске operacije sa N-brojevima. Pravila deljivosti. NZS i NZD, izračunavanje.

-Pojam Z broja. Uređenost u Z, osnovne operacije u skupu Z

-Q. Pojam p/q. Pojam decimalnog broja. Svođenje na decimalni broj. Svođenje decimalnog broja na razlomak. Proširivanje razlomka. Uređenost skupa Q. Osnovne operacije u skupu Q.

-Pojam R-broja. Uređenost skupa R. Osnovne operacije u R. Realna prava. Pojam integrala, segmenata i polusegmenata. Komutativnost i asocijativnost za sabiranje i množenje, distributivni zakon.

-Pojam procenta, računanje sa procentima. Direktna i obrnuta proporcionalnost.

-Stepenovanje i korenovanje sa racionalnim izloziocem.

-Pojam kompleksnog broja. Broj i , stepen broja i . Algebarski oblik kompleksnog broja. Kompleksna ravan i geometrijska interpretacija kompleksne ravni. Računske operacije sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku.

Ispitni ciljevi

-Upoređuje Z brojeve, vrši naznačene operacije

-Rastavljanje N brojeva na proste faktore, na osnovu toga izvodi zakon o deljivosti, računa NZS i NZD, upotrebljava pravila deljivosti sa 2,3,4,5,6,7,8,9,10,25

-Računa naznačene operacije u skupu Q, razlomke zna da proširuje, upoređuje pretvara u decimalni oblik

-Računa stepen i koren sa racionalnim izloziocem

-Računa naznačene operacije u R, prepoznaje i upotrebljava zakone

-Na realnoj pravoj predstavlja interval, segment, polusegment

-Prepoznaje i primenjuje obrnutu i direktnu proporcionalnost, računa procenat

-Određuje realni i imaginarni deo kompleksnog broja, određuje konjugovano kompleksni broj, određuje stepen imaginarne jedinice, računa naznačene operacije u skupu C, daje geometrijsku interpretaciju

II RACIONALNI ALGEBARSKI IZRAZI

Sadržaj

-Celi algebarski izrazi

-Polinomi sa jednom promenljivom

-Algebarski razlomci

Ispitni ciljevi

-Računa naznačene operacije sa algebarskim izrazima (*među njima nisu istakli deljelje*), primenjuje formule razlika kvadrata, razlika i zbir kubova, kvadrat i kub binoma, faktoriše i izvodi zaključke o deljivosti

-Radi naznačene operacije sa polinomima

-Odredjuje oblast definisanosti algebarskih razlomaka, radi osnovne operacije sa njima

II ELEMENTARNE FUNKCIJE, JEDNAČINE I NEJEDNAČINE

Sadržaj

Linearna funkcija, jednačina i nejednačina

Sistem dve jednačine sa dve nepoznate

Ispitni ciljevi

-Određuje tok i grafik funkcije, zna da odredi funkciju na osnovu datih podataka (nule, koeficijent pravca, tačaka koje sadrži)

-Rešava linerane jednačine

-Rešava linearne nejednačine oblika $\frac{ax+b}{cx+d} \leq 0$

(Greška, čak i u primeru testa koji je istaknut na sajtu ICCG nalazi se zadatak koji sa desne strane nejednakosti ima broj različit od 0)

-Sistem dve jednačine sa dve nepoznate primenjuje u rešavanju problemskih zadataka

Kvadratna funkcija, jednačina i nejednačina.

-rešavanje kvadratne jednačine, onih koje se svode na kvadratanu, određivanje prirode rešenja

-primena Vietovih veza, dobijanje kvadratne jednačine

-rešavanje nejednačina oblika $\frac{ax+b}{cx^2+dx+e} \leq 0$

(Greška, na samom ispitu se javila teža varijanta ove nejednačine, trebalo je dati u opštem obliku)

-Sistem dve jednačine sa dve nepoznate (kvadratna, linearna), kao rešavanje problemskih zadataka

(Ima malo problemskih zadataka koji su ponuđeni u zbirci i knjizi, no oni su, kako pokazuje praksa teža varijanta zadataka)

-Tok i grafik kvadratne funkcije

-Određivanje kvadratne funkcije na osnovu datih podataka (nula, $T(\alpha, \beta)$, poznatih tačaka koje joj pripadaju)

(Na testu 2011. čak se javio zadatak korišćenja formule kvadratne funkcije preko koordinata temena, to je naravno lakši način, a koja se u praksi retko koristila)

-Problemski zadaci, korišćenje ekstremne vrednosti kvadratne funkcije

Eksponencijalna funkcija

-Eksponencijalna funkcija $y=a^x$, $a>0$, $a\neq 1$. Osobine eksponencijalne funkcije, grafik, jednačina i nejednačina

(Pitamo se zašto samo uslov $a>0$, da li zaista je potrebno znati samo rastuće ili je u pitanju greška)

Ispitni ciljevi

-Prepozna i nacrtala eksponencijalnu funkciju

-Rešava jednačine svodenjem na istu osnovu, i one koje se svode na kvadratnu

-Rešava elementarne nejednačine

(Bio bi dobar primer zadatka za one višestrukog izbora dobijanje konačnog grafika preko translacija u odnosu na ose)

Logaritamska funkcija

-Pojam logaritma. Funkcija $y=a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$, osobine i grafik. Pravila logaritmovanja. Logaritamska jednačina i nejednačina.

(Isti slučaj kao i sa eksponencijalnom funkcijom dat je samo uslov $a > 0$)

Ispitni ciljevi

-Prepozna i nacrtala logaritamsku funkciju

-Prepozna i primeni pravila logaritmovanja

(Sva pravila su eksplicitno istaknuta, nepotrebno)

-Logaritamske jednačine $\log_c(ax+b) \leq d$ i one koje se svode na iste.

Logaritamske jednačine koje se svode na kvadratne jednačine.

(Trebalo je navesti tačne tipove jednačine jer se sve svode na taj elementarni oblik, a stiče se utisak da su neke isključene)

-Jednostavnije logaritamske nejednačine i one koje se svode na njih

(Nije preciznije određen tip nejednačine na koji se misli, takođe nije istaknut tip eksponencijalne jednačine-nejednačine koja se rešava logaritmovanjem)

Trigonometrijske funkcije

-Definicija trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici.

-Svođenje na prvi kvadrant.

-Grafik, osobine.

-Osnovni identiteti.

-Adicione formule.

(Verovatno su mislili na čitanje odgovarajućih osobina sa trigonometrijske kružnice. Zadaci vezani za definisanost mogu se svrstati u one višestrukog izbora i rade se preko pravouglog trougla)

Ispitni ciljevi

-Prepoznaj i definišaj trigonometrijske funkcije, primeni definiciju na rešavanje pravouglog trougla($30^{\circ}, 45^{\circ}, 60^{\circ}$)

-Koristi trigonometrijsku kružnicu-predstavlja proizvoljan ugao, određuje znak i monotonost funkcija proizvoljnog ugla svođenjem na I kvadrant

(Znak i monotonost se krajnje lako mogu objasniti preko trigonometrijske kružnice kao i svođenje na I kvadrant bez korišćenja tabele koje su date i u novim udžbenicima)

-koristi vezu trigonometrijskih funkcija

-prepoznaj i primeni osnovne identitete

-prepoznaj i nacrtaj $y = A \sin(ax+b) + B$

(Crtanje trigonometrijske funkcije đacima predstavlja značajan problem. Nastavnici retko koriste dva načina za izradu grafika. Obično se koristi onaj preko tačaka, što onda otežava prepoznavanje, i za njegovu izradu potrebno je značajnije vreme. Ova oblast nudi mogućnost izrade zadataka višestrukog izbora, koristeći samo neke od osobina trigonometrijskih funkcija, što bi možda bio adekvatniji izbor za ovakav ispit. Takođe đacima je mnogo lakše da prepoznaju i uoče pravilo ukoliko se koriste iste oznake, kao u udžbeniku što ovde nije slučaj.)

-primeni adicione formule

-rešava jednačine oblika $\sin(ax+b)=c$ i one koje se svode na kvadratne

(Primećujemo da su istaknuti tipovi jednačina koje se rade na kraju II razreda, oni iz III se ne pominju. Takođe veliki problem za nastavu predstavlja podela trigonometrije na II i III razred, što je predviđeno nastavnim planom i programom od početka primene reforme. Na poslednjim seminarima vezanim za izmene plana i programa krajem prošle i početkom ove godine od strane nastavnika iznete su značajne primedbe i dati radikalniji predlozi. Novi plan je trebalo do sada da bude izrađen i usvojen, no to nije učinjeno.)

-rešava osnovne trigonometrijske nejednačine

III GEOMETRIJA

Sadržaj

-Osnovni pojmovi: tačka, prava, ravan, njihovi odnosi

- Duž, simetrala duži
- Ugao, veličina ugla, ugaona mera, simetrala ugla, susedni, uporedni, unakrsni uglovi
- Uglovi na transvezali, uglovi sa normalnim kracima
- Vrste trouglova. Unutrašnji i spoljašnji uglovi trougla. Odnos stranica trougla i uglova. Težišne linije, visine. Značajne tačke trougla, srednja linija. Podudarnost trouglova.
- Pitagorina teorema
- Vrste četvorouglova
- Pravilan mnogougao
- Kružna linija i krug. Sečica, tetiva, tangenta. Uglovi povezani sa kružnim lukom. Tangentni i tetivni četvorougao
- Definicija i svojstva izometrije. Osna simetrija. Centralna simetrija. Translacija. Rotacija.
- Talesova teorema.
- Sličnost. Sličnost trouglova.

Ispitni ciljevi

- Prepozna vrste i svojstva trouglova
 - Prepozna vrste i svojstva četvorouglova
 - Prepozna i primeni vezu centralni-periferijski ugao u rešavanju zadataka
 - Prepozna i primeni stavove sličnosti i podudarnosti
 - Prepozna izometrijske transformacije
- (Izometrijske transformacije pogodne za izradu zadataka višestrukog izbora. Zbirka nam nudi i zadatke konstruktivnog tipa uz korišćenje izometrijskih transformacija, pokazalo se da su za učenike izuzetno teški, predstavljaju gradivo I razreda, mnogi nastavnici ih uopšte i ne rade.)*

Geometrija u prostoru

Sadržaj

- Geometrijska tela

Ispitni ciljevi

-Prepoznati, imenuje i nacrtati geometrijska tela

-Nalazi P i V tela, P i V lopte

(Planom i programom su predviđeni i delovi lopte. Malo profesora ih uopšte radi, za učenike je to teško gardivo, takođe broj časova predviđen za stereometriju je neadekvatno mali.)

Vektori

Sadržaj

-Definicija vektora, jednakost vektora, intezitet. Nula vektor. Suprotan vektor.

-Zbir i razlika vektora. Množenje vektora skalarom.

-Kolinearnost i komplanarnost vektora. Skalarna projekcija vektora.

Definicija skalarnog proizvoda, osobine. Definicija vektorskog proizvoda, osobine.

-Vektori u ortogonalnom koordinatnom sistemu.

(Komplanarnost vektora nije moguće raditi preko determinanti jer po reformisanom planu i programu nisu predviđene determinante 3x3, što uskraćuje prezentiranje elegantnog rešenja ovog zadatka.)

Ispitni ciljevi

-Ume da sabira, oduzima, i množi vektore skalarom

-Računa skalarni proizvod, primenjuje ga za računanje ugla i $\left| \overrightarrow{a} \right|$

-Računa vektorski proizvod

-Odredi uslov normalnosti i kolinearnosti

Primena trigonometrije u geometriji

Sadržaj

- Definicija trigonometrijskih funkcija oštrog ugla
- Sinusna i kosinusna teorema
- Formule za računanje površine trougla uz pomoć trigonometrijskih funkcija

Ispitni ciljevi

- Reši pravougli trougao
- Odredi ugao, visinu, stranicu geometrijskog tela primenom trigonometrije
(Neki nastavnici nude samo rešenje koristeći sličnost, a primena i ovog načina nudi ujedno ponavljanje trigonometrije)
- Prepozna sinusnu i kosinusnu teoremu, reši proizvoljan trougao primenom datih teorema

Analitička geometrija

Sadržaj

- Rastojanje između dve tačke. Podela duži u datom odnosu
- Računanje površine trougla ako su data temena
(Po reformisanom programu učenici ne rade determinante 3×3 , pa se ni u ovom slučaju ne može rešenje prikazati na taj način.)
- Oblici jednačine prave: eksplicitni, implicitni, segmentni, normalni
- Dve prave i ugao između njih
- Udaljenost tačke od prave
- Jednačina kružnice, odnos tačka i kružnica, prava i kružnica, odnos dve kružnice
- Jednačine elipse, parabole, hiperbole i odnosi ovih krivih sa pravom
(Učenicima lakša verzija primene formula, ali treba izvesti bar neke od njih, daju širu sliku problema, takođe to daje mogućnost uspešnijima da nađu uslove za translirane krive)

Ispitni ciljevi

- Izračunava rastojanje dve tačke
- Deli duž u datoj razmeri, u konkretnim slučajevima traži koordinate tačke koja deli duž
- Primenjuje formulu za površinu trougla
- Prepoznaje pravu zapisanu u implicitnom, eksplicitnom i segmentnom obliku i zna da je nacrtala
- Zna da odradi jednačinu prave ako je poznata tačka i koeficijent pravca, koristi jednačinu kroz dve tačke, koristi segmentni i normalni oblik jednačine prave
- Izračuna rastojanje tačke od prave
- Prepoznaje, crta i zapiše opšti oblik krivih drugog reda
- Formira jednačinu krive linije sa centrom u $C(a,b)$ i poluprečnikom r , jednačinu krive linije $Ax^2 + Ay^2 + Cx + Dy + E = 0$ prevede u opšti oblik, pročita C i r
(U zbirci ponuđene i teže varijante ovog zadatka, greška ili je zaista sužen izbor na samo ovaj slučaj...)
- zna da odredi odnos prave i krive drugog reda
- formira jednačinu tangente u tački krive

IV ELEMENTI MATEMATIČKE ANALIZE

Nizovi

Sadržaj

- Pojam i osobine aritmetičke i geometrijske progresije. Zbir n članova.
- Granična vrednost niza, konvergencija, svojstva konvergencije

Ispitni ciljevi

-Prepozna aritmetički niz, odredi opšti član niza i računa sumu

-Prepozna geometrijski niz, odredi opšti član i računa sumu

-Računa graničnu vrednost u elementarnim slučajevima

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n + 1 + 0.3^n}{2n^2 + 0.1^n}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 \pm 3n}{n^2} \right)^{2n}$$

Diferencijalni račun

Sadržaj

-Pojam izvoda. Izvod zbira, proizvoda, količnika. Izvodi elementarnih funkcija. Izvod složene funkcije. Izvodi višeg reda.

Ispitni ciljevi

-Računa izvode koristeći tablicu i pravila

-Rešava elementarne ekstremalne zadatke primenom diferencijalnog računa

(Nije eksplicitno određen tip zadatka, dobar primer bi mogao biti nalaženje tangente u datoj tački, gde se koristi i geometrijska interpretacija, a ne spada u tešku kategoriju zadataka.)

Funkcije

Sadržaj

-Pojam funkcije. Način zadavanja. Pojam bijekcije. Inverzna funkcija

-Domen, kodomen funkcije. Parnost, neparnost funkcije. Periodičnost funkcije. Znak

-Pojam neprekidnosti

-Pojam granične vrednosti funkcije. Osnovna svojstva granične vrednosti.

Leva i desna granična vrednost. Asimptote.

(Pojam leve i desne granične vrednosti dovoljno raditi na intuitivnom nivou, lako se mogu odrediti iz tabele znaka funkcije, a koriste se samo kod određivanja prilaska funkcije određenoj asimptoti.)

-Primena izvoda pri ispitivanju funkcije-monotonost, ekstremne vrednosti, konveksnost, prevojne tačke

-Tok i grafik funkcije

Ispitni ciljevi

-Odredi vrednost funkcije koja je zadata tablično, grafički ili analitički

-Odredi uslove postojanja inverzne funkcije, odredi i predstavi inverznu funkciju na jednostavnom primeru

(Predstavljanje inverzne funkcije može se uraditi na istom grafiku sa datom funkcijom, kako bi se uočila simetrija u odnosu na $y=x$, a pogodno za jednostavne primere)

-Odredi domen, ispita monotonost, konveksnost proizvoljne funkcije, odredi ekstremne vrednosti, prevojne tačke

-Ispita tok i nacrtaj grafik funkcije u jednostavnim primerima-polinomne najviše trećeg stepena, racionalna funkcija najviše drugog stepena u brojiocu i imeniocu

(Ispitivanje toka i grafika funkcije vremenski zahtevno, na pismenim zadacima racionalna funkcija se u proseku radi 45minuta, te je za ovakav ispit neprikladan zadatak. Trebalo bi ga davati fragmentalno i onda se delovi mogu iskoristiti za obe vrste predviđenih zadataka.)

Integralni račun

Sadržaj

-Pojam primitivne funkcije i neodređenog integrala. Svojstva neodređenog integrala. Tablica. Metod smene. Metod parcijalne integracije.

-Geometrijska interpretacija određenog integrala. Svojstva.Njutn-Lajbnicova formula. Računanje površine jednostavnih figura u ravni.

Ispitni ciljevi

-Primeni svojstvo $\int (af(x)+bg(x))= a\int f(x) + b\int g(x)$ i koristi talicu za računanje jednostavnih integrala

-Primeni metod smene

-Primeni Njutn-Lajbnicovu formulu

-Računa površinu jednostavnih figura

V KOMBINATORIKA I VEROVATNOĆA

Sadržaj

-Osnovna pravila prebrojavanja, pravilo zbira i proizvoda

-Pojam varijacije, permutacije, kombinacije bez ponavljanja i računanje istih

-Pojam i računanje varijacije sa ponavljanjem

-Klasična definicija verovatnoće

Ispitni ciljevi

-U elementarnim zadacima primeni pravila prebrojavanja

-U elementarnim zadacima prepozna varijacije sa i bez ponavljanja, permutacije i kombinacije bez ponavljanja i obavi traženo prebrojavanje

-Rešava jednostavne zadatke u kojima se javlja klasična definicija verovatnoće

4.ANALIZA UČENIKA GIMNAZIJSKIH ODELJENJA

4.1 Analiza rezultata testiranja učenika gimnazijskih odeljenja u

JUSMŠ“Danilo Kiš“

Testirano je tri odeljenja trećeg razreda ove škole, njih pedesetoro je prisustvovalo ispitu, u jednom odeljenju se odazvalo samo osmoro (ima ih 20), test je rađen u oktobru ove nastavne godine. Razredima predaju različiti nastavnici. Ispit se sastoji od 9 zadataka, 4 zadatka višestrukog izbora i 5 zadataka otvorenog tipa, test se radio sat vremena. Test predstavlja izbor odgovarajućih zadataka maturalnog ispita sa isključenom četvrtom godinom a prilagođen vremenu izrade. Đaci su obavešteni nedelju dana ranije o testiranju, i upućeni na odgovarajući sajt ICCG o detaljnijem informisanju. Bodovanje je izvršeno po uzoru na bodovanje maturalnog ispita. Kod zadataka višestrukog izbora nije se bodovao postupak, ali je od učenika ipak zatraženo da daju kraće objašnjenje radi detaljnije analize odgovora.

1. Kada se uključe 3 cevi bazen se napuni za 15h.

Za koliko sati će se napuniti bazen ako se uključe 5 cevi?

A)25 B)10 C)9 D)6

Većina učenika je dala tačan odgovor, njih 25, po odeljenjima(11,14,0) , od toga je 5 bilo bez ikakvog postupka.

Ipak nezanemarljivo je da je 25 učenika dalo pogrešan odgovor, dati zadatak rađen kao direktna proporcija. Zadatak je iz oblasti direktna i obrnuta proporcionalnost i predstavlja gradivo I razreda.

2. Kolika je vrednost izraza $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$?

A) $\sqrt{3}+1$ B) $\sqrt{3}-1$ C) $1+\sqrt{3}$ D) $1-\sqrt{3}$

Tačnih odgovora je bilo 9 po odeljenjima (4,5,0). Od kojih su se javila oba načina rešavanja, pronalaženje kvadrata binoma i korišćenje Lagranžove formule. Netačnih odgovora je bilo 41 , od kojih su se među greškama našli:

$$-2-\sqrt{2\sqrt{3}}$$

$$-\text{neki su kvadrirali izraz i dali rezultat } 4-2\sqrt{3}$$

-neki su izvršili množenje sa korenom suprotnog znaka sećajući se racionalizacije i dobili rezultat 4

3. Za koju najmanju pozitivnu vrednost x funkcija $y = -\cos 2x$ dostiže maksimum?

A) $\pi/4$ B) $\pi/2$ C) $\pi/8$ D) π

Tačnih odgovora je bilo 6 po odeljenjima (2,0,4). Među tačnim odgovorima je bio računski način nalaženja rešenja polazeći od maksimuma funkcije. Jedno rešenje je čak bilo računanje ponuđenih odgovora i među njima biranje maksimuma.

Neurađenih je bilo 30. Netačnih 4, među kojima su se našli pokušaj primene formule za dvostruki ugao, ili čak greška $-\cos 2\pi = -2\cos \pi$

4. Na kojoj slici je nacrtan grafik $2^{x+1} - 1$?

Većina učenika tačno uradila zadatak, njih 30 po odeljenjima (15,11,4), svi ga radili načinom preko koordinata.

Netačnih odgovora je bilo 20, od toga 10 neurađenih .

Dobar primer zadatka ovog tipa bi mogao biti i traženje grafika funkcije preko translacija u odnosu na ose.

5. Uprosti i odredi uslove pod kojima postoji rešenje.

$$\frac{(a^3 + a^2b - ab^2 - b^3)(a^2 + ab + b^2)}{(a+b)(a^3 - b^3)}$$

Tačnih odgovora je bilo 10, po odeljenjima (3,6,1) od kojih nije bilo ni jednog odgovora sa određenim uslovima. Zadatak je u potpunosti preuzet iz primera maturalnog ispita koji je ponudio ICCG, nema uslova pod kojima je zadatak definisan, sa dodatkom da se traže uslovi zadatka pod kojima postoji rešenje.

Netačnih odgovora je bilo 40, među kojima su se našli:

-greške rastavljanja prve zagrade

-nedozvoljeno skraćivanje, prisutno čak i kod učenika sa boljim ocenama

-množenje zagrada umesto njihovo rastavljanje

- zamena sa formulom razlike kubova iako je ona bila ponuđena

-prva zagrada izjednačena sa $(a^3 - b^3) (a^2b - ab^2)$

$-a^2 + ab + b^2 = (a+b)^2$

6. Reši nejednačinu

$$\frac{2x}{x^2 + 1} \geq -1$$

Tačnih odgovora bilo 7, po odeljenjima (5,1,1) no samo par učenika pročitao rešenje iz tabele znaka, odnosno dalo konačan rezultat, javila su se oba zapisa $x \in (-\infty, +\infty)$ i $\forall x \in R$.

Zadatak urađen sa pregršt neverovatnih grešaka:

-nejednačina ekvivalentna sa $2x \geq -1 \wedge x^2 + 1 \geq -1$

-nejednačina ekvivalentna sa $2x \geq -1 \wedge x^2 + 1 \geq 0$, pa onda rađena tabela znaka za zadati količnik

-prebacivanje -1 bez promene znaka

-znak $x^2 + 1$ menja se u -1

- $(x+1)^2$ pozitivan za $x \in (-1, +\infty)$, a takođe napisano i $(x+1)^2 \geq 0$

- $2x \geq -1 \Rightarrow x \leq -1 - 2$

-zadatak $\Rightarrow 2x \geq -x^2 - 1$

-zadatak $\Leftrightarrow 1 \geq \frac{2x}{x^2 + 1} \leq 0$

-komentar: "neodređena"

7. Izračunaj $3^x + 3^{-x}$, ako je $9^x + 9^{-x} = 79$

Nema tačnog odgovora.

Česta greška uvođenje smene $3^x = t$, ukupno 40. Bilo je i primera $9^x = t$.

Kao i greška $3^2 * 3^x = 3^{2x}$.

8. Date su tačke A(8,1), B(6,5), C(-1,4)

a) Nađi jednačinu prave AB

b) Nađi jednačinu kružnice sa centrom u C, a koja sadrži tačke A i B

Tačnih odgovora bilo 12, po odeljenjima (5,6,1) od kojih je samo pod a) uradilo 9 učenika.

Greške za deo zadatka a) :

- računске i malo učenika ih je napravilo.
- neki su tražili središte duži AB
- neki tražili pravu koja sadrži sve tri tačke.

Za deo zadatka b) javila su se oba načina za nalaženje r, kao $d(C,A)$ i koristeći jednačinu kružnice.

Greške za deo zadatka b)

$r^2 = 90 \Rightarrow r = \sqrt{90}$ pa se onda ovaj rezultat vraća u formulu za kružnicu

9. Pravogli trougao čija je jedna kateta 3,
a hipotenuza 5 rotira oko hipotenuze.
Nađi površinu tela koje nastaje rotacijom.

Tačnih odgovora je bilo 2, po odeljenjima (2,0,0) .

Greške koje su se javile:

- ne zna da nacrtati sliku, jer ne zna rotaciju, bilo ih je 10
- rotira oko katete umesto oko hipotenuze kako je traženo, bilo ih je 5
- ne računa drugu katetu već trougao smatra jednakokrakim
- računa površinu tela uključujući površinu baze, bilo ih je 4

Na kraju testa učenici su trebali da odgovore još na sledeća pitanja:

1. Da li si radio slične tipove zadataka u vidu testa (domaći) do sada?
2. Napiši ocene koje si imao do sada iz matematike (kraj godine I,II,III).
3. Polažeš li matematiku eksterno i znaš li razliku između eksternog i internog testiranja?

Na osnovu analize odgovora može se zaključiti da su se učenici susretali sa testovima sličnog tipa, tačnije samo jedno odeljenje. Rezultat testiranja je loš, ima odstupanja rezultata sa ocenama koje imaju u redovnoj nastavi, naročito kod onih koji neće polagati matematiku na maturi. Učenika sa nijednim urađenim zadatkom je bilo 3 po odeljenjima (1,1,1). Maksimalni broj urađenih zadataka po odeljenjima je (7,5,4) bilo je 9 učenika koji su imali tri i više urađenih zadataka, i to po odeljenjima (5,3,1).

Ukupno 13 učenika se izjasnilo da će polagati matematiku na maturi, od njih svi polažu eksterno, osim dva učenika koji će polagati interno, odnosno matematiku će im biti izborni predmet. Njih šestoro nije sigurno hoće li polagati matematiku na maturi, to su učenici sa prosekom manjim od tri, pa predpostavljamo ako se i opredele, da će to biti ekstreni način polaganja.

4.2 Analiza rezultata testiranja učenika gimnazijskih odeljenja u SMS "Mladost"

Ovim testiranjem uključena su dva odeljenja gimnazije, zbog tehničkih teškoća testirano je 18 učenika i to (10,8) po odeljenjima.

U ovoj analizi nisu ponovo istaknuti tekstovi zadataka već samo redni brojevi, jer je test identičan sa onim iz JUSMS "Danilo Kiš".

1. Tačnih odgovora je bilo 8, od kojih su svi ponudili kratko objašnjenje rezultata.

Greška kao i u primeru druge škole, bila je zamena sa direktnom proporcionalnošću, njih ukupno 5.

2. Nije bilo tačnog odgovora, a među greškama su se našli:

- množenje sa istim korenom suprotnog znaka (asocijacija na racionalisanje)

- $\sqrt{(2-2\sqrt{3})^2}$, dakle pokušaj uočavanja kvadrata binoma

- $\sqrt{1.54}$, dakle računanje približne vrednosti

$$-4^{1/2} - 2^{1/2} * 3^{1/4} = 4^{1/2} - 6^{1/8}$$

3. Nije bilo tačnog odgovora, a među greškama su se našli:

- u netačnom rešenju zadatka čak i promašene ose za sin i cos
- urađen min umesto max tražene funkcije u 3 slučaja
- pokušaj primene formule za dvostruki ugao
- računanje vrednosti samo jedne od ponuđenih vrednosti u rezultatu, za $x = \pi/4$. Za tu vrednost tačno određena vrednost funkcije, ali naravno nije traženi maximum

4. Tačnih odgovora je bilo 9, od kojih je njih četvoro ponudilo kratko objašnjenje.

Jedan od ponuđenih tačnih odgovora je bio urađen načinom translacije funkcije $y = 2^x$, i to je jedini takav odgovor u ovom istraživanju.

5. Bilo je 2 tačna odgovora, od kojih su oba bez traženih uslova. Greške koje su se javljale:

$$-a^2 + ab + b^2 = (a + b)^2$$

- pogrešno rastavljanje prve zagrade
- računske greške, čak i $ab^2 - ba^2 = 0$
- nedozvoljeno skraćivanje, u čak 15 radova

6. Nije bilo tačnog odgovora. Greške koje su se javljale :

- $-(-1, +\infty)$
- $-x^2 + 1 > 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x > \pm 1$
- prebacivanje na drugu stranu nejednakosti, 3 slučaja
- $-x^2 + 1 > 0 \Rightarrow x > i \wedge x > -i$, čak neki to predstavljali na realnoj osi
- $-(x+1)^2 > 0 \Rightarrow x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$
- $-x_{1/2} = 1 \vee x_{1/2} = -1$ data kao konačna rešenja nejednačine

7. Nije bilo tačnog odgovora, a među greškama našli su se:

- pokušaj korišćenja $3^{2x} = t$
- $-3^x + 3^{-x} = 79/3 = 26,3333$

-pokušaj korišćenja smene $3^x = t$

8. Tačnih odgovora je bilo dva, i to je samo rešen slučaj a). Od grešaka bilo je prisutno:

-za p i q, koordinate centra uzete su polovične vrednosti koordinata tačke A.

-računske greške, čak $-2(x-8) = -2x * 16$

-u jednačinu prave zamenjene vrednosti i tačke C, rezultat $y = -34$

9. Nije bilo tačnog odgovora. Od grešaka javile su se:

-rotacija oko katete

-računanje i baze kupa kao deo površine tela

-R kupe zamenili sa R pravouglog trougla, problem oznaka

-za poluprečnike kupa uzete vrednosti kateta $R_1 = 4$, $R_2 = 3$

-proizvoljno uzeta vrednost $R = s = 4$

-pokušaj određivanja H_{k1} i H_{k2}

- $R_k = 2,5 (c/2)$

-uzeto proizvoljno $R = c/3$

- $H = 2,5$, a zatim koristeći Pitagorinu teoremu $R = \sqrt{2,75}$

Od ukupnog broja učenika njih petoro nije uradilo ni jedan zadatak, a najveći broj urađenih zadataka je 3. Iznenadujuće, s obzirom na opšti rezultat testiranja četvoro učenika je izjavilo da će polagati maturu eksterno, a njih troje nije još odlučilo.

5. ZAKLJUČAK

5.1 Eksterna matura u Crnoj Gori, za i protiv

Koliko su učenici u Crnoj Gori spremni za maturu?

Šta bi se desilo da je matematika obavezan predmet?

Uspeh na testu je bio loš, čak i kod učenika sa prosekom većim od trojke na kraju predhodne tri godine. Malo učenika se uopšte opredeljuje za matematiku kao drugi obavezni predmet, čak i od onih koji imaju dobar uspeh iz ovog predmeta. Osim onih koji imaju bolji uspeh iz matematike u odnosu na prvi strani jezik u toku školovanja, matematiku polažu i neki koji su iz oba predmeta približno jednako loši.

Probno testiranje koje je sproveo ICCG je verovatno dalo sličan rezultat, pojedinačni rezultati nisu nikad objavljeni, pa je smatramo zbog toga matematika svrstana u izborni obavezni predmet.

Ova je slika, iako nisu održane posebne pripreme kako se to čini pred polaganje maturalnog ispita, stvarna slika znanja učenika opšte gimnazije što se tiče ovog neizmerno bitnog predmeta.

Treba naglasiti da u Crnoj Gori uvođenje novih programa nije dovelo do značajnih pozitivnih rezultata, programski sadržaji su ostali gotovo identični, kao i način rada kod većina nastavnika.

Održana su dva seminara na tu temu, jer je u toku donošenje novog plana za opštu gimnaziju, ali kako su predlozi nastavnika bili radikalni u odnosu na postojeći, počela je još jedna školska godina a plana ni na vidiku. Naravno postoji institucija koja se bavi tim pitanjima, a podsetićemo loš rezultat kako na PISA testiranju i međunarodnim takmičenjima govori o tome da gorućem nacionalnom pitanju nije posvećena dovoljna pažnja.

5.2 Globalni pokret obrazovnog sistema, primer finskog obrazovnog sistema

Koji su motivi uvođenja eksterne mature?

Iako su motivi uvođenja eksterne mature i reforme obrazovanja u svim zemljama koje su je uvele približno isti: unapređenje rada škola, unapređenje kulture proveravanja i vrednovanja znanja, ujednačavanje pripremljenosti učenika različitih škola, povećana kompetitivnost među školama, pojačano ulaganje u kvalitet rada nastavnika, bolja motivacija rada učenika, povećana motivacija za učenje...Svedoci smo da mnoge od ovih efekata reforma i matura nije donela. Ovo istraživanje je pokazalo da se sve manje učenika opredeljuje za polaganje matematike, ne postiže se

trajnost znanja učenika, matematika gubi smisao opšte obrazovnog predmeta što može dovesti do užasnih posledica na obrazovanje, privredu, državu uopšte. Naravno osim ovog, tu je i loš ekonomski efekat, države koje su u lošoj ekonomskoj situaciji, bivše republike SFRJ na primer, zadužile su se, između ostalog pozamašnu sumu novca za sprovođenje ovakvog projekta (Hrvatska recimo 31 milion eura). Čini se da je i nas zahvatila nova svetska zaraza globalna reforma obrazovnog sistema. Obrazovnu politiku smo “pozajmili” od drugih, nastavnici se ne osećaju dobro, škole manje sarađuju jedna sa drugom, a učenici uče sve manje. Na primeru Finske možemo uočiti da se sve može uraditi i na drugi način, uz bolji rezultat.

Naime, pre deset godina Finska je bila vodeća svetska obrazovna nacija, što je bilo neobično jer je obrazovanje bilo dostupno svima, bez standardizovanih testova i konkurentnih privatnih škola. Ima nekoliko razloga za to:

1. Škole se nisu međusobno takmičile za vodeće mesto u državi, već su međusobno sarađivale!
2. Nastavnici su bili akademski obrazovani, profesionalno autonomni, i uživaju poverenje javnosti u njihov rad!
3. Zanimanje nastavnika popularno među omladinom!
4. Finska vlada ulaže trideset puta više u profesionalno usavršavanje nastavnog kadra nego na testiranje postignuća!
5. Plata nastavnika je nakon petnaest godina iskustva 102% u odnosu na druge fakultetski obrazovane radnike (2011. prosečna 26,17e po satu)!
6. Magistarske studije su obavezne i u potpunosti o trošku države!
7. Nastavnici imaju po četiri casa dnevno redovne nastave i dva časa nedeljno dopunske nastave!
8. Odeljenja u Finskoj nemaju više od 16 učenika!
9. Trećina učenika dobija specijalnu pomoć tokom prvih 9 godina školovanja!
10. Postoji jednakost u postignućima učenika iz velikih gradova i ruralnih područja!
11. Deca provode puno vremena napolju, domaći zadaci su minimalni!

Kao rezultat imate 93% učenika koji završe osnovnu školu, 66% upisuje fakultete a razlika u postignućima najboljih i najlošijih je najmanja u odnosu na USA a i zemlje EU.

Kada i da li će Crna Gora preseći “Finskim nožem” u svom obrazovnom sistemu ostaje nedefinisano, a nama koji smo deo tog sistema sa na žalost malim udelom u odlučivanju, ostaje samo nada da će se i naš rad nekada i nekome isplatiti.

LITERATURA

- doc.dr Aleksandra Čižmešija, "Projektna nastava matematike"
- doc.dr Aleksandra Čižmešija, "Nacionalni matematički kurikulum za obavezno obrazovanje-evropska iskustva i trendovi", časopis Matematika i škola
- Christa Kaune, "Tools for the Improvement of Teaching Quality", article
- dr.Roland Fischer, "Reflection and Metacognition in Mathematics Education", article
- Andrew Noyes, "Rethinking School Mathematics"
- Helen Janc Meloun, "Standardi i matematičko obrazovanje američkih učenika", časopis nastava matematike
- www.usatestprep.com
- www.cobbu12.org
- www.iccg.edu.me
- www.oecd.org
- www.web.math.pmf.unizg.hr
- www.mathos.hr