

## Fünftehnter Abschnitt.

# Physikalische Optik.

## § 313. Die Wellennatur des Lichtes.<sup>1)</sup>

Die Reflexionsgesetze, die Brechungsgesetze und die Sätze über die Dispersion des Lichtes sind bisher unter der Voraussetzung abgeleitet worden, daß der Weg des Lichtes in einem homogenen Mittel eine gerade Linie ist. Über die Natur des Lichtes ist keinerlei Voraussetzung oder Hypothese gemacht worden. Wir haben den Lichtstrahl so behandelt, als ob er mit einer mathematischen geraden Linie vollkommen übereinstimmte (§ 246, S. 739).

Wenn wir versuchen, dem mathematischen Ideale einer geraden Linie nahe zu kommen und einen einzelnen Lichtstrahl dadurch herzustellen, daß wir ein paralleles Strahlenbündel durch eine Lochblende begrenzen, deren Öffnung wir beliebig verkleinern können, so wird mit der Verkleinerung der Öffnung ein von dem Strahlenbündel auf einem weißen Schirme erzeugter Lichtfleck zuerst immer kleiner; aber der Lichtfleck verliert gerade dann den Charakter eines Lichtpunktes, wenn wir glauben, unserem beabsichtigten Ziele am nächsten zu sein, wenn wir nämlich die Öffnung möglichst eng gemacht haben. Statt eines Lichtpunktes entsteht ein verwaschener kreisförmiger Fleck (§ 248, S. 742). Hieraus geht hervor, daß ein Lichtstrahl im obigen Sinne sich nicht in jeder Beziehung wie eine gerade Linie verhält. Die geradlinige Ausbreitung des Lichtes ist gerade dann nicht vorhanden, wenn man am besten in der Lage wäre, sie durch einen recht dünnen Lichtstrahl nachzuweisen.

Dieses auffällige Verhalten des Lichtes können wir in gewisser Weise mit den Erscheinungen vergleichen, die wir beim Schall zu beobachten gewöhnt sind. Wir wissen, daß sich der Schall besonders stark von der Schallquelle aus in geradliniger Richtung ausbreitet. Aber hinter einer mit einer Öffnung versehenen Wand breitet er sich auch seitlich aus, wenngleich die Schallstärke nach den Seiten geringer ist als in gerader Richtung hinter der Öffnung.

<sup>1)</sup> Die Wellentheorie des Lichtes wurde zuerst von Christ Huygens um 1678 ausgesprochen (S. 600 u. 663), gelangte aber in dem folgenden Jahrhundert nicht zur Anerkennung, da das beherrschende wissenschaftliche Ansehen von Newton den folgenden Geschlechtern das Urteil trieb. Doch fanden sich auch damals immer einzelne Anhänger der Huygensschen Theorie, vor allem der bedeutende Mathematiker Leonhard Euler (1707—1783) (S. 891). Erst der mit sicherem wissenschaftlichen Gefühle begabte Arzt Thomas Young sorgte (1802) für eine Wiederbelebung der Wellentheorie.

§ 313. Die Wellennatur des Lichtes. § 314. Der Fresnelsche Spiegelversuch 911  
nung. Es liegt demnach nahe, zur Erklärung der Ausbreitung des Lichtes hinter einer mit einer kleinen Öffnung versehenen Blende anzunehmen, daß auch das Licht wie der Schall Wellennatur habe.

Um das Verhalten der Wellen hinter einer Öffnung zu untersuchen, beobachten wir zuerst die mit dem Auge unmittelbar sichtbaren Vorgänge der Ausbreitung der Wasservellen:

Bei der Wasseroberfläche entsteht durch einen hineingeworfenen Stein oder einen hineinfallenden Wassertropfen eine einzelne Welle, die sich kreisförmig ausbreitet. Die Richtung der Ausbreitung geht radial vom Erregungspunkte aus (Fig. 638, 664). Bei wiederholter Erregung desselben Punktes entsteht ein kreisförmiges, sich radial ausbreitendes Wellensystem (Fig. 641). Bei gleichzeitiger Erregung zweier benachbarter Punkte bilden sich zwei kreisförmige Wellensysteme aus (Fig. 642), die sich bei ihrer Durchdringung nach dem Prinzip der Superposition nicht stören. An denjenigen Stellen, wo zwei Wellenberge oder zwei Wellentäler zusammentreffen, entsteht ein Wellenberg von doppelter Höhe oder ein Wellental von doppelter Tiefe; während dort, wo ein Wellenberg des einen Systemes mit einem Wellentale des zweiten zusammentrifft, die Wasseroberfläche im Gleichgewichtszustande bleibt, wenn beide Wellen gleiche Schwingungswreiten haben. Bei verschiedenen großen Schwingungswreiten entsteht an diesen Stellen eine Erniedrigung des ursprünglichen Wellenberges oder eine Verflachung des Wellentales. Diejenigen Punkte bleiben dauernd in Ruhe oder erfahren dauernd eine Verminderung ihrer Schwingungswerte, die vom ersten Wellenzentrum um eine halbe Wellenlänge oder um ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge weiter entfernt sind als vom zweiten. Der geometrische Ort für die Punkte dauernder Ruhe ist eine Hyperbelschar (S. 667); denn die Hypabel ist der geometrische Ort aller Punkte, für welche der Unterschied der Entfernungen von zwei gegebenen Punkten unveränderlich ist. Ferner sind alle die Punkte in größter Bewegung, deren Entfernungsunterschied von beiden Wellenmittelpunkten ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist. Auch diese Punkte bilden eine Hyperbelschar.

Wenn unsere Vermutung, daß das Licht Wellennatur besitzt, richtig sein soll, so muß es in dem von zwei Lichtquellen beeinflussten Ranne auch Punkte geben, in denen es dauernd dunkel ist. Solche Punkte können nur entstehen, wenn die beiden Lichtquellen punktförmig sind und in ihrer Wellenlänge, in ihrer Schwingungsebene und Schwingungsphase dauernd übereinstimmen. Die von solchen Lichtquellen ausgehenden Lichtstrahlen heißen kohärente<sup>1)</sup> Strahlen.

## § 314. Der Fresnelsche Spiegelversuch.

Zwei kohärente Lichtstrahlenbündel kann man am leichtesten dadurch herstellen, daß man ein von einer punktförmigen Lichtquelle ausgehendes Strahlenbündel von zwei ebenen Spiegeln reflektieren läßt. Die von diesen Spiegeln erzeugten Bilder der ursprünglichen Lichtquelle können alsdann als Lichtzentren der von den Spiegeln reflektierten Strahlenbündel angesehen werden. Die experimentelle Durcharbeitung dieses Gedankenganges ist zuerst

<sup>1)</sup> coherens (lat.) = zusammenhängend.

912 von Fresnel<sup>1)</sup> mit Erfolg in seinem unzweideutig entscheidenden Spiegelversuche ausgeführt worden:

Zwei ebene schwarze Glasspiegel stoßen in einer geradlinigen Kante an einander, doch so, daß keiner der beiden Spiegel an dieser Kante hervorragt.

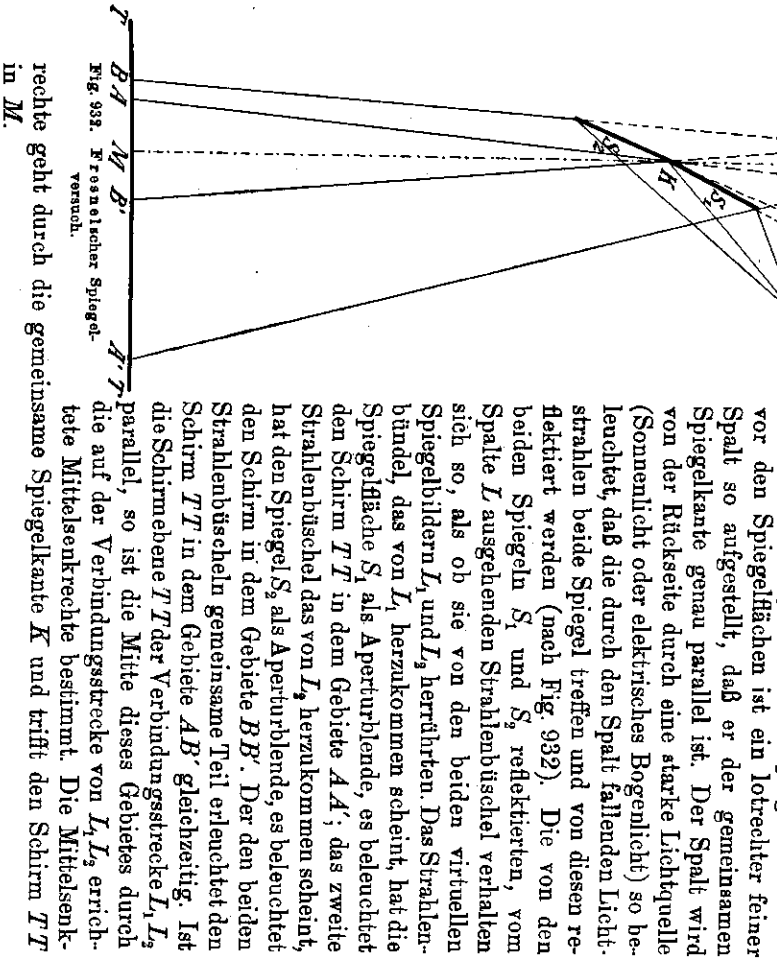


Fig. 932. Fresnel'scher Spiegelversuch.

Die beiden Strahlenbüschel durchkreuzen sich in dem ihnen gemeinsamen

1) A. J. Fresnel (geb. 1788 zu Broglie, gest. 1827 zu Ville-d'Avray bei Paris), ursprünglich Ingenieur, trug durch seine Arbeiten, die er 1814 begann, zur Annahme der Wellentheorie des Lichtes bei. Besonders seine 1819 von der Akademie preisgekrönte Arbeit „Mémoire sur la diffraction de la lumière“ wirkte in diesem Sinne ausschlaggebend. Er entwickelte theoretisch die meisten optischen Vorgänge aus der Theorie von den elastischen Schwingungen des Lichtäthers (S. 600). Außerdem ist er bekannt durch die Erfindung der „Zonenlinsen“, d. s. große, aus vielen einzelnen prismatischen Gläsern zusammengesetzte Linsen, durch die das Licht der Leuchtöhre teils durch Brechung, teils durch Totalreflexion so konzentriert wird, daß es auf sehr weite Entfernungen gesehen werden kann (1823).

Gebiete ähnlich, wie die beiden Wellensysteme bei dem Versuch (S. 667) mit den Wasserwellen (Fig. 642). In Fig. 933 ist die Durchkreuzung so dargestellt, als ob die Wellensysteme von  $L_1$  und  $L_2$  unmittelbar herkämen. Die stark ausgezogenen Kreise deuten die Wellenberge, die schwach ausgezogenen Kreise die Wellentäler an. Es entsteht eine Hyperbelschar, längs deren Kurven stets Wellenberg mit Wellenberg und ebenfalls Wellental mit Wellental zusammenfallen. Dazwischen liegen Hyperbeln, längs deren stets ein Wellenberg des einen Systemes mit einem Wellental des zweiten Systemes zusammenfällt. Auf einem in das gemeinsame Strahlengebiet gebrachten weißen Schirme müssen daher abwechselnd helle und dunkle Streifen, wofür man auch Linien oder Interferenzlinien sagt, auftreten; und zwar muß genau in der Mitte des gemeinsamen Gebietes auf der Mittelsenkrechten der Verbindungsstrecke von  $L_1, L_2$  eine helle Linie liegen.

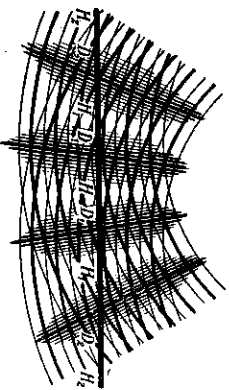


Fig. 933. Erklärung des Fresnel'schen Spiegelversuchs.

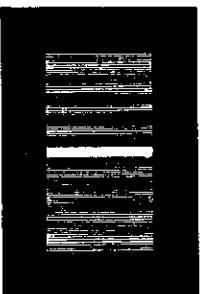


Fig. 934. System der Interferenzstreifen im Fresnel'schen Spiegelversuche.

Tatsächlich verhält sich das den beiden Lichtbüscheln gemeinsame Gebiet so, wie wir es eben auseinandergesetzt haben. Auf einem weißen Schirme entsteht ein von beiden Lichtquellen gleichzeitig beleuchteter heller Lichtstreifen (Fig. 934), der in seinem mittleren Teile von lotrechten, hellen und dunklen Linien durchschnitten wird. Die hellen Linien entsprechen denjenigen Punkten, die gleichzeitig derselben Phase beider Lichtbüschel angehören, während in den dunklen Linien die Phase der beiden Lichtbüschel entgegengesetzt ist. In der Tat findet an diesen Stellen eine vollkommene Auslöschung des Lichtes statt.

Die auf dem Schirme beobachteten hellen und dunklen Streifen sind die Durchschnittslinien des Schirmes mit der konfokalen Hyperbelschar, die wir bei den Wasserwellen unmittelbar beobachten können (S. 667).

Der Fresnel'sche Spiegelversuch ist der bündige Beweis dafür, daß das Licht Wellennatur besitzt. Er beantwortet allerdings die Frage nach der Art der Wellen noch nicht. Diese Beantwortung bleibt späteren Untersuchungen vorbehalten.

Wir können mit Hilfe des Fresnel'schen Spiegelversuches die Wellenlänge des untersuchten Lichtes bestimmen:

Grimseh, Physik I. Große Ausgabe. 6. Aufl.

In Fig. 935 seien  $L_1$  und  $L_2$  die von den beiden Spiegeln erzeugten virtuellen Bilder des Spaltess, die als Ausgangspunkte der beiden Lichtwellensysteme anzusehen sind.  $SS$  sei der Querschnitt des Schirmes, auf dem die Fresnelschen Streifen aufgefange werden und der in sehr großer Entfernung von  $L_1, L_2$  im Verhältnis zum Abstände  $L_1, L_2$  aufgestellt sei (so daß die Interferenzhyperbeln als geradlinig betrachtet werden können).  $MH$  ist das auf  $L_1, L_2$  errichtete Mikroskop, das den Schirm in  $H$  schneidet; daher ist  $H$  ein Punkt des mittleren hellen Streifens, denn es ist  $L_1H = L_2H$ . Der Punkt  $H$  ist ein Punkt gleicher Phase in beiden Systemen. Der Punkt  $D$  ist ein Punkt eines dunklen Streifens, wenn seine Pfaddifferenz von  $L_1$  und  $L_2$  eine halbe Wellenlänge ist. Auf der anderen Seite von  $H$  liegt der dunkle Streifen  $D'$ :

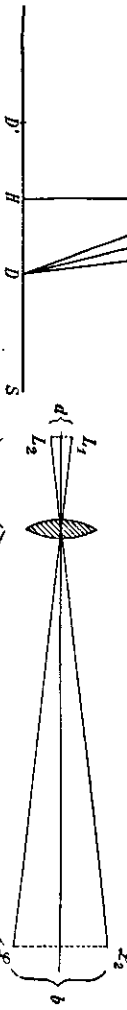


Fig. 935 Zur Theorie des Fresnel'schen Spiegelsversuches.

Fig. 936 Die Messung des Abstandes  $L_1, L_2 = d$ .

Wir setzen  $L_1, L_2 = d$ ,  $DD' = \delta$  und  $MH = a$ . Ziehen wir um  $D$  mit  $DL_1$  den Kreis, der  $DL_2$  in  $E$  schneidet, so muß  $L_2E = \frac{1}{2}\delta$  sein, wenn  $\lambda$  die Wellenlänge des benutzten Lichtes ist. Wegen der großen Entfernung des Schirmes  $SS$  von den virtuellen Bildern  $L_1$  und  $L_2$  können wir  $L_1E$  als gerade, auf  $L_2D$  senkrechte Strecke ansehen; daher können wir  $L_1, L_2, E$  als rechtwinkliges Dreieck betrachten. Wir ziehen noch  $MD$ . Aus der Gleichheit der Winkel ergibt sich  $\triangle L_1L_2E \sim \triangle MDH$ . Hieraus folgt  $L_1L_2 : L_2E = MD : DH$ , und da wir (wegen der großen Entfernung des Schirmes von den Lichtquellen im Verhältnisse zum Abstände der Streifen)  $MD = MH$  setzen können, so folgt nach Einsetzung der oben angegebenen Werte

$$d : \frac{\lambda}{2} = a : \frac{\delta}{2}$$

$$\lambda = \frac{d \cdot \delta}{a}$$

Aus dieser Proportion ergibt sich für die Wellenlänge  $\lambda$  des Lichtes der Ausdruck

Zur Berechnung der Lichtwellenlänge  $\lambda$  ist die Messung der drei Größen  $d, \delta$  und  $a$  erforderlich.  $a$  und  $\delta$  sind unmittelbar meßbar.

Um  $d$  zu bestimmen, setzen wir nach Fig. 936 in den Strahlengang eine Sammellinse und erzeugen ein reelles Bild  $Q_1, Q_2$  der scheinbaren Lichtpunkte  $L_1$  und  $L_2$  auf einem mit einem Maßstabe versehenen Schirme. So können wir den Abstand  $m$  des Spaltess, also (mit erlaubter Näherung) auch der schein-

baren Lichtquellen von der Linse, den Abstand  $n$  der reellen Bilder  $Q$  von der Linse und die Entfernung  $Q_1, Q_2 = b$  der beiden Bilder voneinander bestimmen. Aus geometrischen Gründen folgt dann  $d = \frac{m}{n} \cdot b$ ; also sind alle Größen meßbar, die zur Bestimmung von  $\lambda$  nötig sind.

Beispiel:  $a = 2000$  mm,  $\delta = 2$  mm;  $m = 220$  mm,  $n = 2200$  mm,  $b = 5,9$  mm  
 (der Sammellinse = 200 mm). Folglich  $d = \frac{m}{n} \cdot b = 0,59$  mm,  $\lambda = \frac{0,59 \cdot 2}{2000} = 0,00059$  mm = 590  $\mu$ .

Fresnel hat auch (1826) mit zwei Prismen von kleinem brechenden Winkel, die mit ihrer Grundfläche zusammenstoßen, zwei kohärente Lichtquellen hergestellt, durch deren Zusammenwirken die Fresnelschen Interferenzstreifen entstehen.

Farbige Interferenzstreifen. Von den beim Fresnelschen Spiegelversuche entstehenden Streifen ist nur der mittlere rein weiß, während die von der Mitte weiter entfernten Streifen farbige Ränder zeigen. Um diese Erscheinung zu untersuchen, betrachten wir ein System von Interferenzstreifen gleichzeitig durch ein zur Hälfte rot, zur Hälfte blau gefärbtes Glas. Wir sehen, daß die beiden Streifensysteme jetzt aus roten und schwarzen bzw. blauen und schwarzen Streifen bestehen, und daß die roten Streifen einen größeren Abstand voneinander haben als die blauen. Hieraus schließen wir, daß die Wellenlänge des roten Lichtes größer ist als die des blauen.

Lassen wir das Interferenzstreifensystem so auf den Spalt eines Spektroskops fallen, daß die Streifen den Spalt des Spektroskops unter einem rechten Winkel schneiden, so beobachten wir das durch Fig. 937, Tafel II, dargestellte Bild, aus dem unmittelbar hervorgeht, daß die Wellenlänge des Lichtes um so größer ist, je näher es dem roten Ende des Spektrums liegt. Die Wellenlänge des äußersten Rot beträgt annähernd  $700 \cdot 10^{-6}$  mm, die des äußersten Violett annähernd  $350 \cdot 10^{-6}$  mm (§ 360). Die Wellenlängen der den einzelnen Fraunhofer'schen Linien entsprechenden Strahlen sind in Tabelle XVIII zusammengestellt.

Wenn die Interferenzstreifen sehr nahe beieinander liegen, so beobachten wir nur die farbigen Ränder der Streifen. Wenn dagegen die Entfernung der Streifen groß wird, so löst sich jeder helle Streifen in ein vollkommenes Spektrum auf.

§ 315. Farben dünner Blättchen.

Die bekannte bunte Färbung der Seifenblasen, das bunte Schimmern einer auf Wasser ausgebreiteten dünnen Ölschicht oder das Auftreten von Farben an den Sprungstellen farblosen Glases ist auf die Interferenz des Lichtes zurückzuführen.

Taucht man einen aus Draht hergestellten, rechteckigen, ebenen Rahmen von etwa 5 cm Länge und Breite in eine Seifenlösung und zieht ihn dann heraus, so treten auf dem innerhalb des Rahmens ausgespannten Seifenwasserhäutchen wagerechte, parallele, farbige Streifen auf, wenn man den Rahmen

in lotrechter Ebene so hält, daß zwei Seiten des Rahmens wagerecht sind. Man beobachtet, daß die Streifen sich langsam abwärts bewegen und ihre gegenseitige Entfernung vergrößern, während der obere Teil des Seifenwasserhäutchens immer dünner und dünner wird und endlich zerfällt. Unmittelbar vor dem Zerreißen wird der obere Teil farblos durchsichtig. Er erscheint im durchfallenden Lichte hell, im auffallenden Lichte dunkel. Führt man denselben Versuch aus, während man das Seifenwasserhäutchen mit gelbem Natriumlichte beleuchtet, so sind die Streifen gleichfarbig hell und dunkel und treten in großer Zahl und mit großer Schärfe auf.

Legt man zwei vollkommen ebene Spiegelglasplatten von 20 cm Länge und 5 cm Breite so aufeinander, daß sie einander an der einen schmalen Kante vollkommen berühren, während sie an der anderen schmalen Kante durch ein dünnes Stück Papier oder einen Streifen Aluminiumfolie voneinander getrennt sind, so entsteht zwischen den Spiegelglasplatten ein äußerst dünner, keilförmiger Luftzwischenraum, der bei Beleuchtung mit weißem Lichte besonders an dem Ende, wo die Platten unmittelbar zusammenliegen, farbig gestreift erscheint. Bei Beleuchtung mit Natriumlicht erscheint der ganze Luftzwischenraum von einem bis zum anderen Ende mit parallelen hellen und dunklen Linien durchsetzt.

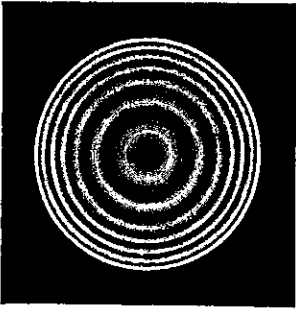


Fig. 938. Newton'sche Ringe.

Legt man auf eine ebene Spiegelglasplatte eine schwach konvexe Linse, z. B. ein Brillenglas von 4 mm Brennweite, so ist der Berührungspunkt der Linse mit der Spiegelglasplatte von einem Systeme konzentrischer, buntenfarbiger kreisförmiger Ringe umgeben, die sich bei Beleuchtung mit Natriumlicht in ein System von zahlreichen hellen und dunklen Linien umwandeln (Fig. 938).

Das allen drei Versuchen Gemeinsame ist das Auftreten von farbigen bzw. hellen und dunklen Interferenzstreifen, wenn Licht auf ein dünnes Blättchen eines Stoffes trifft, dessen Brechungsverhältnis von dem der Umgebung verschieden ist; daher werden die Erscheinungen Farben dünner Blättchen genannt. Die dritte Erscheinung ist zuerst von Newton (1676) wissenschaftlich beobachtet und untersucht worden; daher nennt man diese Erscheinung auch wohl Newton'sche Ringe.<sup>1)</sup>

1) Newton, der Hauptverfechter der Emissionshypothese des Lichtes, versuchte die Entstehung der Farben dünner Blättchen durch eine besondere Eigenschaft der den Lichtstrahl bildenden Körperchen zu erklären. Nach Newton erhalten die kleinen Lichtkörperchen nach ihrem Auftreffen auf eine herrschende Fläche eine Disposition, die beim weiteren Verlaufe des Strahles in gleichen Intervallen wiederkehrt; sie betreibt die Lichtkörperchen, bei jeder Wiederkehr durch die nächste brechende Fläche leicht durchzugehen, und zwischen jeder Wiederkehr leicht reflektiert zu werden. Diese periodisch wiederkehrende Disposition nannte Newton Anwendungen (fit) leichten Durchganges bzw. Anwendungen leichter Reflexion. Die Intervalle der Anwendungen berechnete er

Wir erklären die Farben dünner Blättchen und die Newton'schen Ringe auf Grund der Wellentheorie des Lichtes:

Ein paralleles Lichtstrahlenbündel falle auf eine dünne, von zwei parallelen Ebenen begrenzte Schicht oder Lamelle. Dann tritt sowohl auf der Vorderseite wie auf der Rückseite der Lamelle eine Teilung des Strahlenbündels in einen reflektierten und einen durchgehenden Teil ein. Die beiden von der Vorder- und Hinterseite reflektierten Teile des Strahlenbündels sowie auch seine durch die Schicht hindurchgehenden Teile können dann gleiche oder entgegengesetzte Phasen haben und miteinander interferieren.

In Fig. 939 bedeute  $VH$  einen Querschnitt durch die dünne Schicht, z. B. durch eine Seifenblasenlamelle, wobei die Größenverhältnisse stark übertrieben gezeichnet sind. Ober- und unterhalb der Lamelle befände sich Luft. Ein einem parallelen Strahlenbündel angehörender Lichtstrahl  $SA$  möge die Vorderseite der Lamelle nahezu senkrecht treffen (in der Figur ist der Lichtstrahl schräg auffallend gezeichnet, damit die einzelnen Bestandteile des Strahles getrennt erscheinen). In  $A$  erfährt der Lichtstrahl auf der Vorderseite der Lamelle eine teilweise Reflexion nach  $AD$ . Teilweise tritt der Lichtstrahl in die Lamelle ein ( $AB$ ). In  $B$  findet an der Hinterseite  $HH$  wiederum eine teilweise Reflexion in die Lamelle nach  $BE$  statt, während ein anderer Teil des Lichtstrahles nach  $BC$  in Luft austritt. Der zuletzt reflektierte Teil  $BE$  erfährt an der Vorderseite wieder eine teilweise Reflexion in die Lamelle nach  $EF$ , während ein anderer Teil dieses Strahles nach  $EG$  in den vorderen Luftraum austritt. Der Teil  $EF$  erfährt dann an der Hinterseite bei  $F$  wieder eine teilweise Reflexion  $FK$ , während ein anderer Teil  $FL$  durch die Hinterseite der Lamelle in den hinteren Luftraum austritt. Der zuletzt reflektierte Teil  $FK$  wird nun ebenfalls wieder an der Vorderseite reflektiert; somit zerfällt der ganze Lichtstrahl in zwei Systeme von Lichtstrahlen, von denen das eine System in das ursprüngliche Mittel zurückgeht, das andere in das hinter der Lamelle liegende Mittel eintritt. Bei nahezu senkrechtem Einfall des Lichtes auf die Lamelle fallen die Teile  $AD$ ,  $EG$  usw., sowie andererseits die Teile  $BC$ ,  $FL$  usw. in dieselbe Linie zusammen. Wir betrachten jetzt nur die beiden Strahlen  $AD$  und  $EG$  im vorderen und die beiden Strahlen  $BC$

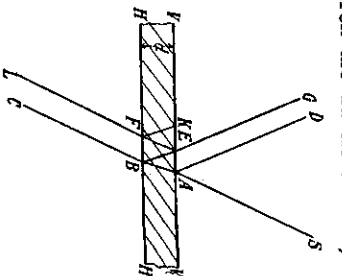


Fig. 939. Theorie der Farben dünner Blättchen.

aus den Farbenringen für gelbes Licht zu  $\frac{1}{2} \text{ von } \lambda$ . Die dunklen Ringe im reflektierten Lichte kommen nach Newton dadurch zustande, daß die Schichtdicke gleich einem Vielfachen des Intervalles der Anwendungen ist. Das Licht, das durch die erste Grenzfläche der Schicht in der Anwendung leichten Durchgange hindurchgeht, befindet sich dann auch beim Auftreffen auf die zweite Grenzfläche in der Anwendung leichten Durchganges und wird daher nicht reflektiert.

In der Annahme der periodischen Wiederkehr der Anwendungen liegt ein gewisses Zugeständnis Newtons an die von Huygens verfochtene Wellentheorie des Lichtes.

und  $FL$  im hinteren Lufttraum, da diese die übrigen an Intensität weit überreffen, und da ferner die für diese Strahlen gültigen Beziehungen auch für die übrigen Strahlen Gültigkeit haben.

Beträgt die Lamellendicke  $d$ , so unterscheidet sich der Lichtstrahl  $BC$  von dem Strahl  $FL$  durch den Wegunterschied  $BE + EF$ . Beträgt dieser Wegunterschied eine halbe Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches derselben, so löschen sich die beiden Strahlen  $BC$  und  $FL$  bei gleicher Intensität vollständig aus, d. h. die Lamelle erscheint hier im durchfallenden Lichte dunkel. Da die Lichtintensitäten nicht gleich sind, so tritt nur eine starke Schwächung des Lichtes ein. Bei senkrechtem Einfall der Lichtstrahlen ist  $BE + EF = 2d$ . Hiernach folgt, daß an allen den Stellen, an denen die Lamellendicke  $d$  eine Viertel-Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches derselben beträgt, die Lamelle im durchscheinenden Lichte dunkel sein muß. Ebenso unterscheiden sich die beiden in das vordere Mittel zurücktretenden Lichtstrahlen  $AD$  und  $EG$  um die Wegdifferenz  $2d$ . Wenn diese daher ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist, wenn also die Lamellendicke ein ungerades Vielfaches einer Viertel-Wellenlänge beträgt, so muß die Lamelle auch im reflektierten Lichte dunkel erscheinen. Hiernach würde folgen, daß die Lamelle an allen Stellen, in denen sie im durchscheinenden Lichte dunkel ist, auch im auffallenden Lichte dunkel sein müßte. Das widerspricht aber der Beobachtung. In Wirklichkeit ist die Lamelle an den Stellen im auffallenden Lichte hell, wo sie im durchfallenden Lichte dunkel ist. Es muß also noch ein anderer Umstand bei der Erscheinung eine wichtige Rolle spielen.

Im § 65 haben wir erfahren, daß ein auf einen elastischen Körper ausgeführter Stoß dort eine Zerlegung in einen reflektierten und einen fortschreitenden Teil erfährt, wo er auf einen Körper übergeht, bei dem sich der auf die Längeneinheit entfallende Massenbetrag ändert. Eine an dieser Stelle reflektierte Welle wird mit gleicher Phase zurückgeworfen, wenn der Übergang von einem dichteren zu einem dünneren Mittel erfolgt; dagegen erfolgt die Reflexion mit entgegengesetzter Phase, wenn der Übergang der Welle aus dem dünneren in das dichtere Mittel stattfindet. Dieses läßt uns vermuten, daß auch bei der Reflexion des Lichtes, dessen Wellennatur wir schon kennen, ähnliche Verhältnisse eintreten.

Der Teil des Lichtstrahles  $SA$ , der in die Lamelle eintritt, erfährt hier keine Phasenumkehr, ebensowenig der in  $B$  austretende Lichtstrahl  $BC$ ; der Strahl  $BC$  verläßt daher die Lamelle ohne Phasenverschiebung. Der in  $B$  reflektierte Teil  $BE$  erfährt in  $B$  an dem optisch dünneren Mittel keine Phasenumkehr; er wird in  $E$  an dem optisch dünneren Mittel zurückgeworfen und erfährt auch keine Phasenumkehr; er geht endlich ohne Phasenumkehr nach  $FL$  in den hinteren Lufttraum weiter. Für den durchgehenden Teil des Lichtes gilt also unverändert die oben abgeleitete Beziehung, daß die Lamelle im durchfallenden Lichte an denjenigen Stellen dunkel ist, an denen die Dicke  $d$  der Lamelle ein ungerades Vielfaches einer Viertel-Wellenlänge beträgt.

Anders verhalten sich die in das vordere Mittel zurückgehenden Teile des Lichtes. Der Lichtstrahl  $SA$  wird in  $A$  am optisch dichteren Mittel teilweise zurückgeworfen; der reflektierte Teil  $AD$  erfährt eine Phasenumkehr, d. h. eine Gangverschiebung um eine halbe Wellenlänge. Der Teil  $EG$  des Lichtstrahles, der von der Reflexion in  $B$ , also am optisch dünneren Mittel herrührt, erfährt keine Phasenumkehr. Wäre an dieser Stelle die Lamelle unendlich dünn, so würde hier wegen der Phasenumkehr von  $AD$  eine vollständige Auslöschung mit dem Strahl  $EG$  erfolgen; der Dicke  $d = 0$  entspricht demnach eine dunkle Stelle der Lamelle im auffallenden Lichte. Tritt nun durch die Wegdifferenz  $AB + BE = 2d$  noch eine Verschiebung um eine ganze Wellenlänge oder um ein Vielfaches einer ganzen Wellenlänge ein, so ändert sich an der Erscheinung nichts. Hiernach folgt: An den Stellen, an denen die Dicke  $d$  der Lamelle ein Vielfaches einer halben Wellenlänge oder, was dasselbe sagt, ein gerades Vielfaches einer Viertel-Wellenlänge beträgt, tritt eine Auslöschung der reflektierten Teile des Strahles ein, d. h. die Lamelle erscheint hier im auffallenden Lichte dunkel.

Die beobachtete Tatsache, daß die Lamelle an den Stellen im auffallenden Lichte dunkel erscheint, an denen sie im durchfallenden Lichte hell ist und umgekehrt, beweist uns die Richtigkeit der Annahme, daß die Lichtwellen bei der Reflexion am optisch dichteren Mittel eine Phasenumkehr erfahren.

Wenn die Lamelle keilförmig ist, wie z. B. die lotrechte Seifenlamelle im ersten Versuche oder die Luftschicht im zweiten, so folgen in regelmäßigen Abständen voneinander helle und dunkle Streifen. Ebenso erklärt sich beim dritten Versuche das Auftreten der dunkeln und hellen Newtonschen Ringe durch die zunehmende Dicke der Luftschicht.

### § 316. Die Newtonschen Ringe.

Die Newtonschen Ringe, die sich zwischen einer Konvexlinse und einer ebenen Spiegelglasplatte bilden, sind bei gewöhnlichem Tageslichte nur undeutlich zu erkennen; man sieht nur den mittleren Teil. Die Färbung der Ringe läßt keine scharfe Messung zu.<sup>1)</sup> Betrachtet man aber die Newtonschen Ringe im einfarbigen Lichte, so sieht man den ganzen Zwischenraum zwischen der Linse und der Glasplatte bis zum Rande der Linse hin mit schwarzen Ringen durchsetzt. Als einfarbiges Licht verwendet man am besten Natriumlicht. Zur bequemeren Herstellung des Natriumlichtes setzt man auf das Rohr eines Bunsenbrenners ein Messingrohr, das sich mit Reibung darauf verschieben läßt und das am oberen Ende in zwei seitlich ausser- andergebogene Blechstreifen ausläßt (Fig. 940). Auf die oberen Ränder dieser Blechstreifen legt man ein mit Kochsalzlösung getränktes Stück Asbestpappe von 1 cm Breite. Die Bunsenflamme spielt nun an den Rändern der Asbestpappe ent-

<sup>1)</sup> Schon Newton hatte (1676) die Breite der Ringe sorgfältig ausgemessen. Diese Messung konnte daher Thomas Young benutzen, als er 1802 als erster die Aufgabe löste, die Wellenlänge des Lichtes zahlenmäßig anzugeben.

lang und erzeugt eine breite Flamme, die fast nur monochromatisches, gelbes Licht aussendet.

Zur Erzeugung der Newtonschen Ringe verwendet man ein Stück Spiegelglas von  $45 \times 45$  mm Größe, auf das man ein bikonvexes Brillenglas von 0,25 Dioptrien legt. Der Krümmungsradius dieses Brillenglases beträgt annähernd 4 m. Schon mit bloßem Auge kann man bei der Beleuchtung mit Natriumlicht die grobe Anzahl der deutlich auftretenden Newtonschen Ringe erkennen. Besser noch verwendet man den in Fig. 940 dargestellten kleinen Hilfsapparat. Dieser besteht aus einem aus Messingblech gebogenen und naher geschwärzten, bockartigen Gestelle von 55 mm Höhe und 42 mm Breite. In die obere Fläche ist ein kreisförmiges Loch eingeschnitten, auf das eine Linse (ein Brillenglas von 20 Dioptrien) aufgelegt wird. Zwischen den Seitenwänden des Bockes ist ein Metallrahmen um eine wagerechte Achse drehbar befestigt, auf den eine Platte aus beliebigem Spiegelglase aufgelegt wird. In der Mitte dieses Glases ist ein Teil der Linse und die Spiegelplatte hindurchgeschnitten, so daß man durch die Linse und die Spiegelplatte hindurchsehen kann. Dieser Hilfsapparat wird über die Spiegelglasplatte mit der darauf liegenden, sorgfältig gereinigten flachen Linse gestellt. Die Natriumflamme wird in einer Entfernung von etwa 30—50 cm (in der Figur ist der Abstand verkürzt gezeichnet) vor dem Apparate aufgestellt und der Rahmen mit dem Spiegel so geneigt, daß die von der Natriumflamme ausgehenden Lichtstrahlen nach der Reflexion am Spiegel lotrecht auf das Newtonsche Glas fallen. Blickt man durch die Linse, so sieht man das Gesichtsfeld von einer großen Anzahl konzentrischer, schwarzer Kreise durchsetzt, die dort, wo die Linse die Glasplatte berührt, einen schwarzen Mittelpunkt haben. Die Kreise sind in der Mitte weit voneinander entfernt und nehmen nach dem Rande zu an Breite ab, sind aber bis zum äußersten Rande der Linse vollständig scharf. Ein kurzsichtiger Beobachter kann unter die Spiegelglasplatte ein dünnes, schwarz gefärbtes Holzklötzchen oder einen Streifen dünner Pappe legen, um so das Newtonsche Glas näher an die Linse, also auch an das Auge heranzubringen.

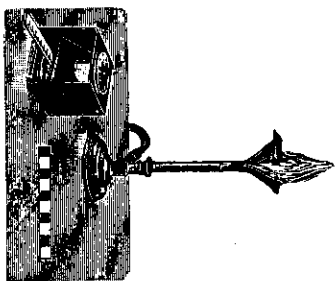


Fig. 940. Grimesche Anordnung zur Beobachtung der Newtonschen Ringe.

Um den Durchmesser der Newtonschen Ringe zu messen, legt man eine auf Papier gezeichnete oder gedruckte Millimeterteilung so auf die flache Linse, daß ein Teilstrich der Teilung mit dem Mittelpunkt der Newtonschen Ringe zusammenfällt. Der Halbmesser der Ringe ist dann an der Teilung (Schätzung auf  $\frac{1}{10}$  mm) abzulesen. Man kann den Halbmesser von 20 bis 30 Ringen bequem und zuverlässig messen. Hierbei ist es gut, wenn der Beobachter seine Beobachtungsergebnisse einem Mitarbeiter diktiert, während er selbst unverwandt, ohne die Stellung seines Auges zu verändern, durch die Linse blickt. Dem Abstände zweier dunkler Ringe entspricht eine Dicken Differenz der zwischen der Unterlagsplatte und der Linse liegenden Luftschicht von einer halben Wellenlänge. Der Unterschied der Halbmesser des  $\mu$ ten und  $\nu$ ten Ringes entspricht also einem Dickenunterschiede der Luftschicht von

$$\Delta d = (\nu - \mu) \frac{\lambda}{2}$$

Zwischen dem Halbmesser  $a$  eines Ringes, der Dicke  $d$  der Luftschicht an dieser Stelle und dem Krümmungshalbmesser  $r$  der Linse besteht die Gleichung

$$d = 2r \cdot a^2$$

deren Richtigkeit im folgenden bewiesen werden soll:

In Fig. 941 stelle der gestrichelte Streifen  $FFGG$  den Querschnitt durch eine dicke Spiegelglasplatte dar; der segmentförmige, gestrichelte, durch  $HH$  begrenzte Teil stelle den Krümmungshalbmesser dar, deren Krümmungsmittelpunkt  $M$  ist. Da zur Ableitung der mathematischen Beziehungen die ganze Kugel gezeichnet werden muß, so mußte der meist mehrere Meter große Krümmungshalbmesser der Linse im Verhältnis zur Ausdehnung der Linse viel zu klein gezeichnet werden. In Wirklichkeit schließen die vom Mittelpunkte der Kugel nach den Newtonschen Ringen gezogenen Verbindungslinien Winkel ein, bei denen man den Bogen mit dem Sinus und dem Tangens vertauschen kann.

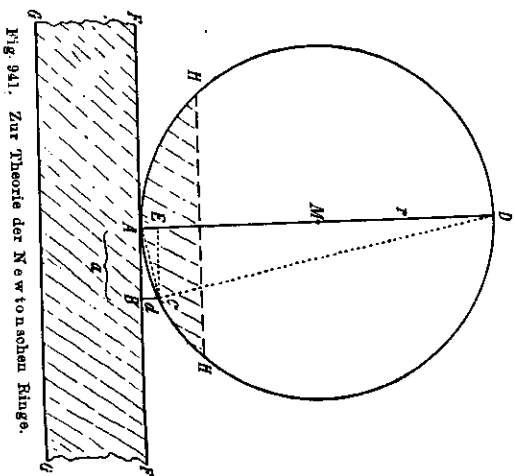


Fig. 941. Zur Theorie der Newtonschen Ringe.

Durch den zwischen der Glaslinse und der Spiegelglasplatte vorhandenen Luftzwischenraum werden die Newtonschen Ringe hervorgerufen. Die Reflexion, die ein auf die Oberfläche  $HH$  fallender Lichtstrahl an dieser Oberfläche erfährt, liefert zur Entstehung der Newtonschen Ringe keinen Beitrag, ebensowenig die Reflexion an der unteren Fläche  $GG$  der Glasplatte, da beide von der dünnen Schicht zu weit entfernt sind. Wir können daher die an den Flächen  $HH$  und  $GG$  stattfindenden Veränderungen des Lichtstrahles als unwesentlich vernachlässigen.

A sei der Berührungspunkt der die Glaslinse begrenzenden Kugelfläche mit der Spiegelglasplatte,  $B$  ein Punkt eines Ringes, dessen Halbmesser  $AB = a$  ist. In  $B$  habe die Luftschicht die Dicke  $BC = d$ . Als Hilfslinien ziehen wir noch den Durchmesser  $AD$ , sowie  $CE \perp AD$  und  $CD$ .

Aus geometrischen Gründen verhält sich  $AE:AC = AC:AD$ . Wegen der Kleinheit des Winkels  $ADC$  können wir  $AC$  durch  $a$  ersetzen. Hieraus folgt  $d:a = a:2r$ , also auch die zu beweisende Gleichung  $d = 2r \cdot a^2$ .

Der Halbmesser  $a$  des Newtonschen Ringes ist der Messung unmittelbar zugänglich, der Krümmungshalbmesser  $r$  der benutzten Glaslinse kann entweder mit dem Sphärometer (S. 10) oder auf Grund der Reflexionsgesetze gemessen werden, indem man die Linsenfläche als Konkavspiegel benutzt und die Beziehung zwischen dem Scheitelweiten des Bildes und Gegenstandes und der Brennweite zur Bestimmung der Brennweite, also auch des Krümmungshalbmessers benutzt (siehe unten). Es ist also auch  $d$  der Messung zugänglich. Da wir wissen, daß der Dickenunterschied der Luftschicht an zwei benachbarten Ringen gleich einer halben Wellenlänge ist, so

ergibt sich als Dickenunterschied der Luftschicht zwischen dem  $\mu$ -ten und  $\nu$ -ten Ringe

$$\Delta d = \frac{a_\nu^2 - a_\mu^2}{2r}$$

Der Ausdruck läßt sich für die Rechnung bequemer in

$$\Delta d = \frac{(a_\nu + a_\mu) \cdot (a_\nu - a_\mu)}{2r}$$

umformen;  $a_\nu$  und  $a_\mu$  sind auf die vorhin angegebene Weise an dem auf Papier gezeichneten Maßstabe abzulesen. Der Krümmungshalbmesser  $r$  der Linse kann durch das folgende Verfahren ermittelt werden:

**Messung des Krümmungshalbmessers einer Konkavlinse auf optischem Wege.**

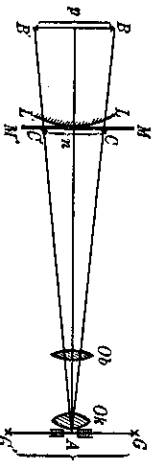


Fig. 942. Messung der Krümmung einer Linse.

Auf einer Leiste sind in einem bestimmten Abstande  $m$  (Fig. 942) voneinander zwei möglichst punktförmige Lichtquellen, z. B. zwei kleine Glühlämpchen  $G$  und  $G'$ , angebracht. In einer abgemessenen Entfernung  $x$  ist die Linse, deren Krümmungshalbmesser gemessen werden soll, lotrecht aufgestellt. Die Leiste steht auf der Verbindungslinie von Linse und Mittelpunkt der Leiste senkrecht. Die vordere Fläche der Konkavlinse wirkt als Konkavspiegel und erzeugt von den beiden punktförmigen Lichtquellen zwei Bilder  $B$  und  $B'$ , die im Abstande  $y$  hinter der Linse liegen. Wären  $x$  und  $y$  meßbar, so ließe sich der Krümmungshalbmesser  $r$  der vorderen Fläche der Linse nach der Abbildungsgleichung für Konkavspiegel (S. 773) berechnen. Es ist

$$\frac{1}{y} = -\frac{1}{x} - \frac{1}{r}$$

wo  $r$  der Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche ist. Nun ist aber  $y$  der unmittelbaren Messung nicht zugänglich. Daher stellt man dicht vor der Linsenfläche einen kleinen Maßstab  $MM'$  auf und beobachtet die scheinbare Größe  $CC' = n$  der Strecke  $BB' = p$  auf dem Maßstabe mit Hilfe eines Fernrohres, das so aufgestellt ist, daß sich das Okular zwischen  $G$  und  $G'$  befindet. Zwischen der Gegenstandsgröße  $G G'$ , der Bildgröße  $B B'$ , der Scheitelweite  $x$  und der Scheitelweite  $y$  besteht die für alle Linsen und Spiegel gültige Proportion (S. 261, 3)

Gegenstandsgröße : Bildgröße = Gegenstandsweite : Bildweite,

$$G G' : B B' = -x : y.$$

Setzen wir noch  $G G' = m$ ,  $B B' = p$ , so lautet die Proportion

$$m : p = -x : y.$$

Mit Hilfe des Fernrohres beobachtet man aber nicht die Bildgröße  $p$  selbst, sondern ihre Projektion  $CC' = n$  auf dem Maßstabe  $MM'$ , der unmittelbar vor der Linsenfläche steht. Das Projektionszentrum ist die Austrittspupille des Fernrohres, also nach § 293, 3. das durch das Okular erzeugte Objektivbild. Aus geometrischen Gründen folgt die Gleichung

$$p : n = (-x + y) : -x.$$

Zwischen den sechs Größen  $m, n, p, x, y, r$  bestehen also die drei Gleichungen

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{2}{r},$$

$$m : p = -x : y,$$

$$p : n = (-x + y) : -x,$$

aus denen die beiden der Messung nicht zugänglichen Größen  $y$  und  $p$  beseitigt werden. So entsteht die Gleichung

$$r = \frac{2nx}{m - 2n}$$

Die Größen  $m, n$  und  $x$  sind unmittelbar meßbar, also kann  $r$  durch die Gleichung bestimmt werden.

Zur praktischen Ausführung der Messung benutzt man den in Fig. 943

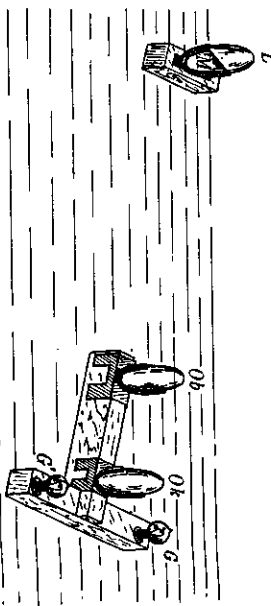


Fig. 943. Schematische Anordnung zur Messung des Krümmungshalbmessers.

der aus einer kleinen Holzleiste (von 8 cm Länge), mit abgebildeten Hilfsapparat, der aus einer schmalen Querleiste von 16 cm Länge besteht, einer senkrecht dazu angebrachten schmalen Linsefassung für ein Brillenglas von Dicht über der Mitte der Holzleiste ist eine Linsefassung für eine Linse + 20 Dioptrien befestigt. Auf der Querleiste ist eine Linsefassung für eine Linse von + 10 Dioptrien verschiebbar aufgesetzt. Diese beiden Linsen bilden ein einfaches astronomisches Fernrohr. Zu beiden Seiten des Fernrohrkulares sind zwei kleine Glühlämpchen für je 4 Volt Spannung aufgesetzt. Die Linse, deren Krümmungshalbmesser bestimmt werden soll, ist in einer niedrigen Linsefassung in einem Abstande von etwa 2 m vor der Holzleiste aufgestellt. Zum Messen der scheinbaren Bildgröße ist in die niedrige Linsefassung ein kleines halbkreisförmig ausgeschnittenes Stück Karton vor die Linse gesetzt, vor dessen oberen Rande ein Millimetermaßstab angezeichnet ist. Man beobachtet durch das Fernrohr die beiden kleinen punktförmigen Bilder der Glühlämpchen. Um die Bilder bequem anzufinden und die Linse mit dem Maßstabe richtig anzustellen, nimmt man zuerst die beiden Linsen aus dem Fernrohr heraus und sucht mit dem bloßen Auge die Bilder auf. Durch seitliches Drehen und durch Neigen der Linse nach vorn oder hinten regelt man die Lage der Bilder so, daß sie, mit bloßem Auge betrachtet, unmittelbar über dem oberen Rande der Millimeterteilung schweben. Dann erst setzt man die Linsen in das Fernrohr ein und regelt durch Verschieben des Okulares die Länge des Fernrohres, bis man ein deutliches Bild der Millimeterteilung beobachtet. Wenn nötig, regelt man nun durch geringes seitliches Verschieben der Leiste mit dem Fernrohr und den Glühlämpchen die Stellung, bis die Entfernung der punktförmigen Bilder an dem Maßstabe möglichst genau abgelesen werden kann, wobei man Zehntelmillimeter zu schätzen hat.

In Fig. 944 ist eine Versuchsanordnung schematisch abgebildet, durch die man die im weißen Lichte erzeugten farbigen Newtonschen Ringe zugleich im reflektierten und im durchgelassenen Lichte für einen größeren Zuschauerkreis vergrößert projizieren kann.  $N$  ist das aus einer Planplatte und aus einer schwach gekrümm-

ten Konvexlinse zusammengesetzte Newtonsche Glas. Dieses wird durch eine starke Lichtquelle  $A$  (elektrisches Bogenlicht) unter Vermittlung des Kondensors  $C$  mit annähernd parallelen Lichtstrahlen unter einem spitzen Winkel beleuchtet. Die vom Newtonschen Glase reflektierten Lichtstrahlen werden durch die Konvexlinse  $L_1$ , die durchgehenden durch die Konvexlinse  $L_2$  so vereinigt, daß auf den beiden Schirmen  $S_1$  und  $S_2$  vergrößerte reelle Bilder der einzelnen Punkte des Newtonschen Glases entstehen; dann entstehen zugleich vergrößerte Bilder der farbigen Newtonschen Ringe. Diese haben bei  $M_1$  auf dem Schirme  $S_1$  eine dunkle, bei  $M_2$  auf dem Schirme  $S_2$  eine helle Mitte. Die Mitten werden von einigen Ringen umgeben, von denen besonders die innersten stark gefärbt sind. Auf dem Schirme  $M_1$  ist der Innenrand des ersten Ringes blau, der Außenrand rot gefärbt, während auf dem Schirme  $S_2$  die Farbenfolge umgekehrt ist.

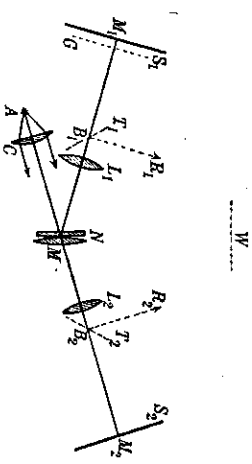


Fig. 944. Anordnung, die Newtonschen Ringe im durchgehenden und reflektierten Lichte zu beobachten.

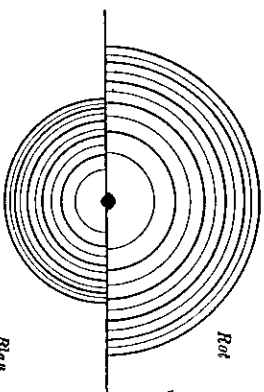


Fig. 945. Newtonsche Ringe im roten und blauen Lichte.

Stellt man hinter die Linsen  $L_1$  und  $L_2$  in  $B_1$  und  $B_2$  ebene Spiegel, die nur auf der Vorderseite reflektieren, so kann man die Strahlen durch Reflexion in die Richtungen  $R_1$  und  $R_2$  leiten und nun auf einem Schirme  $W$  im Schnittpunkte der Strahlen  $R_1$  und  $R_2$  gleichzeitig beide Ringsysteme auffangen (in der Figur steht der Schirm  $W$  nicht an der richtigen Stelle, er müßte weiter fortgerückt werden). Dann entsteht durch Vereinigung beider Ringsysteme eine farblos weiß erleuchtete Fläche. Hiervaus folgt, daß die Farben in beiden Ringsystemen Ergänzungsfarben zueinander sind.

Wir schalten nun, nachdem wir die Spiegel  $T_1$  und  $T_2$  wieder entfernt haben, dicht vor den Schirm  $S_1$  eine aus einer roten und einer blauen Hälfte zusammengesetzte Glasplatte. Dann entsteht das in Fig. 945 dargestellte Bild: Die Zahl der Ringe wird wesentlich größer, als wenn keine farbige Platte eingeschaltet war, und die Ringe sind in der roten Hälfte weiter voneinander entfernt als in der blauen Hälfte. In Fig. 945 sind die dunklen Ringe durch dicke, die hellen Ringe durch dünnere Halbkreise angedeutet.

Diese Erscheinung ist leicht zu erklären, wenn man bedenkt, daß die Wellenlänge des roten Lichtes größer ist als die des blauen. Aus dem Verhältnisse der einander entsprechenden Ringdurchmesser kann man das Verhältnis der Wellenlängen sofort ablesen.

Zugleich gibt der letzte Versuch die Erklärung dafür, warum die bei der Benutzung weißen Lichtes auftretenden farbigen Newtonschen Ringe nur in der Nähe der Mitte deutlich sind und schon in geringer Entfernung von der Mitte verblasen und endlich vollständig verschwinden. Wir müssen nur beachten, daß jeder einzelnen Farbe ein ganz bestimmtes Ringsystem entspricht, und daß die Ringhalbmesser

von Farbe zu Farbe wechseln. In der Nähe der Mitte, also an der dünnsten Luftschicht, liegen die den verschiedenen Farben entsprechenden Ringsysteme noch getrennt voneinander. In größerer Entfernung von der Mitte aber, also an den Stellen, wo die Luftschicht dick ist, überlagern sich die Ringsysteme aller Farben und erzeugen so wieder Weiß.

**Fizeausche Erscheinung.** Von besonderem Interesse ist eine Erscheinung, die sich bei den Newtonschen Ringen zeigt, wenn sie mit Natriumlicht erzeugt werden: Mit wachsender Schichtdicke tritt periodisch eine Verstärkung und eine Verminderung der Deutlichkeit der Interferenzstreifen ein. Diese Beobachtung wurde schon von Fizeau gemacht. Die Erscheinung ist darin begründet, daß das Natriumlicht nicht wirklich homogen ist, sondern aus zwei einander sehr nahe liegenden Komponenten besteht (S. 895), deren Wellenlängen 589,6 und 589,0  $m\mu$  betragen. Erst in der Gegend des 500sten Ringes wird also beim Natriumlichte die eine Komponente dort einen hellen Streifen erzeugen, wo die andere einen dunklen erzeugt, worauf sich dann in der Gegend des 1000sten Ringes die beiden Ringsysteme wieder gegenseitig verstärken. Besser als bei den Newtonschen Ringen, die in größerer Entfernung vom Berührungspunkte einander immer näher und näher rücken und daher nur bei stärkster Vergrößerung getrennt wahrgenommen werden können, beobachtet man den Wechsel von Schärfe und Unschärfe bei keilförmigen Schichten, die z. B. dann entstehen, wenn man zwei ebene Spiegelglasplatten so aufeinander legt, daß sie sich an einer Kante berühren und an der gegenüberliegenden Kante einen nicht zu großen Abstand voneinander haben.

Ein ähnlicher periodischer Wechsel von Schärfe und Unschärfe der Interferenzstreifen tritt bei der Benutzung des Lichtes einer Quecksilberdampf Lampe ein; denn das Licht der Quecksilberdampf Lampe besteht aus mehreren Anteilen von vorwiegend gelbem und grünem Lichte, von denen jeder einzelne monochromatisches Lichtes, Es hat sich gezeigt, daß aber auch bei Benutzung monochromatisches Lichtes, wenn man also aus einem Linienspektrum eine Linie auslendet und nur mit dem Lichte dieser Linie beleuchtet, fast alle Lichtquellen bei Interferenz mit hohen Gangunterschieden periodischen Wechsel von Schärfe und Unschärfe der Linien erkennen lassen. Daraus ist zu schließen, daß die meisten Linien der Linienspektren aus sehr nahe liegenden Komponenten bestehen, welche mit Spektrometern gewöhnlich nicht mehr getrennt werden können. *Interferenzbeobachtungen mit hohen Gangunterschieden* sind daher ein wichtiges Hilfsmittel geworden, die „Feinzerlegung“ von Spektrallinien zu untersuchen.

### § 317. Kurven gleicher Dicke.

Die Newtonschen Streifen treten dort auf, wo sich die Schichtdicke ändert; sie sind aberdem an den Ort gebunden; daher sieht man sie nur dann scharf, wenn man das Auge auf sie akkommodiert. In Fig. 946 ist die Einstellung der Interferenz noch einmal abgehandelt: Vom leuchtenden Punkte  $P$  aus gehen zwei Strahlen  $PA$  und  $PB$ .  $PA$  wird auf der Vorderseite der Platte reflektiert und geht auf dem Wege  $AEN$  zur Netztafel des beobachtenden Auges.  $PB$  tritt in die Platte bei  $B$  ein, wird dann auf der Rückseite in  $O$  reflektiert und tritt bei  $A$  aus der Platte aus. Auf dem Wege  $ADN$  geht der Strahl dann ebenfalls ins Auge. Da das Auge auf den Punkt  $A$  akkommodiert ist, so werden die von  $A$  ausgehenden Strahlen auf einem Punkte



*N* der Netzhaut vereinigt. Der Punkt *N* ist hell oder dunkel, je nachdem die Strahlen in gleichen oder entgegengesetzten Schwingungszuständen auf die Netzhaut fallen. Der etwa auftretende Phasenunterschied muß natürlich schon im Punkte *A* vorhanden sein. Da die von *P* ausgehenden Strahlen kohärent sind, so befinden sie sich auch in den beiden Punkten *B* und *R* in gleichen Schwingungszuständen, wenn  $BR \perp PA$  gezogen ist. Der Phasenunterschied ist demnach durch die beiden Wege  $BC + CA$  und  $RA$  bestimmt. Wie wir in § 333 noch erfahren werden, ist die optische Weglänge des Weges  $BC + CA$  in einem Mittel mit dem Brechungsverhältnisse  $n$  durch den Ausdruck

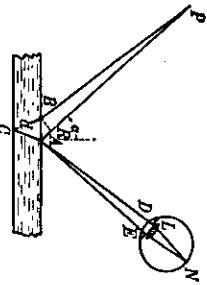


Fig. 946. Kurven gleicher Dicke bei Beobachtung mit dem Auge.

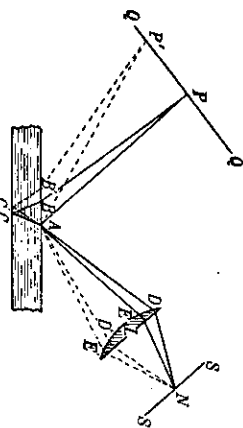


Fig. 947. Kurven bei gleicher Dicke bei Projektion auf einen Schirm.

$n(BC + CA)$  bestimmt. Der Wegunterschied der beiden Strahlen beträgt demnach  $n(BC + CA) - AR$ . Wenn der Einfallswinkel der beiden einander sehr nahe liegenden Strahlen  $\alpha$  ist und die Schichtdicke  $d$  beträgt, so läßt sich der Wegunterschied umformen (wie in § 318) in den Ausdruck:

$$\Delta w = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}.$$

Der Versuch schließt die Voraussetzung, daß die beiden Strahlen  $PA$  und  $PB$  einander sehr nahe liegen dadurch ein, daß die reflektierten Strahlen in die kleine Pupille des beobachtenden Auges eintreten müssen. Von Wichtigkeit ist die Frage, wie sich die Verhältnisse gestalten, wenn wir diese Voraussetzung fallen lassen. Wir denken uns zu dem Zwecke das Auge durch einen Schirm  $SS'$  und eine davor gesetzte Sammellinse  $L$  (Fig. 947) ersetzt. Die beiden von  $P$  ausgehenden Strahlen  $PA$  und  $PB$  einer ausgedehnten Lichtquelle  $QQ$  (z. B. einer breiten, mit Kochsalz gefärbten Bunsenflamme) verhalten sich gerade so, wie die beiden entsprechenden Strahlen in Fig. 946. Soll nun von  $A$  ein größeres Strahlengebiet in die Linse  $L$  eintreten und im Punkte  $N$  vereinigt werden, so müssen andere Punkte der Lichtquelle, z. B.  $P'$ , dabei mitwirken. Die von diesem Punkte  $P'$  ausgehenden Strahlen, deren Gang in Fig. 947 gestrichelt angegeben ist, fallen unter einem anderen Einfallswinkel  $\alpha'$  auf die Linse; folglich ist ihr Wegunterschied  $\Delta w' = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha'}$ ; für diese beiden Strahlen ist also die Gangdifferenz anders als für die beiden von  $P$  ausgehenden Strahlen. Wenn sich daher die von  $P$  ausgehenden Strahlen auslöschten würden, so würden vielleicht gerade die von  $P'$  ausgehenden Strahlen durch Interferenz ein Intensitätsmaximum in  $N$  erzeugen. Hieraus folgt, daß

die Newtonschen Streifen bei weit geöffneten Strahlenbüscheln an Schärfe verlieren.

Die Newtonschen Ringe, die später von Fizeau auch bei dicken Platten unter Anwendung einfarbigen Lichtes nachgewiesen worden sind, sind von Lummer als Streifen oder Ringe gleicher Dicke bezeichnet worden, da sie sich genau den Stellen gleicher Dicke anschließen.

§ 318. Kurven gleicher Neigung.

In dem Ausdrucke für die Wegdifferenz zweier durch eine Platte zur Interferenz gebrachten Strahlen  $\Delta w = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$  kommt außer der Plattendicke  $d$  noch der Einfallswinkel  $\alpha$  vor; hieraus folgt, daß auch der Einfallswinkel der Strahlen von Einfluß auf die Interferenzkurven sein muß. In der That verschieben sich die Newtonschen Ringe, wenn man bei der Beobachtung mit dem Auge hin und her geht, jedoch ist dieser Einfluß von untergeordneter Bedeutung, da der Einfluß von  $d$  den Einfluß von  $\alpha$  stark überwiegt.

Wenn man aber eine absolut planparallele Platte anwendet, bei der  $d$  unveränderlich ist, so können Interferenzkurven auftreten, wenn der Einfallswinkel der Lichtstrahlen sich von Punkt zu Punkt ändert. Auf die so entstehenden Kurven gleicher Neigung hat Lummer 1884 zuerst hingewiesen, nachdem sie von Haidinger<sup>1)</sup> 1849 zufällig beobachtet, aber nicht weiter erklärt und untersucht worden sind.

Im Gegensatz zu den Newtonschen Kurven gleicher Dicke werden die Lummerschen Kurven gleicher Neigung mit dem auf Unendlich akkommodierten Auge beobachtet. Zur Erklärung ihrer Entstehung diene Fig. 948, die auch zugleich eine schematische Übersicht darüber gibt, wie sie leicht beobachtet werden können.  $Py$  bedeutet den Querschnitt einer absolut planparallelen Platte. In einem Abstände von etwa 50 cm ist eine Sammellinse  $LL$  aufgestellt, und in ihrer Brennebene befindet sich der Schirm  $SS'$ , der zur Platenebene parallel ist. Unter etwa 45° ist eine durchsichtige Spiegelflasplatte  $T'T'$  zwischen der planparallelen Platte  $Py$  und der Linse  $LL$  so aufgestellt, daß eine in Fig. 948 durch den Doppeltstrich  $QQ$  dargestellte ausgedehnte einfarbige Lichtquelle ihre Strahlen auf die Platte  $Py$  reflektiert. Wenn die Platte  $Py$  absolut planparallel ist, so entsteht auf dem Schirme  $SS'$  ein System von Interferenzkurven gleicher Neigung, deren Mittelpunkt  $O$  auf dem Lobe liegt, das vom Mittelpunkt  $M$  der Linse auf die Platte und den Schirm gefällt ist. Man kann die Ringe gleicher Neigung auch subjektiv mit dem auf Unendlich akkommodierten Auge beobachten; denn dieses wirkt ebenso wie die Linse  $LL$  und der Schirm  $SS'$ . Zur Ableitung unserer Beziehungen benutzen wir aber die durch Fig. 948 schematisch angegebene Anordnung.

1) W. v. Haidinger (1796—1871), von 1849 ab Leiter der „Geol. Reichsanstalt“ in Wien.

In Punkt  $O$  des Schirmes  $SS$  werden alle Strahlenbündel vereinigt, die die Platte  $P_1$  senkrecht verlassen. Zu jedem senkrecht an der Vorderfläche der Platte reflektierten Strahl gehört ein kohärenter, an der hinteren Fläche der Platte reflektierter Strahl mit dem Gangunterschied  $2nd$ . Es muß also in  $O$  Helligkeit oder Dunkelheit herrschen, je nachdem dieser Gangunterschied ein ungerades oder gerades Vielfaches

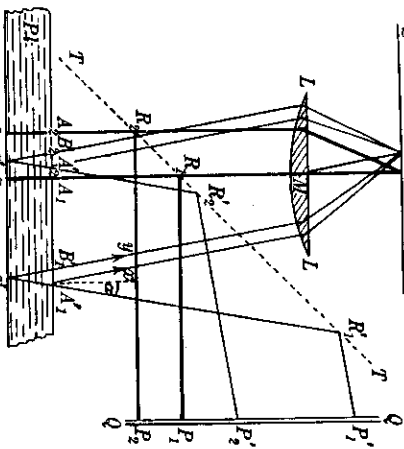


Fig. 948. Kurven gleicher Neigung.

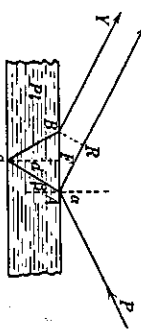


Fig. 949. Wegunterschied der interferierenden Strahlen bei Kurven gleicher Neigung.

von  $P_2$  her. In seitwärts von  $O$  gelegenen Punkten des Schirmes  $SS$  werden die schief von der Platte  $P_1$  reflektierten Strahlen vereinigt, derauf, daß in jedem Punkte des Schirmes ein Parallelstrahlenbündel bestimmter Neigung  $\alpha$  zur Vereinigung gelangt, in welchem zu jedem von der Vorderfläche der Platte reflektierten Strahl ein kohärenter von der Hinterfläche herrührender Strahl gehört, der den Gangunterschied  $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$  hat. In Fig. 948 sind für den Punkt  $N$  zwei solcher Strahlenpaare, die von den Punkten  $P_1$  und  $P_2$  der Lichtquelle herkommen, gezeichnet. Es muß also auf dem Schirme  $SS$  eine Interferenzfigur entstehen, in welcher um einen dunklen oder mehr oder weniger hellen Fleck in  $O$  abwechselnd helle und dunkle Ringe auftreten, zwischen welchen ein allmählicher Helligkeitsübergang von hell in dunkel erfolgt.

Zur Berechnung des Gangunterschiedes der geneigten Strahlenpaare beachten wir Fig. 949, aus der die Richtung der folgenden Ableitung sofort hervorgeht:

$$\begin{aligned} \Delta w &= n(AC + BC) - AR = 2n \cdot AC - AR = \frac{2nd}{\cos \beta} - AB \sin \alpha \\ &= \frac{2nd}{\cos \beta} - 2AF \cdot \sin \alpha = \frac{2nd}{\cos \beta} - 2d \operatorname{tg} \beta \cdot \sin \alpha \\ &= \frac{2nd}{\cos \beta} - \frac{2nd \sin^2 \beta}{\cos \beta} = \frac{2nd}{\cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) = 2nd \cos \beta \\ &= 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \beta} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

Dieser Wert stimmt mit dem Werte überein, den wir auch bei den Kurven gleicher Dicke (S. 926) benutzt haben. Da nach unserer Voraussetzung  $d$  unveränderlich ist, so ist der Gangunterschied und demnach auch der Phasenunterschied der Komponenten nur vom Winkel  $\alpha$  abhängig.

Die Entstehung der Lummerschen Ringe gleicher Neigung ist von der Öffnung der bildzeugenden Linse völlig unabhängig und erfordert eine ausgedehnte Lichtquelle, im Gegensatz zu den Newtonschen Ringen gleicher Dicke.

Man kann die Lummerschen Ringe auch dann beobachten, wenn man mit einem auf Unendlich eingestellten Auge durch eine vollkommen planparallele Platte nach einer ausgedehnten einfarbigen Lichtquelle blickt. Der Mittelpunkt der Ringe ist dann der Fußpunkt des vom Auge auf die Platte gefallenen Lotes. Je nach der Phasenverschiebung der beiden die Platte senkrecht verlassenden Komponenten erscheint die Mitte dunkel oder hell. Verschiebt man die Platte zwischen dem Auge und der Lichtquelle, so ändert sich das Aussehen der Mitte, wenn geringe Dickenunterschiede vorhanden sind, und zwar entspricht einem Wechsel von Dunkel und Hell immer der Dickenunterschied von einer Viertel-Wellenlänge. Wenn eine Platte vollkommen planparallel ist, so sind die Lummerschen Kurven vollkommene Kreise. Umgekehrt kann man aus der Vollkommenheit der Kreise auf die Vollkommenheit der Platte schließen. Dagegen machen sich schon geringe Dickenunterschiede durch eine starke Verzerrung der Kreise bemerkbar. Aus diesem Grunde bieten die Kurven gleicher Neigung ein außerordentlich empfindliches Mittel zur Untersuchung planparalleler Platten.

§ 319. Interferenzen an zwei Platten.

Eine einzelne dicke Platte erzeugt Interferenzen mit hohem Gangunterschied; jedoch können an zwei gleichen planparallelen Platten schöne Interferenzen geringen Gangunterschiedes auftreten. Dieses hat zuerst Brewster<sup>1)</sup> 1817 beobachtet.

Zerschnetet man eine planparallele Spiegelglasplatte in der Mitte und setzt man ihre beiden Teile, so wie es Fig. 950 andeutet, an den Stellen  $P_1$  und  $P_2$  unter einem sehr kleinen Winkel gegeneinander geneigt in ein innen geschwärztes Rohr ein, das an einem Ende die Öffnung  $O$  hat, so sieht ein Beobachter  $B$ , der durch das Rohr nach dem hellen Himmel blickt, neben der Öffnung  $O$  noch ein Bild  $A$  der Öffnung, das von dunklen und gefärbten Interferenzstreifen durchzogen ist, die der geometrischen Schnittkante der beiden Platten  $P_1$  und  $P_2$  parallel laufen. Die Streifen sind um so enger, je größer der Winkel ist, unter dem die Platten gegeneinander geneigt sind. Der Versuch gelingt nur dann, wenn die beiden Platten aus demselben Stücke Glas geschnitten sind, wenn sie also genau gleich dick sind.

1) D. Brewster (1781—1861), bedeutender schottischer Physiker.

Zur Erklärung beachten wir zuerst Fig. 951, bei der angenommen ist, daß die beiden Platten  $P_1$  und  $P_2$  einander parallel sind. Fallt ein Lichtstrahl  $L$  auf die beiden Platten, so erfährt er an jeder Grenzfläche eine Spaltung in einen hindurchgehenden und einen reflektierten Teil. Der durchgehende Teil wird gebrochen; da jedoch die Brechung für die folgende Betrachtung unwesentlich ist, so ist sie auch in der Figur nicht gezeichnet worden.

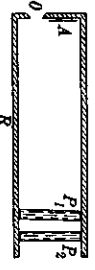


Fig. 950. Brewster'sche Interferenzstreifen.

Von allen durch wiederholte Reflexion erzeugten Komponenten des auffallenden Lichtstrahles beachten wir nur die vier Komponenten 1, 2,

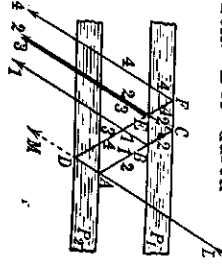


Fig. 951. Zur Theorie der Interferenzen an zwei Platten.

3 und 4, die in Fig. 951 gezeichnet sind, da nur diese zu dem seitlichen Bilde in der Beobachtung von Fig. 950 einen Beitrag liefern. Der unmittelbar durchgehende Strahl  $M$  erzeugt das unmittelbar gesehene Bild der Öffnung, bleibt daher auch unberücksichtigt.

Der Strahl 1 erfährt je eine Reflexion an den beiden einander zugewandten inneren Flächen der Platten  $P_1$  und  $P_2$ . Der Strahl 2 wird an der Innenfläche von  $P_2$  und an der Außenfläche von  $P_1$  reflektiert. Der Strahl 3 wird an der Außenfläche von  $P_2$  und an der Innenfläche von  $P_1$  reflektiert. Der Strahl 4 endlich wird an den beiden Außenflächen beider Platten reflektiert.

Bei schrägem Auffallen des Lichtstrahles  $L$  fallen die beiden Komponenten 1 und 4 weit auseinander; sie werden allerdings von einem auf Unendlich akkommodierten Auge mit den übrigen Strahlen wieder auf der Netzhaut vereinigt werden. Die beiden Strahlen 2 und 3 fallen vollständig zusammen. Die beiden Strahlen 1 und 4 haben einen großen Gangunterschied zu 2 und 3. Wenn die beiden vollkommen planparallelen Platten einander genau parallel aufgestellt würden, so würden die beiden Komponenten 2 und 3 ohne Gangunterschied austreten.

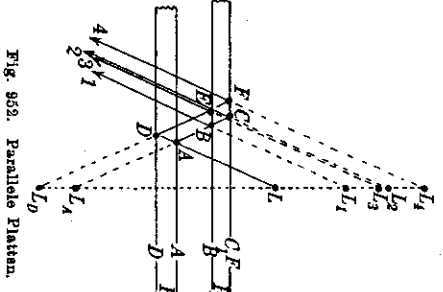


Fig. 952. Parallele Platten.

In Fig. 952 sind dieselben Verhältnisse noch einmal gezeichnet, mit dem Unterschiede jedoch, daß  $L$  als Lichtpunkt dargestellt wird, dessen Spiegelbilder gezeichnet worden sind. Durch die Reflexion an den beiden mit  $A$  und  $D$  bezeichneten Flächen der Platte  $P_2$  kommen die Spiegelbilder  $L_4$  und  $L_2$  zustande, und von diesen erzeugen die mit  $B$  und  $C$  bezeichneten Flächen der Platte  $P_1$  die vier Spiegelbilder  $L_1, L_2, L_3$  und  $L_4$ .

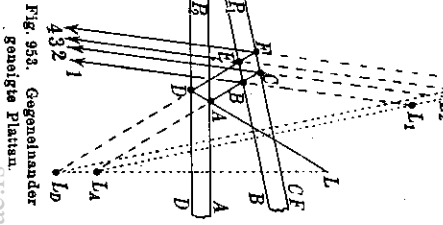


Fig. 953. Gegenüberliegende Platten.

zeichneten Flächen der Platte  $P_1$  die vier Spiegelbilder  $L_1, L_2, L_3$  und  $L_4$ . Wenn nun die beiden Platten  $P_1$  und  $P_2$  einander an Dicke vollständig gleich und einander parallel sind, so fallen die Spiegelbilder  $L_2$  und  $L_3$  der Lichtquelle  $L$  vollständig zusammen; sie sind in der Zeichnung nur der Deutlichkeit halber voneinander getrennt dargestellt.

Anders werden aber die Verhältnisse, wenn die beiden Platten gegeneinander geneigt sind. Dann entstehen, wie Fig. 953 zeigt, auch die vier Spiegelbilder  $L_1, L_2, L_3$  und  $L_4$ ; aber die beiden Spiegelbilder  $L_2$  und  $L_3$  fallen nicht zusammen, sondern sie liegen voneinander getrennt dicht nebeneinander. Da die sie erzeugenden Strahlen, als von derselben Lichtquelle  $L$  kommend, kohärent sind, so müssen die von ihnen ausgehenden Lichtstrahlen in genau derselben Weise zu Interferenzlinien Veranlassung geben, wie die beiden Spiegelbilder beim Fresnel'schen Spiegelversuche. Die von  $L_2$  und  $L_3$  (scheinbar) ausgehenden Strahlen 2 und 3 sind einander parallel. Wenn diese daher in ein auf Unendlich eingestelltes Auge eintreten und auf einem Punkte der Netzhaut vereinigt werden, so muß das Auge die Interferenzstreifen unmittelbar sehen. Bei diesem von Brewster zuerst angegebenen Versuche braucht nun die Lichtquelle  $L$  nicht punktförmig zu sein; denn denken wir uns neben  $L$  einen zweiten oder mehrere andere Lichtpunkte, so liegen auch ihre Bilder so wie  $L_2$  und  $L_3$ , und diese Strahlen erzeugen auf demselben Punkte der Netzhaut des auf Unendlich eingestellten Auges genau dieselbe Interferenzerscheinung, wie die Spiegelbilder des vorhin betrachteten Punktes  $L$ . Aus diesem Grunde kann die Öffnung  $O$  des in Fig. 950 abgebildeten Rohres beliebig groß sein, jedoch nicht so groß, daß auch das Interferenzbild  $A$ , das natürlich in Wirklichkeit im Unendlichen gesehen wird, da das Auge auf Unendlich eingestellt ist, in die Öffnung fällt; denn dann wird das Interferenzbild durch die helle Öffnung vom Lichte überdeckt.

Eine Abänderung dieses Versuches ist in Fig. 954 schematisch dargestellt. Bei dieser von Jamain<sup>1)</sup> 1858 angegebenen Anordnung werden die beiden interferierenden Strahlen 2 und 3 auf einem Teile ihres Weges räumlich voneinander getrennt. Wenn man nun in den Gang eines dieser Strahlen irgendeinen durchsichtigen Körper einschaltet, so verändert dieser die Wellenlänge ihres Lichtes, wenn sein Brechungsverhältnis von dem der Luft verschieden ist, und hierdurch ändert sich auch die Lage der Interferenzstreifen. Mit der Jamain'schen Anordnung kann man z. B. die Änderung des Brechungsverhältnisses der Luft mit der Temperatur oder auch dem Drucke sehr genau nachweisen und messen. Die Jamain'sche Versuchsanordnung ist von Quincke durch Anbringung zweier Spiegel weiter verändert und zwar so, daß die Strahlen 2 und 3 räumlich weit voneinander getrennt werden. Quincke

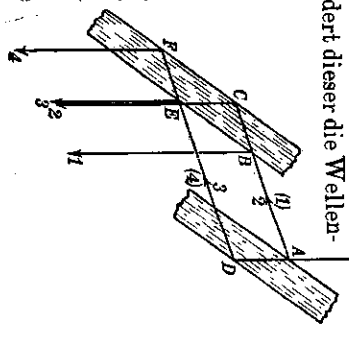


Fig. 954. Jamain'sches Interferometer.

1) J. C. Jamain 1858—1886.

hat dann die abgeänderte Versuchsanordnung dazu benutzt, die Druckveränderungen, die ein die Luft durchfliegendes Geschloß verursacht, zu beobachten und photographisch aufzunehmen.

Sowohl die Brewstersehe wie die Jaminsche Anordnung eignen sich sehr wohl dazu, die Interferenzstreifen objektiv vorzuführen, da die Lichtquelle räumlich ausgedehnt und demnach auch sehr hell sein kann.

### § 320. Michelsons Auswertung des Meters in Wellenlängen.

Die Lage der Interferenzkurven und ihr gegenseitiger Abstand hängen von der Wellenlänge des interferierenden Lichtes ab; daher kann man jeden Interferenzversuch theoretisch zur Bestimmung der Wellenlänge des benutzten Lichtes benutzen. In der Ausführung aber bietet diese Bestimmung oft große Schwierigkeiten. Am vollkommensten ist bisher die absolute Messung der Wellenlänge dem amerikanischen Physiker A. A. Michelson<sup>1)</sup> 1895 mit einer Versuchsanordnung gelungen, die in Fig. 955 schematisch dargestellt ist: Ein einfarbiger Lichtstrahl  $S$  fällt auf eine ebene Glasplatte  $P$  unter  $45^\circ$  und wird hier in den durchgehenden Teil 1 und den reflektierten Teil 2 zerlegt. Der Teil 1 fällt auf den Spiegel  $Sp_1$ , der Teil 2 auf den Spiegel  $Sp_2$ , unter rechtem Winkel; daher wird jeder Teil in sich selbst zurückgeworfen (in Fig. 955 sind der Übersichtlichkeit wegen die hin- und zurückgehenden Strahlen getrennt gezeichnet). Auf ihrem Rückwege treffen beide Strahlen wieder auf die Glasplatte  $P$ , und jeder von ihnen wird wieder in zwei Teile zerlegt. Von diesen beachten wir aber nur die beiden Teile, die in der Figur durch ausgezogene Linien dargestellt sind; die beiden anderen Teile, die durch gestrichelte Linien wiedergegeben sind, gehen wieder zur Lichtquelle zurück.

Wenn die Abstände der beiden Spiegel  $Sp_1$  und  $Sp_2$  von der Glasplatte  $P$  einander gleich sind, so haben die beiden Lichtstrahlen 1 und 2 gleiche Wege zurückgelegt, treten also in der Richtung  $R$  ohne Phasenverschiebung aus und verstärken sich gegenseitig. Eine Verstärkung tritt auch dann ein, wenn sich die Abstände der Spiegel von der Glasplatte um ein gerades Vielfaches einer viertel Wellenlänge, die Gangunterschiede der Lichtstrahlen um ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge voneinander unterscheiden. Dagegen vernichten sich die beiden Strahlen, wenn die Differenz der Abstände der beiden Spiegel von der Glasplatte ein ungerades Vielfaches einer viertel Wellenlänge ist. Einem auf Unendlich eingestellten Auge  $Au$ , das von den Lichtstrahlen 1 und 2 getroffen wird, erscheint demnach das Gesichtsfeld abwechselnd hell und dunkel, wenn einer der beiden Spiegel  $Sp_1$  und  $Sp_2$  verschoben wird,

1) Albert Abraham Michelson, geb. 1852 in Sreelno (Prov. Posen), Prof. in Chicago, erhielt 1907 den Nobelpreis.

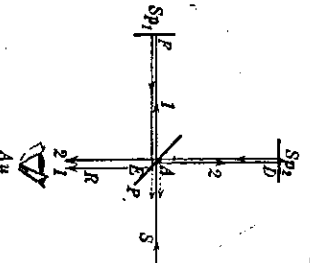


Fig. 955. Versuch von A. A. Michelson (schematisch).

§ 320. Michelsons Auswertung des Meters in Wellenlängen 933

und zwar erfolgt ein Wechsel zwischen Hell und Dunkel bei der Verschiebung eines Spiegels um eine viertel Wellenlänge. Hieraus folgt, daß man mit dieser Versuchsanordnung die absolute Messung einer Wellenlänge vornehmen kann, indem man z. B. den Spiegel  $Sp_2$  mittels einer Mikrometerschraube parallel zu sich selbst in der Richtung des Lichtstrahles um einen meßbaren Betrag verschiebt und gleichzeitig die Anzahl der Helligkeitswechsel des Gesichtsfeldes beobachtet.

In Fig. 956 ist die Versuchsanordnung in etwas größerer Vollständigkeit noch einmal abgebildet. Michelson benutzte als Lichtquelle das Licht der roten Kadmiumlinie. Zu dem Zwecke ließ er bei  $L$  elektrische Funken zwischen Kadmiumspitzen übergehen. Dann wurde das Kadmiumlicht durch den Spektroskopapparat  $Pv$  in sein Spektrum zerlegt, und aus dem Spektrum wurde durch den Spalt  $S$  die rote Kadmiumlinie ausgesondert. Das von ihr ausgehende Licht wurde dann durch die Kollimatorlinse  $K$  parallel gemacht und fiel auf die planparallele Glasplatte  $P_1$ . Hier wurde das parallele Strahlenbündel in der vorher geschilberten Weise gespalten und durch die beiden Spiegel  $Sp_1$  und  $Sp_2$  so reflektiert, daß die nun wieder in der Richtung  $R$  austretenden Komponenten in ein auf Unendlich eingestelltes Fernrohr  $F$  fielen. In der Bildebene  $Bf$  dieses Fernrohrs entsteht dann das Interferenzbild.

Die planparallele Platte  $P_2$  hat den Zweck, den Gang der Lichtstrahlen durch die Platte  $P_1$  zu kompensieren. Der Gangunterschied  $\Delta w$  der beiden interferierenden Anteile ist demnach gleich dem Unterschiede der beiden in luft zurückgelegten Wege, also  $\Delta w = 2(a - (b + c))$ .

Es mag noch erwähnt werden, daß das Gesichtsfeld  $Bf$  natürlich nicht gleichmäßig hell oder dunkel erscheint, sondern, daß es bei genau zentrischer Anstellung des ganzen Apparates konzentrische Kreise zeigen muß; denn die Lichtquelle  $S$  ist nicht punktförmig, sondern ausgedehnt, und daher fallen viele parallele Strahlenbündel unter verschiedenen Neigungen auf die Glasplatte  $P$ . Es entstehen demnach Lummersche Kreise gleicher Neigung. Das ist aber für die Ausführung der Messung von untergeordneter Bedeutung; da man ja nur einen beliebigen Punkt des Gesichtsfeldes, z. B. seine Mitte, zu beobachten braucht.

Die praktische Durchführung der Messung ist mit sehr großen experimentellen Schwierigkeiten verknüpft. Trotzdem ist es Michelson gelungen, zuerst zusammen mit Morley und dann mit Benoit in Breteuil die Länge des Urmeterraßstabes (S. 4) in Wellenlängen auszuwerten. Seine Versuchs-

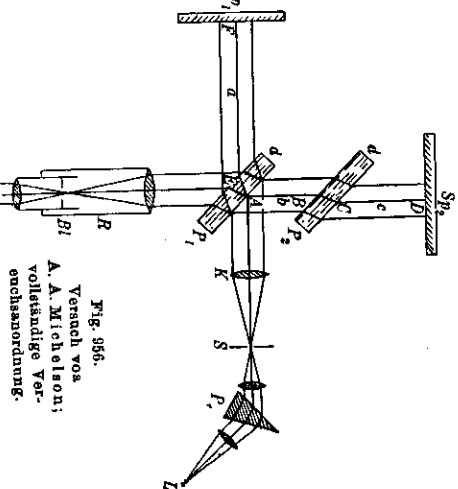


Fig. 956. Versuch von A. A. Michelson; vollständige Versuchsanordnung.



kommen einfarbiges Licht benutzen. Dann ist klar, daß an allen denjenigen Stellen  $Q_0$ , für die  $\Delta w$  ein ganzes Vielfaches einer ganzen oder, was dasselbe sagt, ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist, alle Komponenten mit derselben Phase in  $Q$  ankommen. An diesen Stellen müssen also Helligkeitsmaxima liegen. Die Lage der Helligkeitsmaxima ist bestimmt durch die Gleichung

$$2d \cdot \cos \alpha = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

Ferner herrscht in denjenigen Punkten  $Q_0$  ein Helligkeitsminimum, wo der Gangunterschied  $\Delta w$  gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge ist, da in diesen Punkten die durch einmalige Reflexion an den beiden Silberflächen erzeugte Komponente z. B. des Lichtstrahles  $L_1$  (Fig. 957) in genau entgegengesetzter Phase ankommt, wie die unmittelbar durchgehende Komponente des nächsten Lichtstrahles (z. B.  $L_2$ ). Da aber die beiden Komponenten nicht vollkommen gleiche Intensität haben werden, so kann nur eine Schwächung des Lichtes eintreten. Die durch zweimalige, durch dreimalige und durch mehrmalige Reflexion abgespaltene Komponente des Lichtstrahles  $L_1$  tritt mit dem Lichtstrahle  $L_2$  in derselben, mit dem Lichtstrahle  $L_2$  in entgegengesetzter Phase aus. Jedenfalls wird ein großer Teil des Lichtes ausgelöscht werden, und die zuletzt betrachteten Punkte  $Q_0$  zeigen ein Helligkeitsminimum, also Dunkelheit. Die Lage der Helligkeitsminima ist bestimmt durch die Gleichung

$$2d \cdot \cos \alpha = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

In den Punkten, die zwischen den Punkten  $Q_0$  größter Helligkeit und den Punkten  $Q_0$  kleinster Helligkeit liegen, löscht sich das Licht der einzelnen Komponenten auch teilweise aus. Wenn nämlich die nach zweimaligem Hin- und Rückgange zwischen den Silberbeschichten abgespaltene Komponente mit dem unmittelbar hindurchgehenden Lichte einen Gangunterschied hat, der gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge ist, so befinden sich diese beiden Teile in entgegengesetzter Phase, vernichten sich also teilweise. Dasselbe findet für solche Punkte statt, für die der Winkelabstand  $\alpha$  von der Achse einen Gangunterschied zwischen der durch dreimaligen Hin- und Hergang abgESPALTENEN und der unmittelbar hindurchgehenden Komponente erfährt, der gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge ist. Dagegen, wenn der Gangunterschied nach mehrmaligem Hin- und Hergange einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge gleich ist. Hieraus folgt, daß nur in denjenigen Punkten Summation aller Komponenten erfolgt, für die  $\alpha$  aus der Gleichung

$$2d \cos \alpha = 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{oder} \quad \cos \alpha = k \cdot \frac{\lambda}{2d}$$

bestimmt wird. Diese Punkte müssen sich als ganz besonders helle Punkte von der Umgebung abzeichnen. Ist die Lichtquelle, von der die Lichtstrahlen herrühren, punktförmig, so bilden sich scharf begrenzte konzentrische Kreise auf dunklen Hintergründe um einen hellen Kreismittelpunkt aus.

Wenn wir nun eine Lichtquelle verwenden, die Licht zweier wenig verschiedener Wellenlängen enthält, so bildet jede ihr besonderes Kreissystem, ähnlich wie wir es schon in § 316 bei den Newtonschen Ringen beobachtet haben, wenn sie mit den beiden Komponenten des Natriumlichtes erzeugt werden. Während aber dort die Kreise unscharf wurden, wenn ein Kreis des einen Systems in den Zwischenraum zwischen zwei Kreisen des anderen Systems fällt, bleiben bei der vorliegenden Anordnung die beiden Kreissysteme wegen ihrer Schärfe und ihres starken Intensitätsabfalles vollständig getrennt voneinander, wenn ein Kreis des einen Systems zwischen die des anderen fällt. Sind die Wellenlängen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ , die zugehörigen Neigungswinkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$ , so muß der Unterschied  $\alpha_2 - \alpha_1$ , welcher den Abstand der Lichtmaxima mißt, mit der Ordnungszahl  $k$  des Gangunterschiedes wachsen. Die Lichtmaxima der beiden Lichtarten treten also desto weiter auseinander und sind daher desto leichter getrennt zu beobachten, je größer die Ordnungszahl  $k$  ist. Mit Hilfe der Fabry-Perotschen Anordnung ist eine Auflösung feinsten Spektrallinien gelungen. So fanden die beiden Forscher, daß die grüne Quecksilberlinie (S. 895) mit der Wellenlänge  $\lambda = 546,07 \text{ m}\mu$  von zwei Trahannten auf beiden Seiten begleitet wird, deren Abstand von der Hauptlinie etwa gleich dem 60. Teile des Abstandes der beiden Natriumlinien (S. 895) ist. Lummer hat in Gemeinschaft mit Gehrcke<sup>1)</sup> 1902 ein Interferenzspektroskop angegeben, bei dem er die mehrfache Reflexion eines Lichtstrahlenbündels im Innern einer planparallelen Glasplatte zur Erzeugung von Interferenzen hohen Gangunterschiedes benutzt hat. Der wesentliche Bestandteil dieses Apparates ist eine vollkommen ebene, planparallele Glasplatte  $P$ , auf deren einem Ende ein kleines rechtwinkliges Prisma  $P'$  mit Kanadabalsam aufgekittet ist (Fig. 959).



Fig. 959. Lummer-Gehrckesche Glasplatte.

Fällt ein Lichtstrahlenbündel  $L$  in der aus der Figur ersichtlichen Weise durch das Prisma  $P'$  in das Innere der Glasplatte  $P$ , so trifft es die ebenen Begrenzungsflächen unter einem Winkel, der dem Grenzwinkel der Totalreflexion nahe ist; daher treten auf beiden Seiten in den Punkten  $A_1, A_2, A_3, \dots$  und in den Punkten  $B_1, B_2, B_3, \dots$  parallele Lichtstrahlen fast streifend aus der Glasplatte aus, deren Gangunterschied, genau wie früher (S. 928),  $\Delta w = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$  ist, wenn  $d$  die Plattendicke,  $n$  ihr Brechungsverhältnis und  $\alpha$  der in Luft gemessene Einfallswinkel ist. Alle aus einer Seitenfläche austretenden Strahlenbündel  $S$  werden hierauf durch die Sammellinse  $K$  vereinigt und zur Interferenz gebracht.  $K$  ist das Objektiv eines Beobachtungsfernrohres.

Die Theorie des Lummerschen Interferenzspektroskops stimmt fast vollständig mit der des Fabry-Perotschen Apparates überein; der Kunstgriff, daß die mehrfachen Reflexionen innerhalb der Glasplatte fast unter dem Winkel der Totalreflexion erfolgen, bewirkt, daß jede Reflexion nur mit einem

1) E. Gehrcke, Prof. an der Phys.-Tech. Reichsanstalt, Berlin.

sehr geringen Intensitätsverluste verbunden ist und daß daher außerordentlich zahlreiche Reflexionen auftreten. Es kommt eine sehr große Anzahl von Parallelstrahlen zur Interferenz, und die Intensitätsverteilung im Interferenzbilde weist deshalb ungewöhnlich scharfe Maxima auf, feinste scharfe Linien auf fast völlig dunklem Untergrunde. Es ist die Auflösungskraft der Lummer'schen Platte noch mehr gesteigert als beim Fabry-Perot'schen Apparate. Lummer hat mit seinem Interferenzspektroskope die hellgrüne Quecksilberlinie, die Perot und Fabry als dreifach erkannt hatten (S. 937), in 20 Komponenten auflösen können.

### § 322. Die Beugung (Diffraktion) <sup>1)</sup> des Lichtes.

Wenn das Licht Wellennatur besitzt, so müssen beim Lichte ähnliche Verhältnisse auftreten können, wie bei den Wasserwellen nach Fig. 645 auf S. 668, wo von rechts her gerade Frontwellen auf einen mit einer Öffnung versehenen Schirm fallen. Die Wellen pflanzen sich durch den Schirm hindurch nicht nur geradlinig fort, sondern sie breiten sich hinter der Öffnung so aus, als ob die Öffnung selbst ein punktförmiges Wellenzentrum eines Kreiswellensystemes wäre.<sup>2)</sup> Die Schwingungswerte der Wellen ist in gerader Richtung hinter der Öffnung größer als in seitlicher Richtung; dieser Unterschied wird um so geringer, je kleiner die Öffnung im Schirme ist, und er tritt um so stärker hervor, je größer die Öffnung ist.

Tatsächlich zeigen uns auch die folgenden Versuche, daß das Licht ähnliche Erscheinungen hervorruft, wie wir sie bei den Wasserwellen unmittelbar beobachten können:

1. Wir stellen eine möglichst punktförmige Lichtquelle her, indem wir entweder eine enge Öffnung in einem undrehrichtigen Schirme von der Rückseite durch Sonnenlicht oder elektrisches Bogenlicht stark beleuchten, oder indem wir unmittelbar das Licht benutzen, das sich zwischen zwei etwa 2 bis 3 mm starken Kohlenstäben durch den elektrischen Strom bei passend vorgeschaltetem Widerstande bildet. In einer Entfernung von etwa 1 m stellen wir einen Schirm mit einer Öffnung auf, die mit einer spitzen Nadel in den Schirm gemacht ist, und fangen das durch diese Öffnung gehende Licht auf einem in 1 m Abstand dahinter aufgestellten weißen Schirme auf. Wir beobachten, daß der erzeugte Lichtkeck bedeutend größer ist, als er nach der geometrischen Zeichnung sein müßte, und daß er verwaschene Ränder hat. Diese Erscheinung erinnert vollkommen an die Wasserwellen, die durch den Spalt im Schirme hindurchgehen.

1) diffingère (lat) = beugen.

2) Die grundlegenden Beugungsversuche sind schon von dem Jesuiten Francesco Grimaldi (1613—1663) ausgeführt worden. Er stand auf dem Boden der Korpuskulartheorie des Lichtes und konnte keine Erklärung für die Erscheinungen finden; doch kannte er schon den Satz: „Kommt zu dem Lichte, das ein leuchtender Körper empfängt, noch Licht hinzu, so kann der Körper dunkler werden.“ — Hooke hatte nach Kenntnis der Grimaldischen Entdeckung vorgeschlagen, diese durch die Annahme zu erklären, daß das Licht eine Wellenbewegung sei (1665).

2. Blickt man durch eine mit einer Nähnadel durch ein Stück Papier gemachte enge Öffnung nach einer punktförmigen Lichtquelle, so sieht man die Lichtquelle größer als bei unmittelbarer Beobachtung. Außerdem erscheint sie von mehreren, zum Teil farbigen, kreisförmigen Ringen umgeben.

3. Blickt man durch einen engen Spalt nach einer punktförmigen Lichtquelle, so beobachtet man eine starke Verbreiterung des Lichtpunktes senkrecht zum Spalte, nicht aber in der Spaltichtung. Auf der Verbreiterung beobachtet man einige helle und dunkle, dem Spalte parallel laufende, teilweise farbige Linien.

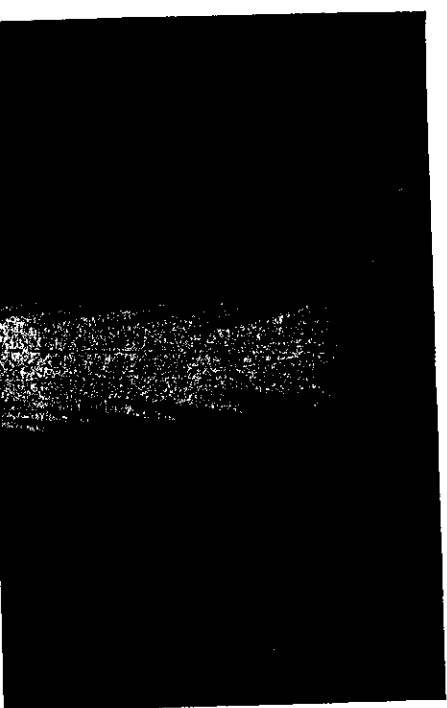


Fig. 960. Interferenzfigur an einem keilförmigen Spalte im homogenen Lichte.

Verwendet man einen nach dem einen Ende zusammenlaufenden keilförmigen Spalt, so liegen die Interferenzstreifen am breiten Ende des Spaltes eng aneinander, am engen Ende weit voneinander. Etwaige Unregelmäßigkeiten an den Rändern des Spaltes verraten sich in verstärktem Maße durch Unregelmäßigkeiten im Beugungsbilde.

Figur 960 ist die photographische Aufnahme des Schattens eines keilförmigen Spaltes mit geraden Rändern. Sie wurde in einfarbigem Lichte der Wellenlänge  $\lambda = 0,46 \mu$  aufgenommen. Der Spalt war 24,17 m von der etwa 1 mm im Durchmesser halbernden Lichtquelle entfernt, die photographische Platte hatte von dem Spalte wiederum die Entfernung 15,47 m. Der geometrische Schatten des Spaltes ist durch gestrichelte Linien in das Lichtbild eingetragen. Man sieht, wie die Lichtschattengrenze gegenüber dem geometrischen Schatten weit verschoben ist und Interferenzlinien auftreten, die desto weiter auseinanderdrücken, je kleiner die Breite des Spaltes ist (Arkadiew).

4. Betrachtet man den Lichtpunkt direkt, hält aber unmittelbar vor das Auge einen etwa 0,2 mm dicken Draht, oder blickt man mit einer scharfen Lupe nach dem mit ausgedrehtem Arme gehaltenen Drahte, so sieht man in dem verwaschenen Schattenraume des Drahtes mehrere, den Rändern des Drahtes parallele, helle und dunkle Streifen. Der mittlere Teil des Schattens, also derjenige Teil, der nach der geometrischen Zeichnung am dunkelsten sein

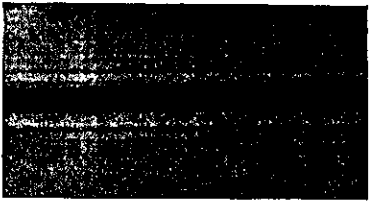


Fig. 961. Interferenzfigur an einer Nähnadel im homogenen Lichte.

mühe, ist hell, und die schwarzen Linien treten von der Mitte aus in gleichen Abständen voneinander auf. Die letztere Erscheinung kann auch objektiv dargestellt werden, indem man den Schatten des dünnen Drahtes auf einem weißen Schirme, der in etwa 2 m Entfernung aufgestellt ist, auffängt. Auch hierbei ist gerade die Mitte des Schattens hell.

Figur 961 ist die photographische Aufnahme des Schattens einer Nähnadel von 1,97 mm Durchmesser. Die Aufnahme wurde in einfarbigem Lichte der Wellenlänge  $\lambda = 0,46 \mu$  gemacht. Die Nadel wurde aus einem  $0,7 \times 4$  mm großen Spalte parallel der Nadel beleuchtet; sie war 24,17 m vom Spalte, die photographische Platte 15,47 m von der Nadel entfernt (Arkadijev).

5. Stellt man in den Gang der von einer entfernten punktförmigen Lichtquelle ausgehenden Strahlen einen undurchsichtigen Schirm mit scharfem Rande, so bildet dieser Schirm auf einem weiter entfernt stehenden Schirme keinen scharf begrenzten Schatten, sondern der helle Teil geht allmählich in den dunklen Teil über, und vor der geometrischen Schattengrenze entstehen im erleuchteten Teile des Schattenbildes mehrere, zum Teil gefärbte Streifen, die der geometrischen Schattengrenze parallel laufen (Fig. 973).

§ 323. Das Huygens-Fresnelsche Prinzip.

Alle im vorigen Paragraphen erwähnten Erscheinungen, die unter dem Namen „Beugung des Lichtes“ zusammengefaßt werden, sind unerklärlich, wenn man nur an die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes denkt, während sie durch die Wellennatur des Lichtes erklärt werden können, wenn man auf das schon in § 208 kurz behandelte Huygenssche Prinzip zurückgreift. Dieses lautet: *In jeder Wellenfläche darf jeder Punkt als Mittelpunkt eines neuen Elementarwellensystems angesehen werden. Die aus den Elementarwellen sich ergebende Welle ist mit der sich einfach ausbreitenden ursprünglichen Welle identisch.*

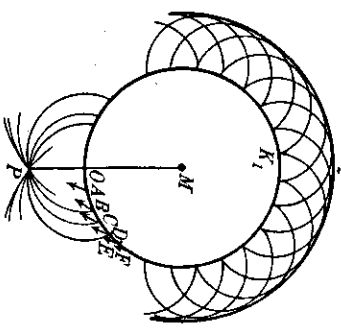


Fig. 962. Huygenssches Prinzip, die Kugelwelle als Einhüllende der Elementarwellen.

Huygens fasste das nach ihm benannte Prinzip folgendermaßen. Wenn  $M$  (in Fig. 962) der Mittelpunkt eines Wellensystems ist und die Welle sich etwa bis zu der Kugeloberfläche  $K_1$  ausgebreitet hat, so kann man jeden Punkt der Kugeloberfläche als Mittelpunkt von sich kugelförmig ausbreitenden Elementarwellen auffassen. Die durch die Superposition aller Elementarwellen sich ergebende Welle ist dann die einhüllende Kugeloberfläche  $K_2$  aller Elementarwellen. Diese ist identisch mit der Kugel, die denselben Mittelpunkt  $M$  wie die ursprüngliche Welle und

denselben Mittelpunkt  $M$  wie die ursprüngliche Welle und

einen Halbmesser hat, der gleich der Summe der Halbmesser der Kugel  $K_1$  und der Elementarkugeln ist. Das Huygenssche Prinzip der einhüllenden Kurven oder (wenn es sich um räumliche Wellen handelt) Flächen ist dann von Fresnel (S. 912) ergänzt und durch ihn in eine Form gebracht worden, die das Huygenssche Prinzip erst recht fruchtbar macht.

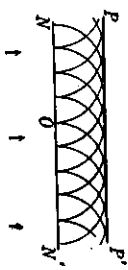


Fig. 963. Huygenssches Prinzip, ebene Wellenfront.

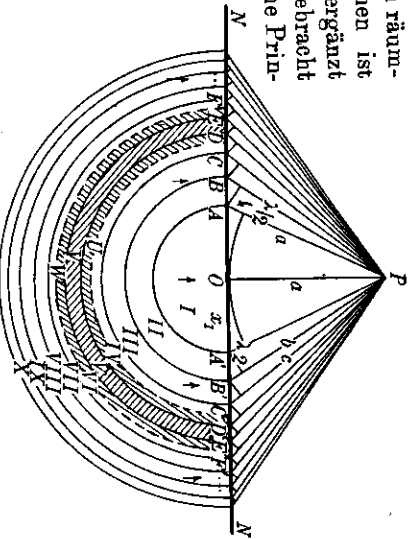


Fig. 964. Fresnelsche Zonen.

Fresnel verband das Huygenssche Prinzip mit dem von Thomas Young (S. 665) aufgestellten Prinzip der Interferenz: Der Punkt  $P$  (Fig. 962) wird offenbar beeinflusst durch alle Elementarwellen, deren Mittelpunkte  $A, B, C, D, \dots$  auf dem Kreise  $K_1$  liegen.<sup>1)</sup> Will man daher den Schwingungszustand aus den Huygensschen Elementarwellen ableiten, so muß man alle die Schwingungszustände superponieren, die der Punkt  $P$  als Punkt jeder einzelnen Elementarwelle in einem gegebenen Augenblicke hat. Mit anderen Worten: Man muß die Schwingungszustände des Punktes  $P$  für alle Elementarwellen addieren. Eine vollkommene Lösung dieser Aufgabe ist nur mit Hilfe der Integralrechnung ausführbar, und zwar ist die Lösung nicht ganz einfach. Daher vereinfachen wir die Aufgabe, indem wir annehmen, der Mittelpunkt  $M$  der ursprünglichen Welle sei so weit entfernt, daß wir den zu berücksichtigenden Kreis  $K_1$  als gerade Linie auffassen können. Diese Vereinfachung ist vollkommen einwandfrei, wenn wir parallele Wellenstrahlen voraussetzen. Das heißt, auf die Lehre vom Lichte angewandt, wir benutzen nur parallele Lichtstrahlen.

Mit dieser Vereinfachung können wir nach Fig. 963 annehmen, daß die ebene Wellenfront  $MM'$  senkrecht zu ihrer eigenen Ausdehnung geradlinig fortschreitet; sie sei in einem gewissen Augenblicke bis  $NN'$  gekommen. Nach dem ursprünglichen Huygensschen Prinzip ist nun jeder Punkt  $O$  der Wellenfläche  $NN'$  ein Mittelpunkt einer kreisförmigen Elementarwelle, und  $PP$  ist die an alle Elementarwellen gelegte gemeinsame Tangentialebene. Wir wollen nun an der Hand von Fig. 964 den Schwingungszustand eines vor der Frontwelle  $NN$  im Abstände  $a$  liegenden Punktes  $P$  untersuchen. Zu

<sup>1)</sup> Nach Fresnel sind die Elementarwellen nicht nach allen Richtungen ( $AP, BP, \dots, FP$ ) gleich intensiv.



dem Zwecke fallen wir  $PO \perp NN$  und nennen  $O$  den Pol des Punktes  $P$ . Ferner ziehen wir die Geraden  $PA, PB, PC \dots$  bzw.  $PA', PB', PC' \dots$  dertart, daß

$$PO = a, PA = PA' = a + \frac{\lambda}{2}, PB = PB' = a + 2 \cdot \frac{\lambda}{2},$$

$$PC = PC' = a + 3 \cdot \frac{\lambda}{2} \text{ usw.}$$

ist, daß also jeder der Punkte  $A, B, C \dots$  um eine halbe Wellenlänge weiter von  $P$  entfernt ist als jeder vorhergehende Punkt. Ziehen wir diese von  $P$  ausgehenden Geraden nach der ganzen ebenen Frontwelle  $NN'$ , so bilden sie Kegelmäntel, und die Spuren der Kegelmäntel sind Kreise. Diese Kreise sind im unteren Teile der Fig. 964 gezeichnet. Man muß sich, um die richtige räumliche Vorstellung zu erhalten, den unterhalb  $NN'$  liegenden Teil der Figur um  $NN'$  als Achse so gedreht denken, daß sie auf der Ebene des Pappiers senkrecht steht; es bilden also die oberhalb und unterhalb  $NN'$  liegenden Teile der Fig. 964 den Aufriß und den Grundriß der ganzen räumlichen Figur. Der Halbmesser  $AO = x_1$  des ersten Kreises kann aus dem rechtwinkligen Dreieck  $POA$  berechnet werden: es ist

$$x_1^2 = \left(a + \frac{\lambda}{2}\right)^2 - a^2 = a\lambda + \frac{\lambda^2}{4} - a^2 = a\lambda + \frac{\lambda^2}{4}.$$

Nun soll  $\lambda$  im Vergleiche zu  $a$  so klein angenommen werden, daß das quadratische Glied  $\frac{\lambda^2}{4}$  gegen das Glied  $a\lambda$  vom ersten Grade vernachlässigt werden kann; daher können wir setzen

$$x_1 = \sqrt{a\lambda}.$$

In derselben Weise kann der Radius  $r_n$  des  $n$ ten Kreises aus der Gleichung  $x_n^2 = \left(a + \frac{n\lambda}{2}\right)^2 - a^2$  berechnet werden. Hieraus ergibt sich unter derselben Voraussetzung, daß  $n \cdot \lambda$  klein gegen  $a$  ist,

$$x_n = \sqrt{n \cdot a\lambda}.$$

Die einzelnen Kreisflächen haben die Flächeninhalte

$$S_1 = \pi x_1^2 = \pi a\lambda, S_2 = \pi x_2^2 = 2\pi a\lambda, S_n = \pi x_n^2 = n\pi a\lambda.$$

Die zwischen den Kreisumfängen liegenden ringförmigen Flächen haben demnach alle denselben Flächeninhalt, nämlich den des innersten Kreises  $S_1 = \pi a\lambda$ .

Wir wollen jedes dieser kreisförmigen bzw. kreisringförmigen Flächenstücke eine Fresnelsche Zone nennen. Alle Fresnelemente, d. h. von jeder demnach eine gleiche Anzahl gleich großer Flächenelemente, d. h. von jeder Fresnelschen Zone gehen gleich viele Elementarwellen<sup>1)</sup> aus.

Wir beachten nun ferner, daß jeder folgende Kreis um den Betrag einer

1) Ist die Wellenfläche, von der die Elementarwellen ausgehen, keine Ebene, sondern eine Kugelfläche, so sind die Fresnelschen Zonen auch auf dieser unter der Voraussetzung gleich, daß  $\frac{n \cdot \lambda}{2}$  gegen  $a$  vernachlässigt werden darf.

halben Wellenlänge weiter von  $P$  entfernt ist als jeder vorhergehende. Gehen daher von allen Punkten der ebenen Welle  $NN'$  Elementarwellen mit gleichen Schwingungsphasen aus, so treffen sie in  $P$  nicht mit gleichen Schwingungsphasen ein; sondern jedem Punkte der einen Zone, z. B. der  $n$ ten Zone entspricht ein Punkt der folgenden Punkte, der  $(n+1)$ ten Zone, von dem Wellen ausgehen, die im Punkte  $P$  gerade in entgegengesetzten Schwingungsphasen ankommen würden. Wären demnach auch die Schwingungswellen dieser Elementarwellen gleich, so würden in  $P$  alle Elementarwellen der ersten Zone durch alle Elementarwellen der zweiten vernichtet werden. Ebenso würden sich die von der dritten und vierten Zone und ebenso die von je zwei folgenden Zonen herkommenden Elementarwellen vernichten; daher würde der Punkt  $P$  dauernd in Ruhe bleiben.

Nun nimmt aber die Schwingungswelle der Schwingungen bei Ausbreitung der Elementarwellen ab. Ohne auf das Gesetz der Abnahme im einzelnen einzugehen, können wir behaupten — nach einem Kunstgriffe, dessen sich zuerst A. Schuster<sup>1)</sup> bediente —, daß die Schwingungswelle einer Welle gleich dem arithmetischen Mittel der Schwingungswellen zweier unmittelbar benachbarten Wellen ist.<sup>2)</sup> Daher können wir auch sagen: Die Wirkung aller Elementarwellen einer Fresnelschen Zone wird durch die Wirkung aller beiden Hälften der unmittelbar benachbarten Zonen aufgehoben. In Fig. 964 sind die fünfte Zone  $V$  und die beiden Hälften der vierten Zone  $U$  und der sechsten Zone  $W$  durch Strichelnung hervorgehoben. Die Gesamtwirkung dieser gestrichelten Teile auf den Punkt  $P$  ist demnach gleich Null.

Nennen wir die Wirkung einer beliebigen Zone  $z_n$ , wo  $n$  die Ordnungszahl einer Zone ist, so ist die Gesamtwirkung aller Zonen der unbegrenzten ebenen Welle  $NN'$

$$z = z_1 - z_2 + z_3 - z_4 + z_5 - z_6 + \dots \text{ in inf.}$$

1) Prof. in Manchester.

2) Von Elementarzone zu Elementarzone ist nämlich die Änderung, welche die Schwingungswelle wegen der im geringem Maße wachsenden Entfernung erfährt, auch äußerst klein. Betrachten wir die Schwingungswellen und damit den Betrag der Lichterregung, welcher von der Elementarzone in  $P$  ankommt, als eine Funktion von der Ordnungszahl der Elementarzone, schreiben wir etwa  $z_n = f\left(a + \frac{n\lambda}{2}\right)$ , so können wir beim Übergange zur nächsten Elementarzone, wobei sich  $n$  auf  $n+1$  vergrößert, den Zuwachs  $\frac{\lambda}{2}$  von  $a + \frac{n\lambda}{2}$  als Differential von  $a + \frac{n\lambda}{2}$  betrachten. Nach den Regeln der Differentialrechnung darf man dann näherungsweise schreiben

$$z_{n+1} = f\left[a + \left(n+1\right) \cdot \frac{\lambda}{2}\right] = f\left(a + \frac{n\lambda}{2}\right) + \frac{\lambda}{2} \cdot f'\left(a + \frac{n\lambda}{2}\right) = z_n + \frac{\lambda}{2} f'\left(a + \frac{n\lambda}{2}\right)$$

$$z_{n+2} = f\left[a + \left(n+2\right) \cdot \frac{\lambda}{2}\right] = f\left(a + \frac{n\lambda}{2}\right) + 2 \cdot \frac{\lambda}{2} f'\left(a + \frac{n\lambda}{2}\right) = z_n + 2 \cdot \frac{\lambda}{2} f'\left(a + \frac{n\lambda}{2}\right)$$

bis auf kleine Größen höherer Ordnung. Damit ergibt sich

$$z_n + z_{n+2} = 2z_{n+1} \quad \text{oder} \quad z_{n+1} = \frac{z_n + z_{n+2}}{2}.$$

Diesen Ausdruck können wir umformen in

$$z = \frac{1}{2} z_1 + (\frac{1}{2} z_1 - z_2 + \frac{1}{2} z_2) + (\frac{1}{2} z_2 - z_3 + \frac{1}{2} z_3) + \dots$$

Jeder einzelne Klammerausdruck wird aber zu Null; daher vereinfacht sich die Gesamtwirkung auf  $z = \frac{1}{2} z_1$ , denn bei einer unendlich ausgedehnten ebenen Welle werden die letzten Glieder der Reihe für  $z$  immer kleiner und streben der Grenze Null zu.

Wir erhalten somit das wichtige Ergebnis:

*Alle Elementarwellen, die nach dem Huygensschen Prinzipie von allen Punkten einer unendlich ausgedehnten ebenen Welle (oder Kugelwelle) ausgehen, wirken auf einen vor der ebenen Welle liegenden Punkt so, wie die Hälfte der ersten Elementarzone, die dem Pol des Punktes umgibt.*

Hieraus ergibt sich dann aber auch sofort die Gültigkeit des Huygensschen Prinzipes in seiner ursprünglichen Form für unbegrenzte ebene Wellen. Wir müssen uns hier auf die Mitteilung beschränken, daß die Herleitung dieses Prinzipes für unbegrenzte Wellen irgendwelcher anderer Form im wesentlichen nach dem Muster der obigen Ableitung erfolgt; jedoch können wir die strenge Ableitung hier nicht geben.

**§ 324. Erklärung der einfachen Beugungsercheinungen.**

Mit Hilfe des durch Fresnel erweiterten Huygensschen Prinzipes können wir die Erklärung für die in § 322 erwähnten Beugungsercheinungen herleiten.

Die Bedingung dafür, daß eine Lichtwelle auf einen Punkt so wirkt, als wenn nur die halbe mittlere Huygenssche Zone wirken würde, bestand darin, daß die Welle unendlich ausgedehnt ist; denn nur unter diesen Umständen heben sich die Wirkungen der übrigen Zonen auf, und nur unter diesen Umständen können wir die Wirkungen der entferntesten Zonen gleich Null setzen. Wenn dagegen ein beliebiges Stück einer fortschreitenden Welle begrenzt ist, so muß sich dieses Stück wesentlich anders verhalten.

In der Tat haben wir bei den Wasserwellen die Abweichung von der geradlinigen Fortpflanzung schon beobachtet, wenn die Welle durch eine Öffnung in einer festen Wand hindurchgeht.

**1. Kleine kreisförmige Öffnung.** Für die Erklärung

der § 322 unter 1. und 2. beschriebenen Erscheinung diene die Fig. 965. In dieser bedeutet  $BI$  den mittleren Teil einer undurchsichtigen Blende mit der kreisförmigen Öffnung  $NY$  in vielausendfach Vergrößerung; diese werde von einem parallelen Strahlenbündel  $IL$  (in der Figur von unten) getroffen.  $O$  sei die Mitte der Öffnung und  $P_1$  und  $P_2$  seien zwei beliebige Punkte der auf der Öffnung errichteten Mittelsenkrechten. Wir legen um  $P_1$  (und ebenso um  $P_2$ ) kon-

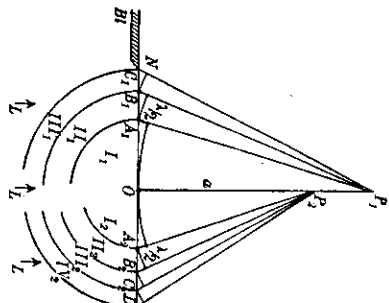


Fig. 965. Zur Theorie der Beugung durch eine kleine kreisförmige Öffnung.

zentrische Kugelflächen, von denen die innerste mit dem Halbmesser  $a$  durch  $O$  geht und von denen jede folgende einen um  $\frac{1}{2}$  größeren Halbmesser hat.

Es sei also  $P_1 O = a$ ,  $P_1 A_1 = a + \frac{1}{2}$ ,  $P_1 B_1 = a + \frac{2 \cdot 1}{2}$  usw.

Diese Kugelflächen schneiden aus der Öffnung Fresnel'sche Elementarzonen (S. 942) aus. In Fig. 965 ist angenommen, daß die um  $P_1$  gezogenen Kugelflächen drei Elementarzonen und die um  $P_2$  gelegten Kugelflächen vier Elementarzonen ausschneiden.

Nun soll in jedem Falle  $a$  außerordentlich viel größer sein als  $\frac{1}{2}$ ; daher sind die Schwingungswerten der Wellen, die von  $A_1, B_1, C_1$  usw. ausgehen, bei einer kleinen Öffnung  $NY$  auch dann praktisch als gleich anzusehen, wenn sie den Punkt  $P_1$  (bzw.  $P_2$ ) treffen.

Aus § 323 wissen wir, daß die Elementarzonen I, II, III ... gleichen Flächeninhalt haben; ferner daß die Phasen der von den Elementarzonen ausgehenden Wellen entgegengesetzt sind, wenn sie in  $P$  ankommen; daher heben sich die Wirkungen je zweier benachbarter Elementarzonen auf. Hieraus folgt, daß alle diejenigen Punkte  $P$ , die einen solchen Abstand von der Mitte  $O$  der Öffnung haben, daß die Öffnung für sie eine ungerade Zahl von Huygensschen Elementarzonen enthält, hell erscheinen müssen. Ebenso folgt, daß diejenigen Punkte  $P_2$  für die die Zahl der Elementarzonen gerade ist, dunkel sein müssen.

Wenn man daher hinter der kleinen Öffnung  $NY$  einen weißen Schirm aufstellt, so muß dieser in der Mitte abwechselnd hell oder dunkel erscheinen, wenn man ihn von der Öffnung entfernt oder ihn der Öffnung nähert. Hieraus kann man nun schon weiter schließen, daß auch die seitlich von der Achse  $OP$  liegenden Punkte abwechselnde Helligkeit und Dunkelheit zeigen müssen, und hieraus folgt dann weiter, daß der mittlere Punkt von mehreren hellen und dunklen Kreisen umgeben sein muß. Wir wollen die Lichtverteilung in den seitlichen Punkten hier nicht berechnen, da diese Berechnung nicht ganz einfach ist, und da wir eine den Ringen verwandte Erscheinung am Rande eines geradlinig begrenzten Schirmes noch näher untersuchen werden.

In Figur 966 sind (nach Arkadiew) die photographischen Aufnahmen wiedergegeben, welche man von den durch kleine Öffnungen hindurchgehenden Lichtkegeln erhalten hat. Im ersten Bilde war die Öffnung so bemessen, daß sie sieben Fresnel'sche Elementarzonen umfaßte, im zweiten, daß sie acht Elementarzonen umfaßte; im ersten Bilde ist daher die Mitte der Beugungsfigur hell, im zweiten dunkel.

**2. Kleiner kreisförmiger Schirm.** In

Fig. 967 bedeutet  $BI$  einen kreisförmigen Schirm mit dem Rande  $NY$ . Dieser wird von parallelen Lichtstrahlen  $IL$  getroffen. Geometrisch würde sich hinter dem Schirme ein zylindrischer Schattenraum bilden,



Fig. 966. Beugungsfiguren durch kleine Öffnungen.

dessen Achse  $OP$  die Mittelsenkrechte auf dem Schirme ist. In Wirklichkeit beobachten wir aber, daß die Mitte dieses geometrischen Schattens immer hell ist, wenn der Schirm  $NN'$  klein ist im Vergleich zu der Entfernung  $a$ . In der Figur mußten die Größenverhältnisse wieder falsch gezeichnet werden, da es unmöglich ist, die Lichtwellenlänge etwa in natürlicher Größe in einer Zeichnung darzustellen.

Denken wir uns die Ebene des Schirmes unbegrenzt erweitert, so stellt diese Erweiterung eine Wellenfläche der parallelen Lichtstrahlen  $LL$  dar. Wir legen nun wieder um einen auf der Achse liegenden Punkt  $P$  Kugelflächen, von denen die innerste durch den Rand  $NN'$  des Schirmes geht, sie möge den Halbmesser  $b$  haben. Die nächsten Kugelflächen sollen dann die Halbmesser

$$b + \frac{\lambda}{2}, b + \frac{2\lambda}{2}, b + \frac{3\lambda}{2} \dots$$

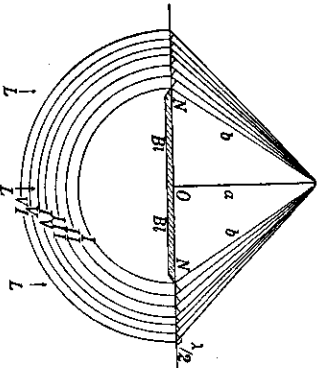


Fig. 967. Zur Theorie der Beugung durch einen kleinen Schirm.

Punkt  $P$

$$z = z_1 - z_2 + z_3 - z_4 + \dots \text{ in inf.}$$

Diese Summe können wir aus den in § 323 angeführten Gründen in folgender Weise ordnen

$$z = \frac{1}{2} z_1 + (\frac{1}{2} z_1 - z_2 + \frac{1}{2} z_2) + (\frac{1}{2} z_2 - z_3 + \frac{1}{2} z_3) + \dots$$

Jeder Klammerausdruck wird gleich Null. Daher schrumpft die Gesamtwirkung zusammen auf

$$z = \frac{1}{2} z_1.$$

Hieraus folgt: Wenn ein paralleles Strahlenbündel einen kleinen kreisförmigen Schirm senkrecht trifft, so wird ein hinter dem Schirme befindlicher axialer Punkt so beleuchtet, als ob nur die Hälfte der ersten, dem Rande des Schirmes benachbarten Fresnelschen Elementarzone wirken würde.

Das Licht breitet sich demnach auch hinter dem Schirme aus. Das geschieht natürlich bei jedem Schirme von beliebiger Größe. Ist der Schirmdurchmesser  $NN' = r$ , so hat die erste Elementarzone die Fläche  $\pi \cdot \lambda \cdot b = \pi \cdot \lambda \sqrt{a^2 + r^2}$ . Die in  $P$  erhaltene Lichtintensität wird dieser Flächengröße proportional sein, nach dem Grundgesetz der Photometrie mit dem Abstände  $NB = b$  der Elementarzone von  $P$  aber mit  $b^2$  abnehmen. Nach Fresnel

nehmen außerdem die Elementareregungen, die von der ersten Elementarzone nach  $P$  gelangen, mit kleiner werdendem Winkel  $PNO$  ab. Die von der ersten Elementarzone dem Punkte  $P$  zugehende Erregung nimmt daher mit wachsendem  $r$  stärker ab als der Ausdruck  $\frac{\pi \lambda b}{b^2} = \frac{\pi \lambda}{b}$ . Ist der Schirm verhältnismäßig klein ( $r$  klein gegen den Abstand  $a$ ), so kann  $\sqrt{PN O}$  (Fig. 967) als rechter Winkel betrachtet werden; es gelangt von der ersten Elementarzone Lichterregung nach  $P$ , die außerdem desto größer ist, je kleiner  $a$  ist. Ist aber der Schirm verhältnismäßig groß ( $r$  groß gegen  $a$ ), so gelangt nach  $P$  desto weniger Lichterregung, je größer  $a$  außerdem gegen  $\lambda$  ist. In genügender Entfernung hinter einem kleinen Schirme gibt es also (bei parallelem Lichte) keinen eigentlichen Schatten mehr; die Schattenbildung ist aber in der gleichen Entfernung desto deutlicher, je größer der Schirm ist.

Denken wir uns den Punkt  $P$  seitlich z. B. nach rechts verschoben, so wird die Zeichnung wesentlich schwieriger; jedoch kann man ohne weiteres einsehen, daß die Helligkeit zunehmen muß, da die Elementarzonen, die dem rechten Rande anliegen, in einem wesentlich stärkeren Maße breiter werden, als die Breite der Zonen auf der linken Seite abnimmt.

In Fig. 968 sind die photographischen Aufnahmen der Schatten zweier kleiner Metallschirme wiedergegeben. Die Durchmesser der Schirme waren so bemessen, daß der erste eine Fresnelsche Elementarzone, der zweite zwei Fresnelsche Elementarzonen faßte. In beiden Bildern ist der weiße Fleck in der Mitte der Figur bemerkenswert, der also beweist, daß gerade in der Mitte des geometrischen Schattens abgelenktes Licht vorhanden ist.<sup>1)</sup> Die Aufnahmen der Figuren 966 und 968 sind in einfarbigem Lichte der Wellenlänge  $\lambda = 0,46 \mu$  gemacht. Der Abstand der punktförmigen Lichtquelle von dem Schirmen bzw. der Öffnung war 27,77 m, der Abstand der photographischen Platte von dem Schirmen bzw. der Öffnung war 11,7 m (Arkadiew).

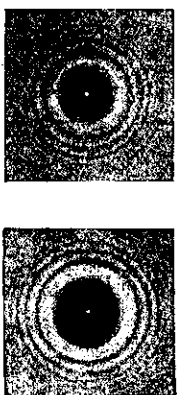


Fig. 968. Beugungsgitter durch kleinen Metallschirm.

3. Schmäler geradliniger Schirm (dünner Draht). Wir können  $NN'$  in Fig. 967 als Querschnitt eines schmalen geradlinigen Schirmes betrachten, der sich senkrecht zur Ebene der Zeichnung unbegrenzt weit erstreckt. Dann gehen die Fresnelschen Elementarzonen I, II... in schmale ge-

1) Dieses scheinbar widersinnige Ergebnis war von Poisson (S. 488) aus der Fresnel'schen Beugungstheorie erschlossen worden; er hatte gefunden, daß das Licht in die Mitte des geometrischen Schattens eines runden Schirmes so eindringen muß, als wenn kein Schirm in dem Wege der Strahlen vorhanden wäre. Poisson, der die damals herrschende Newtonsche Anschauung von der korpuskularen Natur des Lichtes gegen die Wellenlehre verteidigen zu müssen glaubte, betrachtete seine Schuldfolgerung als einen Einwand gegen Fresnel, der die Wellennatur des Lichtes vertret, und trug so selbst zum Siege der Fresnel'schen Auffassung bei, als man die von ihm vermittelte Ercheinung wirklich entdeckte (s. auch S. 490 oben).

radlinige Streifen über, die dem Schirme  $B_1$  parallel sind. Diese Elementarzonon haben aber nicht mehr gleiche Flächen, sondern es nimmt mit wachsender Anzahl der Phasensprünge die Flächengröße langsam ab. Diese Abnahme der strahlenden Fläche wirkt im selben Sinne verkleinernd auf die Lichterregung, welche die einzelnen Zonen einem beobachteten Punkte im geometrischen Schatten des Schirmes nahe der Mitte des Schirmes zu senden, wie die Abnahme der Schwingungswellen der einzelnen Erregungen von den Elementarzonon, von der wir auf S. 943 gesprochen haben. Sind wie dort  $z_0, z_1, z_2$  die Erregungen, welche von den Elementarzonon im betrachteten Punkte ankommen, so nehmen hier die  $z$  also einmal wegen der wachsenden Entfernungen, dann aber auch wegen der abnehmenden Flächengrößen mit wachsender Ordnungszahl der Elementarzonon langsam ab. Wir dürfen wie dort uns der Methode von A. Schuster bedienen und die Annahme

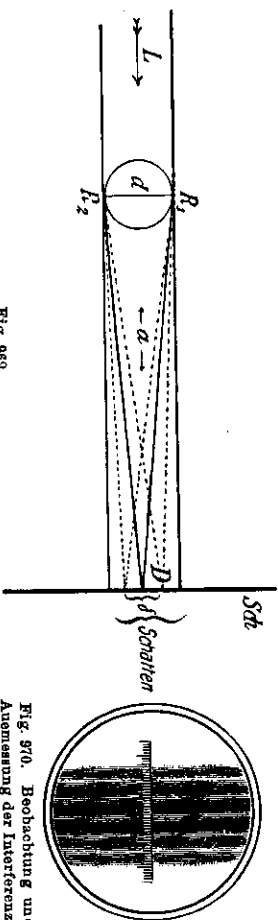


Fig. 969.

Zur Theorie der Beugung durch einen Draht. Messung der Wellenlänge

Fig. 970. Beobachtung  $g$  und Anmessung der Interferenzstreifen.

machen, daß die Erregung  $z_n$  das arithmetische Mittel der Erregungen der Nachbarzonon ist. Jeder Punkt hinter der Mitte des Schirmes wird nun so beleuchtet, als ob nur die erste Hälfte der beiden, links und rechts liegenden Elementarstreifen I auf ihn wirken würde. Die Wirkung der übrigen Elementarstreifen hebt sich in derselben Weise auf, wie es unter 2. bei dem kleinen kreisförmigen Schirme abgeleitet worden ist (Fig. 961).

**Messung der Wellenlänge durch Beugung an einem Drahte.** Dieser Fall hat insofern noch eine besondere praktische Bedeutung, als er uns gestattet, mit sehr einfachen Mitteln die Wellenlänge des Lichtes angenähert zu bestimmen. Es wirken nämlich die beiden Ränder des schmalen Schirmes oder die beiden seitlichen Berührungslinien eines parallelen Lichtbündels mit einem zylindrischen Drahte gerade so, als ob diese Ränder kohärente Lichtquellen wären; denn jede Seite wirkt auf einen im Schatten des Schirmes mittelbar anliegenden geradlinigen Fresnelschen Elementarzone.

Es stelle (Fig. 969) der kleine Kreis den Querschnitt des Drahtes, dessen Durchmesser  $d$  mit einem Schraubmikrometer gemessen werden kann, dar. Der Draht wird von links her in der Richtung  $L$  von den parallelen Lichtstrahlen einer (spaltförmigen) Lichtquelle getroffen. Von den Rändern  $R_1$  und  $R_2$  des Drahtes gehen zwei Lichtwellensysteme in den geometrischen Schattenraum des Draht-

tes über, die, da sie von derselben Lichtquelle ausgehen, kohärent sind. Sie stimmen in ihrer Wellenlänge und Schwingungsphase vollkommen überein, verhalten sich also wie die beiden Spiegelbilder beim Fresnelschen Spiegelversuche. Daran folgt, daß die Mitte des Schattens auf dem Schirme  $Scd$  hell sein muß (Fig. 970), denn die Mitte hat von den beiden Rändern gleichen Abstand; hier treffen also die Lichtwellen mit gleicher Phase zusammen. Im Punkte  $D$  entsteht ein dunkler Streifen, wenn sein Abstandsunterschied von den beiden Drahtändern eine halbe Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist. Bezeichnen wir den Abstand je zweier benachbarter dunkler Streifen mit  $\delta$ , also den Abstand des mittleren hellen Streifens vom ersten dunklen Streifen mit  $\frac{\delta}{2}$ , den Abstand des Schirmes vom Drahte mit  $a$ , die Dicke des Drahtes mit  $d$  und die Wellenlänge des Lichtes mit  $\lambda$ , so folgt in genauer Übereinstimmung mit dem Fresnelschen Spiegelversuche

$$\lambda = \frac{d \cdot \delta}{a}.$$

Fig. 970 zeigt das Beugungsbild auf einen mit einem Maßstabe versehenen Schirm projiziert.

**4. Schmalere Spalt.** Ein schmaler Spalt verhält sich im wesentlichen so wie eine kleine Öffnung. Denken wir uns, die Fig. 965 sei ein senkrechter Durchschnitte durch die Spaltöffnung, so können wir die an diese Figur angeknüpften Überlegungen im wesentlichen auf die Vorgänge beim Spalte anwenden. Die Fresnelschen Elementarzonon I, II, III... sind aber jetzt Rechtecke (s. ob. 3), deren lange Seite dem Spalte parallel ist, während ihre Schmalseiten durch  $OA_1, A_1B, B, C_1, \dots$  angegeben werden. Diese Elementarzonon haben nicht mehr gleiche Flächen, vielmehr nehmen die Flächen mit wachsender Ordnungszahl ab. Die Lichterregung, welche einem Punkte  $P$  hinter der Mitte des Spaltes daher von den Elementarzonon zukommt, die der Flächengröße der Elementarzonon in erster Näherung proportional ist, nimmt also mit wachsender Ordnungszahl der aussendenden Elementarzonon ab. Dem Betrage nach überwiegt die Lichterregung, die von der ersten Elementarzone ausgeht, alle übrigen. In jedem Falle bleibt daher die Mitte hinter dem Spalte hell. Je nachdem allerdings die erste Elementarzone allein, oder die beiden ersten, drei ersten usw. zur Lichterregung beitragen — diese Fälle können bei etwa kleiner werdendem Abstände  $a$  des betrachteten Punktes  $P$  vom Spalte eintreten — geht diese Helligkeit durch ein Maximum bei einer Elementarzone, ein Minimum bei zweien, ein zweites Maximum bei dreien usw. hindurch. An die Mitte schließen sich seitlich in abwechselnder Folge dunkle und helle Streifen an. — Besonders wichtig ist praktisch der Fall, wenn  $P$  in einen sehr großen Abstand vom Spalte fällt. Dann gibt es nur eine erste Elementarzone, und  $P$  erhält von dieser Licht, bleibt also bei geringer Abstandsänderung hell. Der Fall für ein unendlich fernes  $P$  wird in § 325 eingehend behandelt werden. Dieser Fall ist das Gegenstück zu den Interfer-

renzen durch einen abbeugenden Draht, wenn die Interferenzen in einem großen Abstände vom Drahte beobachtet werden.

5. Rand eines einseitig unbegrenzten Schirmes. In Fig. 971 stelle  $R$  einen nach links unbegrenzten Schirm mit dem geradlinigen Rande  $N$  dar, der von dem parallelen Strahlenbündel  $LL$  getroffen wird. Hinter diesem undurchsichtigen Schirme sei der weiße Schirm  $Sch$  aufgestellt.  $NP_0$  sei die geometrische Schattengrenze.

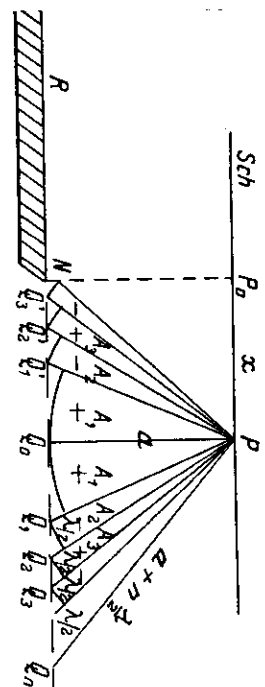


Fig. 971. Beugung an einem geradlinigen Schirme.

Alle Flächenelemente der ebenen Wellenfläche  $W$ , welche gerade an dem beugenden Rande  $N$  vorbeigehen, senden einem beliebigen Punkte  $P$  im

Abstände  $a$  von der Wellenfläche nach dem Huygensschen Prinzipie Anteile der Lichterregung zu. Wegen der verschieden langen Wege von den Punkten der Wellenfläche bis zu  $P$  kommen diese Erregungen in  $P$  aber mit verschiedener Phase an. Wir ziehen von  $P$  aus die Strahlen  $PQ_0 = a$ ,  $PQ_1 = a + \frac{1}{2}\lambda$ ,  $PQ_2 = a + 2 \cdot \frac{1}{2}\lambda$ , ...,  $PQ_n = a + \frac{n \cdot \lambda}{2}$  nach den Punkten  $Q_0, Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  der Wellenfläche. Dann ist

$$\overline{Q_0 Q_n}^2 = \overline{PQ_n}^2 - \overline{PQ_0}^2 = (a + \frac{n\lambda}{2})^2 - a^2 = n \cdot a \cdot \lambda,$$

wenn wir immer  $\frac{n \cdot \lambda}{2}$  gegen  $a$  vernachlässigen dürfen. Die Lichterregungen, welche  $P$  von den dem geradlinigen Rande  $N$  parallelen Flächenstreifen der Breite  $Q_0 Q_1, Q_1 Q_2, Q_2 Q_3, \dots$  erhält, müssen näherungsweise diesen Breiten proportional sein. Zu jedem Strahle, welcher von dem Flächenstreifen der Breite  $Q_0 Q_1$  ausgeht, läßt sich in dem benachbarten Streifen ein solcher entgegen gesetzter Phase auffinden. Die Erregungen, welche von  $Q_0 Q_1, Q_1 Q_2, Q_2 Q_3$  usw. in  $P$  ankommen, haben also abwechselnd je entgegengesetztes Vorzeichen. Die Erregung, welche der Flächenstreifen der Breite  $Q_0 Q_1$  liefert, sei  $A_1$ , die, welche von  $Q_1 Q_2$  geliefert wird,  $A_2$  usw. Dann liefert  $Q_0 Q_n$  die Erregung  $S_0 = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots + A_n$ . Hierin ist  $A_n$  proportional zu  $Q_{n-1} Q_n = Q_0 Q_n - Q_0 Q_{n-1} = \sqrt{n a \lambda} - \sqrt{(n-1) a \lambda}$ , d. h. mit wachsendem  $n$  nehmen die Beträge  $A_n$  bis zum Verschwinden ab. Die Reihe

$$A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

konvergiert wegen des abwechselnden Vorzeichens der Glieder gegen einen endlichen Grenzwert.

Die Lichterregung in  $P$  hat nur dann den Betrag  $S_0$ , wenn  $P$  in den geometrischen Schatten  $P_0$  des Randes  $N$  fällt. Lassen wir nun  $P$  sich durch das Strahlungsfeld von  $P_0$  aus nach rechts bewegen, so nimmt die Lichterregung in  $P$  zunächst zu. Denn  $P$  erhält dann auch von Punkten Lichterregung, welche links von  $Q_0$  liegen. Diese liefern gleichphasige Erregung mit den Punkten in der Breite  $Q_0 Q_1$  bis  $Q_0 Q_1' = Q_0 Q_1$ . Ist daher

$$P_0 P = Q_1' Q_0 = Q_0 Q_1 = \sqrt{a \lambda}$$

geworden, dann hat der Punkt  $P$  einen Punkt größter Lichterregung  $S_1 = S_0 + A_1$  erreicht. Beim weiteren Fortschreiten muß  $P$  zu Raumpunkten geringerer Erregung gelangen, da links von  $Q_1'$  Punkte liegen, welche gleichphasiges Licht mit den Punkten von  $Q_1 Q_2$  liefern, d. h. solches Licht, welches entgegengesetzte Phase zu dem Lichte des größten Betrages  $A_1$  der Lichterregung hat. Es muß somit die Lichtintensität in den Punkten, welche  $P$  nunmehr durchwandert, so lange abnehmen, bis  $P_0 P$  die Länge von  $Q_0 Q_2 = \sqrt{2 a \lambda}$  erreicht hat. In der Entfernung  $P_0 P = \sqrt{2 a \lambda}$  liegt ein Minimum der Erregung vom Betrage  $S_0 + A_1 - A_2$ . Lassen wir  $P$  weiter wandern, so liefert die gleiche Betrachtung für  $x = P_0 P$  aufeinanderfolgende Minima und Maxima der Erregung. Wir haben für  $x = 0$  die Erregung  $S_0$ , für  $x = \sqrt{a \lambda}$  die Erregung  $S_0 + A_1$ , ein Maximum, für  $x = \sqrt{2 a \lambda}$  die Erregung  $S_0 + A_1 - A_2$ , ein Minimum, für  $x = \sqrt{3 a \lambda}$  die Lichterregung  $S_0 + A_1 - A_2 + A_3$ , ein Maximum usw. Zusammenfassend ergibt sich: Der Raum außerhalb des geometrischen Schattens weist dunklere und hellere Interferenzstreifen auf, welche dem Rande des Schirmes parallel sind, und deren Intensität mit wachsendem Abstand vom geometrischen Schatten sich immer weniger unterscheiden. Die hellen Stellen haben von der geometrischen Schattengrenze aus den Abstand  $x = \sqrt{n a \lambda}$ , worin  $n = 1, 3, 5, \dots$  zu setzen ist, die dunklen Interferenzstreifen die Abstände  $x = \sqrt{n a \lambda}$ , worin  $n = 2, 4, 6, 8, \dots$  zu setzen ist.

Unter Anwendung weitgehenderer mathematischer Hilfsmittel hat Fresnel eine etwas genauere Näherungsformel

$$x = \sqrt{a \lambda (n - \frac{1}{2})}$$

für den Abstand der dunklen Streifen berechnet, worin  $n = 2, 4, 6, \dots$  zu nehmen ist, die im Vergleiche mit unserem Ergebnisse nur für die ersten dunklen Streifen etwas genauere Werte ergibt.

Innerhalb des geometrischen Schattens liegen entsprechende Maxima und Minima, und zwar links von  $P_0$  für  $x = -\sqrt{a \lambda}$  eine Erregung  $S_0 - A_1$ . Da  $A_1$  aber als absolut größerer Anteil in der Reihe für  $S_0$  das Vorzeichen von  $S_0$  bestimmt, so muß die Erregung für diesen Abstand von entgegengesetzten Vorzeichen, also von entgegengesetzter Phase wie in  $P_0$  sein. Es liegt daher zwischen  $x = 0$  und  $x = -\sqrt{a \lambda}$  ein Minimum, wo die Lichterregung vom absoluten Werte Null ist, im Abstände  $x = -\sqrt{a \lambda}$  aber ein Maximum, in welchem das Licht gerade entgegengesetzte Phase hat wie in dem Punkte

$x = +\sqrt{a\lambda}$ . Maxima mit aufeinanderfolgend entgegengesetzten Phasen folgen sich in den Abständen  $x = -\sqrt{na\lambda}$ , worin  $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  zu setzen ist.

Der Abstand der Interferenzstreifen ist also enger wie außerhalb des geometrischen Schattens und der Intensitätsunterschied zwischen Helligkeit und Dunkelheit wird sehr viel rascher kleiner.

Divergentes Licht. Fall das Licht  $IL$  (Fig. 971) nicht parallel ein, sondern kommt es von einem engen Spalte  $Sp$  her, der dem Rande  $N$  des Schirmes parallel ist und von der Schirmebene den Abstand  $SpQ_0 = r$  hat, so ist die Betrachtung ganz ähnlich der durchgeführten. In der Schlussgleichung für den Ort der Interferenzstreifen ist dann nur

Fig. 973. Beugung an einem geradlinigen Schirm bei divergentem Lichte.

Beweis: Die Elementarzone liegen jetzt auf einem Zylindermantel, es ist  $PQ_n' = a + \frac{n \cdot \lambda}{2}$ . Dann gilt  $Q_n'I^2 = (a + \frac{n \cdot \lambda}{2})^2 = Q_n'I_n^2 + (a + Q_0I_n)^2$  oder

$$a \cdot n \cdot \lambda = Q_n'I_n^2 + 2a \cdot Q_0I_n + Q_0I_n^2,$$

wenn wieder  $\frac{n \cdot \lambda}{2}$  gegen  $a$  vernachlässigt wird. Weiter gilt

$$Q_n'Sp^2 = r^2 = Q_n'I_n^2 + (r - Q_0I_n)^2$$

oder  $0 = Q_n'I_n^2 - 2r \cdot Q_0I_n + Q_0I_n^2$ .

Subtraktion von der vorletzten Gleichung gibt

$$a \cdot n \cdot \lambda = 2Q_0I_n(a + r) \quad \text{oder} \quad Q_0I_n = \frac{a \cdot n \cdot \lambda}{2(a + r)}.$$

Damit wird bei entsprechender Vernachlässigung

$$Q_n'I_n^2 = a \cdot n \cdot \lambda - 2a \cdot \frac{a \cdot n \cdot \lambda}{2(a + r)} = \frac{a \cdot r \cdot n \cdot \lambda}{a + r}$$

$$PI_n = a + \frac{a \cdot n \cdot \lambda}{2(a + r)} = a.$$

Aus  $x : Q_n'I_n = a : PI_n$  folgt dann  $x = Q_n'I_n = \sqrt{\frac{a \cdot r \cdot n \cdot \lambda}{a + r}}$ .

Für  $\text{Lim } r = \infty$  geht  $x$  in der Tat in die oben (S. 591) abgeleitete Formel  $x = \sqrt{a \cdot n \cdot \lambda}$  über.

Versuch: In Fig. 973 ist im divergenten Lichte die photographische Aufnahme des Schattens vom Rande verschiedener Körper wiedergegeben. Die oberste der vier untereinander gestellten Abbildungen ist der Schatten vom Rande einer scharfen Rastermesserklinge, die zweite ist der Schatten vom Rande eines 7,8 mm dicken Glasstabes, die beiden anderen waren Schatten von Körpern, deren Krümmungs-

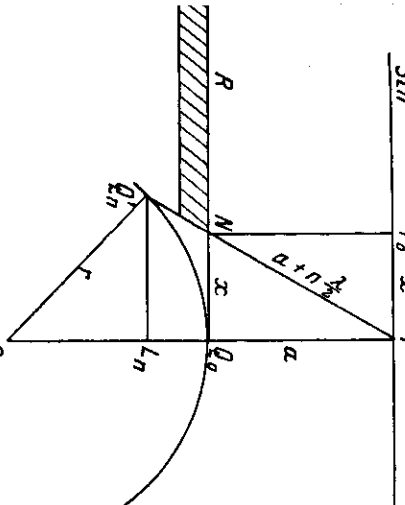
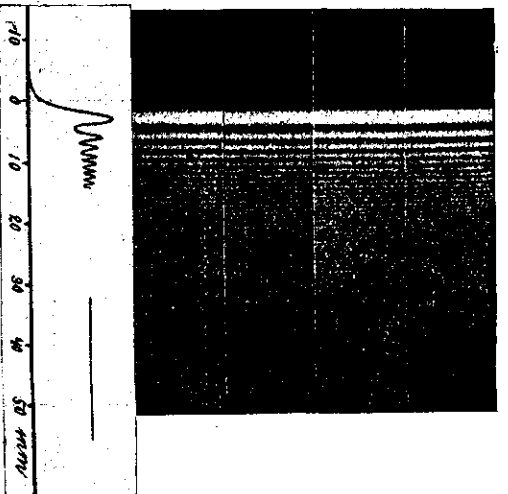


Fig. 973. Beugungsstreifen am Rande verschiedener gekrümmter Körper.



halbmesser 40 m war. In allen 4 Fällen erscheinen die Beugungsstreifen in denselben Abständen. Die Aufnahme wurde in einfarbigem Lichte der Wellenlänge  $\lambda = 0,46 \mu$  von einem dem beugenden Rande parallelen Spalte her gemacht. Der Abstand Lichtquelle — beugender Körper war  $r = 24,17$  m, der Abstand beugender Körper — photographische Platte war  $a = 15,47$  m. Unter die Bilder wurde in seine Koordinatenteilung die theoretisch berechnete Helligkeitsverteilung eingezeichnet (Arkadiew.)

6. Weißes Licht. Bei den oben ausgeführten Überlegungen haben wir immer als selbstverständlich die Voraussetzung gemacht, daß die Lichtquelle einfarbig ist. Nun ist aber die Breite der Beugungsstreifen von der Wellenlänge abhängig. Im besonderen haben wir bei der letzten Ableitung (s. ob. 5.) erfahren, daß ihr Abstand von der geometrischen Schattengrenze  $x_n = \sqrt{na\lambda}$  ist. Wenn wir daher gemischtes, z. B. weißes Licht anwenden, so entstehen für jede Farbe besondere Beugungsstreifen, und diese müssen sich demnach überlagern. Daher erscheinen auch die Beugungsstreifen ebenso wie die übrigen Interferenzstreifen bei Anwendung weißen Lichtes farbig, und zwar ist jeder helle Streifen auf der Innenseite blau, auf der Außenseite rot begrenzt. In größeren Entfernungen, wo die Streifen dicht aufeinanderfolgen, vermischen sich die einzelnen Komponenten zu weiß. Genau wie bei den früheren Interferenzstreifen ist demnach die Zahl der Streifen bei einfarbigem Lichte theoretisch unbegrenzt, dagegen bei Anwendung weißen Lichtes nur klein.

§ 325. Interferenz paralleler Lichtstrahlen bei einer Beugung parallelen Lichtes.

Fraunhofersche Beugungserscheinungen. Bisher haben wir untersucht, wie gebeugte Lichtstrahlen auf einen im Endlichen liegenden Punkt wirken. Man hat dann die Fresnelschen Beugungserscheinungen. Die Verhältnisse werden einfacher, wenn wir die Interferenzwirkung derjenigen Lichtstrahlen untersuchen, die nach der Beugung wieder parallel sind. Man hat dann die Fraunhoferschen Beugungserscheinungen. Damit diese Strahlen im Endlichen zur Interferenz gebracht werden, müssen sie durch eine Sammellinse oder durch einen Hohlspiegel in einem Punkte vereinigt werden. Wir wir noch in § 331 erfahren werden, verursachen eingeschaltete Linsen und Spiegel keine Phasenverschiebung der Strahlen gegeneinander; daher können wir die

Vorgänge so untersuchen, als ob die parallelen Strahlen unmittelbar zur Interferenz kämen.

In Fig. 974 ist schematisch die Versuchsanordnung abgebildet, mit der die weiterhin besprochenen Erscheinungen hervorgerufen werden können;  $L$  ist eine punktförmige Lichtquelle, die unter Vermittlung der Kollimatorlinse  $B$  das parallele Strahlenbündel  $S$  erzeugt.

Au Stelle der punktförmigen Lichtquelle  $L$  verwendet man auch wohl einen von hinten intensiver beleuchteten Spalt. Wenn dieser genügend weit entfernt ist, so können die von ihm ausgehenden Strahlen auch ohne Kollimatorlinse als parallel angesehen werden.

Ferner bringt man in den Strahlengang die Sammellinse  $K$ , die dann, wenn weiter keine Veränderungen der Lichtstrahlen eintreten, auf dem in der Brennebene der Linse aufgestellten Schirme  $Sch$  ein reelles Bild  $O$  der Lichtquelle  $L$  erzeugt. Schaltet man aber an irgendeiner Stelle des Strahlenganges einen (in der Figur durch  $GG$  bezeichneten) Körper ein, der eine Beugung des Lichtes bewirkt, so gehen von

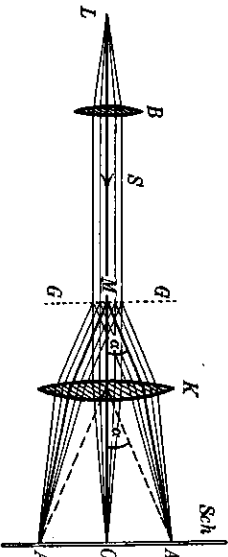


Fig. 974. Experimentelle Interferenz paralleler Lichtes.

jedem seiner Punkte Strahlen nach allen Richtungen aus. Die Linse  $L$  vereinigt nun jedes parallele Strahlenbündel in einem durch die Neigung  $\alpha$  der Strahlen bestimmten Punkte  $A$  des Schirmes.

Man ersetzt auch wohl die beiden Linsen  $B$  und  $K$  durch eine einzige. Dadurch vereinfacht sich der Aufbau des Versuches. Wir wollen aber in unserer Ableitung hiervon absehen und annehmen, daß der beugende Körper  $GG$  von parallelen Lichtstrahlen getroffen wird. Die Sammellinse  $K$  kann durch das Objektiv eines Fernrohres ersetzt werden. Dann entspricht dem Schirme  $Sch$  die körperliche Blende in der dem Objektiv und dem Okulare des Fernrohres gemeinsamen Brennebene.

Wir betrachten in Zukunft besonders den Verlauf der Strahlen von dem beugenden Körper  $GG$  an bis zum Auftreffen auf die Linse, oder, was dasselbe bedeutet: Wir nehmen an, daß die vom beugenden Körper ausgehenden parallelen Strahlenbündel sich im Unendlichen vereinigen und zur Interferenz kommen.

**I. Beugung an einem einfachen Spalte.** Der in Fig. 974 durch  $GG$  bezeichnete beugende Körper sei ein einfacher schmaler Spalt. Dann beobachten wir auf dem Schirme in der Mitte  $O$  ein helles Bild der Lichtquelle  $L$ , an das sich seitlich eine größere Zahl paralleler dunkler und heller Streifen von abnehmender Intensität anschließt.

Betrachten wir nach dem Huygensschen Prinzipie jeden einzelnen in der Öffnung des Spaltes liegenden Punkt als Ausgangspunkt eines neuen Wellensystemes, so entsteht zunächst dort ein Lichtmaximum, wo die auf

der Spaltöffnung errichtete Mittelsenkrechte den Schirm trifft. Denn alle hier auftreffenden Strahlen haben dieselbe Phase.

Zur Erklärung der beiden ersten, seitlich vom mittleren Maximum liegenden Minima denken wir uns die den Spalt bildende Punktreihe  $XY$  (Fig. 975) in der Mitte  $M$  in zwei Teile zerlegt. Wir wollen nun annehmen, daß die Anzahl der in der Spaltöffnung liegenden Erregungszentren 100 beträgt, wo-

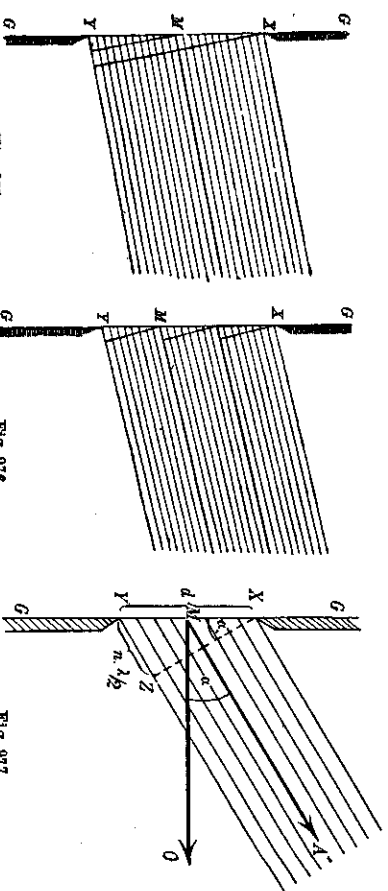


Fig. 975. Zerlegung des durch den Spalt gehenden Bündels für das erste Minimum.

Fig. 976. Die äußersten Strahlen des Bündels durch den Spalt haben  $n \cdot \frac{1}{2}$  Gangunterschied.

bei diese Zahl ganz willkürlich ist, da wir ebensogut 1000 oder 100000 annehmen können (in Fig. 975 sind 24 gezeichnet). Es entsteht dort auf dem Schirme hinter dem Spalte ein dunkler Streifen, wo die vom ersten ( $X$ ) und 51. Wellenzentrum ( $M$ ) ausgehenden Lichtwellen sich auslöschen; denn wenn der Entfernungunterschied dieser Punkte von dem betrachteten Punkte auf dem Schirme eine halbe Wellenlänge beträgt, so ist auch der Entfernungunterschied des Punktes vom 2. und 52., vom 3. und 53. usw., vom 50. und 100. eine halbe Wellenlänge; mit anderen Worten: das erste Lichtminimum oder der erste dunkle Streifen entsteht dort, wo die äußersten Strahlen des betrachteten abgebeugten Parallelstrahlenbündels einen Gangunterschied von einer Wellenlänge haben.

Zur Erklärung der ersten seitlichen Maxima, also der auf die dunklen Streifen seitlich folgenden hellen Streifen, denken wir uns die den Spalt bildende Punktreihe in drei gleiche Teile zerlegt (Fig. 976). Das erste seitliche Maximum liegt so, daß die Strahlen, die von jedem Punkte des ersten Drittels der Punktreihe ausgehen, mit den von den entsprechenden Punkten des zweiten Drittels der Punktreihe ausgehenden Strahlen einen Phasunterschied von einer halben Wellenlänge haben, also einander vollständig auslöschen; es bleibt dann noch die gesamte Lichtmenge unausgelöscht übrig, die vom dritten Drittel der Punktreihe ausgeht. Die äußersten Strahlen des abgebeugten Parallelstrahlenbündels haben dann einen Gangunterschied von  $3 \cdot \frac{1}{2}$ .

Für das nächste Minimum um muß man sich die Spaltbreite in vier gleiche

Teile zerlegt denken, deren Strahlen einander paarweise vollständig auslösen usw.

Die äußersten Strahlen des abgebeugten Parallelstrahlenbündels haben dann einen Gangunterschied von  $2\lambda$ .

In Fig. 977 ist  $XY$  der beugende Spalt. Das durch neun parallele Strahlen gekennzeichnete Strahlenbündel, dessen mittlerer Strahl  $MA$  ist, bilde mit der Achse  $MO$  den Winkel  $\alpha$ . Ziehen wir nun von  $X$  aus das Lot  $XZ$  senkrecht zum Strahlenbündel, so schneide dieses auf dem durch  $Y$  gehenden Grenzstrahl die Strecke  $YZ = n \cdot \frac{\lambda}{2}$  ab.

Setzen wir noch die Spaltbreite  $XY = d$ , so folgt unmittelbar aus Fig. 977

$$\sin \alpha = \frac{n \cdot \frac{\lambda}{2}}{d}$$

Nach den oben gemachten Überlegungen erzeugt das Strahlenbündel an allen denjenigen Stellen des Schirmes Helligkeitsminima und Helligkeitsmaxima, für die  $n$  eine ganze Zahl ist (mit Ausnahme von  $n = 1$ ), und zwar entstehen Helligkeitsminima für gerade Werte von  $n$ , Helligkeitsmaxima für ungerade Werte von  $n$ . Die Maxima nehmen aber an Intensität ab, da für ihre Entstehung immer nur der  $n$ te Teil des ganzen Strahlenbündels zur Wirksamkeit kommt.

Die Maxima und Minima gehen daher allmählich ineinander über. In Fig. 978 sind die Intensitäten als Ordinate aufgetragen und zur Zeichnung einer Intensitätskurve benutzt worden.

2. Beugung an einem Doppelspalt. Wenn der beugende Körper  $GG$  (Fig. 979) aus einem Schirme besteht, der zwei parallele Spalte  $X_1Y_1$  und  $X_2Y_2$  von der Breite  $d$  hat, deren einander entsprechende Kanten  $X_1$  und  $X_2$  bzw.  $Y_1$  und  $Y_2$  den Abstand  $b$  voneinander haben, so erzeugt jeder einzelne Spalt ein Beugungsbild, das dem vorigen gleich ist.

Außerdem aber treten die beiden parallelen Strahlenbündel  $S_1$  und  $S_2$  miteinander in Interferenz. Wir fallen von  $X_1$  und  $Y_1$  die Lote auf die Strahlenrichtung und nehmen an, daß das von  $X_1$  gefällte Lot auf dem von  $X_2$  ausgehenden Parallelstrahl die Strecke  $X_2Z_1 = k \cdot \frac{\lambda}{2}$  abschneidet. Der Winkel  $\beta$ , unter dem die Strahlenbündel gegen die Achse  $MO$  geneigt sind, wird bestimmt durch die sich aus  $\Delta X_1X_2Z_1$  ergebende Gleichung

$$\sin \beta = \frac{k \cdot \frac{\lambda}{2}}{b}$$

Fig. 979. Beugung durch zwei Spalte.

Wenn  $k$  eine ungerade Zahl ist, so haben die einander entsprechenden Strahlen in  $X_1$  und  $Z_1$  genau entgegengesetzte Phasen; daher löschen sie sich unter Mitwirkung einer Sammellinse ( $K$  in Fig. 974) vollständig aus. Dann sind aber auch alle übrigen Strahlen des Strahlenbündels  $S_1$  in genau entgegengesetzter Phase wie die ihnen entsprechenden Strahlen des Strahlenbündels  $S_2$ ; folglich löschen sich dann alle Strahlen beider Bündel gegenseitig aus und erzeugen ein Helligkeitsminimum.

Ist dagegen  $k$  gerade, so befinden sich alle Strahlen des Strahlenbündels  $S_1$  mit allen entsprechenden Strahlen des Strahlenbündels  $S_2$  in gleichen Schwingungsphasen und erzeugen bei ihrer Vereinigung durch eine Sammellinse ein Helligkeitsmaximum. Die Schwingungswerte verdoppelt sich, die Intensität vervierfacht sich.

Das durch die Zusammenwirkung der beiden Spalte erzeugte Interferenzbild überlagert natürlich das Interferenzbild, das jeder einzelne Spalt erzeugt; und daher beobachtet man, daß das im vorigen Abschnitte besprochene Beugungsbild von einer Reihe heller und dunkler Streifen durchsetzt ist, die durch das Zusammenwirken beider Spalten entstehen.

3. Beugung an vier Spalten. Von den vier durch die Spalte I, II, III und IV (Fig. 980) gebeugten parallelen Strahlenbündeln  $S_1, S_2, S_3$  und  $S_4$  erzeugen  $S_1$  und  $S_2$  Interferenzstreifen, die mit den im vorigen Abschnitte erklärten Streifen identisch sind. Genau dieselben Interferenzstreifen werden von den beiden Strahlenbündeln  $S_3$  und  $S_4$  erzeugt. Diese beiden Paare von Strahlenbündeln summieren demnach ihre Wirkungen. Helligkeitsmaxima entstehen dort, wo der Gangunterschied der einander entsprechenden Strahlen der beiden Strahlenbündel  $S_1$  und  $S_2$  bzw.  $S_3$  und  $S_4$  ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist; für die Helligkeitsmaxima muß also die Größe  $k$  in dem

$$k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Ausdrucke  $\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{2b}$  eine gerade Zahl sein. Vollkommene Auslöschung des Lichtes findet dort statt, wo in demselben Ausdrucke die Größe  $k$  eine ungerade Zahl ist. Wir stellen die Werte für  $\sin \alpha$  tabellarisch zusammen und erhalten:

Helligkeitsmaxima für $\sin \alpha = 0,$	$2 \cdot \frac{\lambda}{2b},$	$4 \cdot \frac{\lambda}{2b},$
$6 \cdot \frac{\lambda}{2b},$	$8 \cdot \frac{\lambda}{2b},$	$\dots \dots \dots$
Dunkelheit für $\sin \alpha = 1 \cdot \frac{\lambda}{2b},$	$3 \cdot \frac{\lambda}{2b},$	
$5 \cdot \frac{\lambda}{2b},$	$7 \cdot \frac{\lambda}{2b},$	$\dots \dots \dots$

Nun interferiert aber außerdem noch das Strahlenbündel  $S_1$  mit  $S_3$  und ebenso  $S_2$  mit  $S_4$ . Diese Strahlenbündel haben nach Fig. 980 den Gangunter-

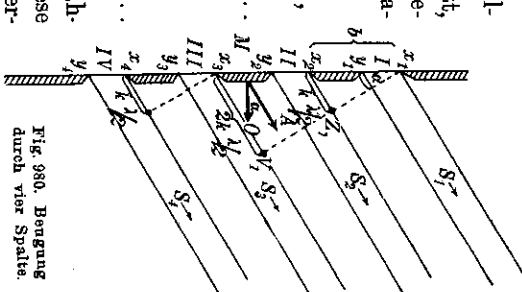


Fig. 980. Beugung durch vier Spalte.



schied  $2k \cdot \frac{1}{2}$ , da das von  $x_1$  auf den entsprechenden Strahl des Strahlenbündels  $S_2$  gefällte Lot von diesem die Strecke  $2k \cdot \frac{1}{2}$  abschneidet. Bei der Interferenz dieser Paare paralleler Strahlenbündel treten demnach Helligkeitsmaxima an denjenigen Stellen auf, an denen  $2k \cdot \frac{1}{2}$  ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist; für die Helligkeitsmaxima muß also  $2k$  eine gerade Zahl sein; folglich muß  $k$  für die Maxima die Werte annehmen:  $0, \frac{1}{2}, \frac{4}{2}, \frac{6}{2}, \frac{8}{2}, \dots$ . Dagegen löschten sich die Strahlenpaare  $S_1$  und  $S_2$ , bzw.  $S_2$  und  $S_4$  dort aus, wo  $2k$  eine ungerade Zahl ist; also muß für die dunklen Stellen  $k$  die Werte annehmen:  $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \dots$ . Daber ergibt sich aus der Gleichung  $\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{b}$  folgende Tabelle:

Helligkeitsmaxima für $\sin \alpha = 0,$	$2 \cdot \frac{\lambda}{4b},$	$4 \cdot \frac{\lambda}{4b},$	$6 \cdot \frac{\lambda}{4b},$	$8 \cdot \frac{\lambda}{4b}, \dots$
Dunkelheit für $\sin \alpha = 1 \cdot \frac{\lambda}{4b},$	$3 \cdot \frac{\lambda}{4b},$	$5 \cdot \frac{\lambda}{4b},$	$7 \cdot \frac{\lambda}{4b}, \dots$	

In Fig. 981 ist schematisch die Lage der Maxima durch kleine Kreise und der dunklen Stellen durch schwarze Flecken angedeutet. Die auf der Geraden 2 angegebenen Stellen deuten die Verteilung an, unter der Voraussetzung, daß nur 2 Spalte vorhanden sind oder daß von mehreren Spalten immer nur je 2 benachbarte interferieren. Die auf der Geraden 4 angegebenen Stellen deuten die Lage der hellen und dunklen Stellen an, unter der Voraussetzung, daß bei mehreren Spalten immer ein Strahlenbündel mit dem übernächsten zur Interferenz kommt, daß die Strahlenbündel aber so wirken, wie es in der obigen Ableitung  $S_1$  und  $S_2$  bzw.  $S_2$  und  $S_4$  tun.

Fig. 981. Intensitätsverteilung der Maxima und Minima bei Beugung durch vier Spalte.

Nun ist klar, daß dort, wo zwei benachbarte Strahlenbündel sich gegenseitig auslöschen, unter allen Umständen Dunkelheit besteht, und daß an dieser Tatsache dadurch nichts geändert werden kann, daß man die Strahlenbündel in irgendeiner anderen Weise zusammenfaßt. Wenn demnach die Gesamtwirkung der vier Spalte bestimmt werden soll, so muß unter allen Umständen dort Dunkelheit herrschen, wo benachbarte Spalte dunkle Interferenzstreifen erzeugen, selbst dann, wenn ein Strahlenbündel durch Zusammenfassung mit den übernächsten ein Helligkeitsmaximum erzeugen würde. (Die beiden durch diese Zusammenfassung sich ergebenden Maxima sind nämlich von entgegen gesetzter Phase, löschen sich also bei Übereinanderlagerung aus.) Dagegen muß ein Helligkeitsmaximum, das durch benachbarte Spalte hervorgerufen wird, dann verstärkt werden, wenn die abwechselnd oder in sonstiger Anwahl zusammengefaßten Spalte an derselben Stelle ein Helligkeitsmaximum hervorruhen.

In Fig. 981 ist nun über der Geraden 2 eine Kurve gezeichnet, die die Intensitätsverteilung des Lichtes bei der Interferenz durch zwei Spalte oder

§ 295. Interferenz paralleler Lichtstrahlen bei einer Beugung parallelen Lichtes 959

durch Paare zweier benachbarter Spalte darstellt. Diese Kurve erreicht natürlich in den schwarzen Punkten die als Abszissenachse dienende Gerade 2 und erhebt sich über den Kreisen auf die größte Höhe.

Über der Geraden 4 ist dann die Intensitätskurve unter der Voraussetzung gezeichnet, daß außerdem auch die Spalte abwechselnd, d. h. so wirken, daß immer ein Spalt mit dem übernächsten zusammengekommen wird. Diese Kurve erreicht die Abszissenachse (4) sowohl dort, wo auf der Geraden 2, wie dort, wo auf der Geraden 4 ein schwarzer Fleck ist. Dort, wo auf beiden Geraden ein Kreis steht, erhebt sich die Kurve auf eine Höhe über die Gerade 4, die doppelt so hoch ist wie die Höhe, über die sich die erste Kurve über die Gerade 2 erhoben hatte. Die letzte Kurve zeigt, daß sich das verstärkte Helligkeitsmaximum steil über den übrigen Punkten der Geraden 4 erhebt.

In der Figur ist die Abnahme der Intensität der Helligkeitsmaxima nach den Seiten nicht berücksichtigt worden. In Wirklichkeit verläuft die einfache Intensitätskurve nicht wie eine Sinuskurve, sondern so wie es in Fig. 978 angedeutet ist; daher müßten in Fig. 981 und ebenso in der nächsten Fig. 982 die seitlichen Maxima bedeutend niedriger gezeichnet werden, als es geschehen ist. Außerdem ist der Einfluß der Beugungsstreifen, die jeder einzelne Spalt hervorruft, nicht dargestellt worden, weil sonst die Figur zu unübersichtlich geworden wäre.

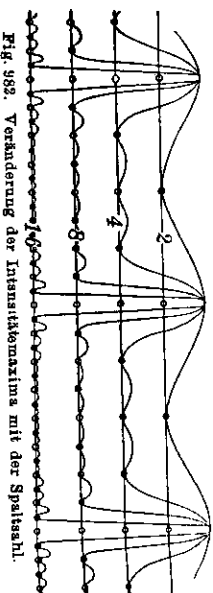


Fig. 982. Veränderung der Intensitätsmaxima mit der Spaltzahl.

4. Beugung durch viele Spalte. Denken wir uns die Zahl der Spalte zuerst auf 8, dann auf 16 und dann immer weiter erhöht, so finden wir die Gesamtwirkung, indem wir die bei vier Spalten gemachten Überlegungen wiederholen. Wir wollen uns mit der Betrachtung des Endergebnisses begnügen, indem wir die in Fig. 981 angeführte Zeichnung weiter für 8 und 16 Spalte ergänzen. So erhalten wir Fig. 982. Aus dieser folgt, daß sich die Intensitätsmaxima durch Vermehrung der Spalte immer höher über die Abszissenachse erheben, und daß sich die zwischen ihnen liegenden Punkte immer mehr der Abszissenachse anschließen. Das geschieht bei Vermehrung der Spalte in immer stärkerem Maße, so daß bei einer sehr großen Spaltzahl scharf begrenzte, sehr schmale und sehr helle Interferenzlinien auf dunklem Grunde entstehen. Der Ort dieser Linien fällt mit der Lage der Maxima bei der Verwendung von nur zwei einander benachbarten Spalten zusammen. Haben demnach zwei einander benachbarte Spalte den Abstand  $b$  (gemessen von der Mitte eines Spaltes bis zur Mitte des benachbarten), so entstehen helle Interferenzlinien an denjenigen Stellen, für die

$$\sin \alpha = 0, \quad 1 \cdot \frac{\lambda}{b}, \quad 2 \cdot \frac{\lambda}{b}, \quad 3 \cdot \frac{\lambda}{b}, \dots \text{ ist.}$$

Die mittlere Interferenzlinie, für die  $\sin \alpha = 0$  ist, liegt an derselben Stelle  $O$ , wo die in Fig. 974 durch  $K$  bezeichnete Sammellinse ein Bild der Lichtquelle  $L$  bilden würde, wenn der beugende Körper  $GG$  nicht vorhanden wäre. Die seitlich dann folgenden heißen Beugungslinien erster, zweiter, dritter, ... Ordnung.

5. Gitter. Eine Vielzahl paralleler, dicht nebeneinander liegender Spalte, die in einem undurchsichtigen Schirme in gleichen Abständen voneinander angebracht sind, heißt ein Beugungsgitter, und der Abstand der Mitten zweier benachbarter Spalte, also die Größe  $b$  in unseren obigen Ableitungen, heißt die Gitterkonstante.

Ein Beugungsgitter wird dadurch hergestellt, daß man entweder in eine Spiegelglasplatte oder in eine ebene, spiegelnde Metallplatte eine Reihe feiner, paralleler Furchen mit dem Diamanten einer Teilmaschine einritz. Das durch die Glasplatte hindurchgehende oder von der Metallplatte reflektierte Licht wird dann an diesen Furchen gebeugt. Durch die zwischen den geritzten Stellen der Glasplatte liegenden Teile, den Balken, geht das Licht wie durch feine Spaltöffnungen hindurch; an den zwischen den Ritzen der spiegelnden Metallplatte liegenden Teilen findet eine regelmäßige Reflexion des Lichtes statt, als ob das Licht von einer Lichtquelle hinter dem Spiegel durch enge Spalte hindurchginge.

Die Herstellung eines Beugungsgitters ist bei Benutzung einer guten Teilmaschine mit größter Genauigkeit ausführbar. Die besten Gitter sind die von Rowland in Baltimore (1882) auf Spiegelmetall hergestellten<sup>1)</sup>, bei denen auf 1 engl. Zoll bis 20000 Linien kommen, so daß der Abstand je zweier benachbarter Linien, die Gitterkonstante,  $b = 0,00127$  mm beträgt. Bei der Anwendung eines so feinen Gitters wird der Winkelabstand der Interferenzstreifen sehr groß, denn für eine bestimmte Lichtwellenlänge  $\lambda$  erhält dann  $\sin \alpha = \frac{\lambda}{b}$  einen großen Wert, weil  $b$  sehr klein ist.

§ 326. Das Beugungsspektrum.

Aus der Gleichung  $\sin \alpha = \frac{n\lambda}{b}$

folgt, daß der Abstand der hellen auf einem Schirme entworfenen Beugungstreifen für kleinere Ablenkungen ungefähr proportional mit der Wellenlänge ist.

In Fig. 983 ist die Lage der 5 ersten Beugungstreifen für blaues Licht mit der Wellenlänge  $\lambda_b = 400$  m  $\mu$  (auf der linken Seite) und für rotes Licht mit der Wellenlänge  $\lambda_r = 700$  m  $\mu$  (auf der rechten Seite) unter Benutzung

1) Sehr gute auf Glas geritzte Gitter wurden von Nobert (Barth in Pommern) hergestellt, der bis 400 Striche auf den mm erzielte. Rowland hatte 3 Teilmaschinengenau; die erste zog selbstständig bis zu 1700 Linien auf den Millimeter, die andere, fehlerfreier, 20000 auf den Zoll, die dritte 16000 oder einen ganzzahligen Teil davon auf den Zoll.

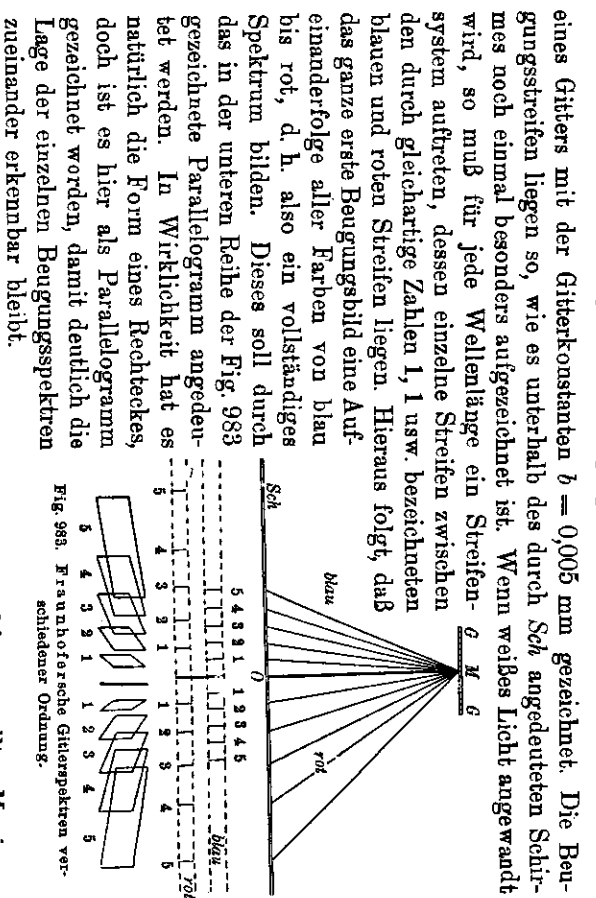


Fig. 983. Franzhoferische Gitterspektren verschiedener Ordnungen.

Das erste Spektrum 1 (auf jeder Seite) ist sowohl vom nullten Maximum wie auch von den anderen vollständig getrennt; es kehrt das blaue Ende nach der Mitte, das rote nach außen. Das Spektrum zweiter Ordnung (2) greift mit seinem roten Ende zum Teil über das blaue Ende des Spektrums dritter Ordnung (3). Das Spektrum dritter Ordnung greift mit seinem roten Ende sogar schon über das Spektrum fünfter Ordnung (5) über. Im Spektrum vierter Ordnung kommt also überhaupt keine reine Farbe mehr vor, da es zum Teil vom dritten, zum Teil vom fünften Spektrum überlagert wird. Diese Überlagerungen treten bei den Spektren höherer Ordnung in noch stärkerem Maße auf; daher erscheint der Schirm in weiterem Abstande von der Mitte, weiß, da er von Strahlen aller Wellenlängen beleuchtet wird.

Zugleich erkennen wir aus der Figur, daß die Spektren um so länger sind, je höher ihre Ordnung ist. Daher sind die einzelnen Farben der Spektren um so mehr voneinander getrennt (aufgelöst), je höher ihre Ordnung ist.

Ferner beachten wir, daß gemäß der obigen Gleichung die durch den Sinus des Winkels gemessenen Abstände der einzelnen Farben proportional mit der Wellenlänge sind. Wenn wir uns demnach auf das erste Spektrum beschränken, so sind hier die Wellenlängen der auf dem Schirme sich entziehenden Farben dem Abstände vom nullten Beugungstreifen proportional. Kennen wir die Wellenlänge irgendeiner Farbe und bringen wir auf dem Schirme eine proportionale Teilung an, deren Nullpunkt bei  $O$  liegt, so können wir an ihr auch sofort alle übrigen Wellenlängen ablesen. Ein Spektrum dieser Art heißt ein normales Spektrum. Die Beugungsspektren sind demnach normale Spektren.

Erzeugen wir ein Beugungsspektrum mit Sonnenlicht, so treten natürlich auch die Fraunhofersehen Linien<sup>1)</sup> auf. In Fig. 984 auf Tafel II sind zwei Spektren übereinander abgebildet, von denen das obere ein durch ein Flintglasprisma erzeugtes Dispersionspektrum, das untere ein normales Beugungsspektrum ist. Besonders hervorzuheben ist hierbei, daß im Dispersionspektrum das blaue Ende viel länger auseinandergezogen ist als im normalen Spektrum, während am roten Ende die Farben viel zu eng nebeneinander liegen. In den Spektren der Figur 918 von Tafel II sind die Wellenlängen der Farben in  $m \mu$  als Einheit eingetragen. Die Zahlen, welche die Abstände von 50  $m \mu$  bezeichnen, rücken nach dem blauen Ende des Spektrums hin weiter und weiter auseinander. Auch daran können wir erkennen, in wie starker Weise bei einem Dispersionspektrum die Farbenzerstreuung mit abnehmender Wellenlänge wächst; bei einem Beugungsspektrum würden die Zahlen annähernd gleichmäßig über das Spektrum verteilt sein.

Die Fraunhofersehen Linien, ebenso wie die einzelnen Spektrallinien, die beispielsweise durch glühende Gase erzeugt werden, sind um so schmaler, erscheinen also um so mehr voneinander getrennt, je schmaler die Maxima in Fig. 982 sind. Wir wissen nun, daß mit Vergrößerung der Spaltzahl die Breite der Maxima kleiner und ihre Höhe größer wird. Die Helligkeit wächst mit dem Quadrate der Strichzahl. Hieraus folgt, daß das Anflösungsvermögen eines Beugungsgitters um so größer ist, je größer die Gesamtstrichzahl des Gitters ist. Aus diesem Grunde sind die Rowland'schen Gitter, auf denen bis zu 110000 Linien gezogen sind, zur Feinzerlegung der Spektrallinien in hohem Grade geeignet. Zur Trennung der Doppellinie  $D$  (§ 309) des Natriumlichtes bedarf man eines Gitters von mindestens 500 Strichen, wenn man im Spektrum zweiter Ordnung beobachtet.

§ 327. Gitterspektroskope.

In Fig. 985 ist der Aufbau eines Spektroskopes skizziert, mit dem die Spektren untersucht werden können. Der Apparat besteht aus einem Spaltrohre, dessen Spalt  $Sp$  Licht von der zu untersuchenden Lichtquelle erhält. Die Lichtstrahlen werden dann durch die Kollimatorlinse  $B$  parallel gemacht und treffen auf das Glasgitter  $GG$ . Die Lage des nullten Beugungsbildes ist durch den bei  $O$  gezeichneten Pfeil angedeutet. Das Licht mit der Wellenlänge  $\lambda$  erfährt die durch die Gleichung

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{b}$$

bestimmte Beugung, und unter dem Winkel  $\alpha$  treten parallele Lichtstrahlen aus, die das erste Beugungsbild in der Brennebene des Beobachtungsferrnrohres bei  $A$  erzeugen. Dieses wird durch das Okular  $C$  des Fernrohres beobachtet.

1) Sie sind 1823 mit Hilfe von Gittern zum ersten Male der Wellenlänge nach durch Fraunhofer gemessen worden.

Man kann nun bei  $A$  auf der Blende des Fernrohres unmittelbar eine Wellenlängenskala anbringen und die Wellenlänge ablesen.

Will man das Spektrum fotografieren, so braucht man das Fernrohr nur durch einen auf Unendlich eingestellten photographischen Apparat zu ersetzen. Die photographische Aufnahme wendet man besonders dann an, wenn man Teile des Spektrums untersuchen will, die außerhalb des sichtbaren Gebietes liegen.

Die Lichtstrahlen werden bei ihrem Durchgange durch Glas teilweise absorbiert. In hohem Grade werden die ultravioletten (§ 360) Strahlen verschluckt. Will man daher diese Teile eines Spektrums untersuchen, so kann man weder Glaslinsen noch Glasgitter anwenden.

Für diese Untersuchung sind die Rowland'schen konkaven Reflexionsgitter ganz besonders geeignet, da sie durch Reflexion unmittelbar

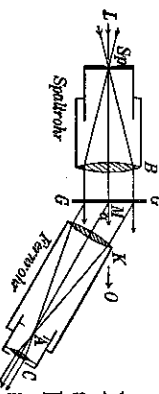


Fig. 985. Spektroapparat mit Gitter.

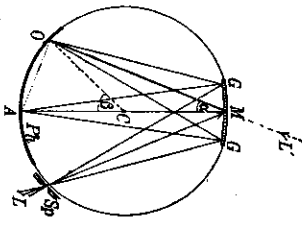


Fig. 986. Anordnung eines Rowland'schen Konkavgitters.

ein scharfes Bild des Spektrums erzeugen. Diese Konkavgitter bedürfen einer besonderen Aufstellung, deren Wesen durch Fig. 986 angedeutet ist. Hier bedeutet  $GG$  das Konkavgitter,  $A$  ist sein Krümmungsmittelpunkt;  $A$  ist demnach sein eigenes, durch den Hohlspiegel  $GG$  erzeugtes Bild. Über  $AM$  als Durchmesser ist ein Kreis mit dem Mittelpunkt  $C$  gezeichnet worden. Auf dem Umfange dieses Kreises in  $Sp$  ist ein Spalt angebracht, der durch die zu untersuchende Lichtquelle  $L$  beleuchtet wird. Die von hier ausgehenden und den Hohlspiegel  $GG$  treffenden Lichtstrahlen erzeugen ein Bild des Spaltes in  $O$ . Der Punkt  $O$  wird also so beleuchtet, als ob eine in  $L$  befindliche Lichtquelle ihre Strahlen durch das Gitter  $GG$  senden würde, daher kann man  $O$  als nulles Beugungsspektrum ansehen. Das Spektrum erster Ordnung  $A$  liegt nun so, daß

$$\sin OMA = \sin \alpha = \frac{\lambda}{b}$$

ist. Nun ist  $\sphericalangle AOM$  ein Rechter, also ist auch

$$\sin OMA = \frac{AO}{AM} = \frac{AO}{R},$$

wenn  $R$  der Krümmungshalbmesser des Konkavgitters ist. Aus den beiden Gleichungen folgt

$$\frac{AO}{R} = \frac{\lambda}{b}, \text{ also } AO = \lambda \cdot \frac{R}{b}.$$

Hieraus folgt demnach, daß die Strecke  $AO$  proportional mit der Wellenlänge  $\lambda$  ist. Denkt man sich nun  $AO$  durch den Bogen des Kreises ersetzt, so ergibt sich, daß man auf dem Kreise unmittelbar eine Wellenlängenskala anbringen kann, daß also in  $A$  ein normales Beugungsspektrum

entsteht. Man bringt nun bei  $A$  eine gekrümmte photographische Platte  $Ph$  an und erhält auf dieser unmittelbar das normale Spektrum der Lichtquelle  $L$  und Vernachlässigungen; aber bei strenger Durchführung der Rechnung erhält man dasselbe Ergebnis, daß nämlich bei der angegebenen Anstellung in  $A$  ein scharfes normales Beugungsspektrum entsteht.

Das Michelson'sche Stufengitter. Aus den im Anschlusse an Fig. 983 gemachten Überlegungen folgt, daß die Beugungsspektren höherer Ordnung weiter ausgedehnt sind als diejenigen niedriger Ordnung, daher müssen sie auch ein stärkeres Auflösungsvermögen haben.

Nun sind aber die Beugungsspektren höherer Ordnung sehr lichtschwach; ferner liegen sie, wenn man Beugungsgitter mit einer großen Spaltzahl und mit kleiner Gitterkonstante verwendet, sehr weit seitlich. Bei einem Rowland'schen Gitter kommt das dritte Spektrum überhaupt gar nicht mehr zustande, weil der Ausdruck

$\sin \alpha = n \cdot \frac{\lambda}{b}$  für  $n = 3$  einen Wert ergibt, der größer als Eins ist. An diesen beiden Hindernissen scheitert die Ausnutzung der Beugungsgitter höherer Ordnung. Von der Überlegung ausgehend, daß die Beugungsspektren höherer Ordnung durch Strahlenbündel mit großem Gangunterschiede

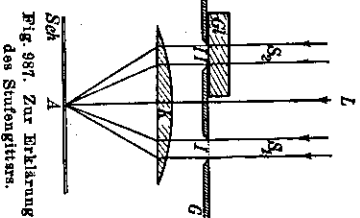


Fig. 987. Zur Erklärung des Stufengitters.

erzeugt werden, hat Michelson das Stufengitter hergestellt.

Zum Verständnisse beachten wir zuerst 987. Hier bedeuten I und II zwei Beugungsspalte in dem undurchsichtigen Schirme  $G$ . Wenn zwei von der unendlich fernen Lichtquelle  $L$  ausgehende parallele Strahlenbündel  $S_1$  und  $S_2$  durch die Spalte I und II gehen, so werden sie durch die Sammellinse  $K$  auf dem Schirme  $Sc$  zu dem nullten Beugungsbilde in  $A$  vereinigt. Legt man nun aber auf den Spalt II die planparallele Glasplatte  $G_1$ , deren Dicke  $d$  sein möge, so erfährt die Phase des Strahlenbündels  $S_2$  eine Verzögerung um den Betrag  $\Delta w = d(n - 1)$ , wenn  $n$  das Brechungsverhältnis des Glases ist. In  $A$  kommen nunmehr zwei parallele Strahlenbündel mit der Gangdifferenz  $\Delta w$  zur Interferenz und erzeugen hier ein Bild, das durchaus mit einem Beugungsbilde hoher Ordnung übereinstimmt.

Michelson hat dieses Verhalten in seinem durch Fig. 988 skizzierten Stufengitter  $St$  angewandt. Dieses besteht aus mehreren übereinander geschichteten Glasplatten I, II, III... von möglichst genau gleicher Dicke, von denen aber jedes gegen das vorhergehende um denselben kleinen Betrag zurücksteht. Hierdurch erfährt nun jedes der von  $L$  ausgehenden parallelen Strahlen-

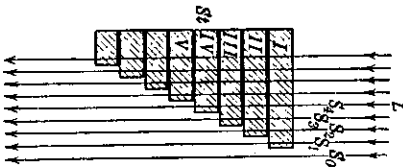


Fig. 988. Michelson'sches scharfes Glasplattensetz.

bündel eine Gangverzögerung, die der Dicke der durchlaufenden Glasscheibe entspricht. So treten dann die Strahlenbündel mit gleichen Gangdifferenzen aus. Werden sie durch eine Sammellinse vereinigt, so entsteht ein lichtstärkes Interferenzbild, das einem Beugungsspektrum von sehr hoher Ordnungszahl gleich ist.

Das Michelson'sche Stufengitter besitzt demnach ein hohes Auflösungsvermögen.

§ 328. Stehende Lichtwellen.

Es ist früher (§ 220) dargelegt worden, wie durch Übereinanderlagerung eines ankommenden und eines reflektierten Wellenzuges sich eine stehende Welle ausbilden muß. Solche stehende Wellen spielen in der Lehre vom Schalle eine wesentliche Rolle und dienen im Kundtschen Versuche (S. 716, § 237) zur Bestimmung der Wellenlänge eines bestimmten Tones. Der Abstand zweier Knotenstellen ist eine halbe Wellenlänge. Durch die Interferenzeinscheinungen des Lichtes ist die Wellennatur des Lichtes klargestellt. Trifft daher ein Lichtstrahl auf einen sehr gut reflektierenden Spiegel und wird an ihm zurückgeworfen, so müssen in dem Raume unmittelbar vor dem Spiegel stehende Lichtwellen vorhanden sein. Bei parallel einfallendem Lichte, dessen Wellenfläche also eine Ebene ist, müssen alle Knotenstellen und ebenso alle Bauchstellen ebenfalls in Ebenen liegen, die der Spiegelebene parallel sind. Der Abstand zweier aufeinanderfolgenden Knotenebenen muß eine halbe Wellenlänge der angewandten Lichtart sein; die Knotenebenen folgen also in außerordentlich kleinen Abständen aufeinander.

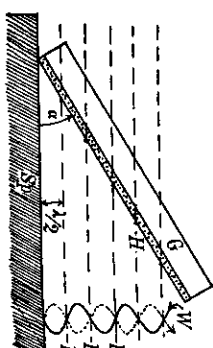


Fig. 328. Wienersche Streifen.

Es ist nun O. Wiener<sup>1)</sup> (1890) gelungen, solche stehenden Lichtwellen nachzuweisen. Er brachte vor einen sehr guten Metallspiegel  $Sp$  (Fig. 989) ein auf einer Glasplatte  $G$  aufliegendes lichtempfindliches Chlorsilberkollodiumhäutchen  $H$  von der außerordentlich geringen Dicke von 0,000 02 mm, d. i. etwa  $\frac{1}{50}$  Lichtwellenlänge. Das Häutchen bildete dabei mit dem Metallspiegel einen äußerst kleinen Winkel  $\alpha$ . Die von dem einfallenden und reflektierten Wellenzuge (durch  $W$  angedeutet) parallelen Lichtes erzeugten Knotenebenen  $K$  werden dann von dem Häutchen in geraden Linien gleichen Abstandes geschnitten. Da der gegenseitige Abstand der Knotenebenen  $\frac{\lambda}{2}$  ist, müssen diese Schnittlinien der Ebenen mit dem Häutchen um  $\frac{\lambda}{2} \sin \alpha$  auseinanderliegen, also desto weiter, je kleiner  $\alpha$  ist. Wurde nun die Anordnung durch einfarbiges, homogenes, intensives Licht beleuchtet, und dann die photographische Platte entwickelt, so zeigten sich auf dem Lichtbilde in

1) O. Wiener, geb. 1862, o. Prof. in Leipzig.

1) S. S. 932.

der Tat Linien in dem verlangten Abstände. Einerseits kann also überhaupt mit einem so dünnen Häutchen noch eine photographische Wirkung erzielt werden, andererseits zeigt der Versuch in den Knoten- und Bauchstellen der stehenden Lichtwelle eine Verschiedenheit der photographischen Wirkung. Nehmen wir nun als naheliegend an, daß die photochemische Wirkung des Lichtvektors in den Bauchstellen seinen größten Wert hat, so entsprechen die geschwärtzten Linien der Schicht den Bauchstellen, während zwischen ihnen die klaren Stellen der entwickelten und fixierten Platte den Knoten-ebenen zugehören. Im Wienerschen Versuche hatte nun die erste Schwärzungsstelle vom Spiegel den Abstand  $\frac{\lambda}{4}$ . Somit muß die Spiegelebene selbst eine Knotenebene des Lichtvektors sein. Das ist ein Ergebnis von großer theoretischer Bedeutung. Es lehrt, daß der photographisch wirksame Lichtvektor bei der Reflexion an Metallflächen eine Phasenumkehr erfährt; es verhält sich der photographische Lichtvektor also bei der Reflexion so wie die periodische Bewegung einer Schallwelle an einer festen Wand.

### § 329. Die Lippmannschen Photographien in natürlichen Farben.

Um Photographien zu erhalten, welche im Lichtbilde die natürlichen Farben des abgebildeten Gegenstandes zeigen, verfährt man nach Lippmann<sup>1)</sup> (1891) folgendermaßen: Man legt eine photographische Platte mit einer durchsichtigen, korrosions-, jod- und bromsilberhaltigen Kollodiumaluminiumschicht mit der Schichtseite auf eine Quecksilberoberfläche und entwirft durch die Glassseite der Platte hindurch auf dieser Schicht mit Hilfe einer photographischen Linse ein möglichst lichtstarkes Bild des farbigen Gegenstandes. Nach dem Entwickeln und Fixieren der Platte erblickt man dann in der Aufsicht ein Bild in den ungefähren natürlichen Farben. Diese Farben ändern sich desto mehr nach dem blauen Ende des Spektrums hin, je schiefier man gegen das Bild blickt; umgekehrt „errötet“ das Bild beim Quellen der silberhaltigen Schicht, z. B. beim Anhauchen.

Zur Erklärung der Farben erinnern wir uns, daß sich beim Belichten, wie beim Wienerschen Versuche, an der spiegelnden Quecksilberoberfläche innerhalb der photographischen Schicht stehende Wellen bilden. In deren Wellenbüschen erfolgt der photochemisch wirksame Vorgang der Bildung von Silberkörnchen, während in den Knotenebenen Silber nicht gebildet wird. Nach dem Entwickeln und Fixieren sind also die Silberkörnchen in Ebenen angeordnet, deren gegenseitiger Abstand (bei senkrechtem Lichteinfall während der Belichtung)  $\frac{\lambda}{2}$  ist. In der Tat hat man diese Ebenen nachweisen können. Es wurden Aufnahmen in langwelligem roten homogenen Lichte gemacht (mit sensibilisierten Platten), die entwickelte Schicht dann quer durchschnitten und von dem Querschnitte mikroskopische Dünnschnitte angefertigt. Diese

1) Gabriel Lippmann, geb. 1845, gebürtiger Luxemburger, studierte 1872–74 in Heidelberg, sonst meist in Paris, Prof. der Phys. in Paris, erhielt 1908 den Nobelpreis.

wurden bei stärkster Vergrößerung in kurzwelligem, blauem Lichte photographiert (Neuhauß 1898). Das Photographum läßt dann deutlich die Streifung des Querschnittes erkennen, die von den Schichten der Silberkörnchen herrührt.

Die Entstehung des farbigen Bildes in der Aufsicht erklärt sich nun durch einen Interferenzvorgang, der von den bisher besprochenen etwas abweicht. Ein jedes in der Schicht eingelagerte Silberkörnchen gibt zu einer Lichtbeugung Anlaß, so daß kohärente Strahlen des einfallenden Lichtes nach allen Richtungen abgelenkt werden. Es falle nun auf eine Schichtenfolge des Abstandes  $\alpha$  der Ebenen, die wir auch als Ebenengitter bezeichnen wollen, ein paralleles Lichtbündel unter dem Neigungswinkel  $\alpha$  (Fig. 990) gegen die Ebenen auf. Dann findet an den regelmäßig oder unregelmäßig eingelagerten Silberkörnchen der Ebenen Beugung statt. Die größte Lichtwirkung einer einzelnen Ebene wird (§ 332, Fig. 996) wegen der gleichen Phase der einzelnen Strahlen in der Richtung des nach dem gewöhnlichen Reflexionsgesetzes reflektierten Strahles liegen. Fassen wir nun zwei aufeinanderfolgende Ebenen ins Auge, die von zwei parallelen Strahlen in den Endpunkten des Abstandes  $A_0A_1 = \alpha$  getroffen werden, so findet für beide diese Spiegelung statt. Im Lichtbündel, welches aus den Ebenen wieder austritt, hat dann aber der zweite Strahl gegen den ersten eine Phasenverzögerung von  $BA_1 + A_1C = 2A_1C = 2A_0A_1 \sin \alpha = 2\alpha \sin \alpha$ . Die zu den Strahlen normalen Wellenflächen werden sich also durch Interferenz nur dann nicht stören, wenn diese Phasendifferenz ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist. Die „Reflexion“ der Schichtenfolge, des Ebenengitters, muß somit bevorzugte Bündelungswinkel (Glanzwinkel) aufweisen, unter denen ein einfallendes Bündel mit besonderer Stärke regelmäßig zurückgeworfen wird. Für diese Winkel gilt die Gleichung

$$2\alpha \cdot \sin \alpha = n \cdot \lambda.$$

Hierin ist wieder  $n = 0, 1, 2, \dots$  zu setzen. Die Gleichung ist identisch mit der Beugungsgleichung für ein Strichgitter (§ 326) der Gitterkonstanten  $2\alpha$  bei normalem Lichteinfall zum Strichgitter, wenn dessen Ebene senkrecht zum Ebenengitter stände. Fällt also auf eine Lippmannsche Photographie ein Bündel inhomogenen weißen Lichtes, so wird hauptsächlich nur die Lichtart zurückgeworfen, deren Wellenlänge dem obigen „Reflexionsgesetz“ gehorcht. Der reflektierte Strahl ist farbig, allerdings nicht ganz spektral rein. Mit wachsendem  $\alpha$  wächst  $\lambda$ ; bei starker Betrachtung der Photographie ändert sich die beobachtete Farbe mehr nach Rot. Dreht man bei festgehaltenem einfallenden Strahle das Ebenengitter um eine zur Reflexionsebene senkrechte Achse, so muß der reflektierte Strahl alle Farben durchlaufen, und zwar die Spektren der verschiedenen aufeinanderfolgenden Ordnungen. Die Helligkeit ist wie beim Liniengitter am größten bei kleinster Ordnungszahl, also für  $n = 1$ .

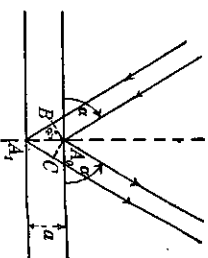


Fig. 990. Reflexion an dünnen Häutchen.

Ist insbesondere  $\alpha = \frac{\lambda}{2}$ , wie wir voraussetzen, so wird die Gleichung nur erfüllt durch  $n = 1$  und  $\alpha = 90^\circ$ . Bei senkrechter Aufsicht muß das reflektierte Licht also die Farbe zeigen, welches bei der Photographie an der betrachteten Stelle wirksam war. Wird durch Quelle  $\alpha$  vergrößert, so muß bei demselben Winkel  $\alpha$  die Wellenlänge des reflektierten Lichtes entsprechend vergrößert werden.

Interferenzerscheinungen an Ebenengittern nach Art dieser Interferenzen sind bedeutungsvoll geworden bei der Erklärung der Interferenzerscheinungen von Röntgenstrahlen durch Kristalle und haben allein ermöglicht, die Natur der Röntgenstrahlen als einer Lichtart kleinster Wellenlänge erkennen zu lassen (Bd. II).

§ 330. Einfluß der Beugung auf die Bilderzeugung durch Linsen.

Das Fernrohr. Jede Linsenfassung wirkt als beugende Öffnung, so wie es in den Fig. 965 und 966 dargestellt worden ist. Fallen parallele Lichtstrahlen auf die Linse, so gilt für die Wirkung einer Linse mit ihrer Fassung die schematische Fig. 974. Da die Sammellinse  $K$  mit dem beugenden Körper  $G$  zusammenfällt, so erhalten wir als vereinfachtes

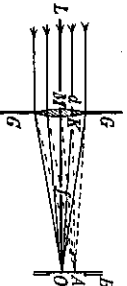


Fig. 991. Beugungsbilder der Objektivfassung.

Schema die Fig. 991. Nach den Lehren der geometrischen Optik vereinigt die Sammellinse  $K$  alle parallelen Strahlen  $L$  im Brennpunkte  $O$ . Berücksichtigen wir aber die Beugung des Lichtes an der Öffnung, so finden wir, daß in dem seitlich von  $O$  gelegenen Punkte  $A$  Lichtwellen von verschiedener Phase zusammentreffen, die Lichtmaxima und Lichtminima erzeugen können.

Beträgt der Halbmesser der Linsenfassung  $d$ , die Brennweite  $f$ , die Lichtwellenlänge  $\lambda$ , so ist der Halbmesser des ersten dunklen Beugungsringes  $\delta = 0,61 \cdot \frac{\lambda}{d} = 0,61 \cdot \lambda : f$ . Solange die relative Öffnung  $\frac{d}{\lambda}$  der Linse groß ist, wird  $\delta$  nur klein; folglich liegen dann die Beugungskreise dem geometrischen Brennpunkte sehr nahe, und sie werden gewöhnlich gar nicht beobachtet. Wenn aber die Brennweite  $f$  sehr groß ist, so können die Beugungskreise die Bildscharfe im Brennpunkte verschlechtern. Das wird man besonders dann sehen, wenn man die Brennebene mit starker Vergrößerung beobachtet.

In einem Fernrohre benutzt man ein Objektiv von großer Brennweite. Es erzeugt von unendlich fernem Gegenstandspunkten reelle Bildpunkte in der Blendebene ( $B$ ) des Fernrohres, die mit einem stark ver-

1) Die Gleichung ist bis auf den Faktor 0,61 identisch mit der Beugungsgleichung für einen Spalt (§. 366); der Faktor 0,61 folgt aus der strengen Theorie der Beugung von parallelem Licht an kreisförmigen Öffnungen. Für paralleles Licht ist die Öffnung des einfallenden Lichtbündels immer kleiner, als die erste Fresnel'sche Elementarzone verlangt; in der Mitte der Beugungshgure ist daher ein heller Lichtfleck, das Beugungsscheibchen (§ 324, 1., Fig. 966 links).

größeren Okulare beobachtet werden. Wenn nun zwei Bildpunkte in der Blendebene des Fernrohres einander so nahe liegen, daß die innersten hellen Beugungsscheibchen (Fig. 966 links) ineinander verschmelzen, so können die Bildpunkte nicht mehr getrennt wahrgenommen werden. Wenn also beispielsweise zwei mit einem Fernrohre beobachtete Sterne einander sehr nahe stehen, so wird das Fernrohr die Sterne nur dann noch „auflösen“ können, wenn der Halbmesser des ersten dunklen Beugungskreises  $\delta = 0,61 \lambda : f$  kleiner ist als der Abstand der Bilder der Sterne voneinander. Ist der Winkelabstand der beiden Sterne  $\varphi$ , so ist der Abstand ihrer Bilder — bzw. der Mitte der ihnen entsprechenden Beugungsscheibchen —  $f \cdot \text{tg } \varphi = f \cdot \varphi$ . Es muß also  $0,61 \cdot \lambda : f \leq f \cdot \varphi$  oder  $\frac{0,61 \cdot \lambda}{d} \leq \varphi$  sein. Aus diesem Grunde muß die Öffnung  $d$  des Fernrohrobjektivs genügend groß sein. Hieraus folgt, daß das Objektiv eines Fernrohres mit großer Objektivbrennweite auch einen großen Durchmesser haben muß, damit sein großes Auflösungsvermögen erreicht wird. Die Okularvergrößerung kann das Auflösungsvermögen eines Fernrohres nicht steigern; man erhält durch eine zu starke Okularvergrößerung nur eine „leere Vergrößerung“ ohne weitere Einzelheiten. Ein Fernrohr von 20 cm Objektivdurchmesser vermag noch zwei Sterne vom Winkelabstande 0,6" getrennt sichtbar zu machen (§ 296); das Auflösungsvermögen in bezug auf Winkelabstände ist dem Durchmesser der Objektivlinse proportional, von ihrer Brennweite und damit von der Vergrößerung des Fernrohres aber unabhängig. — Die größte Empfindlichkeit einer photographischen Platte liegt im allgemeinen bei kleineren Wellenlängen  $\lambda$  als die größte Lichteempfindlichkeit des Auges (§ 364). Daher muß eine photographische Aufnahme von Doppelsternen ein höheres Auflösungsvermögen gewährleisten als eine Beobachtung mit dem Auge.

Das Mikroskop. Der Einfluß der Lichtbeugung auf die Bilderzeugung im Mikroskope ist dadurch verursacht, daß die mikroskopischen Objekte nicht selbstleuchtend sind, sondern daß sie erst durch Beleuchtung mit einer fremden Lichtquelle (meistens im durchfallenden Lichte) sichtbar werden. Die Aufeinanderfolge von durchsichtigen und undurchsichtigen Stellen im mikroskopischen Objekte wirkt dann wie ein Beugungsgitter.

Um die Vorgänge bei der Bilderzeugung im Mikroskope auseinanderzusetzen, legen wir Fig. 992 zugrunde. Wir wollen annehmen, daß als mikroskopisches Objekt ein Beugungsgitter  $GG$  mit der Gitterkonstanten  $d$  dient, das durch das parallele Lichtstrahlenbündel  $L$  beleuchtet wird. Dann treten genau dieselben Verhältnisse wie bei der schematischen Fig. 974 auf: In der Brennebene  $FF$  der Sammellinse  $K$  (des Mikroskopobjektivs) entstehen Beugungstreifen, deren nulles Maximum  $O$  und deren erstes seitliches Maximum  $A$ ,

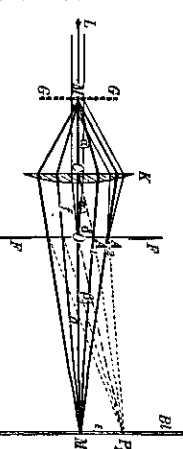


Fig. 992. Zur Abbildung des Mikroskops.

sein möge. Wir setzen die Brennweite  $CO = f$ , ferner den Abstand des ersten seitlichen Maximums  $OA_1 = \delta$ . Dann ist nach § 325  $\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$ . Nehmen wir ferner zur Vereinfachung an, daß wir  $\sin \alpha$  mit  $\operatorname{tg} \alpha$  vertauschen dürfen, so können wir  $\sin \alpha$  durch  $\frac{\delta}{f}$  ersetzen, und erhalten

$$\frac{\delta}{f} = \frac{\lambda}{d}, \quad \text{also} \quad \delta = f \cdot \frac{\lambda}{d}.$$

Die Aufeinanderfolge der Beugungstreifen  $O, A_1, A_2, \dots$  wirkt aber für den hinter der Brennweite  $FF$  (in der Figur rechts hiervon) liegenden Bildraum selbst wie ein Gitter mit der Gitterkonstanten  $\delta$ , d. h. jeder Beugungstreifen ist Ausgang eines kohärenten Wellensystems. Nun konvergieren infolge der Wirkung der Sammellinse  $K$  alle Hauptstrahlen in  $M'$ , dem  $M$  zugeordneten reellen Bildpunkte; daher müssen in der durch  $M'$  gelegten Ebene  $B'$  auch die sekundären, d. h. die von den Gitterpunkten  $O, A_1, A_2, \dots$  herrührenden Beugungstreifen entstehen. Es sei der erste seitliche Beugungstreifen  $P_1$ . Wir setzen noch  $\angle P_1 O M' = \beta$ ,  $M' P_1 = \varepsilon$  und  $OM' = a$ ; ferner nehmen wir wieder an, daß  $\beta$  so klein ist, daß wir den Sinus des Winkels durch die Tangente ersetzen können. Nach § 325 liegt das erste seitliche Maximum  $P_1$  so, daß  $\sin \beta = \frac{\lambda}{\delta}$  ist. Ersetzen wir nun noch  $\sin \beta$  durch  $\frac{\varepsilon}{a}$ , so wird

$$\frac{\varepsilon}{a} = \frac{\lambda}{\delta}, \quad \text{also} \quad \varepsilon = a \cdot \frac{\lambda}{\delta}.$$

In diesen Ausdruck setzen wir den oben berechneten Wert für  $\delta$  ein und erhalten dann

$$\varepsilon = \frac{a}{f} \cdot d.$$

Wir erhalten so als erstes wichtiges Ergebnis, daß das auf der Ebene  $B'$  erzeugte sekundäre Beugungsbild von der Wellenlänge  $\lambda$  gänzlich unabhängig ist; daher können wir zur Beleuchtung des mikroskopischen Objektes Licht beliebiger Wellenlänge, also auch weißes Licht benutzen.

Ferner ergibt sich, daß der Abstand des ersten hellen Beugungstreifens proportional der Gitterkonstanten  $d$ , also dem Abstände der Gitterstriche auf dem mikroskopischen Objekte  $GG$  ist; dasselbe gilt für jeden anderen Beugungstreifen auf der Ebene  $B'$ . Das Beugungsbild auf der Ebene  $B'$  ist demnach ein dem mikroskopischen Objekte ähnliches Bild. Die Vergrößerung beträgt  $V = \frac{\varepsilon}{d} = \frac{a}{f}$ . Das ist aber, vom Vorzeichen abgesehen, derselbe Quotient, den wir nach den Lehren der geometrischen Optik in § 284, 285 und 290 erhalten haben.

Wir erfahren demnach, daß das auf Grund der Lehre von der Beugung des Lichtes abgeleitete reelle Bild des mikroskopischen Objektes mit dem Bilde übereinstimmt, dessen Lage und Größe wir in § 276 mittels der geometrischen Optik abgeleitet haben. Aber wir ersen zugleich, daß sich das sekundäre Beugungsbild in  $B'$  nur dann bilden kann, wenn das primäre Beugungsbild in der Brennebene  $FF$  vorher entstanden war. Dieses kann aber

nur dann vollständig zustande kommen, wenn nicht nur das der Achse  $MM'$  parallele, auffallende Licht, sondern auch das ganze von  $GG$  ausgehende abgeugte Licht in das Mikroskopobjektiv eintreten kann. Nun entsteht das sekundäre Beugungsbild auf der Ebene  $B'$  der Größe nach schon dann, wenn außer dem nullten Maximum  $O$  des primären Beugungsbildes die beiden ersten seitlichen Maxima vorhanden sind, denn dadurch ist die Gitterkonstante des sekundären Gitters bestimmt (§. 956). Hieraus folgt als äußerste Grenzbedingung für die Entstehung eines dem Objekte  $GG$  ähnlichen Beugungsbildes auf der Ebene  $B'$  die Bedingung, daß mindestens das von  $M$  ausgehende erste seitliche Strahlenbündel mit dem Ablenkungswinkel  $\alpha$  noch in das Mikroskop eintreten kann. Das ergibt: Zur ähnlichen Abbildung eines Gitters von Strichabstände  $d$  muß bei einem Trockensysteme die Apertur des Mikroskopobjektives größer sein als ein Winkel  $\alpha$ , der bestimmt ist durch die Gleichung  $\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$ .

In einem Mittel vom Brechungsverhältnisse  $n$  ist die Wellenlänge einer Lichtart im Verhältnisse  $\frac{1}{n}$  verkürzt (§ 331). Finden innerhalb des Mittels Beugungsvorgänge statt, so ist daher der Neigungswinkel für das erste Lichtmaximum bestimmt durch  $\sin \alpha = \frac{\lambda}{n d}$  oder  $\frac{\lambda}{d} = n \cdot \sin \alpha$ . Nun liegt bei Mikroskopen mit Immersionssystemen (§ 300, 9.) das Objekt in einer Flüssigkeit, welche den Raum bis zur Objektivlinse erfüllt. Daher gilt für diese Mikroskope allgemeiner, daß zwei feine Linien vom Abstände  $d$  noch getrennt werden können, wenn  $n \cdot \sin \alpha$  mindestens gleich  $\frac{\lambda}{d}$  ist. Von E. Abbe wurde das Produkt  $n \cdot \sin \alpha$  die numerische Apertur genannt. Bezeichnen wir die numerische Apertur mit  $A$ , so erhalten wir den allgemeinen Satz:

*Feine Striche des Abstandes  $d$  können noch mit einem Mikroskope bei senkrecht durchfallendem Lichte getrennt beobachtet werden, wenn  $d \geq \frac{\lambda}{A}$  ist.*

Um also die Leistungsfähigkeit oder das Auflösungsvermögen (§ 300, 10.) eines Mikroskopes zu steigern, gibt es zwei Wege. 1. Man kann Licht zur Beleuchtung benutzen, das dem violetten Ende des Spektrums nahe liegt oder das sogar schon im ultravioletten (§ 360) Teile des Spektrums liegt. In diesem Falle muß man alle Mikroskoplinsen aus ultraviolett durchlässigem Glase oder am besten aus Quarz und Flußspat herstellen und das Mikroskopbild photographisch aufnehmen. 2. Man steigert die numerische Apertur dadurch, daß man zwischen das Objekt und das Objektiv einen Körper von hohem Brechungsverhältnisse  $n$  bringt. Die größte erreichte numerische Apertur bei Immersionssystemen hat etwa den Wert 1,6. 3. Man kann beides 1) u. 2) anwenden, wie in der mikrophotographischen Einrichtung für ultravioleltes Licht von A. Köhler.<sup>1)</sup>

Bei seitlicher Beleuchtung des mikroskopischen Objektes kann man es dahin bringen, daß das nullte Maximum des Beugungsbildes noch eben durch

1) A. Köhler, wissenschaftl. Mitarbeiter der optischen Werkstätten von Zeiss u. Gen. in Jena.

den einen Rand des Objektivs geht; dann hat man für das erste seitliche Maximum die ganze Objektöffnung zur Verfügung. Daraus folgt, daß man durch seitliche Belichtung das Auflösungsvermögen auf den doppelten Betrag von dem bringen kann, den das Mikroskop bei gerade durchfallender Belichtung hat. In diesem Falle ist also die Grenze des Auflösungsvermögens  $d = \frac{\lambda}{2}$ . Setzen wir hierin  $\lambda = 0,5 \mu$  als mittlere Wellenlänge des sichtbaren Spektrums,  $d = 1,6$ , so würde folgen  $d = 0,16 \mu$ . Ein Abstand von 0,00016 mm ist also der kleinste mit dem Mikroskope noch wahrnehmbare Abstand zweier Punkte, der nur noch, aber unbedeutend, durch photographische Beobachtung mit Ultraviolett unterschritten werden kann. Soll der Abstand 0,16  $\mu$  in der deutlichen Sehweite unter einem Schwinke von 2' gesehen werden, so ist die erforderliche Vergrößerung etwa 1000. Das ist also die größte „förderliche“ Gesamtvergrößerung, die beim Gebrauche für das Auge möglich ist.

Die Theorie für die Entstehung des mikroskopischen Bildes auf Grund der Beugung des Lichtes ist von E. Abbe 1874 entwickelt worden. Dieser Forscher hat auch sehr lehrreiche Versuche angegeben, durch die die Richtigkeit seiner Theorie einwandfrei nachgewiesen werden kann.

Ein solcher möge erwähnt werden. Bringt man in die Brennebene  $FF$  von Fig. 992 ein Strichgitter, z. B. ein auf Glas photographiertes Gitter von dunklen Strichen, dessen Strichabstände gerade so groß sind, daß die primären Spektren ungerader Ordnung  $A_1, A_3, A_5$  usw. auf die dunklen Striche des Gitters fallen, während die primären Spektren gerader Ordnungszahl  $A_0, A_2, A_4$  usw. zwischen den dunklen Strichen liegen, dann wird das Licht der Spektren ungerader Ordnung für den weiteren Bildraum abgeblendet, das Licht der Spektren gerader Ordnungszahl hindurchgelassen. In der Brennebene bilden nunmehr die geraden Ordnungen der Spektren ein leuchtendes Gitter von doppelt so großem Strichabstande ab wie vor der Abblendung. Daher müssen nach der Beugungsgleichung für Gitter die Lichtmaxima des sekundären Spektrums in der Ebene  $B'$  nur halb so großen Abstand haben. Durch das Okular des Mikroskopes beobachtet man dann ein Bild des Objektes  $GG'$ , welches scheinbar gerade die doppelte Strichzahl erkennen läßt wie ohne die eingeführte Gitterblende. Damit ist durch den Versuch der Nachweis geliefert, daß die Abbildung im Mikroskop nicht allein mit Hilfe der geometrischen Optik erklärt werden kann, sondern als Beugungsvorgang aufgefaßt werden muß. Aus dem Versuche geht auch hervor, daß ein richtiges Bild der Größe nach schon dann durch Beugung entstehen muß, wenn außer dem Spektrum nullter Ordnung noch die beiden Spektren erster Ordnung mit zur Abbildung verwandt werden, wie wir oben fordereten.

Das Ultra-Mikroskop. Wenn ein schmales Bündel von Sonnenstrahlen durch das Zimmer geht, so sehen wir in ihm die feinsten Staubteilchen aufleuchten, die sonst wegen ihrer Kleinheit nicht sichtbar sind. Die Ursache für diese Erscheinung liegt darin, daß das Sonnenlicht an den kleinen Teilchen eine Beugung erfährt, und daß die scheinbare Größe der Körperchen durch die entstehenden Beugungsscheibchen wesentlich vergrößert wird. Liegen die einzelnen Teilchen sehr dicht, wie z. B. im Tabakrauche, so können wir sie mit bloßem Auge nicht mehr getrennt unterscheiden, sondern wir sehen nur

§ 331. Schwingungszahl des Lichtes; Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes 973  
ihre Gesamtheit wie ein diffus leuchtendes Strahlenbündel. Wenn wir aber das Strahlenbündel durch ein Mikroskop mit hohem Auflösungsvermögen betrachten, so erscheinen die durch die Beugungsscheibchen vergrößerten Körperchen getrennt.

Auf diese Erscheinung gründet sich das von Siedentopf und Zsigmondy 1903 angegebene Ultra-Mikroskop, dessen wesentliche Bestandteile in Fig. 993 schematisch abgebildet sind.  $G$  sei das zu beobachtende Objekt, z. B. eine Flüssigkeit in einem rechtwinklig begrenzten Glasgefäße, in dem kleine Körperchen schwabend treiben.  $L$  bedeutet einen sehr engen Spalt, der von links aus durch eine helle Lichtquelle beleuchtet wird, so daß ein schmales Strahlenbündel hindurchgeht, das durch die Sammellinse  $B$  schwach konvergent gemacht wird. Hierdurch wird das Objekt  $G$  in einer sehr dünnen, wahren Schicht (dem optischen Dünnschnitt) intensiv durchstrahlt. Die in

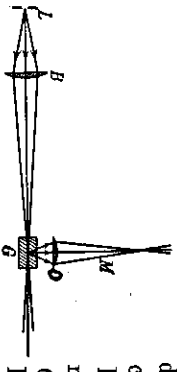


Fig. 993. Anordnung der Dunkelbelichtung im Ultramikroskope.

der Flüssigkeit schwabenden kleinen Körperchen beugen das Licht ab, und ein Teil des Lichtes gerät senkrecht nach oben in das Objektiv  $O$  des Mikroskopes  $M$ . Diese abgebeugten Strahlen können nun auf dunklen Gesichtsfelde beobachtet werden.

Fig. 994. Ultramikroskopisches Bild.



Fig. 994 gibt eine Vorstellung von dem beobachteten Gesichtsfelde. In dem vom Strahlenbündel durchsetzten Teile des Körpers erscheinen einzelne kleine Lichtpunkte und geben Kunde davon, daß an der betreffenden Stelle des Gegenstandes ein Körperchen vorhanden ist, das das Licht abbeugt. Die beobachteten hellen Punkte sind keine eigentlichen Bilder der Körper; sie geben nur Kunde von ihrem Vorhandensein, aber nicht von ihrer Form. Mittels des Ultramikroskopes können noch Körperchen bis zur Größe von 0,004  $\mu$  wahrgenommen werden. Die Grenze der Sichtbarmachung ist dadurch bedingt, daß noch kleinere Körperchen, auch bei der intensivsten Belichtung durch Sonnenlicht, keine hinreichende Menge abgebeugten Lichtes in das Mikroskop senden.

### § 331. Schwingungszahl des Lichtes; Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in verschiedenen Mitteln.

Zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $c$  des Lichtes, der Wellenlänge  $\lambda$  und der Schwingungszahl  $\nu$  besteht die für alle Wellenbewegungen gültige Gleichung  $c = \nu \cdot \lambda$  (§ 212). Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in Luft ist zu  $c = 300000$  km/sec bestimmt (§ 312). Die Wellenlänge des Lichtes kann mittels der Interferenzerscheinungen gemessen werden; also kann auch die Schwingungszahl des Lichtes bestimmt werden. Sie hat für die einzelnen Teile des Spektrums die in Tabelle XVIII angegebenen Werte. Wenn wir entsprechend mit der Lehre von den Tönen auch beim Lichte von



Oktaeren reden wollen, so umfaßt das ganze Gebiet des dem Auge sichtbaren Lichtes nur eine Oktaeve.

Wenn man beim Versuche mit den Newtonschen Farbenringen den Luftzwischenraum zwischen der Linse und der Spiegelglasplatte durch Wasser ersetzt, indem man bei unveränderter Versuchsanordnung einen Tropfen Wasser zwischen die Linse und die Platte fließen läßt, so rücken die Ringe enger zusammen. Der Halbmesser jedes Ringes schrumpft auf  $\frac{1}{15}$  des ursprünglichen Wertes zusammen. Da die Schwingungszahl des benutzten Lichtes hierbei unverändert bleibt, so kann nur die Veränderung der Wellenlänge die Ursache hierfür sein. Folglich beträgt die Wellenlänge des Lichtes im Wasser nur etwa drei Viertel der Wellenlänge desselben Lichtes in der Luft; denn die Wellenlänge ist der Dicke der Schicht, also dem Quadrate des Halbmessers der Ringe proportional, und es ist  $(\frac{1}{15})^2 = \frac{1}{225} \approx \frac{1}{4}$ .

Da nach der Gleichung  $c = v \cdot \lambda$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit proportional mit der Wellenlänge ist, so folgt, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in Wasser nur  $\frac{3}{4}$  von der in Luft ist; sie beträgt demnach  $\approx 225000$  km/sec.

Ersetzt man das Wasser durch Schwefelkohlenstoff, so tritt eine weitere Verminderung des Ringdurchmessers ein.

Allgemein ergibt sich, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit um so geringer ist, je größer das Brechungsverhältnis des Mittels ist. Sorgfältige Messungen nach dem Verfahren Foucaults ergaben:

*Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit (Wellengeschwindigkeit) des Lichtes ist dem Brechungsverhältnisse umgekehrt proportional (§ 312, 5).*

Der experimentelle Nachweis des letzten Satzes geschieht in einfacher Weise durch folgenden Versuch:

Ein rechteckiger, oben offener Blechkasten  $K$  (Fig. 995) von 1 m Länge, der an seinen kürzeren Seitenflächen von ebenen Spiegelglasplatten begrenzt ist, wird so aufgestellt, daß die Mitte des Kastens in gleicher Höhe mit der Kondensorlinse  $C$  einer elektrischen Bogenlampe  $B$  steht. Unmittelbar vor die eine (in der Figur rechte) Kastenseite kommt ein Beugungsgitter  $G$  mit der Gitterkonstanten  $d = 0,05$  mm. Zwischen Kasten und Kondensorlinse kommt der Beleuchtungsspalt und die Kollimatorlinse  $L$ , während in dem Kasten die matte Glasscheibe  $S$  so aufgehängt wird, daß auf der Scheibe deutliche Beugungsstreifen entstehen. Füllt man nun den Kasten bis zu halber Höhe mit Wasser, so entstehen auf dem Schirme  $S$  zwei Systeme von Beugungsstreifen. Das obere Streifensystem rührt von Lichtwellen her, die durch Luft, das untere von solchen, die durch Wasser gegangen sind. Die Streifen beider Systeme liegen so übereinander, daß auf drei Streifenabstände in Luft vier in Wasser kommen.

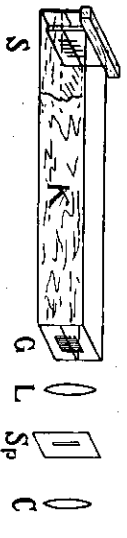


Fig. 995. Grimschische Anordnung zum Nachweise ver-schiedener Lichtgeschwindigkeit in verschiedenen Mitteln.

\* Die Abstände der Beugungsstreifen sind den vier in Wasser kommen.

Lichtwellenlängen und diese wieder den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten proportional, folglich verhalten sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in Luft und in Wasser wie 4 : 3.

Foucault hat 1862 die Lichtgeschwindigkeit in Wasser unmittelbar nach der in § 312, 5. beschriebenen Methode gemessen. Hierbei fand er, daß die Lichtgeschwindigkeit in Wasser drei Viertel der Lichtgeschwindigkeit in Luft ist.

§ 332. Die Erklärung der Reflexion des Lichtes aus seiner Wellennatur.

Nach dem Huygensschen Prinzipie ist die Frontwelle oder die Wellenfläche eines divergenten Strahlenbündels eine Kugelfläche, die alle gleichzeitig entstehenden Elementarwellen berührt, und die das Strahlenzentrum als

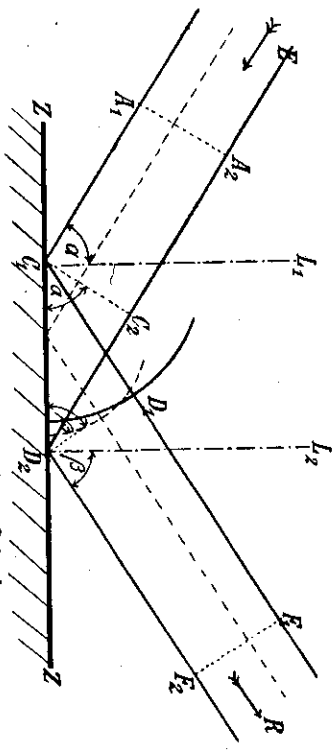


Fig. 996. Reflexion des Lichtes an ebenen Spiegeln.

Mittelpunkt hat. Die Wellenfläche eines parallelen Strahlenbündels ist die gemeinsame Tangentialebene an alle von einer Ebenausgehenden Elementarwellen.

Auf Grund des Huygensschen Prinzipies lassen sich die Gesetze über die Reflexion des Lichtes in folgender Weise darstellen:

1. Reflexion des Lichtes am ebenen Spiegel. In Fig. 996 bedeutet  $ZZ$  die ebene Trennungsgfläche zweier durchsichtiger Mittel. Das Mittel oberhalb  $ZZ$  sei beispielsweise Luft und das Mittel unterhalb  $ZZ$  sei Glas. In der Richtung des Pfeiles  $E$  falle ein Bündel paralleler Lichtstrahlen schräg auf das Glas. In einem bestimmten Augenblicke ist die zu diesem parallelen Strahlenbündel gehörige Frontwelle (Wellenfläche) in  $A_1, A_2$  angekommen. Fällt der Lichtstrahl schräg auf, so kommt der dem Punkte  $A_1$  zugehörige Teil der Frontwelle zuerst an der Begrenzungsfläche im Punkte  $C_1$  an und erzeugt hier ein System von Elementarwellen, die sich kugelförmig ausbreiten. Zu dieser Zeit ist der dem Punkte  $A_2$  entsprechende Teil der Frontwelle erst in  $C_2$  angekommen. Wenn  $C_2$  die Ebene  $ZZ$  im Punkte  $D_2$  erreicht, hat die von  $C_1$  ausgehende kugelförmige Elementarwelle schon einen Weg von der Größe  $C_1D_1 = C_2D_2$  zurückgelegt. Der Halbmesser der von  $C_1$  ausgehenden Elementarwelle ist  $C_1D_1 = C_2D_2$ . Ein beliebiger anderer Teil des parallelen Strahlenbündels, der in der Figur gestrichelt gezeichnet ist, hat in diesem

Augenblicke einen Weg nach der Reflexion zurückgelegt, der kleiner ist als der Weg der Elementarwelle  $C_1$ . Die Lage, die die ihm entsprechende Elementarwelle in dem Augenblicke einnimmt, wenn  $A_2$  in  $D_2$  angekommen ist, ist durch den gestrichelten Kreis dargestellt. Beim Auftreffen des parallelen Lichtstrahlbündels auf die ebene Begrenzungsfläche  $ZZ'$  werden also die einzelnen Punkte der getroffenen Begrenzungsfläche zu Mittelpunkten von Elementarwellen, die sich dann zu der Frontwelle  $D_1D_2$  vereinigen. Die Fortpflanzungsrichtung der Frontwelle steht auf  $D_1D_2$  senkrecht und hat die Richtung des Pfeils  $R$ . Die Frontwelle erreicht im weiteren Verlaufe der Erscheinung nach der Reflexion die Lage  $F_1F_2$ .

Wir zeichnen noch in  $C_1$  und  $D_2$  die Einfallslote  $C_1I_1$  und  $D_2I_2$ . Der Einfallswinkel  $A_1C_1I_1 = \alpha$ , der Reflexionswinkel ist  $I_2D_2F_2 = \beta$ .

Da  $C_1D_1 = C_2D_2$  ist, so folgt  $\Delta C_1D_1C_2 \cong \Delta C_1D_2D_1$ , woraus sich ergibt  $\sphericalangle C_2C_1D_2 = \sphericalangle D_1D_2C_1$ , und da  $\sphericalangle C_2C_1D_2 = \alpha$ ,  $\sphericalangle D_1D_2C_1 = \beta$ , so folgt  $\alpha = \beta$ . Diese Gleichung drückt das Reflexionsgesetz aus, daß nämlich bei der Reflexion der Einfallswinkel gleich dem Reflexionswinkel ist.

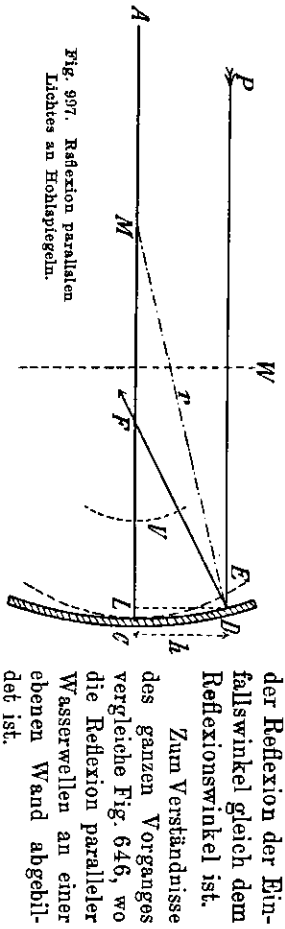


Fig. 997. Reflexion parallelen Lichtes an Hohlspiegeln.

Zum Verständnisse des ganzen Vorganges vergleiche Fig. 646, wo die Reflexion paralleler Wasserwellen an einer ebenen Wand abgebildet ist.

2. Reflexion des Lichtes an Hohlspiegeln. Auf den in Fig. 997 durch einen gestrichelten Kreisbogen dargestellten Hohlspiegel falle parallel zur Achse  $AC$  ein paralleles Strahlenbündel, von dem nur der Hauptstrahl  $AC$  und der zur Achse parallele Strahl  $PD$  gezeichnet sind. In einem gegebenen Augenblicke sind alle das Strahlenbündel erzeugenden Wellen bis zu der Ebene  $W$  vorgedrungen. Diese Ebene ist also eine Frontwelle oder Wellenfläche im früher definierten Sinne. In dem Augenblicke, wo der Strahl  $PD$  den Hohlspiegel erreicht, ist der axiale Strahl erst in  $L$  angelangt; denn die entsprechende Wellenfläche ist die durch  $LD$  dargestellte Ebene. Nun aber wird  $D$  ein Mittelpunkt neuer Elementarwellen, die sich in dem Augenblicke, wo der axiale Strahl den Spiegel erreicht, schon um die der Strecke  $LC$  gleiche Strecke  $DE$  ausgebreitet haben. Die durch die Reflexion gebildete Wellenfläche geht daher durch  $C$  und  $E$ . Wenn wir uns, wie bisher, stets nur auf solche Strahlen beschränken, die der Achse nahe liegen, so können wir  $CE$  als Teil eines Kreisbogens, also die Wellenfläche als Kugelfläche ansehen, die immer weiter vom Spiegel fortschreitet. In einem späteren Augenblicke nimmt sie die Lage  $V$  an und wird endlich im Punkte  $F$  punktförmig. Die nach dem Punkte  $F$  zusammenlaufenden Strahlen bilden also das durch Reflexion entstandene konvergente Strahlenbündel.

Zur Berechnung der Lage von  $F$  auf Grund der Wellentheorie setzen wir noch den Halbmesser des sphärischen Hohlspiegels mit dem Mittelpunkt  $M$  gleich  $r$ , den Halbmesser der reflektierten Wellenfläche, also auch  $FE = FC = f$ . Ferner setzen wir den Abstand des durch  $P$  gehenden Strahles von der Achse, also  $LD = h$ . Wegen der für den Hohlspiegel gemachten Beschränkung, daß die Öffnung des Spiegels so klein ist, daß wir Sehne und Bogen vertauschen können, dürfen wir setzen  $CE = CD = LD = h$ . Aus geometrischen Gründen verhält sich (Ableitung zu Fig. 941 s. S. 921)

$$LC : h = h : 2r \quad \text{und} \quad (ED + LC) : h = h : 2f;$$

also folgt, da  $ED = LC$  ist,

$$2r = \frac{h^2}{LC} \quad \text{und} \quad 2f = \frac{h^2}{2LC}, \quad \text{woraus weiter folgt } f = \frac{r}{2},$$

d. h. der Vereinigungspunkt achsenparalleler Strahlen, der Brennpunkt, liegt beim sphärischen Hohlspiegel in der Mitte zwischen dem Krümmungsmittelpunkte und dem Spiegel (S. 764).

Auch für ein divergentes Strahlenbündel, dessen Ausgangspunkt auf der Achse liegt, läßt sich das Reflexionsgesetz auf Grund der Wellentheorie folgendermaßen ableiten:

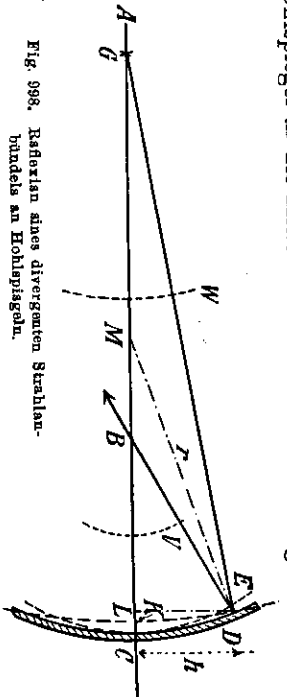


Fig. 998. Reflexion eines divergenten Strahlenbündels an Hohlspiegeln.

In Fig. 998 bedeutet  $G$  einen auf der Achse des Hohlspiegels liegenden leuchtenden Punkt.  $W$  ist eine beliebige Wellenfläche des divergenten Strahlenbündels. In dem Augenblicke, wo der achsenfernste Teil der Wellenfläche den Hohlspiegel in  $D$  trifft, ist der axiale Teil noch vor dem Spiegel in  $K$ ; in dem Augenblicke, wo der axiale Teil der Wellenfläche den Hohlspiegel in  $C$  trifft, ist der achsenfernste Teil der reflektierten Wellenfläche schon in  $E$  angekommen. Es ist  $ED = KC$ . Durch Reflexion entsteht die durch  $C$  und  $E$  bestimmte kugelförmige Wellenfläche, die in einem späteren Augenblicke in  $V$  ankommt und zum Punkte  $B$ , dem reellen Bilde des Gegenstandes  $G$ , zusammenschrumpt.

Die Gegenstandsweite —  $a$  (zum Vorzeichen s. § 239, 2.) ist der Halbmesser der einfallenden Wellenfläche, die Bildweite  $a_1$  ist der Halbmesser der reflektierten Wellenfläche, und  $MD = r$  ist der Krümmungshalbmesser des Hohlspiegels.

Setzen wir wieder  $CD = h$ , und fallen wir noch von  $D$  auf die Spiegelachse das Lot  $DL$ , so heissen wie oben unter 1. aus geometrischen Gründen die drei Proportionen

$$(ED + LC + KC) : h = h : 2a_1,$$

$$LC : h = h : -2a,$$

$$(LK + KC) : h = h : 2r.$$

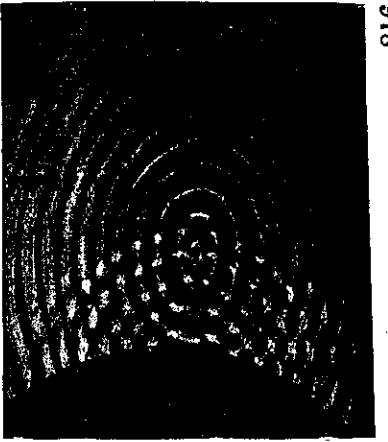


Fig. 999. Reflexion an einem erhabenen Spiegel.

Da  $ED = KC$  ist, so folgt hieraus

$$2KC + LK = \frac{h^2}{2a_1},$$

$$LK = -\frac{h^2}{2a},$$

$$LK + KC = \frac{h^2}{2r}.$$

Durch Addition der beiden ersten Werte entsteht

$$2(LK + KC) = -\frac{h^2}{2a} + \frac{h^2}{2a_1},$$

und mit Berücksichtigung des dritten Wertes folgt daraus

$$\frac{h^2}{2a_1} - \frac{h^2}{2a} = \frac{2h^2}{2r}.$$

Daraus ergibt sich

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{a} + \frac{2}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{f}$$

in Übereinstimmung mit der in § 259 aus dem einfachen Reflexionsgesetz abgeleiteten Beziehung zwischen Gegenstandsweite, Bildweite und Krümmungsradius bzw. Brennweite des Hohlspiegels.

Die Ableitung des Reflexionsgesetzes für erhabene Spiegel auf Grund der Wellentheorie ist der obigen Ableitung völlig ähnlich. Wir beschränken uns auf die Wiedergabe einer photographischen Aufnahme, die von einem Kreiswellensysteme von Wasserwellen gemacht ist, das an einem sphärischen Konvexspiegel reflektiert wird. Wir erkennen aus Fig. 999, wie durch die Reflexion ein neues Kreiswellensystem entsteht, das seinen Mittelpunkt hinter dem Hohlspiegel hat (vgl. auch Fig. 650 auf S. 671). Sind die Wellen Lichtwellen, so stellt das neue Wellenzentrum das virtuelle Bild des punktförmigen Gegenstandes dar.

§ 333. Die Erklärung der Brechung des Lichtes aus seiner Wellennatur.

1. Brechung des Lichtes an einer ebenen Grenzfläche zweier durchsichtiger Körper. In Fig. 1000 stelle  $ZZ$  wieder die Begrenzungsfläche zweier durchsichtiger Stoffe dar. Ein paralleles Lichtstrahlenbündel falle in der Richtung des Pfeiles  $E$  auf die Begrenzungsfläche. In dem Augenblicke, wo der der Seite  $A_1$  zugehörige Teil der Frontwelle die Begrenzungsfläche in  $C_1$  erreicht, ist der der Seite  $A_2$  entsprechende Teil der Frontwelle erst in  $C_2$  angekommen.  $C_1$  ist das Erregungszentrum einer neuen Elementarwelle, die sich in das unterhalb  $ZZ$  befindliche optische Mittel hinein bewegt. Wenn wir annehmen, daß das Brechungsverhältnis im zweiten Mittel größer ist als im ersten, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im zweiten Mittel kleiner als im ersten. In dem Augenblicke, wo der an der Seite  $A_2$  liegende Teil der Frontwelle die Begrenzungsfläche in  $D_2$  erreicht, hat sich

die von  $C_1$  ausgehende Elementarwelle bis  $D_1$  ausgebreitet. Verhält sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im zweiten Mittel zu der im ersten wie  $1:n$  (Kehrwert des Brechungsverhältnisses), so ist  $C_1D_1 = \frac{C_2D_2}{n}$ . Ein mittlerer Teil des parallelen Strahlenbündels, der durch die gestrichelte Linie dargestellt ist, erzeugt eine Elementarwelle, die durch den gestrichelten Kreis in der Figur angedeutet ist. Im zweiten Mittel entsteht die durch  $D_1D_2$  bestimmte Frontwelle, die sich nun senkrecht zu ihrer Erbrechung in der Richtung  $B$  als gebrochener Strahl weiterbewegt. Einige Zeit nach der Brechung hat sie die Lage  $F_1F_2$  erreicht.

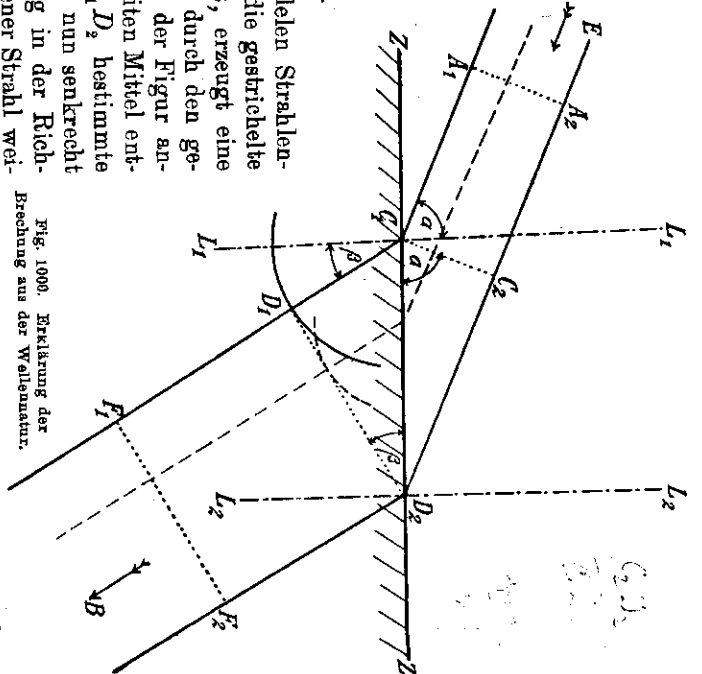


Fig. 1000. Erklärung der Brechung aus der Wellennatur.

Wir zeichnen noch in den Punkten  $C_1$  und  $D_2$  die Einfallslotse  $L_1L_2$  und  $I_1I_2$  und setzen den Einfallswinkel  $\sphericalangle A_1C_1I_1 = \alpha$ , den Brechungswinkel  $\sphericalangle D_1C_1I_1 = \beta$ . Aus der Figur ergibt sich, daß auch  $\sphericalangle C_2C_1D_2 = \alpha$  und  $\sphericalangle C_1D_2D_1 = \beta$  ist. In  $\Delta C_1C_2D_2$  ist  $\sin \alpha = \frac{C_2D_2}{C_1D_2}$ , in  $\Delta C_1D_1D_2$  ist  $\sin \beta = \frac{C_1D_1}{C_1D_2}$ . Durch Division folgt

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{C_2D_2}{C_1D_1}.$$

Aus dem Verhältnisse der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten folgt aber  $\frac{C_2D_2}{C_1D_1} = n$ . Hieraus ergibt sich

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \quad \text{oder} \quad \sin \alpha = n \cdot \sin \beta$$

in Übereinstimmung mit dem Snellschen Brechungsgesetze (§ 266). Wir erfahren hierüber:

Der reziproke Wert des Brechungsquotienten ist das Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Welle (Wellengeschwindigkeiten, § 212, 4).

Dieses Ergebnis steht in vollkommener Übereinstimmung mit der Verschiebung der Newtonschen Ringe, wenn man die Luftschicht durch Wasser oder einen anderen brechenden Stoff ersetzt (§ 331), und mit der Ver-

schiebung der Beugungsstreifen in der durch Fig. 995 dargestellten Versuchsanordnung.

2. Brechung der Lichtwellen im Prisma. Wir betrachten nur den Fall des symmetrischen Durchganges (Fig. 1001). Die Wellenfläche des parallelen Strahlenbündels ist in einem bestimmten Augenblicke die Ebene  $AB$ . Diese schiebt sich vorwärts. In der Lage  $CD$  hat der untere Teil das Prisma  $PRS$  gerade berührt und bewegt sich von jetzt an mit verminderteter Geschwindigkeit weiter. Die Wellenfläche (die Frontwelle) erleidet eine allmähliche Verwerfung in die Lage  $EF$ ; von hier aus geht sie wieder parallel mit sich selbst weiter, bis sie in  $HG$  wieder im oberen Teile des Prismas verläßt und in Luft mit vergrößerter Geschwindigkeit weitergeht. Es findet eine zweite Verwerfung statt, bis die ganze Frontwelle in der Lage  $JK$  das Prisma verläßt, so daß also nunmehr das Strahlenbündel in der veränderten Richtung  $O$  weitergeht.

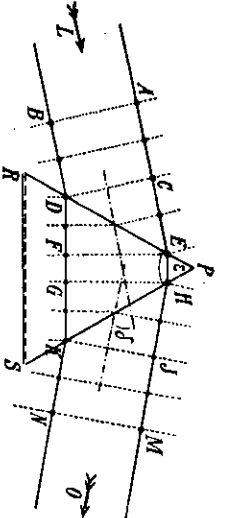


Fig. 1001. Brechung paralleler Lichtstrahlen durch ein Prisma.

Zur Berechnung der Größenbeziehung zwischen dem brechenden Winkel  $\epsilon$  des Prismas, der Ablenkung  $\delta$  des Strahles und dem Brechungsverhältnis  $n$  zeichnen wir den Teil  $CEDF$  aus der Figur noch einmal gesondert in Fig. 1002. Hier ist  $CE$  die Richtung des auffallenden Strahles,  $DF$  die Richtung des Strahles im Prisma, also der von  $CE$  und  $DF$  gebildete Winkel die halbe Ablenkung  $\frac{\delta}{2}$  des Strahlenbündels. Denselben Winkel  $\frac{\delta}{2}$  schließen die beiden zu den Strahlenrichtungen senkrechten Wellenflächen  $CD$  und  $EF$  ein, deren Erweiterungen sich in  $W$  schneiden. Es ist also

$$\angle DEF = \frac{\epsilon}{2}, \quad \angle DWE = \frac{\delta}{2},$$

$$\angle CDE = \frac{\delta + \epsilon}{2}.$$

$$\text{Ferner ist} \quad \sin CDE = \sin \frac{\delta + \epsilon}{2} = \frac{CE}{DE},$$

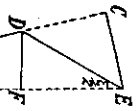
$$\sin DEF = \sin \frac{\epsilon}{2} = \frac{DF}{DE}.$$

Durch Division folgt  $\sin \frac{\delta + \epsilon}{2} : \sin \frac{\epsilon}{2} = CE : DF$ . Das Verhältnis  $CE : DF$  ist das Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in Luft und im Prisma, denn die Wege  $CE$  und  $DF$  werden vom Lichte in derselben Zeit zurückgelegt. Dieses Verhältnis ist nun gleich dem Brechungsverhältnis der Prismensubstanz; folglich ist

$$\sin \frac{\delta + \epsilon}{2} : \sin \frac{\epsilon}{2} = n$$

in Übereinstimmung mit der in § 269 abgeleiteten Gleichung.

Fig. 1002. Lage  $JK$  das Prisma verläßt, so daß also nunmehr das Strahlenbündel in der veränderten Richtung  $O$  weitergeht.



3. Beständiger Lichtweg. Aus Fig. 1001 läßt sich noch ein weiteres bemerkenswertes Prinzip erkennen. Längs des Lichtstrahlenbündels  $LO$  sind eine Anzahl von Wellenflächen eingezeichnet; und zwar ist der Abstand je zweier aufeinanderfolgender Flächen so gewählt, daß die Zeit, die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Lagen vergeht, immer gleich ist. Die unmittelbare Anschauung lehrt uns nun, daß der längs  $ACEHM$  gehende Lichtstrahl ebensolange zum Durchwandern der Strecke von  $AB$  bis  $MN$  braucht, wie der Strahl  $BDFGKN$ . Ebensolange bewegt sich jeder andere dem Lichtbündel angehörende Lichtstrahl. Hieraus folgt, daß man für die Aufindung des Weges, den ein Lichtstrahlenbündel in irgendeinem homogenen oder zusammengesetzten Mittel zurücklegt, das Prinzip aufstellen kann:

*Alle Teile eines Lichtstrahlenbündels brauchen beim Durchlaufen der Mittel von einer Wellenfläche bis zu einer anderen dieselbe Zeit.*

Bedenkt man, daß eine Wellenfläche der geometrische Ort aller Punkte gleicher Schwingungsphase ist, so kann natürlich zwischen den Punkten zweier Wellenflächen eines Strahlenbündels nur ein einziger bestimmter Phasenunterschied vorhanden sein. Dieser Phasenunterschied ist aber ein Maß der Zeit, die die Wellenfläche gebrauchen würde, um aus der einen Stellung in die andere zu gelangen. Somit ist das ausgesprochene Prinzip unmittelbar einleuchtend. Im besonderen ist dieses Prinzip fruchtbar bei der Verfolgung des Strahlenganges eines homozentrischen (S. 808) Strahlenbündels durch verschiedene Mittel hindurch, indem man die Lichtwege betrachtet, die die einzelnen Strahlen von einem Zentrum bis zum anderen zurücklegen. In den Zentren schrumplen nämlich die Wellenflächen des homozentrischen Strahlenbündels zu Punkten zusammen. Die Zentren, in denen sich alle Strahlen des Bündels aberrationsfrei schneiden, können also selbst als Wellenflächen angesehen werden. Daher muß die Zeit für die Lichtbewegung von einem Zentrum zum anderen längs jedes der beiden Zentren verbindenden Strahlenweges dieselbe sein. Legt dabei ein Lichtstrahl in dem ersten optischen Mittel mit der Lichtgeschwindigkeit  $c_1$  einen Weg der Länge  $l_1$  zurück, so ist die dazu benötigte Zeit  $\frac{l_1}{c_1}$ . Im zweiten Mittel, durch das der Strahl hindurchgeht, sei die Weglänge  $l_2$ , die Lichtgeschwindigkeit  $c_2$ , dann ist die in diesem Mittel benötigte Zeit  $\frac{l_2}{c_2}$ . Der betrachtete Lichtstrahl gebraucht also von einem Zentrum zum anderen die Zeit:  $\frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} + \dots + \frac{l_m}{c_m}$ . Ein anderer Strahl desselben homozentrischen Bündels lege in den Mitteln die Strecken  $l_1', l_2', \dots, l_m'$  zurück. Dann muß nach diesem Prinzip  $\frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} + \dots + \frac{l_m}{c_m} = \frac{l_1'}{c_1} + \frac{l_2'}{c_2} + \dots + \frac{l_m'}{c_m}$  sein. Multiplizieren wir die Gleichung mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  im Vakuum, so ist  $\frac{c}{c_1} = n_1, \frac{c}{c_2} = n_2$  usw. das (absolute) Brechungsverhältnis im ersten, zweiten usw. Mittel. Damit wird aus der Gleichung:

$$l_1 n_1 + l_2 n_2 + \dots + l_m n_m = l_1' n_1 + l_2' n_2 + \dots + l_m' n_m,$$

oder es gilt für als Strahlen des homozentrischen Bündels

$$\sum l_i n_i = \text{const.}$$

Umgekehrt ist diese Bedingung die allein maßgebende Bedingung für ein homozentrisches Strahlenbündel, d. h. ein Bündel, dessen Strahlen aberrationsfrei durch einen Punkt hindurchgehen. Nennt man noch das Produkt aus dem Brechungsverhältnis eines Mittels und der Wegstrecke der in ihm längs eines Strahles vollzogenen Lichtbewegung kurz den Lichtweg, (auch „optische Weglänge“, S. 926) in dem Mittel, so können wir die letzte Bedingung in den Satz fassen:

Zwei Punkte können nur dann aberrationsfrei ( $a_i$  durch vollkommene Strahlenvereinigung) ineinander abgebildet werden, wenn alle zwischen den beiden Punkten möglichen Lichtwege gleich groß sind.

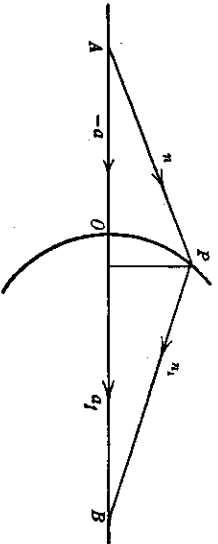


Fig. 1003. Aberrationsfreie Abbildung.

4. Aberrationsfreie Abbildung eines Punktes durch eine brechende Fläche. Mit Hilfe des zuletzt ausgesprochenen Satzes ist es verhältnismäßig leicht, eine Aufgabe zu behandeln, die schon früher mehrfach erwähnt worden ist, nämlich die Gestalt einer brechenden Fläche zu bestimmen, welche einen gegebenen Gegenstandspunkt  $A$  durch vollkommene Strahlenvereinigung in einem gegebenen Bildpunkte  $B$  abbildet. Offenbar ist diese Fläche

unabhängig von der Lage von  $P$ . Wir nennen die Gegenstandsweite  $OA = a$ , die Bildweite  $OB = a_1$  und rechnen diese Größen von  $O$  aus im Sinne der Lichtbewegung positiv (§ 271, 4). In Fig. 1003 ist daher  $OA = -a$  zu setzen. Legen wir noch in  $O$  als Koordinatenanfang ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen  $X$ -Achse mit der optischen Achse  $AB$  zusammenfällt, so möge  $P$  die Koordinaten  $x$  und  $y$  haben. Es gilt dann  $PA = -\sqrt{(-a+x)^2 + y^2}$ ,  $PB = \sqrt{(a_1-x)^2 + y^2}$ , und wir erhalten die Hauptgleichung

$$-an + a_1n_1 = -n\sqrt{(a-x)^2 + y^2} + n_1\sqrt{(a_1-x)^2 + y^2}$$

als Bedingung für die aberrationsfreie Abbildung. Deuten wir die Gleichung

im Sinne der analytischen Geometrie nach  $x$  und  $y$  als veränderlichen Koordinaten, so stellt sie eine Kurve 4. Ordnung<sup>1)</sup> dar. Wir erhalten also das Ergebnis: Die aberrationsfreie Abbildung zweier Punkte ineinander durch eine brechende Fläche kann durch eine Rotationsfläche erzielt werden, deren Achsenschnitt eine Kurve 4. Ordnung ist.

Die Hauptgleichung der Schnittkurve enthält alle Sonderfälle aberrationsfreier Abbildung:

1. Wir setzen zunächst  $n = -n_1$ ; dann haben wir statt der Brechung den Sonderfall der regelmäßigen Reflexion. Zugleich vertauschen wir  $a_1$  mit  $-a_1$  (s. § 275, 4.a). Ein Spiegel, welcher einen Punkt aberrationsfrei abbildet, hat daher eine Schnittkurve der Gleichung

$$a - a_1 = \sqrt{(a-x)^2 + y^2} + \sqrt{(-a_1-x)^2 + y^2}.$$

Diese läßt sich umformen in

$$\left(x - \frac{a-a_1}{2}\right)^2 - \frac{y^2(a-a_1)^2}{4aa_1} = \left(\frac{a-a_1}{2}\right)^2.$$

Das ist aber, je nachdem  $a, a_1$  positiv oder negativ ist, die Gleichung einer Hyperbel oder einer Ellipse, deren Brennpunkte  $A$  und  $B$  sind. Läßt man hierin noch  $a$  über alle Maßen wachsen, rückt  $A$  also in die Unendlichkeit, so geht die Kurve in eine Parabel über. Ist  $a - a_1 = 0$ , teilt also Punkt  $O$  die Strecke  $AB$  in der Mitte, so wird die Gleichung zu

$$x = 0, \text{ d. h.}$$

die Kurve wird zu dem Lote in  $O$  auf  $AB$ . Somit ist das Rotationsellipsoid die einzige aberrationsfreie Spiegelfläche, die einen reellen Gegenstandspunkt in einem reellen Bildpunkte abbildet, das Rotationshyperboloid die einzige Spiegelfläche, bei der aberrationsfrei ein reeller Gegenstandspunkt einen virtuellen Bildpunkt hat. Ein Grenzfall beider Flächen ist das Rotationsparaboloid, und ein Sonderfall des Rotationshyperboloides ist der ebene Spiegel.

2. In der Hauptgleichung setzen wir die linke Seite gleich Null, d. h. wir legen Punkt  $O$  so zwischen  $A$  und  $B$ , daß die Strecke  $AB$  durch  $O$  im umgekehrten Verhältnisse der Brechungsverhältnisse geteilt wird. Dann geht die Hauptgleichung über in

$$0 = -n\sqrt{(a-x)^2 + y^2} + n_1\sqrt{(a_1-x)^2 + y^2}.$$

Diese Gleichung läßt sich umformen in

$$\left(x - \frac{an}{n+n_1}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{an}{n+n_1}\right)^2.$$

Das ist aber in der Deutung der analytischen Geometrie die Gleichung eines Kreises. Die aberrationsfrei abbildende Fläche ist daher eine Kugelfläche. Somit erhalten wir den optisch bedeutungsvollen Satz:

1) Die Kurven heißen Cartesische Ovale, da R. Descartes die hier behandelte Aufgabe schon behandelt und gelöst hat.

Für jede brechende Kugelfläche gibt es zwei Punkte, die aberrationsfrei in einander abgebildet werden können.

Der Halbmesser der Kugel ist  $\frac{an}{n_1 + n_1}$ . Die Punkte (Fig. 1004)  $A, B, O$  und der zweite Schnittpunkt  $O_1$  der Kugelfläche mit der Achse bestimmen daher die Abstände  $OA = a, OB = a_1, OO_1 = \frac{2an}{n_1 + n_1}, O_1B = \frac{an}{n_1} - \frac{2an}{n_1 + n_1} = -\frac{a(n_1 - n)}{n_1 + n_1}, O_1A = a - \frac{2an}{n_1 + n_1} = \frac{a(n_1 - n)}{n_1 + n_1}$ . Zwischen diesen Strecken gelten die Verhältnisse  $\frac{OA}{O_1A} = \frac{a(n_1 + n)}{a(n_1 - n)} = \frac{n_1 + n}{n_1 - n}$  und  $\frac{OB}{O_1B} = -\frac{a \cdot n \cdot n_1 (n_1 + n)}{n_1 \cdot a (n_1 - n) \cdot n} = -\frac{n_1 + n}{n_1 - n}$ . Die Punkte  $A$  und  $B$  bilden also mit den Punkten  $O$  und  $O_1$  in der Ausdruckweise der Geometrie vier harmonische Punkte. Für eine gegebene Kugelfläche können sie daher dadurch gefunden werden, daß man den Durchmesser der Kugel im Verhältnisse der Summe zu der Differenz der Brechungsverhältnisse teilt.

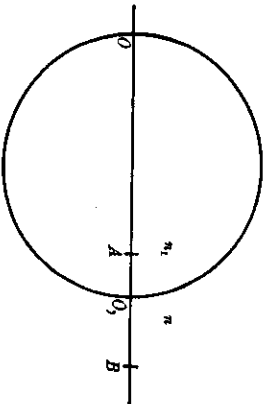


Fig. 1004. Die aplanatischen Punkte einer Kugelfläche.

In Fig. 1004 ist die Lage für  $n = 1, n_1 = 1,5$  angegeben. Diese beiden ausgezeichneten Punkte der Kugelfläche heißen die aplanatischen Punkte<sup>1)</sup> der Kugel. Wie aus Fig. 1005 hervorgeht, ist entweder der Gegenstandspunkt der aplanatischen Punkte virtuell und der Bildpunkt reell, oder, da in jeder optischen Abbildung Gegenstandspunkt und Bildpunkt miteinander vertauscht werden können, so kann auch der Gegenstandspunkt reell und der Bildpunkt virtuell sein. Damit ein solcher Strahlengang wirklich durchgeführt werden kann, wenn das Brechungsverhältnis der Kugel das größere ist,  $n_1 > n$ , ist es notwendig, nur einen Teil der Kugelfläche zur Abbildung zu verwenden, den Gegenstand  $A$  also in ein optisches Mittel vom selben Brechungsverhältnisse wie dem der Kugel einzubetten (Fig. 1006). Dieser Fall ist von E. Abbe bei der vordersten Linse (Frontlinse) der mikroskopischen Apochromatobjektive (Fig. 890) ausgeführt worden. Die Verwendung einer homogenen Immersionsflüssigkeit (Fig. 895) erweist sich bei diesen überhalbkugelförmigen Linsen als erforderlich. Durch Benutzung der aplanatischen Kugelpunkte wird also von Abbe erreicht, weitgeöffnete Büschel zu gebrauchen und damit nicht nur die Bildhelligkeit, sondern auch das Auflösungsvermögen des Mikroskopes zu steigern (§ 330), ohne durch den

1) Nach dem Sprachgebrauche von E. Abbe sind zwei aplanatische Punkte solche, die einseitig aberrationsfrei ineinander abgebildet werden können, andererseits aber neben der Bedingung der vollkommenen Strahlenvereinigung noch die *Sinnsbedingung* erfüllen (§. 983). Die Brennpunkte eines Rotationsellipsoids, ebenso der unendlich ferne Punkt und der Brennpunkt eines Paraboloides sind aberrationsfrei, aber nicht aplanatisch.

§ 333. Die Erklärung der Brechung des Lichtes aus seiner Wellennatur 985

Asigmatismus schiefer Büschel behindert zu sein, der sonst in der praktischen Optik die Verwendung großer Neigungen gegen die Strahlenachse erschwert.

3. In allen anderen Fällen kann durch eine Kugelfläche eine vollkommen aberrationsfreie Abbildung nicht erzielt werden. Beschränken wir wie früher die Abbildung auf Nullstrahlen, d. h. auf Strahlen, welche die

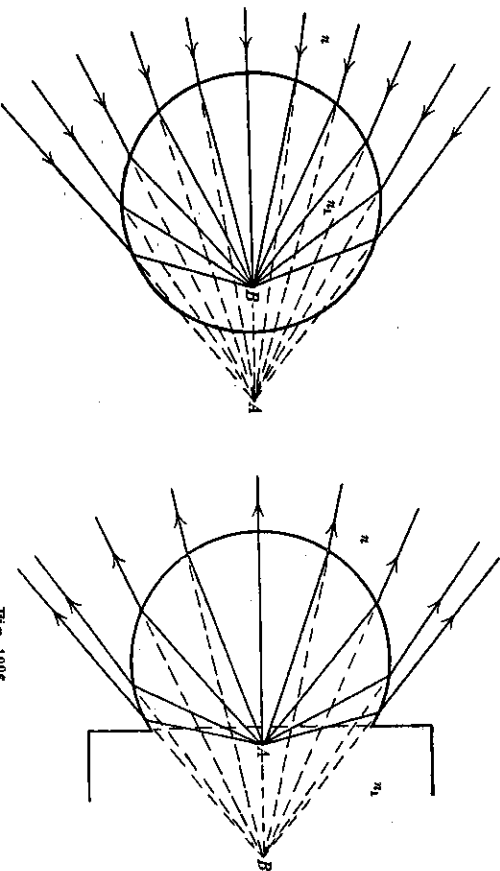


Fig. 1005. Die beiden Fälle der aplanatischen Abbildung durch eine brechende Kugelfläche.

Achse in der Nähe von  $O$  treffen, so dürfen wir in der Hauptgleichung  $y^2$  als klein gegen  $(a - x)^2$  und  $(a_1 - x)^2$  annehmen. Berücksichtigen wir nur Glieder zweiter Potenz von  $\frac{y}{a - x}$  und  $\frac{y}{a_1 - x}$ , so ergibt die Hauptgleichung

$$-an + a_1 n_1 = -n(a - x) \sqrt{1 + \left(\frac{y}{a - x}\right)^2} + n_1(a_1 - x) \sqrt{1 + \left(\frac{y}{a_1 - x}\right)^2}$$

genähert

$$0 = nx - n_1 x - \frac{ny^2}{2(a - x)} + \frac{n_1 y^2}{2(a_1 - x)}.$$

Dividieren wir die Gleichung durch  $\frac{y^2}{2}$  und ordnen um, so erhalten wir

$$\frac{n_1}{a_1 - x} = \frac{2x(n_1 - n)}{y^2} + \frac{n}{a - x}.$$

$$\frac{n_1}{a_1 - x} = \frac{n}{a - x} + \frac{n_1 - n}{r}.$$

Setzen wir hierin  $y^2 = 2rx$ , d. h. geben wir der brechenden Fläche parabolische Krümmung, so daß das Paraboloid den Parameter  $r$  oder im Scheitel auch den Krümmungsradius  $r$  hat, so nimmt die Gleichung die Form an

Diese Gleichung wird identisch mit der Abbildungsgleichung

$$\frac{n_1}{a_1} = \frac{n}{a} + \frac{n_1 - n}{r} \quad \text{oder} \quad A_1 = A + D$$

von einer Kugelfläche in der Gullstrand'schen Form (S. 795 § 271, 7.), wenn wir noch  $x$  gegen  $a$  und  $a_1$  (bei großem  $r$ ) vernachlässigen dürfen.

Aus dieser Betrachtung geht hervor, daß eine parabolische Fläche — ebenfalls eine Kugelfläche, so lange nur so kleine Stücke der Oberfläche gebraucht werden, daß man die eine für die andere setzen kann (großes  $r$ ) — eine Näherung der aberrationsfrei abbildenden Fläche bei Beschränkung auf Nullstrahlen ist. Während aber die allgemeine Fläche 4. Ordnung nur ein einziges Punktpaar der Achse aberrationsfrei abbildet, können diese Näherungsflächen ein großes Bereich der Achse abbilden, so lange nämlich der Gegenstandspunkt und der Bildpunkt nicht so nahe an die Fläche kommen, daß  $x$  nicht mehr gegen  $a$  und  $a_1$  verschwindet. Damit sind unsere früheren Abbildungsgesetze aus dem Prinzipie vom beständigen Lichtwege und aus der physikalischen Optik heraus einerseits begründet, andererseits auf ein bestimmtes Geltungsbereich eingeschränkt worden.

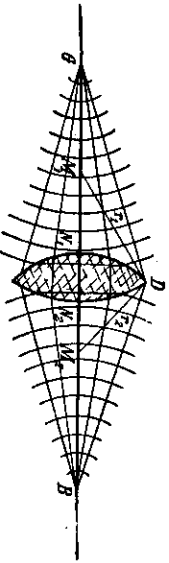


Fig. 1007. Abbildung durch eine Linse; Wellenflächen für ein homozentrisches Strahlenbündel aus dem im Punkte B konvergierenden homozentrischen Strahlenbündel aus G (Fig. 1007) gehe ein homozentrisches Strahlenbündel aus. Wenn wir voraussetzen dürfen, daß G in B aberrationsfrei abgebildet wird, so muß das von G ausgehende Strahlenbündel nach seiner Brechung in der Linse zu dem im Punkte B konvergierenden homozentrischen Strahlenbündel werden. Der längs der Achse  $GN, N_2, B$  verlaufende Strahl braucht für den Weg von G bis B dieselbe Zeit, wie der längs des Weges  $GDB$  verlaufende Strahl. Die Lage der Wellenfläche ist für eine Anzahl von Zeitpunkten in der Figur dargestellt.

6. Die Sinus-Bedingung. Mit Hilfe des Satzes vom unveränderlichen Lichtwege zwischen zwei aberrationsfrei ineinander abgebildeten Punkten kann auch die früher (§ 282) angeführte Sinus-Bedingung abgeleitet werden. Die von der optischen Technik aufgestellte Forderung, die zu ihr führt, ist: Ein kleines, senkrecht zur Hauptachse stehendes Flächenstück  $AB$  (Fig. 1008) in ein anderes kleines, senkrecht zur Achse stehendes Flächenstück  $A_1B_1$  so abzubilden, daß für alle Strahlen eines weit geöffneten vom Gegenstandspunkte B ausgehenden Strahlenbündels eine vollkommene Strahlenvereinigung in dem zugeordneten Bildpunkte  $B_1$  erfolgt. Welcher Bedingung muß dann das abbildende System genügen?

Es soll in Fig. 1008 somit (s. o. 4.) der Lichtweg (s. o. 3.) von A über P über  $P_1$  bis  $A_1$  unabhängig vom Neigungswinkel  $u$  des Strahles  $AP$  gegen die Achse sein. Wir wollen diese Forderung in leicht verständlicher Zeichensprache niederschreiben als

$$[ASS_1A_1] = [APP_1A_1].$$

Entsprechend gilt für die Strahlen  $BS'$   $AS$  u.  $BP'$   $AP$ :

$$[BS'S_1B_1] = [BP'P_1B_1].$$

$BS'$  und  $AS$  schneiden sich nach dem Durchgange durch das System im bildseitigen Brennpunkte  $F_1$ . Dieser ist der Bildpunkt des unendlich fernen Achsenpunktes. Eine von ihm ausgehende, dem Parallelstrahlenbündel aus den Strahlen von  $AS$  bis  $BS'$  zugehörige Wellenfläche streicht im selben Zeitpunkt über A und B und läuft in  $F_1$  zusammen. Daher ist auch

$$[ASS_1F_1] = [BS'S_1F_1].$$

Ist  $A_1B_1 = \Delta y_1$  von genügender Kleinheit, so gilt

$$[F_1A_1] = [F_1B_1].$$

Durch Addition zur vorigen Lichtwegvergleichung erhält man:

$$[ASS_1A_1] = [BS'S_1B_1].$$

Mit den beiden oben hingeschriebenen Lichtweggleichungen folgt daraus:

$$[APP_1A_1] = [BP'P_1B_1].$$

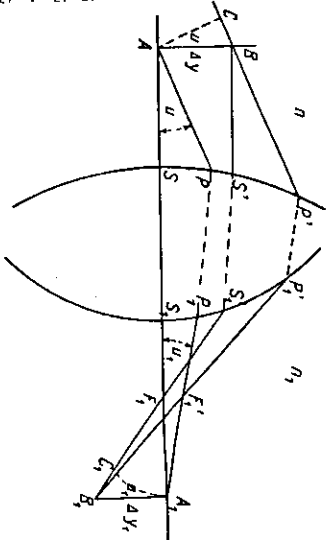
C sei der Fußpunkt des Lotes von A auf  $BP'$ . Es ist dann  $\sphericalangle CAB = u$  und damit

$$CB = AB \cdot \sin u = \Delta y \cdot \sin u.$$

Das Parallelstrahlenbündel aus den Strahlen von  $AP$  bis  $BP'$  findet bildseitig einen Vereinigungspunkt in  $F_1$ . Eine diesem Bündel zugehörige (ebene) Wellenfläche streicht über den Punkt A, wenn sie gleichzeitig durch den Punkt C auf dem Strahle  $BP'$  geht. Daraus folgt

$$[APP_1F_1] = [CP'P_1F_1].$$

Fig. 1008. Zur Ableitung der Sinusbedingung.



Subtraktion von der vorletzten Gleichung ergibt

$$[F_1'A_1] = -[CB] + [F_1'B_1].$$

Schlägt man um  $F_1'$  mit  $F_1'A_1$  einen Bogen, der  $F_1'B_1$  in  $C_1$  schneidet, so kann wegen der vorausgesetzten Kleinheit von  $A_1B_1 = \Delta y_1$  der Bogen als gerade aufgefaßt werden. Im  $\Delta A_1C_1B_1$  ist dann  $\sphericalangle A_1C_1B_1 = 90^\circ$  und  $\sphericalangle C_1A_1B_1 = u_1$ , der Strahleneigung des Strahles  $P_1A_1$  gegen die Achse. Somit gilt

$$F_1'B_1 = F_1'C_1 + C_1B_1 = F_1'A_1 + \Delta y_1 \cdot \sin u_1.$$

Es war  $CB = \Delta y \cdot \sin u$ . Der „Lichtweg“ (s. o. 3.)  $[CB]$  ist also  $n \cdot \Delta y \cdot \sin u$ . Setzt man entsprechend für die anderen Glieder der letzten Lichtweggleichung ein, so ist

$$n_1 \cdot F_1'A_1 = -n \cdot \Delta y \cdot \sin u + n_1 \cdot F_1'A_1 + n_1 \cdot \Delta y_1 \cdot \sin u_1$$

oder

$$n \cdot \Delta y \cdot \sin u = n_1 \cdot \Delta y_1 \cdot \sin u_1.$$

Diese Sinusbedingung ist also die physikalische Voraussetzung dafür, daß zwei achsennahe Flächenelemente mit den linearen Abmessungen  $\Delta y$  und  $\Delta y_1$  durch weitgeöffnete Strahlenbündel (Mikroskop, photogr. Porträt-Objektiv, Projektions-Objektiv) aberrationsfrei ineinander abgebildet werden. Damit die Ver-

Größerung  $\frac{\Delta y_1}{\Delta y}$  unabhängig von dem Öffnungswinkel  $u$  des abbildenden Bündels bleibt, also unabhängig von der Zone der ersten brechenden Fläche des abbildenden Systemes (§ 282), muß mit dafür gesorgt werden, daß die numerischen Aperturen (§ 330) der abbildenden Strahlenbündel im Gegenstands- und Bildraum, nämlich  $A = n \cdot \sin u$  und  $A_1 = n_1 \cdot \sin u_1$  im Verhältnis der Vergrößerung  $\frac{\Delta y_1}{\Delta y}$  stehen. Dann ist die Sinusbedingung erfüllt, d. h. die Abbildung ist aberrationsfrei, ähnlich und so hell, wie es nach den Gesetzen der Physik möglich ist. — Für bestimmte Lagen der Gegenstandsfläche kann durch geeignete Linsenkombination die Sinus-Bedingung meist gut erfüllt werden. — Gemäß der Ableitung ist sie eine Forderung der physikalischen Wellennatur des Lichtes; sie steht mit der ihr entsprechenden Forderung der geometrischen Optik, nämlich der Helmholtz'schen Gleichung:  $n \cdot y \cdot \text{tg } u = n_1 \cdot y_1 \cdot \text{tg } u_1$ , welche bei kollinärer Abbildung verlangt wird (§ 277), in Widerspruch. Beide Bedingungen können zugleich nur für verschwindende Strahleneigungen erfüllt werden, d. h. für einen Fall, welcher der Voraussetzung nicht genügt, die zur Sinus-Bedingung führt.

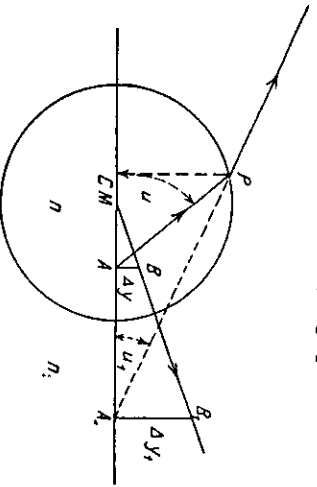


Fig. 1009. In den aplanatischen Punkten  $A$  und  $A_1$  einer Kugelfläche ist die Sinusbedingung erfüllt.

Weiter ist  $PC = PA \cdot \sin u = PA_1 \cdot \sin u_1$ . Also gilt

$$\frac{\Delta y}{\Delta y_1} = \frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{MA}{M_1 A_1}.$$

Das Brechungsgesetz in der Form von Möbius gibt

$$\frac{PA}{PA_1} = \frac{\sin u_1}{\sin u},$$

$$\frac{PA}{PA_1} : \frac{MA}{M_1 A_1} = \frac{n}{n_1}.$$

$$\frac{\sin u_1}{\sin u} : \frac{\Delta y}{\Delta y_1} = \frac{n}{n_1}$$

Durch Einsetzen finden wir  $n \cdot \sin u \cdot \Delta y = n_1 \cdot \sin u_1 \cdot \Delta y_1$ .

In den aplanatischen Kugelpunkten ist die Sinus-Bedingung erfüllt.

7. Krümme Lichtstrahlen. Wenn ein Lichtstrahl aus einem durchsichtigen Körper in einen anderen tritt, dessen Brechungsverhältnis von dem des ersten verschieden ist, so erfährt der Lichtstrahl eine Brechung, d. h. eine plötzliche Richtungsänderung, die unter sonst gleichen Umständen um so größer ist, je größer der Unterschied der beiden Brechungsverhältnisse ist. Wenn sich die Brechungsverhältnisse nur wenig voneinander unterscheiden, so ist auch die Richtungsänderung des Lichtstrahles klein. Wenn ein Lichtstrahl durch eine Aufeinanderfolge von Körpern tritt, von denen

§ 333. Die Erklärung der Brechung des Lichtes aus seiner Wellennatur 939

jeder später durchlaufene ein Brechungsverhältnis hat, das nur unendlich wenig von dem vorher durchlaufenen verschieden ist, wenn also die Änderung des Brechungsverhältnisses eine stetige Funktion ist, so ist auch die Richtungsänderung des Lichtstrahles stetig, d. h. der Lichtstrahl bekommt die Form einer gekrümmten Linie.

Von dieser Tatsache können wir uns durch einen einfachen Versuch überzeugen: Wir gießen in ein aus Spiegelglasplatten hergestelltes großes, paralleles Gefäß Wasser und schichten vorsichtig Weingeist darauf; dann entsteht zwischen den beiden Flüssigkeiten eine deutlich sichtbare Trennungsebene. Wenn ein Lichtstrahl schräg auf diese Trennungsebene fällt, so wird er so gebrochen, daß sein Einfallswinkel in Weingeist kleiner ist als in Wasser, da das Brechungsverhältnis des Weingeistes größer als das des Wassers ist. Läßt man nun das Gefäß längere Zeit ruhig stehen, so diffundieren die Flüssigkeiten allmählich ineinander (man kann dasselbe durch vorsichtiges Rühren erreichen), die scharfe Trennungsebene verschwindet, und es bildet sich ein ausgedehntes Übergangsgelände aus, in dem jede höher liegende Schicht ein Brechungsverhältnis hat, das um einen geringen Betrag größer ist als das einer tieferen Schicht. Jetzt erfährt der Lichtstrahl beim Übergange aus der obersten, fast reinen Weingeist enthaltenden Schicht in die unterste, fast reine Wasser enthaltende Schicht ein allmähliche Krümmung. Läßt man nun den Lichtstrahl so eintreten, daß er mit den einzelnen Trennungsschichten einen sehr kleinen Winkel bildet, so kann die Krümmung so erfolgen, daß der Lichtstrahl wieder nach oben gerichtet wird.



Fig. 1010. Krümmter Lichtstrahl durch ober-schichtesten Alkohol auf Wasser.

In Fig. 1010 ist die Versuchsanordnung abgebildet: Die von der elektrischen Bogenlampe  $B$  ausgehenden Lichtstrahlen werden durch die Kondensorlinse  $K$  parallel gemacht, und aus dem parallelen Strahlenbündel sondert die Blende  $Bl$  ein schmales Bündel  $L$  aus. Dieses trifft bei  $E$  schräg auf die eine Seitenwand der mit Weingeist und Wasser gefüllten Glaswanne. Der Weingeist wird mit einer geringen Menge Fluorescein gefärbt. Dann leuchtet das Lichtbündel auf seinem Wege in hellgrünem Fluoresceinlicht auf und kann so gut beobachtet werden. Es verläuft in den Wasser-Weingeistschichten so, wie es in der Figur dargestellt ist: das Strahlenbündel geht zuerst nach unten, krümmt sich aber so, daß es seine hohle Seite oben hat, erreicht in  $C$  den tiefsten Punkt und geht dann wieder gekrümmt nach oben; bei  $E'$  tritt es wieder aus.

Die Erklärung für den krümmenden Verlauf des Strahlenbündels ergibt sich leicht aus Fig. 1011 auf Grund der Wellennatur des Lichtes: Das von links eintretende parallele Strahlenbündel  $L$  hat in einem bestimmten Augenblicke die ebene Frontwelle  $A_1 A_2$ . Da nun das Brechungsverhältnis in den oberen Schichten der geschichteten Flüssigkeit größer ist als in den unteren ( $n_1 > n_2$ ), so ist die Lichtgeschwindigkeit des oberen Teiles des



Strahlenbündels, also bei  $A_1$ , kleiner als im unteren Teile des Strahlenbündels, bei  $A_2$ . Daher nimmt die Wellenfläche an einer vom Lichtstrahl später erreichten Stelle  $B_2$  eine Form an, die dadurch bestimmt ist, daß  $A_1 B_1 < A_2 B_2$  ist. In derselben Weise folgt, daß auch die Wellenflächen an den später erreichten Punkten gegen die Wellenflächen in früher erreichten Punkten geneigt sind. Da nun die Richtungen der Lichtstrahlen immer senkrecht auf den Wellenflächen stehen, so folgt hieraus die Krümmung des

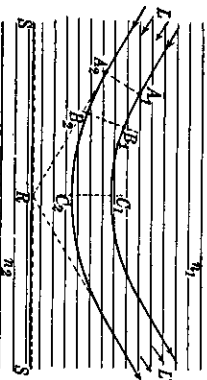


Fig. 1011. „Spiegelung“ durch gekrümmte Lichtstrahlen.

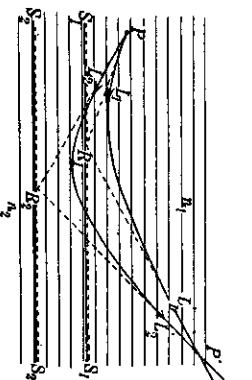


Fig. 1012. Zweifaches Bild durch gekrümmte Lichtstrahlen.

Strahlenbündels. Das Strahlenbündel verläßt die geschichtete Flüssigkeit in der Richtung  $L'$ . Verlängern wir die Richtung der ein- und austretenden Strahlen, so schneiden sie sich in  $R$ . Das Strahlenbündel verläßt die Flüssigkeit demnach so, als ob es in  $R$  gespiegelt wäre. Die Schicht  $SS$  erscheint einem Auge, das schräg in die Flüssigkeit hineinblickt, wie ein ebener, total reflektierender Spiegel.

Gehen (nach Fig. 1012) von einem in einer geschichteten Flüssigkeit liegenden, leuchtenden Punkte  $P$  mehrere Strahlen aus, so verlaufen alle diejenigen Strahlen, die die Schichten unter einem nur kleinen Neigungswinkel treffen, ähnlich, wie es in Fig. 1010 dargestellt ist. Nun kann es sich ereignen, daß sich zwei von  $P$  ausgehende Strahlen  $L_1$  und  $L_2$  so krümmen, daß sie sich nachher wieder in einem Punkte  $P'$  schneiden. Befindet sich das Auge eines Beobachters in  $P'$ , so treten die beiden Strahlen von verschiedenen Richtungen aus ( $L_1'$  und  $L_2'$ ) ins Auge, und daher erscheinen dem Auge Bilder des leuchtenden Punktes in der Rückwärtsverlängerung beider Strahlen. Diese Bilder liegen so, als ob die von  $P$  ausgehenden Strahlen  $R_1$  und  $R_2$  an den scheinbaren Spiegelflächen  $S_1 S_1$  und  $S_2 S_2$  gespiegelt worden wären. Wir kommen auf diese Erscheinung bei der Erklärung der Luftspiegelungen (§ 352) wieder zurück.

§ 334. Das Fermatsche Prinzip.

Das Fermatsche<sup>1)</sup> Prinzip lautet:

*Der Weg eines Lichtstrahles von einem Punkte zu einem andern verläuft stets so, daß das Licht zu diesem Wege eine Zeit gebraucht, die so kurz als möglich ist.*

1) Pierre de Fermat (1608–1665), Parlamentsrat in Toulouse, Jurist, aber zugleich der bedeutendste Mathematiker, den Frankreich hervorgebracht hat, stellte das genannte Prinzip auf, um das Snellsche Brechungsgesetz zu beweisen.

1. Beweis für die Reflexion des Lichtes: Vor dem ebenen Spiegel  $SS'$  (Fig. 1013) liegen die beiden Punkte  $A$  und  $B$ . Werden diese Punkte mit zwei auf der Spiegelfläche liegenden Punkten  $C$  und  $F$  verbunden, von denen  $C$  so liegt, daß der Strahl  $ACB$  dem Reflexionsgesetz folgt, der Strahl  $AFB$  aber nicht, so wird behauptet, daß das Licht zu dem Wege  $ACB$  kürzere Zeit braucht, als es zu dem Wege  $AFB$  brauchen würde. Da die Lichtgeschwindigkeit in dem ganzen vor dem Spiegel  $SS'$  liegenden Raume dieselbe ist, so genügt der Nachweis, daß der Weg  $ACB$  kürzer ist als der Weg  $AFB$ .

Fällt man von  $F$  auf  $AC$  das Lot  $FD$  und auf die Verlängerung von  $BC$  das Lot  $FE$ , so ist, wegen der aus dem Reflexionsgesetz ( $\sphericalangle BCL = \sphericalangle ACL$ ) folgenden Kongruenz der Dreiecke

$$\triangle CDF \cong \triangle CEF,$$

$$CD = CE.$$

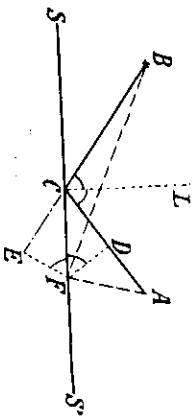


Fig. 1013. Reflexionsgesetz aus dem Fermatschen Satze.

Hieraus folgt: der Weg  $ACB$  ist gleich  $AD + DC + CB = AD + EC + CB = AD + EB$ . Nun ist ferner  $AD < AF$  und  $BE < BF$ , daher ist

$$AD + EB < AF + FB,$$

d. h. der Weg  $ACB$  ist kürzer als der Weg  $AFB$ . Hieraus folgt also das Fermatsche Prinzip, daß das Licht den Weg  $ACB$  in kürzerer Zeit zurücklegt, als den Weg  $AFB$ <sup>1)</sup>.

2. Beweis für die Brechung des Lichtes: In Fig. 1014 sei die  $WW'$ -Ebene die

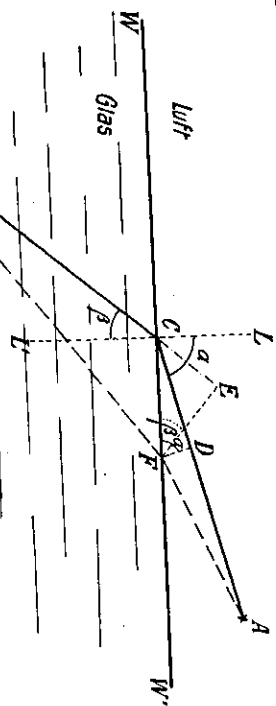


Fig. 1014. Brechungsgesetz aus dem Fermatschen Satze.

Grenzfläche zweier ungleich brechender Mittel, z. B. von Luft und Glas. Der Punkt  $A$  liege in Luft, der Punkt  $B$  in Glas. Verbindet man die beiden auf der Grenzfläche liegenden Punkte  $C$  und  $F$  mit  $A$  und  $B$ , so möge  $ACB$  der dem Brechungsgesetze entsprechende Weg des Lichtes sein, während  $AFB$  ein beliebiger

1) Den Satz vom kürzesten Lichtwege bei der Reflexion kannte schon Hero von Alexandria (Fuhnote S. 337).

anderer Weg ist. Es wird behauptet, daß das Licht zu dem Wege  $ACB$  kürzere Zeit braucht, als es zu dem Wege  $AFB$  brauchen würde.

Wenn das Brechungsverhältnis des Glases gegen Luft  $n$  ist, und wenn man die Lichtgeschwindigkeit in Luft gleich 1 setzt, so ist die Lichtgeschwindigkeit in Glas gleich  $\frac{1}{n}$ . Das Licht braucht zu dem Wege  $ACB$  die Zeit  $AC \cdot 1 + CB \cdot n$ ;

es würde zu dem Wege  $AFB$  die Zeit  $AF \cdot 1 + FB \cdot n$  brauchen. Sind  $\alpha$  und  $\beta$  die wirklichen Einfallswinkel, so ist  $\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$ .

Fällen wir noch von  $F$  aus auf  $AC$  das Lot  $FD$  und auf die Verlängerung von  $BC$  das Lot  $FE$ , so ist auch

$$\sphericalangle DFC = \alpha \quad \text{und} \quad \sphericalangle CFE = \beta,$$

also ist  $\sin DFC = n \cdot \sin CFE$ . Da nun  $\sin DFC = \frac{CD}{CF}$  und  $\sin CFE = \frac{CE}{CF}$  ist, so ergibt sich, daß  $CD = n \cdot CE$  ist.

Die Zeit, die der Lichtstrahl zu dem Wege  $ACB$  braucht, der dem Brechungsgesetze entspricht, also die Zeit  $AC + n \cdot CB$  können wir ersetzen durch  $AD + DC + n \cdot CB$ .

Da nun  $DC = n \cdot CE$  ist, so folgt für diese Zeit der Wert

$$AD + n \cdot CE + n \cdot CB = AD + n \cdot EB.$$

Nun ist  $AD < AF$ ,  $EB < FB$ , folglich ist  $AD + n \cdot EB < AF + n \cdot FB$ . Der letztere Ausdruck ist die Zeit, die das Licht brauchen würde, wenn es dem Wege  $AFB$  folgen würde. Damit ist das Fermatsche Prinzip auch für die Brechung bewiesen.

Das Fermatsche Prinzip gilt nur, insoweit man die Lichtstrahlen als voneinander unabhängige, geometrische gerade Linien betrachten darf und man von der physikalischen Natur des Lichtes absieht. Auf Beugungsvorgänge findet es daher keine Anwendung.

### Sechzehnter Abschnitt.

## Die Polarisation des Lichtes.

### § 335. Die Polarisation des Lichtes durch Reflexion.

Die bisherigen Beobachtungen haben uns nur sichere Kenntnisse von der Wellennatur des Lichtes im allgemeinen gegeben; doch ist die Frage noch offen geblieben, welcher Art die Lichtwellen sind, denn die behandelten Interferenz- und Beugungserscheinungen können sowohl bei Querwellen wie bei Längswellen auftreten. Die folgenden Versuche sollen uns über die Schwingungsrichtung Aufschluß geben.

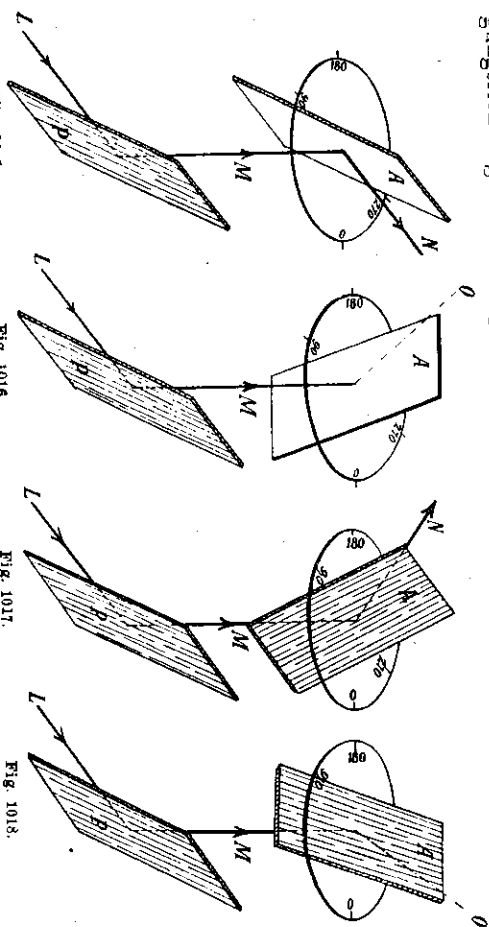


Fig. 1015.

Fig. 1016.

Fig. 1017.

Fig. 1018.

Die Polarisation des Lichtes durch Reflexion.

Ein paralleles Lichtstrahlenbündel  $L$  (Fig. 1015) trifft schräg auf eine an der Hinterseite geschwärzte Glasplatte  $P$ . Der in das Glas eintretende Teil des Lichtes wird an der Rückseite verschluckt, und nur der an der Vorderseite der Glasplatte reflektierte Teil  $M$  des Lichtes bleibt der Beobachtung zugänglich. Läßt man das reflektierte Licht  $M$  auf eine zweite, hinten geschwärzte Glasplatte  $A$  fallen, so findet eine nochmalige Reflexion des Lichtes nach  $N$  statt. Dreht man jetzt die zweite spiegelnde Glasplatte  $A$  um den auf sie fallenden Lichtstrahl  $M$  als Achse der Reihe nach in die durch Fig. 1015—1018 dargestellten Lagen, so wechselt der reflektierte Strahl seine Intensität viermal. Er erreicht den höchsten Wert der Intensität dann, wenn

994 die Einfallsebenen der auf die Platte auffallenden Lichtstrahlen, oder, was dasselbe sagt, wenn die Reflexionsebenen der beiden Platten zusammenfallen (wie in Fig. 1015 u. 1017); während die Intensität des Lichtes einen kleinsten Wert annimmt, wenn die beiden Reflexionsebenen senkrecht aufeinander stehen (wie in Fig. 1016 u. 1018).

Läßt man die Lichtstrahlen unter verschiedenen Einfallswinkeln auf die beiden Glasplatten fallen, so tritt der Wechsel der Intensität des von der zweiten Platte reflektierten Lichtes dann am stärksten hervor, wenn der Einfallswinkel bei jedem Spiegel  $55^\circ$  beträgt (Fig. 1019).

Durch die Reflexion an der Glasplatte wird das Lichtstrahlenbündel so beeinflußt, daß es in zwei aufeinander senkrechten Richtungen ein vollkommen verschiedenes Verhalten zeigt. Man nennt diese Veränderung Polarisation, das so geänderte Licht polarisiertes Licht und die Einfallsebene des durch Reflexion polarisierten Lichtes die Polarisationssebene.<sup>1)</sup>

Wären die das Licht erzeugenden Wellen longitudinale Wellen, so müßten die reflektierten Lichtstrahlen auch aus longitudinalen Wellen bestehen. Nun ist aber nicht einzusehen, wie longitudinale Wellen, bei denen die einzelnen Teilchen eine hin- und hergehende Bewegung in der Fortpflanzungsrichtung der Strahlen haben (ähnlich wie die Luftteile in einer tönenden Luftsäule), eine senkrecht zu dieser Fortpflanzungsrichtung auftretende Verschiebenheit hervorbringen könnten. Nimmt man dagegen an, daß der Wellencharakter des Lichtes transversaler Natur ist, daß sich also die einzelnen schwingenden Teilchen senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Wellen, also senkrecht zur

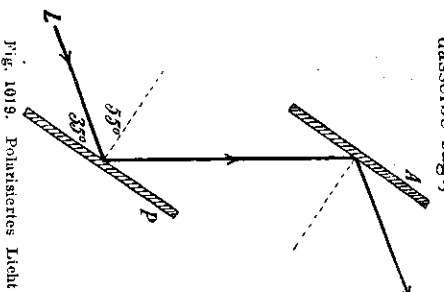


Fig. 1019. Polarisiertes Licht durch Reflexion. Reflexionssebene ist Polarisationssebene.

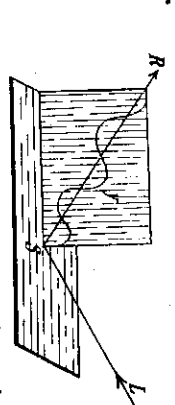


Fig. 1020. Senkrecht zur Reflexionssebene polarisiertes Licht; die Schwingungen erfolgen in der Reflexionssebene.

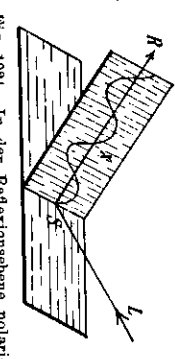


Fig. 1021. In der Reflexionssebene polarisiertes Licht; die Schwingungen erfolgen senkrecht zur Reflexionssebene.

richtung zum Lichtstrahl stehende Richtung in optischer Beziehung vor einer anderen bevorzugt. Wie man sich die Verhältnisse im einzelnen vorstellen kann, ob etwa einige Elementarschwingungen, die ein gewöhnliches, unpolarisiertes Strahlenbündel erzeugen, in der einen, die anderen in anderen Richtungen erfolgen, oder ob die Ebene einer einzelnen Elementarschwingung dauernd ihre Lage wechselt, darüber wissen wir nichts. Es ist auch überflüssig, hierüber eine Annahme zu machen.

Trifft ein Lichtstrahlenbündel  $I$  die schwarze Glasplatte  $P$  unter dem Polarisationswinkel von  $55^\circ$ , so werden nur diejenigen Strahlen reflektiert, deren Schwingungsrichtung zu der Einfallsebene eine ganz bestimmte Richtung hat. Ob die Schwingungsebene des Lichtes mit der Einfallsebene des polarisierten Lichtes, der Polarisationssebene, zusammenfällt (wie in Fig. 1020 angedeutet) oder ob sie auf ihr senkrecht steht (wie in Fig. 1021), war lange Zeit hindurch eine strittige Frage, welche aber durch die elektromagnetische Lichttheorie (Bd. II) gegenstandslos geworden ist. Beide Annahmen sind mit allen Erscheinungen, die am polarisierten Lichte betrachtet werden können, vereinbar. Wir wollen in Zukunft annehmen, daß die Schwingungsebene des polarisierten Lichtes auf der Polarisationssebene senkrecht steht (wie in Fig. 1021). (Man pflegt in scheinbarem Widerspruch hierzu zu sagen, das Licht ist in der Einfallsebene polarisiert.) Das geschieht deshalb, weil wir eine der gleichberechtigten Annahmen zugrunde legen müssen. Unsere Festsetzung stimmt mit der Auffassung überein, wie sie von Fresnel verfochten wurde. Dieser nahm an, daß die kleinsten Teilchen eines alle Stoffe durchdringenden äusserst feinen Lichtäthers (S. 600) die Lichtschwingungen ausführen und senkrecht

1) Die Entdeckung der Polarisation des Lichtes geht auf Malus (1775—1812) zurück. Als Malus 1808 eines Abends durch einen Kalkspat nach dem im Lichte der untergehenden Sonne erglänzenden Fenstern des Palais Luxemburg in Paris sah, beobachtete er, daß bei einer bestimmten Stellung des Kalkspates nur ein Bild zu sehen war. Er wiederholte seine Versuche mit anderen Lichtquellen, deren Licht an Glasplatten und an Wasser gespiegelt wurde. Er schloß hieraus auf eine Seitlichkeit der Lichtstrahlen und glaubte diese damit begründen zu können, daß die vom Lichte ausgestrahlten Lichtkörperchen „polar“, d. h. ähnlich wie kleine Magnete mit Polen, beschaffen seien. Von Malus rührt der Name Polarisation her. Fresnel stellte auf Grund der von ihm verfochtenen Schwingungstheorie des Lichtes fest, daß zwei zueinander rechtwinklig polarisierte Lichtstrahlen nicht miteinander interferieren können. Der geniale Arzt Thomas Young (1773—1829) zog hieraus den Schluß (1817), daß die Schwingungen des Lichtes transversaler Natur sein müssen. (Die Anschauung, daß die Lichtschwingungen transversal seien, war sonderbarerweise übrigens schon 1672 von Hooke geäußert worden.) Fresnel fand darauf 1821, daß transversale Schwingungen zu Schwingungen sehr verschiedener Art, z. B. zu elliptischen Schwingungen, zusammengesetzt werden können. Er begründete die Lehre von der Zirkularpolarisation und erklärte damit die Drehung der Polarisationssebene des Lichtes im Quarz. Ferner erläuterte er die Doppelbrechung durch die nicht kugelförmige Wellenfläche des Lichtes.

zur Polarisationssebene schwingen. Vorläufig ist es für uns nur nötig, an dem transversalen Wellencharakter des Lichtes festzuhalten.

Um die Unbequemlichkeit der Versuchsanordnung, die darin besteht, daß das Lichtstrahlenbündel nach der Reflexion eine andere Richtung hat als vorher, zu verhindern, verbindet man mit der reflektierenden schwarzen Glasplatte einen ihr parallelen gewöhnlichen Glasspiegel, in einem festen Gehäuse. So entsteht der in Fig. 1022

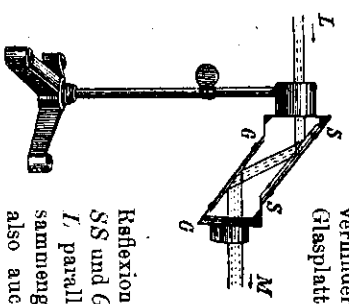


Fig. 1022. „Reflex-Polarisator“ nach Grim-sehl.

M dargestellte Apparat, den wir „Reflex-Polarisator“ nennen wollen. Das von einer Lichtquelle, z. B. der Sonne, ausgehende parallele Strahlenbündel *L* erfährt an dem Glasspiegel *SS* eine Reflexion nach der Glasplatte *GG*. Hier erfährt der reflektierte Strahl eine nochmalige Reflexion in der Richtung *M*. Wegen der parallelen Lage von *SS* und *GG* ist der reflektierte Strahl *M* dem einfallenden Strahl *L* parallel. Man kann nun den aus Spiegel und Glasplatte zusammengesetzten Apparat in dem Ringe des Statives drehen, also auch die Reflexionsebene der Glasplatte beliebig drehen, so auch die reflektierte Strahl *M* seine Richtung ändert. Der Spiegel und die Glasplatte sind in dem Gehäuse so befestigt, daß der in der Richtung der Achse des Stativringes auftretende Lichtstrahl den Einfallswinkel von 55° hat.

Setzt man zwei Apparate von der in Fig. 1022 dargestellten Art zu einem einheitlichen Apparate zusammen, so entsteht der in Fig. 1023 abgebildete Apparat. Hier reflektiert die zweite Hälfte der Spiegelkombination das durch die erste Hälfte polarisierte Licht mit dem Maximum der Intensität, wenn die Einfallsebenen der beiden Teile parallel sind, während dann, wenn die Einfallsebenen der beiden Hälften senkrecht aufeinander stehen, eine vollständige Auslöschung des Lichtes eintritt, indem der durch den ersten Teil des Apparates reflektierte Teil des Lichtes im zweiten Teile des Apparates vollkommen absorbiert wird.

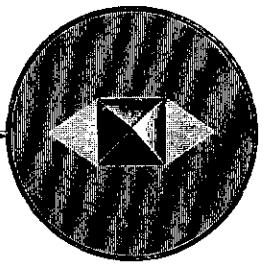
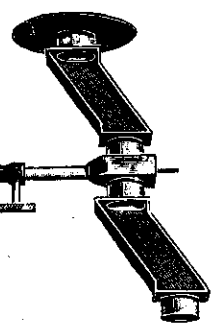


Fig. 1023. Zwei Reflex-Polarisatoren nach Fig. 1022, die gegeneinander drehbar sind.

Das Verhalten des polarisierten Lichtes durch Reflexion wird in besonders deutlicher Weise bei der folgenden Versuchsanordnung sichtbar.

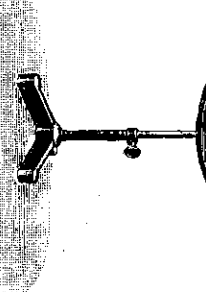


Fig. 1024. Reflexion polarisiertes Lichtes an einer vierseitigen Glaspyramide.

Eine aus vier dreieckigen, schwarzen Glasplatten zusammengesetzte Glaspyramide (Fig. 1024) ist mit ihrer Grundfläche auf die Mitte eines weißen Schirmes

so aufgesetzt, daß sie sich von hinten um ihre Achse drehen läßt. Der Neigungswinkel der Seitenflächen ist so gewählt, daß das in axialer Richtung auftretende Licht die Pyramide unter dem Einfallswinkel von 55° trifft. Wird polarisiertes Licht, das durch den Polarisator in der in Fig. 1022 gezeichneten Stellung polarisiert ist, auf diese Pyramide geleitet, so entstehen auf dem weißen Schirme zwei helle dreieckige Flecke oben und unten, die durch die Reflexion des Lichtes an der oberen und unteren Fläche der Pyramide erzeugt werden, während das Licht von den Flächen links und rechts nicht reflektiert wird. Dreht man die Pyramide langsam um die durch den Schirm gehende Achse, so drehen sich natürlich auch die hellen Flecke, dabei nimmt aber ihre Helligkeit ab. Gleichzeitig erzeugen die beiden seitlichen Flächen dreieckige Lichtflecke, die zuerst nur schwach sind, aber bei fortgesetzter Drehung heller werden. Steht die Pyramide so, daß die diagonale der Grundfläche lothrecht ist, daß also die Reflexionsebenen der Seitenflächen unter Winkeln von 45° gegen die Reflexionsebene des Polarisators geneigt sind, so sind alle vier durch die Reflexion erzeugten, dreieckigen Lichtflecke gleich hell. Bei fortgesetzter Drehung verschwinden die vorher hellen Flecke, während die anderen an Helligkeit so lange zunehmen, bis ihre Reflexionsebenen denen des Polarisators parallel sind, bis also die reflektierenden Pyramidenflächen oben und unten sind.

Die Glaspyramide gibt uns Aufschluß über die Ebenen, in denen das auf sie treffende Strahlenbündel polarisiert ist. Man nennt allgemein eine diesem Zwecke dienende Vorrichtung einen Analysator. Aus dem beschriebenen Versuche geht hervor:

Wenn die Polarisationssebenen des Polarisators und des Analysators einander parallel sind, so sagt man: „Polarisator und Analysator sind einander parallel“ oder man spricht von „parallelen Polarisatoren“. Wenn die Ebene des Analysators zu der des Polarisators senkrecht steht, so sagt man: „Polarisator und Analysator sind gekreuzt“, oder man spricht von „gekreuzten Polarisatoren“.

Ein Apparat, bei dem ein Polarisator und ein Analysator zu einem einheitlichen Ganzen vereinigt sind, wie in Fig. 1025, heißt ein Polarisationsapparat.

Wenn das Licht einen Polarisationsapparat mit parallelen Polarisatoren durchsetzt, so verliert es den Apparat mit dem größten Werte der Lichtstärke. Wenn das Licht den Polarisationsapparat mit gekreuzten Polarisatoren durchsetzt, so verliert es den Apparat mit dem kleinsten Werte der Lichtstärke. Die Lichtstärke ist im letzteren Falle gleich Null, wenn die beiden Teile des Polarisationsapparates das Licht vollständig polarisieren.

Bilden die Polarisationssebenen einen von 0° und 90° verschiedenen Winkel miteinander, so wird das im Polarisator polarisierte Licht am Analysator nur teilweise reflektiert. Nach Malus gilt das Gesetz:

Die Intensität des aus dem Analysator austretenden Lichtes ist dem Quadrat des Kosinus desjenigen Winkels proportional, den die beiden Polarisatoren miteinander einschließen.

998 Beträgt die Intensität bei parallelen Polarisatoren  $J$ , und schließen die beiden Polarisatoren den Winkel  $\varphi$  miteinander ein, so ist die Intensität  $i$  des den Analysator verlassenden Lichtes

$$i = J \cdot \cos^2 \varphi.$$

Durch den in Fig. 1024 abgebildeten pyramidenförmigen Analysator zerfällt das polarisierte Licht in zwei Komponenten, deren Schwingungswerten nach dem Parallelogrammsatze gefunden werden können (§ 212, 3, s. auch Fig. 1044). Daher wird auch die Intensität der beiden Komponenten, welche durch die Energie der Strahlung gemessen wird (§ 212, 2), den Quadraten des Kosinus und dem Sinus desjenigen Winkels proportional sein, um den der Analysator aus der Reflexion erzeugenden Anfangslage gedreht ist. Die Summe der von zwei nebeneinander liegenden Pyramidenflächen reflektierten Intensitäten hat daher immer denselben unveränderlichen Wert.

Eine oft gebrauchte Form eines Polarisationsapparates, die von Nörrenberg<sup>1)</sup> (1858) angegeben ist, ist in Fig. 1025 abgebildet. Das in der Richtung  $L$  ein tretende Himmellicht wird an der Unterfläche der durchsichtigen Glasplatte  $P$  polarisiert und fällt auf den in der Fußhöhe des Apparates angebrachten Glaslinsenreflektor  $S$ . Hier wird es senkrecht nach oben in der Richtung  $M$  reflektiert und durchsetzt den Objektiven  $T$ . Dann fällt es auf den als Analysator dienenden, um den einfallenden Lichtstrahl  $M$  als Achse drehbaren schwarzen Glasspiegel  $A$ . In der in der Figur abgebildeten Stellung des Analysators zum Polarisator wird das Licht ausgelöscht. Diese Stellung entspricht den in Fig. 1016 und 1018 abgebildeten Stellungen.

Bei den in Fig. 1023 und 1025 abgebildeten Polarisationsapparaten kann man zwischen dem Polarisator und dem Analysator einen Körper bringen, der von dem am Polarisator veränderten, also polarisierten Lichte durchsetzt wird. Bei dem in Fig. 1023 abgebildeten Apparate wird der Körper in die Hülse eingesetzt, die sich unmittelbar über der Stativstange befindet; beim Nörrenbergschen Polarisationsapparate (Fig. 1025) wird der Körper auf den Objektiven  $T$  gelegt. In vielen Fällen, von denen die einfachsten noch näher besprochen werden, verändert der eingestellte Körper das polarisierte Licht in einer ihm eigentümlichen Weise. Diese

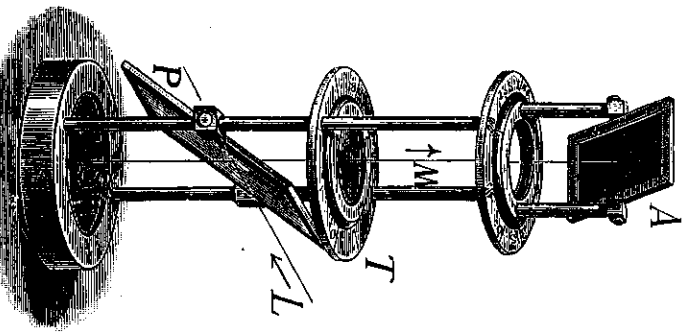


Fig. 1025 Nörrenbergscher Polarisationsapparat

1) J. G. C. Nörrenberg (1787—1862) — nicht Nörrenberg — führte 1858 seinen Apparat der Naturforscherversammlung in Karlsruhe vor.

Veränderung kann mit dem Analysator beobachtet werden. Aus der Art der Veränderung kann man dann einen Schluß auf die Natur des eingeschalteten Körpers ziehen.

### § 336. Polarisation des Lichtes durch Brechung.

Außer der Reflexion gibt es noch mehrere andere Vorgänge, die eine Polarisation des Lichtes bewirken.

Läßt man ein paralleles Lichtstrahlenbündel unter dem Polarisationswinkel von  $55^\circ$  auf eine Glasplatte fallen, deren Hinterseite nicht geschwärzt ist, so wird ein Teil des Lichtes in der oben beschriebenen Weise reflektiert; aber ein zweiter Teil des Lichtes geht nach zweimaliger Brechung durch die Glasplatte hindurch. Auch dieser Teil des Lichtes ist, wie man mit Hilfe eines Analysators beobachten kann, polarisiert. Aber der durch die Glasplatte hindurchgehende Teil des Lichtes unterscheidet sich in doppelter Hinsicht von dem reflektierten:

1. Die Polarisation ist nicht vollständig; das Licht wird durch den Analysator in keiner Richtung ganz ausgelöscht; vielmehr beobachtet man bei der Drehung des Analysators nur einen geringen Wechsel in der Helligkeit.
2. Die Polarisationssebene des durchgehenden Lichtes ist senkrecht zu der des reflektierten Lichtes; gerade in der Stellung des Analysators, bei der der reflektierte Strahl ausgelöscht ist, zeigt der durchgehende den größten Wert, während bei der Stellung des Analysators, bei der der reflektierte Strahl den größten Wert der Helligkeit zeigt, der durchgehende den kleinsten Wert der Lichtstärke aufweist.

Die bei der Brechung auftretende Polarisation des Lichtes erklärt sich daraus, daß das an der Grenzfläche reflektierte Licht in der Einfallsebene polarisiert ist (die Schwingungen stehen senkrecht zur Einfallsebene). Ist nun im natürlichen Lichte keine Schwingungsebene bevorzugt, so muß der Rest des Lichtes, der in den durchsichtigen Körper gebrochen eintritt, gerade um die Lichtschwingungen vermindert sein, die im reflektierten Lichte vorhanden sind. Die mit der Brechung verbundene Polarisation des Lichtes ist also gewissermaßen eine Restwirkung.

Um die Polarisation im durchfallenden Lichte vollständiger zu machen, läßt man das durch eine Glasplatte gehende Licht durch eine zweite, ihr parallele, dann durch eine dritte und noch mehrere andere fallen. Eine aus etwa 20 mit geringem Zwischenraume aufeinander liegenden, ebenen Spiegelglasplatten zusammengesetzte Glasschicht erzeugt im durchfallenden Lichte nahezu vollständige Polarisation, wenn das Lichtstrahlenbündel unter dem Polarisationswinkel von  $55^\circ$  auf die Glasschicht auffällt. Eine solche Zusammenstellung mehrerer Spiegelglasplatten zu einem einheitlichen Ganzen wird ein Glasplattensatz genannt. Ein solcher kann sowohl als Polarisator wie auch als Analysator eines Polarisationsapparates Verwendung finden.

In Fig. 1026 ist dargestellt, wie sich ein unter dem Polarisationswinkel von  $55^\circ$  auf einen Glasplattensatz fallendes Lichtstrahlenbündel  $L$  verhält.

Es zerfällt in den reflektierten Teil  $M$  und in den gebrochenen Teil  $N$ , der den Glasplattensatz in einer zu  $L$  parallelen Richtung verläßt. Nach unserer Annahme (§ 335) schwingen die Ätherteilchen in dem durch Reflexion polarisierten Strahle  $M$  senkrecht zur Einfallsebene. (Die Einfallsebene fällt mit der Ebene der Zeichnung zusammen; die auf dem Strahle  $M$  angehenden Punkte sollen andeuten, daß die Transversalschwingungen vom Beobachter aus in einem Punkt projiziert gesehen werden würden.) Der durch einen Glasplattensatz polarisierte, durchgehende Strahl  $N$  ist senkrecht zum reflektierten Strahle polarisiert; die Schwingungsrichtungen der Ätherteilchen fallen mit der Brechungsebene zusammen. (Die am Strahle  $N$  angegebenen kurzen Striche sollen andeuten, daß die Transversalschwingungen in der Ebene der Zeichnung erfolgen.) Der durch Reflexion polarisierte Strahl  $M$  wird von dem als Analysator dienenden zweiten Glasplattensatz  $A$ , vollständig nach  $R$  reflektiert; daher dringt kein Teil dieses Strahles in das Glas ein. Der durch Brechung polarisierte Strahl  $N$  geht durch den als Analysator dienenden Glasplattensatz  $A$ , in der Richtung  $B$  ohne jede Reflexion hindurch.

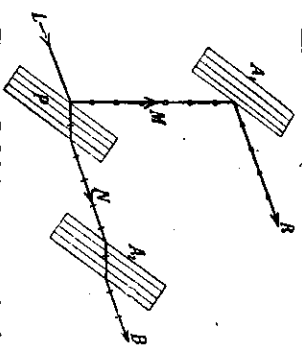


Fig. 1026. Reflektierter und hindurchgelassener Strahl sind senkrecht zueinander polarisiert

§ 337. Brewsters Satz über den Polarisationswinkel.

Die eigentümliche Tatsache, daß die vollkommenste Polarisation durch Reflexion (und ebenso durch Brechung) bei einem ganz bestimmten Winkel (bei Glas 55°) eintritt, der aber bei jeder Substanz verschieden ist, läßt vermuten, daß zwischen dem Brechungsverhältnisse und dem Polarisationswinkel eines Körpers eine einfache Beziehung besteht. Diese ist von Brewster (1813) (S. 929) aufgefunden und auch theoretisch begründet worden; sie lautet:

*Der Polarisationswinkel ist dadurch bestimmt, daß der gebrochene und der reflektierte Teil des auftretenden Lichtstrahles einen rechten Winkel miteinander einschließen.*

Wenn der Lichtstrahl  $L$  (Fig. 1027) unter dem Polarisationswinkel  $\alpha$  auf die Grenzfläche  $SS$  des brechenden Stoffes, dessen Brechungsverhältnis  $n$  ist, fallen soll, so muß der reflektierte Strahl  $CR$  auf dem gebrochenen Strahle senkrecht stehen. Wenn das der Fall ist, so bestehen zwischen dem Polarisationswinkel  $\alpha$  und dem diesem Winkel entspre-

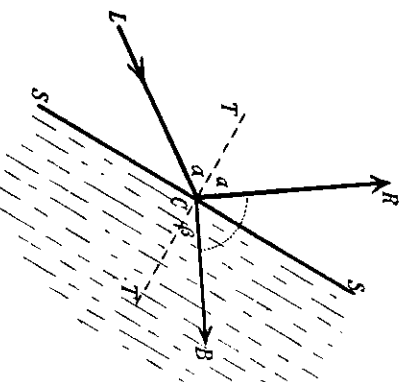


Fig. 1027. Bei der Reflexion unter dem Polarisationswinkel stehen reflektierter und gebrochener Strahl senkrecht aufeinander.

chenden Brechungswinkel  $\beta$  zwei Gleichungen, nämlich erstens das Snelli'sche Brechungsgesetz  $\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$  und zweitens die aus der Figur ersichtliche Beziehung  $\alpha + \beta = 90^\circ$ . Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\sin \alpha = n \cdot \sin (90 - \alpha) = n \cdot \cos \alpha,$$

$$\text{tg } \alpha = n.$$

woraus weiter folgt  
Mit dieser Gleichung kann der Polarisationswinkel jedes Stoffes, dessen Brechungsverhältnis bekannt ist, berechnet werden.

§ 338. Polarisation durch Turmalinplatten.

Wenn ein natürlicher, nicht polarisierter Lichtstrahl ein homogenes, isotropes Mittel durchläuft, so liegt keine Veranlassung vor, daß eine bestimmte Schwingungsrichtung des Lichtes bevorzugt wird. Daher findet in diesem Falle auch keine Polarisation des Lichtes statt, auch dann nicht, wenn das Licht senkrecht auf die Grenzfläche zweier durchsichtiger Stoffe fällt. Anders liegen die Verhältnisse aber, wenn ein Lichtstrahl in einem Kristall eintritt, dessen innerer Aufbau nach verschiedenen Richtungen verschieden ist. In der Tat wird das Licht beim Durchgange durch viele Mineralien polarisiert. Unter diesen zeigt der Turmalin die Erscheinung in der einfachsten Weise.



Fig. 1028. Turmalin-Kristall.

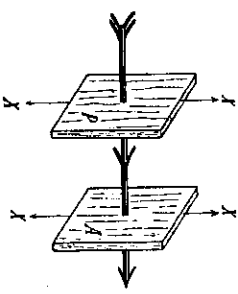


Fig. 1029. Parallel orientierte Turmalinplatten.

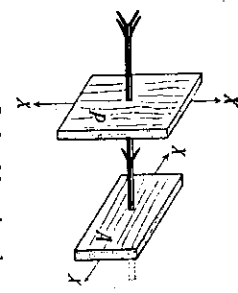


Fig. 1030. Senkrecht einander orientierte Turmalinplatten.

Der Turmalin ist ein Mineral, das im hexagonalen Systeme (rhomboëdrisch) kristallisiert. Fig. 1028 zeigt die gewöhnliche Form der Turmalinkristalle. Seiner chemischen Natur nach ist der Turmalin ein Silikat von verwickelter Zusammensetzung. Er kommt in verschieden gefärbten Vorkommen in der Natur vor. Von diesen sind die braun und grün gefärbten Vorkommen für physikalische Zwecke am besten geeignet. Schneidet man aus einem Turmalinkristalle eine dünne, planparallele Platte, deren Begrenzungsflächen der kristallographischen Hauptachsen parallel sind (also z. B. parallel der Ebene der Zeichnung in Fig. 1028) von solcher Dicke, daß das Licht gefärbt hindurchgeht, so wird das senkrecht durch die Turmalinplatte fallende Licht polarisiert. Legt man zwei Turmalinplatten so aufeinander, daß die Achsen  $XX$  der Kristalle einander parallel sind (Fig. 1029), so geht das Licht durch beide Platten hindurch. Dreht man nun aber die beiden Turmalinplatten gegeneinander, so wird die Intensität des Lichtes immer geringer; wenn die Achsen

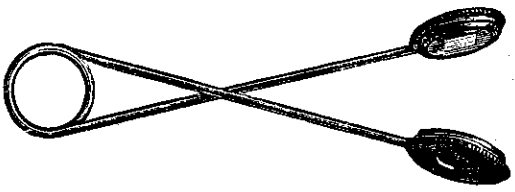


Fig. 1031. Turmalinzange.

senkrecht aufeinander stehen (gekrenzte Turmaline Fig. 1030), so geht kein Licht hindurch.

Die Vereinigung zweier Turmalinplatten zu einem einheitlichen Polarisationsapparate geschieht gewöhnlich in der in Fig. 1031 dargestellten Weise: Zwei Turmalinplatten sind in kreisförmigen Fassungen eingesetzt, die sich gegeneinander drehen lassen, und die durch eine aus Draht gebogene Feder gegeneinander gedrückt werden, so daß man zwischen die Turmalinplatten irgendwelche zu untersuchenden Körper klemmen kann. Man nennt einen so hergestellten Polarisationsapparat eine **Turmalinzange**.

Man kann zu einem Polarisationsapparate sowohl den Reflexpolarisator wie den Glaspolarisator und auch die Turmalinplatte in beliebiger Zusammenstellung zu zweien verwenden. Ein wesentlicher Unterschied zwischen Polarisator und Analysator besteht nicht. Allgemein heißt derjenige Teil des Polarisationsapparates, durch den das gewöhnliche, nicht polarisierte Licht eintritt und polarisiert wird, Polarisator, und der Teil des Polarisationsapparates, mittels dessen das polarisierte Licht beobachtet wird, Analysator.

Die Erklärung für die Wirkung der Turmalinplatte ist am Schlusse von § 342 angegeben.

§ 339. Doppelbrechung.

Der Kalkspat ist ein im hexagonalen Systeme (rhomboëdrisch) kristallisierender, durchsichtiger, farbloser Körper, der seiner chemischen Natur nach aus Kalziumkarbonat (CaCO<sub>3</sub>) besteht und in besonders schöner Ausbildung auf Island gefunden wird. Die gewöhnlichste Kristallform ist in Fig. 1032 abgebildet. Klopft man auf ein Kalkspatstück irgendwelcher Form mit dem Hammer, so zeigt er eine eigentümliche Spaltbarkeit nach drei zueinander geneigten Richtungen. Die einzelnen Spaltstücke sind Rhomboëder. In Fig. 1032 ist ein durch Spaltung entstandenes Rhomboëder in seiner richtigen Lage zu dem natürlichen Kristall eingezeichnet. Das Rhomboëder wird durch 6 Rhomben begrenzt, deren aneinanderstoßende Seitenlinien Winkel von 102° miteinander bilden. Der Neigungswinkel zweier Rhomben zueinander beträgt 105°6'. In zwei einander gegenüberliegenden Ecken des Rhomboëders stoßen nur stumpfe Winkel dreier rhombischer Seitenflächen zusammen; während in den übrigen sechs Ecken immer ein stumpfer Winkel der einen und zwei spitzen Winkel der beiden benachbarten rhombischen Seitenflächen zusammenstoßen. Die Verbindungsstübe der beiden stumpfen Ecken fällt mit der kristallographischen Hauptachse des Kalkspates zusammen. Sie wird auch optische Achse genannt. Jede durch die Hauptachse gelegte oder ihr parallele Ebene heißt ein Hauptschnitt.

In Fig. 1013 ist dargestellt, wie ein Kalkspatrhomboëder als hemiedrische Form einer sechsseitigen Doppelpyramide aufzufassen ist.

Legt man ein Kalkspatrhomboëder auf ein bedrucktes Stück Papier, so sieht man die Schrift doppelt (Fig. 1034); daher wird der Kalkspat auch **Doppelspat** genannt.

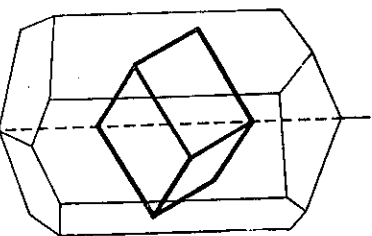


Fig. 1032. Gewöhnliche Kristallform des Kalkspates mit eingezeichneten Rhomboëder.

Bringt man nach Fig. 1035 ein Kalkspatrhomboëder so in den Gang eines schmalen, parallelen Lichtstrahlenbündels *L*, daß dieses die vordere Begrenzungsfläche des Rhomboëders in *L* senkrecht trifft, so verläßt das Licht den Kalkspat in zwei einander parallele Strahlenbündel zerlegt.<sup>1)</sup> Das eine dieser Strahlenbündel *O* geht durch den Kalkspat ungebrochen hindurch, während das zweite Bündel *Ao* trotz des senkrechten Einfalles beim Eintritt in den Kalkspat eine Ablenkung erfährt, die beim Austritte aus dem Kalkspate um denselben Betrag in entgegengesetzter Richtung erfolgt, so daß demnach die beiden getrennten Strahlenbündel den Kalkspat als zwei parallele Strahlenbündel verlassen. Das erste Strahlenbündel *O*, das sich scheinbar so verhält, wie jedes Strahlenbündel, das eine planparallele Glasplatte unter einem rechten Winkel trifft; das den gewöhnlichen Brechungsgesetzen folgt, heißt der **ordentliche Strahl**; das zweite Strahlenbündel *Ao*, das infolge der zweimaligen Ablenkung gegen den ursprünglichen Bündel verschoben ist, wird der **außerordentliche Strahl** genannt. Dreht man ein Kalkspatrhomboëder um den unter rechten Winkel einfallenden Lichtstrahl *LE* als Drehungsachse, so bleibt der ordentliche Strahl immer an seiner Stelle, während sich der außerordentliche Strahl im Kreise um den ordentlichen dreht.

Die Brechung und die Verschiebung des außerordentlichen Strahles im Kalkspate erfolgt immer in der Ebene des Hauptschnittes, und zwar so, daß der außerordentliche Strahl mit der optischen Achse einen größeren Winkel einschließt als der ordentliche Strahl. Er liegt also beim Austritte aus dem Rhomboëder von der stumpfen Ecke des Rhomboëders weiter entfernt als der ordentliche Strahl. Der Winkel, den der ordentliche und der außerordentliche Strahl beim senkrechten Auftreffen des Lichtes miteinander im Kalkspate bilden, heißt die **Doppelbrechung**.

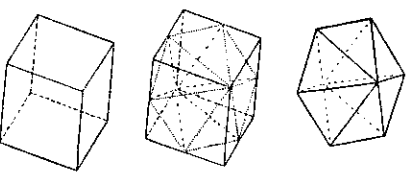


Fig. 1033. Das Rhomboëder ist die hemiedrische Form (Halbteilchen) der sechsseitigen Doppelpyramide.



Fig. 1034. Doppelbrechung des Kalkspates.

1) Die Doppelbrechung wurde von dem Daneu Erasmus Bartholinus (Mathematiker, Arzt und Jurist) (1625—1698) entdeckt (1669) und von Huygens eingehend untersucht.

bilden, ist immer derselbe. Daher entfernt sich der außerordentliche Strahl vom ordentlichen um so mehr, je dicker das Rhomboeder ist. Die Lichtstärke der beiden des Kalkspat verlassenden Strahlenbündel ist genau gleich.

Untersucht man die beiden Strahlenbündel mittels eines Analysators, so findet man, daß die beiden Strahlen senkrecht zueinander vollständig polarisiert sind. Die Polarisationsebene des ordentlichen Strahles fällt mit dem Hauptschnitt zusammen, diejenige des außerordentlichen Strahles steht senkrecht zum Hauptschnitt. Die Pfeile (Fig. 1035),

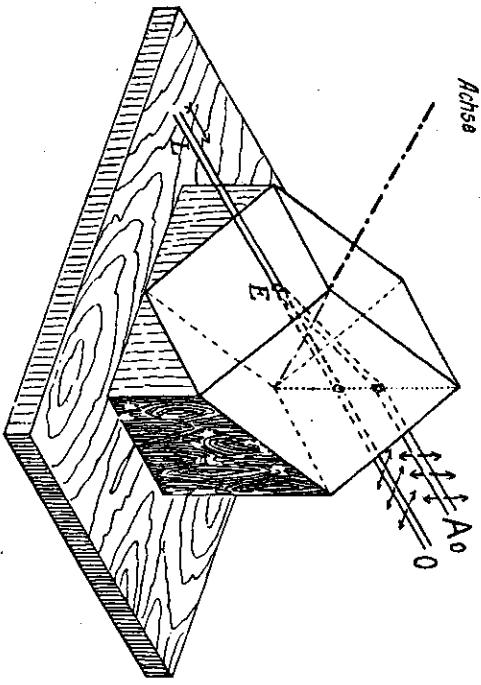


Fig. 1035. Ordentlicher und außerordentlicher Strahl.

die durch  $O$  und  $A_0$  gezogen sind, sollen die Schwingungsrichtungen in beiden Strahlen andeuten. Man sagt, der ordentliche Strahl ist im Hauptschnitt, der außerordentliche senkrecht zum Hauptschnitt polarisiert.

Wenn die beiden Lichtstrahlenbündel einen Analysator durchsetzen, so wechselt beim Drehen des Analysators die Helligkeit der beiden Strahlen. In derselben Weise, wie die Helligkeit der dreieckigen Lichtflecke bei dem Versuche mit dem Pyramidenanalysator (Fig. 1024).

Läßt man die beiden Lichtstrahlenbündel durch ein zweites Kalkspatrhomboeder gehen, das dem ersten gleich ist, so findet, wenn die beiden Hauptachsen der Rhomboeder parallel sind, keine weitere Zerlegung statt. Dreht man das zweite Rhomboeder um  $180^\circ$  gegen das erste um den ordentlichen Strahl als Achse, so erfolgt im zweiten Rhomboeder die Verschiebung des außerordentlichen Strahles in entgegengesetzter Richtung wie im ersten, die beiden Strahlen treten wieder vereinigt als unpolarisiertes Licht aus dem zweiten Kalkspat aus. Dreht man das zweite Rhomboeder um  $90^\circ$  um den einfallenden Strahl als Achse, so geht der außerordentliche Strahl des ersten Rhomboeders als ordentlicher Strahl durch das zweite, der ordentliche Strahl des ersten als außerordentlicher Strahl durch das zweite Rhomboeder.

Fällt ein paralleles Lichtstrahlenbündel geneigt auf die vordere Fläche des Kalkspatrhomboeders, so wird das Strahlenbündel ebenfalls in zwei Teile zerlegt, aber beide Teile erfahren eine Brechung. Aus dem Einfallswinkel und dem Brechungswinkel kann man das Brechungsverhältnis für beide Strahlen bestimmen. Das Ergebnis dieser Bestimmung ist:

Das Brechungsverhältnis für den ordentlichen Strahl beträgt für jeden Einfallswinkel 1,65 (wenn man das homogene Natriumlicht verwendet). Das Brechungsverhältnis für den außerordentlichen Strahl ändert dagegen seinen Wert mit der Veränderung des Einfallswinkels. Es schwankt zwischen 1,48 und 1,65.

Den größten Betrag (1,65) hat das Brechungsverhältnis des außerordentlichen Strahles dann, wenn er den Kalkspat parallel zur Hauptachse durchläuft. Den kleinsten Wert (1,48) hat das Brechungsverhältnis des außerordentlichen Strahles dann, wenn es den Kalkspat in einer zur optischen Achse senkrechten Richtung durchläuft.

Schneidet man die stumpfen Ecken eines Kalkspatrhomboeders so ab, daß die Begrenzungsflächen auf der optischen Achse senkrecht stehen (Fig. 1036), so erfährt ein auf diese Platte senkrecht auffallender, also mit der optischen Achse zusammenfallender Strahl keine Zerlegung.

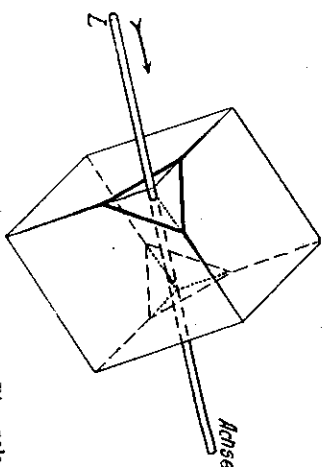


Fig. 1036. In der Richtung der kurzen Diagonale des Rhomboeders ändert keine Doppelbrechung statt.

§ 340. Wellenfläche des Kalkspates.

Da der ordentliche Strahl ein vom Einfallswinkel unabhängiges Brechungsverhältnis hat (1,65), so können wir annehmen, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes für den ordentlichen Strahl nach allen Richtungen die gleiche ist; denn wir wissen (§ 331), daß das Brechungsverhältnis der reziproken Wert des Verhältnisses der Wellengeschwindigkeiten des Lichtes in der brechenden Substanz und in der Luft ist.

Da sich aber das Brechungsverhältnis für den außerordentlichen Strahl mit dem Einfallswinkel ändert, so muß auch die Wellengeschwindigkeit für den außerordentlichen Strahl in den verschiedenen Richtungen verschieden sein. Sie ist in der Richtung der optischen Achse am kleinsten, in einer Ebene senkrecht dazu am größten. Innerhalb dieser Ebene aber ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nach allen Richtungen dieselbe.

Nach Fresnels Vorgang (1821) können wir uns die Verhältnisse durch das folgende Bild klarmachen: Wir denken uns im Innern eines großen Kalkspatstückes einen einzelnen Punkt als Erregungszentrum eines optischen Wellensystems. Die Lichtwellen breiten sich um diesen Punkt als Mittelpunkt in zweierlei Weise aus. Der dem ordentlichen Strahle zukommende Teil, für den die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nach allen Richtungen dieselbe ist, hat nach einer sehr kurzen Zeit, etwa  $\frac{1}{1000000}$  Sekunde, nach allen Richtungen die gleiche Wegstrecke zurückgelegt; er ist also an der Oberfläche einer um das Erregungszentrum als Mittelpunkt geschlagenen Kugel angekommen. Der zweite Teil, der dem außerordentlichen Strahle entspricht, hat nach den verschiedenen Richtungen verschiedene Geschwindigkeiten. In der Richtung der optischen Achse stimmt die Geschwindigkeit des außerordentlichen Strahles mit der des ordentlichen Strahles



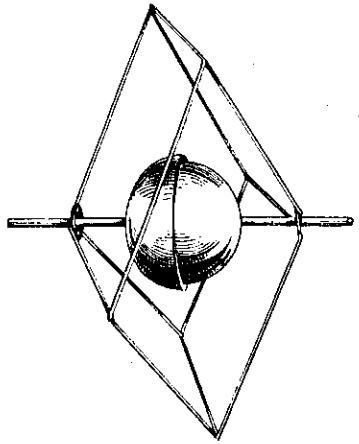


Fig. 1037. Wellenflächen des ordentlichen (obere Halbkugel) und außerordentlichen (unteres Halbkugel) Strahles im Kalkspat.

eines Umdrehungselipsoides) stellt die Wellenfläche für den außerordentlichen Strahl dar. Natürlich hat man sich beide Hälften ergänzen zu denken, so daß das Umdrehungselipsoid die Kugel vollständig umschließt.

**§ 341. Erklärung der Doppelbrechung im Kalkspate aus dem Huygensschen Prinzipie.**

Nach dem Huygensschen Prinzipie (§ 323) können wir die Richtung der beiden Lichtstrahlen zeichnen, wenn wir zum Aufsuchen der Frontwellen die Fresnelsche Wellenfläche benutzen.

Es sei  $ZZ$  (Fig. 1038) die Begrenzungssebene eines Kalkspatstückes. Der Raum oberhalb  $ZZ$  sei mit Luft, der Raum unterhalb  $ZZ$  mit Kalkspat angefüllt. Ein in der Richtung des Pfeiles  $E$  aus der Luft auf die Kalkspatplatte fallendes, paralleles Lichtstrahlenbündel treffe mit dem der Begrenzungsfläche zunächst benachbarten Teile die Begrenzungsfläche in  $A$  zu der Zeit, wo der von  $ZZ$  am weitesten entfernte Teil des Strahlenbündels noch in  $B$  ist, also die Begrenzungsfläche noch nicht erreicht hat.  $A$  wird der Mittelpunkt von zwei Elementarwellen, die sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten im Kalkspate ausbreiten. Es

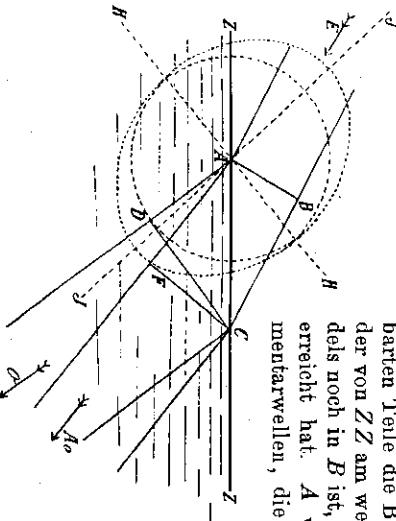


Fig. 1038. Die Richtung des ordentlichen und außerordentlichen Strahles nach dem Huygensschen Prinzipie.

findet eine Zerteilung der Elementarwelle in zwei Wellensysteme statt, von denen sich der eine Teil, der dem ordentlichen Strahle zukommt, kugelförmig in alle Richtungen ausbreitet. Die optische Achse des Kalkspates sei durch die gestrichelte Linie  $HH$  angegeben. Wenn der dem Punkte  $B$  entsprechende Teil des Strahlenbündels die Begrenzungs-

fläche  $ZZ$  in  $C$  erreicht, hat sich die dem ordentlichen Strahle zukommende Wellenfläche zu einer Kugel ausgedehnt, die durch den gestrichelten Kreis in der Figur dargestellt ist. Das Verhältnis des Halbmessers zu der Strecke  $BC$ , also das Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ordentlichen Strahles im Kalkspate und des einfallenden Lichtstrahles in Luft beträgt 1 : 1,65. Die dem Kalkspate entsprechende Frontwelle wird gefunden, indem von  $C$  aus an die Kugel die Tangentialebene  $CD$  gelegt wird. Die Richtung des ordentlichen Strahles, die durch den Pfeil  $O$  angegeben ist, steht auf  $CD$  senkrecht.

Die dem außerordentlichen Strahle entsprechende Elementarwelle ist durch die gestrichelt gezeichnete Ellipse dargestellt, deren große Achse  $JJ$  auf der optischen Achse  $HH$  des Kalkspates senkrecht steht. Die dem außerordentlichen Strahl zukommende Frontwelle wird gefunden, indem man von  $C$  aus an das Umdrehungselipsoid die Tangentialebene  $C'F'$  legt. Die Richtung des außerordentlichen Strahles, die durch den Pfeil  $Ao$  angegeben ist, steht auf der Frontwelle  $C'F'$  nicht mehr senkrecht. Beim außerordentlichen Strahle muß also zwischen einer Strahlenrichtung und der Richtung von  $Ao$  und einer Normale *senkrecht* senkrecht zur Wellenfläche  $C'F'$  unterschieden werden.

Ans der Figur ergibt sich, daß bei einer Veränderung des Einfallswinkels des Strahles  $E$  das Brechungsverhältnis für den ordentlichen Strahl unverändert bleibt, da das Verhältnis von  $AD$  zu  $BC$  unverändert bleibt. Für den außerordentlichen Strahl dagegen ändert sich dieses Verhältnis mit der Änderung des Einfallswinkels, da die Tangente  $C'F'$  an die Ellipse eine von Winkel zu Winkel sich ändernde Lage einnimmt. Hieraus folgt, daß sich auch das Verhältnis von  $A'F'$  zu  $BC$  mit dem Einfallswinkel ändert. Dieses Verhältnis bekommt dann den größten Wert 1 : 1,48, wenn der Berührungspunkt der Tangente in die Richtung  $AJ$  fällt, wenn also der im Kalkspate verlaufende Strahl senkrecht auf der optischen Achse des Kalkspates steht. In diesem Falle ist der Richtungsunterschied der beiden Strahlen  $O$  und  $Ao$  am größten.

Wenn der im Kalkspate verlaufende Teil des außerordentlichen Strahles mit der Hauptachse parallel ist, so erlangt  $A'F'$  den kleinstmöglichen Wert, also erhält dann der außerordentliche Strahl das größtmögliche Brechungsverhältnis, nämlich das des ordentlichen Strahles. Ein Lichtstrahl, der den Kalkspat in der Richtung der optischen Achse durchsetzt, geht unzerlegt hindurch. Von Interesse ist noch der besondere Fall, daß das einfallende Lichtstrahlenbündel die Begrenzungsfläche des Kalkspates normal trifft, also so wie in Fig. 1039. Dieser Fall

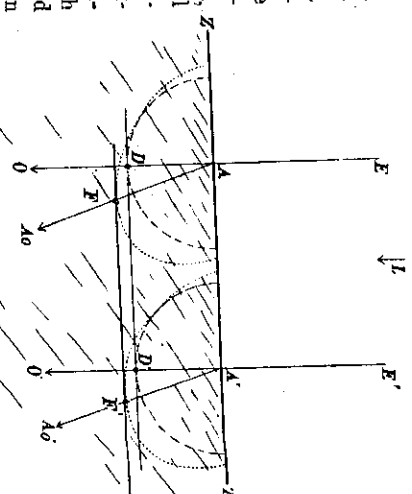


Fig. 1039. Doppelbrechung bei senkrechtem Einfall des Lichtes auf die Kristalloberfläche.

Wellenflächen gezeichnet worden. Die gemeinsame Tangentialebene  $DD'$  an den Kugeln ist die Frontwelle des ordentlichen Strahles, der sich in der zu  $AO$  parallelen Richtung fortpflanzt. Die Frontwelle des außerordentlichen Strahles ist durch die allen Ellipsoiden gemeinsame Tangentialebene  $FF'$  bestimmt. Hierdurch ist dann auch die parallel zu  $AO$  gehende Fortpflanzungsrichtung des außerordentlichen Strahles bestimmt.

Man erkennt an dieser Figur gut, wie beim außerordentlichen Strahle  $AAO$  die Strahlenrichtung nicht mehr senkrecht zur Frontwelle steht. Das ist auch der Grund, warum der außerordentliche Strahl nicht mehr dem Brechungsgesetze gehorcht, welches in § 334 ja unter der Voraussetzung aus dem Huygensschen Prinzipie abgeleitet wurde, daß die Strahlenrichtung senkrecht zur Frontwelle steht.

§ 342. Das Nicol'sche Prisma.

Die beiden aus einem Kalkspate austretenden Lichtstrahlen, in die ein Strahl gewöhnlichen Lichtes zerfällt, sind senkrecht zueinander vollständig polarisiert. Wenn es gelingt, die räumliche Trennung des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles so anzurichten, daß man mit den Strahlen getrennt arbeiten kann, so muß sich der Kalkspat besonders gut zur Herstellung eines Polarisators eignen. Durchzueinen von W. Nicol<sup>1)</sup> (1841) angewandten Kunstgriffes ist die Trennung vollkommen durchzuführen: Von einem verlängerten Kalkspatrhomboider (Fig. 1040), das durch Spaltungsentstanden ist, wird von den Endflächen so viel abgeschliffen (in der Figur punktiert angegeben), daß die neuen Endflächen mit den Längskanten einen Winkel von nur noch  $68^\circ$  (statt  $71^\circ$  bei dem Spaltungsstück) bilden. Dann wird das so veränderte Kalkspatstück durch eine Ebene, die senkrecht zu dieser neuen Endfläche und senkrecht zu der das Kalkspatstück diagonal zerlegenden Hauptebene steht, diagonal durchgeschnitten. Nachdem die Schnittflächen eben geschliffen und poliert sind, werden die beiden Stücke in genau derselben Anordnung, die sie ursprünglich hatten, durch eine dünne Schicht von Kanadabalsam wieder zusammengeklebt.

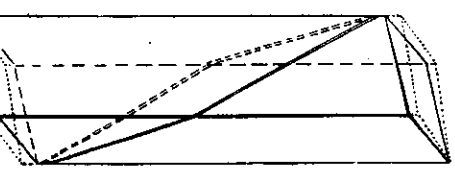


Fig. 1040. Nicol'sches Prisma.

1) William Nicol (1768—1861), Lehrer der Physik in Edinburgh.

In Fig. 1041 ist ein diagonaler Hauptschnitt durch das Prisma dargestellt.  $AC$  deutet die Kittschicht an. Fällt auf die künstliche Endfläche  $AB$  ein Lichtstrahlenbündel  $L$  parallel zu den unveränderten Längskanten, so erleidet es hier eine Brechung und Zerlegung in den ordentlichen und außerordentlichen Strahl, und zwar wird der ordentliche Strahl stärker gebrochen als der außerordentliche. Kanadabalsam hat ein Brechungsverhältnis, das kleiner als das des Kalkspates ist. Daher kann an dieser Schicht eine totale Reflexion des Lichtes eintreten, wenn der Einfallswinkel den Grenzwinkel der totalen Reflexion überschreitet. Die Winkel sind nun so berechnet, daß der ordent-

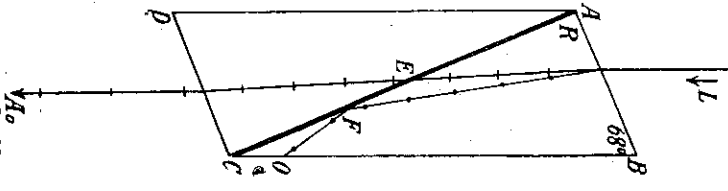


Fig. 1041. Strahlenverlauf im Nicol'schen Prisma.

liche Strahl unter einem Einfallswinkel auf die Balsamschicht in  $F$  trifft, der größer ist als der Grenzwinkel der totalen Reflexion; daher wird er seitlich aus dem Kalkspatprisma nach  $O$  heraus reflektiert. Der Einfallswinkel des außerordentlichen Strahles ist kleiner als der Grenzwinkel der totalen Reflexion; er geht daher bei  $E$  durch die Balsamschicht hindurch und verläßt schließlich das Nicol'sche Prisma mit einer geringen seitlichen Verschiebung, in derselben Richtung  $AO$ , in der er auf das Prisma gefallen ist. Das Nicol'sche Prisma ist der vollkommenste aller Polarisatoren, da das Licht, abgesehen von der geringen seitlichen Verschiebung und der beachtlichsten Polarisation keinerlei störende Veränderung (Farbung oder dgl.) erfährt. Natürlich ist die Intensität des polarisierten Lichtes geringer als die des auffallenden, da ja der andere polarisierte Teil des Lichtes entfernt ist und da auch an den Endflächen eine Schwächung durch Reflexion eintritt.

Die Turmalinplatte wirkt dadurch als Polarisator, daß in ihr, wie im Kalkspate, eine Zerlegung des Lichtes in den ordentlichen und den außerordentlichen Strahl stattfindet. Der Turmalin absorbiert aber schon bei geringer Dicke der Platte den ordentlichen Strahl vollkommen, so daß nur der außerordentliche Strahl die Platte verläßt. Leider wird durch die Farbung des Turmalins der die Platte durchsetzende Lichtstrahl gefärbt und hierdurch wesentlich geschwächt. Die Eigenschaft eines Kristalles, welche ihn befähigt, entweder nur den ordentlichen oder außerordentlichen Strahl hindurchzulassen, heißt Dichroismus.<sup>1)</sup>

§ 343. Optisch einachsige und zweiachsige Kristalle.

Beim Kalkspate ist das Brechungsverhältnis für den ordentlichen Strahl nach allen Richtungen unveränderlich. Für den außerordentlichen Strahl stimmt es in einer Richtung mit dem für den ordentlichen Strahl überein; für jede andere Richtung ist es kleiner, aber für alle Strahlen, die denselben Winkel mit der Hauptachse haben, dasselbe. So folgt, daß die Fresnel'sche Wellenfläche für den ordentlichen Strahl eine Kugel und für den außerordentlichen Strahl ein abgeplattetes Umdringungselipsoid ist.

Nur die Kristalle des regulären Systemes sowie die amorphen Körper brechen das Licht einfach. Alle Kristalle, die kristallographische Achsen von zweifach verschiedenen Werten haben, die also im quadratischen oder im hexagonalen Systeme kristallisieren, verhalten sich ähnlich wie der Kalkspat. Ist das Umdringungselipsoid der Fresnel'schen Wellenfläche ein im Sinne der optischen  $X$ -Achse verlängertes Umdringungselipsoid, so heißen die Kristalle **positiv einachsige**, während solche, die sich wie Kalkspat verhalten, **negativ einachsige** genannt werden.

Die Kristalle, die weder quadratisch noch hexagonal kristallisieren, die also drei ungleichwertige kristallographische Achsen haben, zeigen ebenfalls Doppelbrechung; aber die die Doppelbrechung dar-

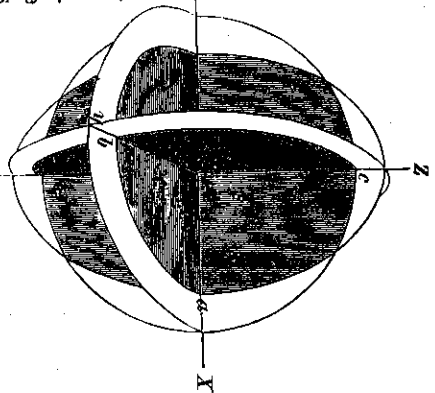


Fig. 1042. Wellenfläche bei zweiachsigen Kristallen.

1) dichroos (griech.) = zweifachig. Grimmsch, Physik. I. Große Ausgabe. 6. Aufl.

stellende Wellenfläche hat die durch Fig. 1042 dargestellte Form. In diesen Kristallen stimmt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes für die beiden polarisierten Komponenten des Lichtes in zwei Richtungen überein. Diese beiden Richtungen übereinstimmender Strahlengeschwindigkeit werden **Strahlungsachsen** und die Kristalle optisch **zweischsig** genannt. Unter **optischen Achsen** versteht man die Richtungen übereinstimmender Normalengeschwindigkeiten, die man an der Normalenfläche durch dieselbe Zeichnung wie die in § 341 an der Wellenfläche ausgeführt erhält.

### § 344. Interferenz bei polarisierten Lichtstrahlen.

Wird, wie beim Kalkspat, ein Lichtstrahlenbündel in zwei zueinander senkrecht polarisierte Strahlenbündel zerlegt, so erfährt durch eine Kristallplatte jeder der Strahlen infolge der verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes eine Phasenverschiebung gegen den anderen. Bei passend gewählter Dicke der Kalkspatplatte kann man erreichen, daß beim Austritt aus der Platte die Phase des ordentlichen Strahles eine halbe Wellenlänge mehr beträgt als die des außerordentlichen. Trotzdem zeigen sich niemals Interferenzstreifen oder Interferenzringe, die den Beugungerscheinungen oder den Newtonschen Ringen ähnlich sind. Hieraus folgt, daß zwei zueinander senkrecht polarisierte Lichtstrahlen einander ohne jede Störung durchsetzen und durchdringen. Nachdem Fresnel und Arago festgestell't hatten, daß zwei rechtwinklig zueinander polarisierte Strahlen unter keinen Umständen interferieren, zog Thomas Young (1817) zuerst daraus den Schluß, daß die Lichtschwingungen nur Querschwingungen sein können. Zwei senkrecht zueinander polarisierte Lichtstrahlen schwingen in zwei senkrecht stehenden Ebenen; die Schwingungen sind dann völlig unabhängig voneinander und können nicht interferieren. Wenn man aber die beiden Strahlenkomponenten nach dem Durchgange durch den Kalkspat in dieselbe Schwingungsebene bringt, so müssen Interferenzerscheinungen auftreten. Derartige Interferenzen treten beispielsweise dann auf, wenn man ein dünnes Gipsplättchen zwischen den Polarisator und den Analysator eines Polarisationsapparates einschleibt.

Wir lassen ein paralleles einfartiges Lichtstrahlenbündel, das also nur Licht einer einzelnen Wellenlänge erhält, durch einen aus Polarisator und Analysator bestehenden Polarisationsapparat so hindurchgehen, daß das Licht ausgelöscht wird. Wir stellen z. B. die beiden Reflexpolarisatoren (Fig. 1023) so, daß die Reflexionsebenen senkrecht aufeinanderstehen. Bringen wir in den Raum zwischen Polarisator und Analysator ein dünnes Gipsplättchen, so nun im allgemeinen wieder Licht hindurch. Drehen wir das Gipsplättchen, so erhalten wir bei einer bestimmten Stellung größte Helligkeit. Drehen wir dann den Analysator, so wird das Gesichtsfeld wieder verdunkelt.

Ebenso können wir die Turmalinzange, einen aus zwei Nicol'schen Prismen zusammengesetzten Polarisationsapparat, oder den Nörrenbergschen Polarisationsapparat mit beliebigem Analysator zu diesen Versuchen verwenden.

Zur Erklärung der Erscheinung diene das in Fig. 1043 dargestellte Modell: Auf einem Brettle sind zwei rechtwellige Glasplatten lotrecht aufgestellt. Diese beiden Glasplatten stellen die vordere und hintere Begrenzungsfläche des Gipsplättchens dar, so daß also der Abstand der beiden Glasplatten der Dicke des Gipsplättchens entspricht. Die beiden Glasplatten sind in der Mitte durchbohrt. Auf jede Glasplatte ist ein durch die Mitte gehendes Achsenkreuz aufgezeichnet. Die lotrechte Achse möge die Schwingungsebene des ersten und die wagerechte die des zweiten Strahles angeben, in die das Gipsplättchen einen senkrecht zur Beugungsebene eintretenden Lichtstrahl zerlegen wird. Durch die Durchbohrungen der beiden Glasplatten geht eine Stange, deren drei Teile gegeneinander drehbar sind. Durch einen im Modelle nicht dargestellten Polarisator, der links von den beiden Glasplatten befindlich angenommen werden soll, wird das eintretende Licht polarisiert, und zwar so, daß die Schwingungsebene die auf die linke Glasplatte aufgesetzte Achse unter  $45^\circ$  von vorn oben nach hinten unten im Achsenmittelpunkte schneidet.

Der polarisierte Lichtstrahl erfährt eine Zerlegung in zwei Schwingungskomponenten (§ 212, 3.), deren Schwingungsebenen nach dem Parallellogrammgesetze auf Grund von Fig. 1044 gezeichnet werden können. Die Zerlegung ist im Modelle auf die kreisförmigen Scheiben in der Mitte der beiden Glasplatten aufgezeichnet. Die Komponenten haben gleiche Schwingungsebenen, wenn, wie angenommen, die Schwingungsebene des einfallenden Lichtes mit den Schwingungsebenen im Gipsplättchen einen Winkel von  $45^\circ$  einschließt. Bei einer anderen Neigung ist die Schwingungsebene der Komponenten für den ersten Strahl  $O$  durch  $a \cdot \sin \varphi$  und für den zweiten Strahl  $A$  durch  $a \cdot \cos \varphi$  bestimmt, wo  $a$  die Schwingungsebene des einfallenden Strahles und  $\varphi$  den Neigungswinkel bedeutet, den die Schwingungsebene  $P$  des einfallenden Lichtes mit der Schwingungsebene  $A$  des ersten Strahles bildet.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, also auch die Wellenlängen der beiden Komponenten sind im Gipsplättchen voneinander verschieden. Im Modelle (Fig. 1043) ist angenommen, daß der erste Strahl innerhalb des Gipsplättchens  $\frac{2}{3}$  Wellenlängen, der zweite 3 Wellenlängen durchläuft. Der erste Strahl erfährt also dem zweiten Strahl gegenüber eine Phasenverschiebung um eine halbe Wellenlänge. Um diese Phasenverschiebung zu berücksichtigen, ist in Fig. 1045 und 1046, die sich auf die aus dem Gipsplättchen austretenden Strahlen beziehen, der Schwingungswinkel  $\alpha \cdot \sin \varphi$  das entgegengesetzte Vorzeichen gegeben wie in Fig. 1044.

Verläßt der aus den beiden Komponenten bestehende Strahl das Gipsplättchen, so beobachtet man nichts Besonderes, da die beiden Komponenten senkrecht zu-

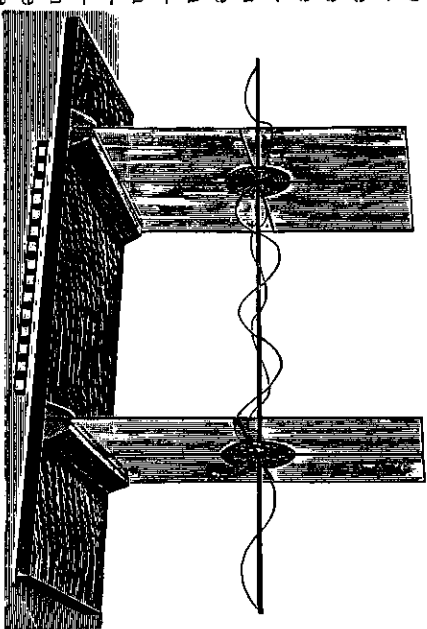


Fig. 1043. Modell zur Erläuterung der Wirkungsweise eines Gipsplättchens.

einander polarisiert sind. Durchsetzt nun der Strahl einen Analysator  $A_1$  (Fig. 1045), dessen Schwingungsebene mit der des Polaristors übereinstimmt, so wird jede einzelne Komponente durch den Analysator nochmals in zwei neue Komponenten zerlegt, von denen nur

die in der ursprünglichen Ebene schwingenden Strahlen mit den Schwingungsebenen  $a \cdot \cos^2 \varphi$  und  $a \cdot \sin^2 \varphi$  hindurchgehen können, während die beiden anderen Komponenten im Analysator verschwinden. Diese beiden hindurchgehenden Komponenten sind aber um eine halbe Wellenlänge gegeneinander verschoben (sie haben nach

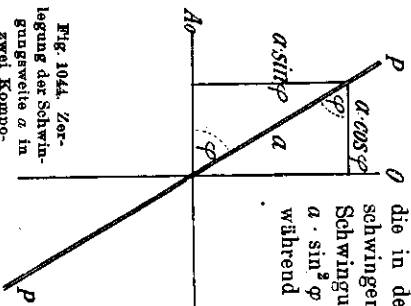


Fig. 1044. Zerlegung der Schwingungsebene  $a$  in zwei Komponenten.

Fig. 1045 entgegenge- setzten Richtungssinn) und lösen sich bei gleicher Schwingungsebene ( $\varphi = 45^\circ$ ) vollständig aus.

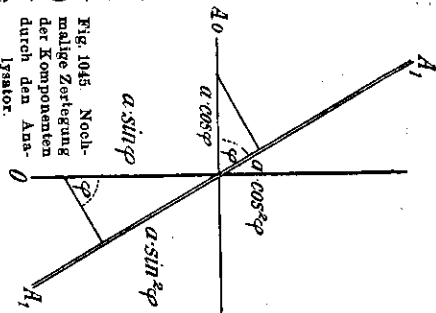


Fig. 1045. Nechmalige Zerlegung der Komponenten durch den Analysator.

Dreht man jetzt den Analysator um  $90^\circ$ , so treten die beiden anderen Teilkomponenten mit den Schwingungsebenen  $a \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi$  und  $a \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi$  (Fig. 1046), deren Schwingungsebenen senkrecht zu den eben beschriebenen stehen, allein durch den Analysator; und da diese (sie haben in Fig. 1046) denselben Richtungssinn) keine Phasenverschiebung gegeneinander haben, so summieren sie sich in ihren Wirkungen, d. h. das Licht verläßt bei  $\varphi = 45^\circ$  den Analysator mit der Schwingungsebene  $2a \sin \varphi \cos \varphi = a \sin 2\varphi = a \cdot \sin 90^\circ = a$ , also mit einer Lichtstärke, die es ohne Gipsblättchen bei parallelen Polaristoren haben würde. Durch die im Gipsblättchen hervorgerufene Phasenverschiebung wird erreicht, daß für  $\varphi = 45^\circ$  das Licht bei gekreuzten Polaristoren, also bei der Stellung, bei der das Licht ohne dazuschengeschaltetes Gipsblättchen ausgelöscht würde, ungeschwächt hindurchgeht.

Die Wirkung des Gipsblättchens tritt in der größten Reinheit der Auslöschung oder des Durchlassens nur dann ein, wenn seine Dicke so bemessen ist, daß die Phasenverschiebung genau eine halbe Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt. Beträgt dagegen die

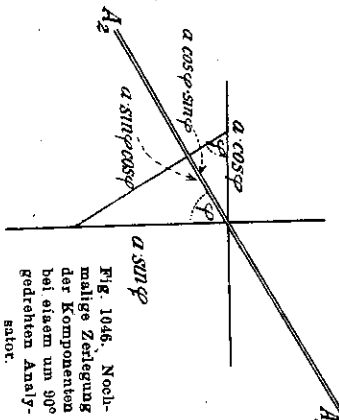


Fig. 1046. Nechmalige Zerlegung der Komponenten bei einem um  $90^\circ$  gedrehten Analysator.

Dicke des Gipsblättchens genau eine oder mehrere ganze Wellenlängen, also ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge, so geht das Licht bei parallelen Polaristoren so hindurch, als ob das Gipsblättchen nicht vorhanden wäre, und bei gekreuzten Polaristoren wird das Licht in diesem Falle so ausgelöscht, als ob das Gipsblättchen nicht vorhanden wäre.

Läßt man nicht einfaches, sondern zusammengesetztes Licht, z. B. das Sonnenlicht oder das Licht einer elektrischen Bogenlampe, durch den mit dem Gipsblättchen versehenen Polarisationsapparat hindurchgehen, so beträgt für einen ganz bestimmt gefärbten Teil des Lichtes, der je nach der Dicke des Gipsblättchens verschieden ist, die Phasenverschiebung ein ungerades Vielfaches, für einen anderen Teil genau ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge. Bei gekreuzten Polaristoren geht also ein ganz bestimmter Bestandteil, z. B. die grünen Strahlen, unverändert hindurch; dagegen gehen diejenigen Strahlen, die eine hiervon nur wenig verschiedene Wellenlänge haben, weniger oder mehr geschwächt hindurch, ein anderer Teil des zusammengesetzten Lichtes wird weniger oder mehr, teilweise vollständig ausgelöscht. Dann erscheint das Gipsblättchen in der Farbe des durchgehenden, in unserm Beispiele grünen Lichtes.

Wird nun der Analysator um  $90^\circ$  gedreht, so werden gerade diejenigen Teile ausgelöscht, die bei der vorigen Stellung hindurchgingen; während die Teile, die vorhin ausgelöscht waren, jetzt hindurchgehen; daher erscheint das Gipsblättchen in dieser neuen Stellung der Polaristoren in der Ergänzungsfarbe: im angegebenen Beispiele purpurrot. Dreht man das Gipsblättchen zwischen den beiden Teilen des Polarisationsapparates, so ändert sich die Farbe des Gipsblättchens nicht; aber die Leuchtkraft, die Tiefe (Sättigung) der Farbe wird geringer, da die Schwingungsrichtung im Gipsblättchen nicht mehr um genau  $45^\circ$  von der Schwingungsrichtung in den Polaristoren abweicht.

Dreht man den Analysator oder den Polaristor, während das Gipsblättchen seine Lage behält, so geht allmählich die eine Farbe in ihre Ergänzungsfarbe über.

Ändert man die Dicke des Gipsblättchens, so wird die Art der Farbe geändert. Ein Gipsblättchen, das aus verschiedenen dicken Teilen besteht, zeigt zwischen den Polaristoren die mannigfaltigsten Farben; man kann daher durch passende Anordnung von verschieden dicken Gipsblättchen farbenprächtige Figuren (Schmetterlinge) herstellen.

Ähnlich wie ein Gipsblättchen verhält sich jedes dünne Blättchen einer doppelt brechenden Substanz zwischen den Polaristoren eines Polarisationsapparates.

§ 345. Kristallplatten in konvergentem polarisiertem Lichte.

Wenn man das Gipsblättchen zwischen den Polaristoren um eine Achse dreht, die auf dem Lichtstrahl senkrecht steht, so wird der Weg, den der Lichtstrahl im Gipsblättchen zurücklegt, um so größer, je mehr das Gipsblättchen aus seiner normalen Lage gedreht wird. Daraus folgt, daß durch diese Drehung die Phasenverschiebung innerhalb des Blättchens, also auch die Farbe des hindurchgegangenen Lichtes verändert wird.

Die einzelnen Strahlen eines konvergent einfallenden Lichtstrahlenbündels, das dann divergent von der vorderen Begrenzungsfläche einer aus einer doppelt brechenden Substanz geschnittenen Platte ausgeht, durchsetzen die Platte unter

verschiedenen Winkeln, legen also innerhalb der Platte verschiedenen lange Wege zurück; daher ruft eine solche Platte nach den verschiedenen Richtungen nicht gleiche Farben, sondern mehr oder weniger verschieden gefärbte Ringe hervor. Der einfachste Fall ist der, daß man eine aus einem optisch einachsigen Kristalle, z. B. Kalkspat, senkrecht zur optischen Achse geschnittene Platte (Fig. 1036) in einen polarisierten Lichtstrahlenkegel bringt und das hindurchgehende Licht mittels des Analysators untersucht.

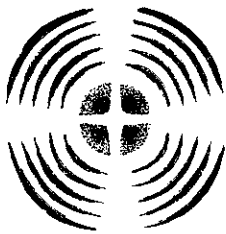


Fig. 1047. Platte eines einachsigen Kristalles zwischen parallelem Polarisor und Analyator.



Fig. 1048. Platte eines einachsigen Kristalles zwischen gekreuztem Polarisor und Analyator.

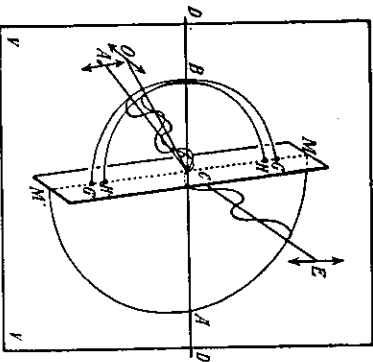


Fig. 1049. Modell zur Erklärung der Interferenzfiguren durch Platten der einachsigen Kristalle zwischen zwei Polarisatoren.

Hierbei entsteht bei parallelen Polarisatoren das in Fig. 1047, bei gekreuzten Polarisatoren das in Fig. 1048 dargestellte Ringsystem, das von einem weißen oder schwarzen rechtwinkligen Kreuze durchsetzt ist. Von den beiden Balken des Kreuzes fällt der eine mit der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes zusammen, der andere steht senkrecht hierauf. Bei einfarbigem Lichte heftet das Ringsystem aus hellen und dunklen Ringen; bei zusammengesetzten, z. B. bei weißem Lichte, sind die Ringe gefärbt wie die Newtonschen Farbenringe.

Zur Erklärung der Erscheinung legen wir das in Fig. 1049 abgebildete Modell zugrunde.

Wir müssen uns die Figur räumlich vorstellen. Das die Figur umgebende Rechteck stelle die Begrenzung einer lotrechten Ebene dar, etwa einen aus vier Stäben zusammengesetzten Rahmen. Die lotrechten Stäbe des Rahmens werden von der wagerechten Achse  $DD$  durchsetzt, die gleichzeitig die optische Achse einer senkrecht zur Achse geschnittenen Kalkspatplatte darstellt. Das schiefe Parallelogramm in der Mitte soll die vordere Begrenzungsfläche der Kalkspatplatte bedeuten; links ist Kalkspat, rechts Luft zu denken. In der durch den Halbkreis  $MA'M'$  dargestellten Ebene falle der polarisierte Lichtstrahl  $EC$  auf die Mitte der Platte. Die Schwingungsebene des Lichtes sei lotrecht, sie ist durch den kleinen bei  $E$  stehenden lotrechten Pfeil angedeutet. Der Halbmesser des Halbkreises  $MA'M'$  sei so bemessen, daß von dem Umfange bis zur Mitte zwei Wellenlängen des einfallenden Lichtstrahles liegen; der Halbkreis stellt den ebenen (schief gelagerten) Durchschnitt durch eine in Luft liegende Wellenfläche dar; die Ebene des Halbkreises ist die Einfallsebene des Lichtstrahles,  $CA$  ist das Einfallslot.

Der Lichtstrahl erfährt beim Eintritt in den Kalkspat bei  $C$  eine doppelte

Brechung. Der ordentliche Strahl  $CO$  erfährt eine dem Brechungsverhältnisse 1,65 entsprechende Brechung, der außerordentliche Strahl  $CAO$  eine Brechung, die einem Brechungsverhältnisse zwischen 1,65 und 1,48 entspricht.  $HH'$  ist ein in der Einfallsebene gezeichneter Halbkreis,  $GBC'$  eine Ellipse; beide zusammen bilden den ebenen Schnitt der Fresnel'schen Wellenfläche mit der Einfallsebene. Von den beiden Strahlenkomponenten ist der ordentliche Strahl in der Einfallsebene polarisiert, d. h. er schwingt in einer Ebene senkrecht zur Einfallsebene, wie durch den bei  $O$  gezeichneten Pfeil angegeben; der außerordentliche Strahl ist senkrecht zur Einfallsebene polarisiert, d. h. seine Schwingungsebene fällt mit der Einfallsebene zusammen, wie durch den Pfeil bei  $Ao$  angegeben. Die Größe der beiden Wellenfläche darstellenden Kurven ist wieder so bemessen, daß zwei Wellenlängen vor der Mitte bis zum Umfange verlaufen.

Die Intensität (Schwingungsweite) der beiden Strahlenkomponenten richtet sich nach dem Winkel, den die Schwingungsebene des einfallenden Strahles mit der Einfallsebene bildet. Wir denken uns nun den ganzen mittleren Teil der Figur um die Achse  $DD$  allmählich gedreht, damit die Einfallsebene in alle möglichen Lagen kommt; doch soll die Schwingungsebene des einfallenden polarisierten Lichtstrahles stets unverändert lotrecht bleiben:

1. Ist die Einfallsebene lotrecht, so fällt die Einfallsebene mit der Schwingungsebene des einfallenden Strahles zusammen; daher tritt in den Kalkspat nur die außerordentliche Komponente ein, während der ordentliche Strahl die Intensität Null hat. Der einfallende Lichtstrahl geht also durch die Kalkspatplatte als außerordentlicher Strahl unzerlegt mit voller Schwingungsweite schwingend hindurch. Für alle polarisierten Strahlen mit zur Polarisationsebene senkrechter Einfallsebene verhält sich demnach die Kalkspatplatte wie ein einfach brechendes Mittel.

2. Ist die Einfallsebene wagerecht, so steht die Einfallsebene auf der Schwingungsebene des einfallenden Strahles senkrecht; daher tritt in den Kalkspat nur die ordentliche Komponente, und zwar mit voller Schwingungsweite ein, während die außerordentliche Komponente gleich Null ist. Demnach verhält sich auch für alle Strahlen mit zur Polarisationsebene paralleler Einfallsebene die Kalkspatplatte wie ein einfach brechendes Mittel.

Da also in der lotrechten und wagerechten Einfallsebene keine Zerlegung in zwei Komponenten eintritt, so ist in diesen Ebenen das Gesichtsfeld bei parallelen Polarisatoren hell (helles Kreuz Fig. 1047), bei gekreuzten Polarisatoren dunkel (schwarzes Kreuz Fig. 1048).

3. Für jede andere Einfallsebene tritt eine Zerlegung des einfallenden Strahles in zwei Komponenten ein, die je nach dem Winkel, den sie mit der Achse bilden, eine verschiedene Phasendifferenz erhalten haben, wenn sie die Kalkspatplatte durchlaufen haben. Wenn die Schwingungsebenen dieser beiden Komponenten durch den Analyator wieder gleich gemacht werden, gelangen sie zur Interferenz, wie die Komponenten beim Gipsblättchen. Aus diesem Grunde entsteht in jeder Richtung eine bestimmte Färbung. Alle die Strahlen aber, die mit der Achse denselben Winkel bilden, zeigen dieselbe Farbe; denn da ihre Komponenten gleich großen Phasennunterschied haben, ordnen sich die Farben ringförmig an. Die Sättigung der Farben ist am größten für diejenigen Einfallsebenen, die mit den Ebenen des Polarisors und Analyators einen Winkel von  $45^\circ$  bilden; denn für diese Einfallsebenen haben die beiden Komponenten  $a \cdot \sin \varphi$  und  $a \cdot \cos \varphi$  gleiche Schwingungsweiten  $\frac{a}{2} \cdot \sqrt{2}$ , während die

Schwingungsweiten um so mehr voneinander verschieden sind, je mehr sich die Einfallsebenen der Vertikal- oder der Horizontalalebene nähern; daher werden die Farben nach diesen Richtungen zu immer blässer.

Die ganze Erscheinung heißt das **Achsenkreuz einachsiger Kristalle**. Zweiaxige Kristalle erzeugen andere ähnliche Figuren, doch soll hierauf nicht eingegangen werden.

**Doppelbrechung durch Spannungszustände isotroper Stoffe.** Die Doppelbrechung wird auf die Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nach verschiedenen Richtungen zurückgeführt, diese hängt wieder von dem molekularen Aufbau des Körpers ab; daher tritt stets dann Doppelbrechung ein, wenn die normale isotrope Struktur eines Körpers durch äußere Einflüsse geändert wird. Glasplatten werden doppelbrechend, wenn man sie einem einseitigen Drucke aussetzt oder nach Erwärmung plötzlich aber ungleichmäßig abkühlt. Betrachtet man derartige „gespannte“ oder „rasch gekühlte“ Gläser zwischen Polarisatoren, so treten oft recht merkwürdige Figuren auf, aus deren Gestalt man einen Rückschluß auf die inneren Spannungen machen kann. Gläser für optische Instrumente werden vor dem Schleifen zu Linsen und Prismen mit dem Polarisationsapparate untersucht; sie dürfen keinerlei farbige Streifen oder Kurven zeigen, wenn sie zu guten Apparaten verwandt werden sollen.

**Untersuchung von Gesteinen und Mineralien.** Der Polarisationsapparat wird auch zur Untersuchung von Mineralien und Gesteinen verwandt. Zu dem Zwecke wird ein „Dünnschliff“ zwischen den Polarisator und den Analysator gebracht und dann in parallelem oder konvergentem Lichte betrachtet. Aus der Art der Doppelbrechung kann man dann oft einen sicheren Schluß auf die Art des Minerals oder die Zusammensetzung des Gesteines machen.

### § 346. Drehung der Polarisationssebene.

1. **Drehung der Polarisationssebene in Quarz.** Ein eigentliches Verhalten im polarisierten Lichte zeigt der Quarz, der im hexagonalen Kristallsysteme kristallisiert. Bringt man eine Quarzplatte, die senkrecht zur optischen Achse, also auch senkrecht zur kristallographischen Hauptachse geschnitten ist, zwischen die gekreuzten Polarisatoren eines Polarisationsapparates, so wird das vorher dunkle Gesichtsfeld aufgehell. Hierbei erscheint die Quarzplatte gefärbt. Dreht man nun den Analysator, so verändert sich die Farbe der Quarzplatte, und gleichzeitig nimmt die Helligkeit des Lichtes ab, ohne jedoch auf den Nullwert wieder zurückzukommen. Es ist hierbei nicht einerlei, in welcher Richtung man den Analysator dreht. Bei einigen Quarzsorten muß man den Analysator rechts herum, d. h. im Sinne des Uhrzeigers drehen, um den geringsten Wert an Lichtstärke wieder zu erreichen, bei anderen ist eine Linksdrehung erforderlich.

Bei einfarbigem Lichte tritt nur ein Wechsel von Hell und Dunkel ein. Bringt man zwischen die gekreuzten Polarisatoren eine Quarzplatte, so wird das ursprünglich dunkle Gesichtsfeld aufgehell. Man kann dann aber durch eine geeignete Drehung des Analysators wieder vollständige Dunkelheit des

Gesichtsfeldes erreichen. Die Erscheinung erklärt sich dadurch, daß die Ebene des polarisierten Lichtes gedreht wird, wenn das Licht durch die Quarzplatte hindurchgeht. Wenn der Quarz die Polarisationssebene rechts dreht, so wird er ein „Rechtsquarz“ genannt, dreht er die Polarisationssebene nach links, so heißt er ein „Linksquarz“. Die meisten in der Natur vorkommenden wasserhellen Quarze sind Rechtsquarze, während der Rauchtopas meistens linksdrehender Quarz ist.

In einfarbigem Lichte ist zur vollständigen Auslöschung des Lichtes eine für die verschiedenfarbigen Teile des Spektrums verschiedene Größe der Drehung erforderlich. Bei einer Quarzplatte von 1 mm Dicke muß man den Analysator für rotes Licht um  $15^\circ$ , für gelbes um  $21^\circ$ , für grünes um  $27^\circ$ , für blaues um  $33^\circ$ , für violette um  $51^\circ$  drehen, um wieder Dunkelheit zu erzeugen. Die Drehung der Polarisationssebene im Quarze geschieht also für verschiedenfarbige Lichtstrahlen verschieden stark. Sie ist am geringsten für die langwelligeren, am größten für die kurzwelligen Strahlen.

Durch die schematische Fig. 1050 wird die Drehung der Polarisationssebene veranschaulicht: Das von der Lichtquelle  $L$  ausgehende Licht müge durch den Polarisator  $P$  so polarisiert werden, daß es in der Richtung des Pfeiles  $b$  schwingt (Polarisationssebene ist also die Zeichenebene). Der Analysator  $A$  sei zum Polarisator  $P$  gekreuzt. Er möge also nur Licht hindurchlassen, das in der Richtung des Pfeiles  $a$  schwingt. Dem Beobachter erscheint nun das Gesichtsfeld dunkel. Schaltet man eine linksdrehende Quarzplatte von etwa 3 mm Dicke bei  $zx$  ein, so muß man bei Anwendung von rotem Lichte den Analysator so weit drehen, daß der mit ihm verbundene Pfeil in die Lage  $r$  kommt (Drehung  $45^\circ$ ), damit das Gesichtsfeld wieder dunkel wird. Bei Anwendung von violettem Lichte muß der Analysator so gedreht werden (Drehung  $153^\circ$ ), daß der Pfeil in die Lage  $v$  kommt.

Aus der Verschiedenheit des Drehungswinkels folgt die Färbung der Quarzplatte in weißem Lichte unmittelbar. Wenn man z. B. zwischen die gekreuzten Polarisatoren eine Quarzplatte von 1 mm Dicke einschaltet und den Analysator um  $15^\circ$  dreht, so wird das rote Licht vollständig ausgelöscht, während die übrigen Teile des Lichtes mehr oder weniger ungeschwächt hindurchgehen. Das Gesichtsfeld muß demnach grünblau erscheinen. Dreht man den Analysator um  $21^\circ$ , so wird das gelbe Licht ausgelöscht und die Platte erscheint blau. Bei der Drehung um  $27^\circ$  wird das grüne Licht ausgelöscht, das Gesichtsfeld wird purpurrot usw. Die Quarzplatte ändert demnach ihre Farbe in der Reihenfolge grün, blau, rot, orange, gelb. Bei weiterer Drehung wiederholen sich die Farben in derselben Reihenfolge wieder.

Die Drehung der Polarisationssebene hängt von der Dicke der Quarzplatte ab. Eine Quarzplatte von 2 mm Dicke dreht die einzelnen Teile des Spektrums um einen doppelt so großen Winkel wie eine 1 mm dicke Platte. Verwendet man eine Quarzplatte von mehreren Millimetern Dicke, so erscheint

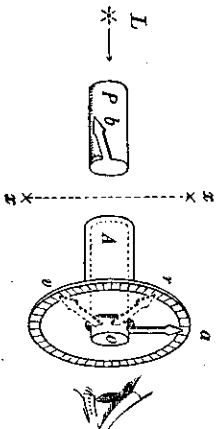


Fig. 1050. Drehung der Polarisationssebene.

die Färbung der Platte weniger gestärkt, da sich wieder einzelne Teile des Spektrums überdecken, die demnach matte Mischfarben in ähnlicher Weise erzeugen, wie sie bei den Newtonschen Ringen, bei den Beugungserscheinungen, kurz, bei allen Interferenzerscheinungen entstehen, wenn man die Schicht, durch die die Interferenz hervorgerufen wird, zu dick nimmt.

Der Winkel, um den die Polarisationsebene durch eine 1 mm dicke Platte eines festen Stoffes gedreht wird, heißt das spezifische Drehungsvermögen. Der Unterschied der spezifischen Drehungen für die verschiedenen Spektralfarben wird Rotationsdispersion genannt (Tab. XVII).

2. Drehung der Polarisationsebene durch eine Zuckerlösung. Der Quarz ist nicht der einzige Stoff, der die Drehung der Polarisationsebene zeigt, doch tritt sie bei ihm besonders auffallend auf. Auch Flüssigkeiten zeigen vielfach eine Drehung der Polarisationsebene. Unter diesen ist die Drehung, die durch eine wäßrige Lösung von Rohrzucker hervorgerufen wird, die praktisch wichtigste.

Füllt man eine an beiden Enden durch planparallele Glasplatten geschlossene Glasröhre mit einer Zuckerlösung und schaltet dann diese Röhre so in den Gang des polarisierten Lichtes ein, daß es durch die beiden ebenen Endflächen hindurchgeht, so findet eine Drehung der Polarisationsebene statt. Die Größe der Drehung ist der Länge der Röhre und der Konzentration der Zuckerlösung proportional.

Die Drehung, die eine Flüssigkeitssäule von 1 dm Länge hervorruft, heißt die spezifische Drehung der gelösten Substanz, wenn 1 Kubikzentimeter der Lösung 1 Gramm der gelösten Substanz enthält.

Die spezifische Drehung des in Wasser gelösten Rohrzuckers ist für Natriumlicht gleich 66,5 %/dm; d. h. der Drehungswinkel  $\varphi$ , den eine 1 dm lange Schicht der Lösung erzeugt, die in 100 cm<sup>3</sup> Lösung  $z$  Gramm Rohrzucker enthält, beträgt

$$\varphi = 0,665^\circ \cdot l \cdot z.$$

Die Drehung ist auch hier für die verschiedenen Teile des Spektrums verschieden. Für weißes Licht pflegt man im Mittel zu setzen

$$\varphi = 0,71^\circ \cdot l \cdot z.$$

Man kann die Drehung der Polarisationsebene einer Zuckerlösung von gegebener Länge  $l$  zur Messung der Konzentration, d. h. des Gehaltes an gelöster Substanz  $z$  in 100 cm<sup>3</sup> der Lösung benutzen. Aus den obigen Formeln folgt

$$\text{für Natriumlicht } z = 1,504 \cdot \frac{\varphi}{l}$$

$$\text{für weißes Licht } z = 1,41 \cdot \frac{\varphi}{l}.$$

In einfacher Weise kann die Drehung der Polarisationsebene durch eine Zuckerlösung dadurch nachgewiesen werden, daß man ein paralleles polarisiertes Lichtstrahlenbündel durch ein etwa 1 m langes, mit konzentrierter Zuckerlösung gefülltes Glasrohr leitet, wobei man die Zuckerlösung durch Zusatz sehr geringer Spuren einer Mastixlösung trübt. Hierbei dient jedes Trübungsteilchen als Analysator

ähnlich wie die Pyramide in Fig. 1024 (§ 354); daher erscheint das Glasrohr wie mit einer hellen Schraubenlinie durchsetzt. Schaltet man vor das Glasrohr dort, wo das polarisierte Strahlenbündel eintritt, eine dünne Quarzplatte ein, so ist die Schraubenlinie in verschiedenen Azimuten verschieden gefärbt.

§ 347. Polarimeter.

Die Drehung der Polarisationsebene durch eine Zuckerlösung ist der Konzentration proportional. Wenn man daher den Drehungswinkel mißt, so kann man damit zugleich die Konzentration der Lösung bestimmen. Diese Tatsache hat man zur Herstellung von Apparaten benutzt, die „Polarisations-Sirobometer“<sup>(1)</sup> oder „Saccharimeter“<sup>(2)</sup> genannt werden. Sie bestehen im

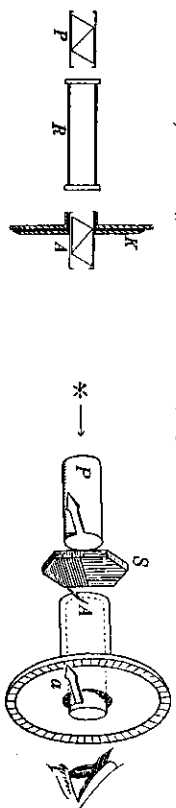


Fig. 1051. Schematische Anordnung des Polarimeters von Mitscherlich.

Fig. 1052. Polarimeter mit Doppelquarzplatte.

wesentlichen aus einer Lichtquelle, einem Polarisor und einem mit einem Teilkreise versehenen Analysator, zwischen welche ein mit der Zuckerlösung gefülltes Rohr eingeschaltet werden kann. Fig. 1051 zeigt schematisch die Einrichtung eines von Mitscherlich<sup>3)</sup> angegebenen Polarimeters. Die Einstellung des Analysators ist bei diesem Apparate sehr unsicher, da man den Zustand der völligen Dunkelheit des Gesichtsfeldes schwer beurteilen kann. Aus diesem Grunde hat man verschiedene Hilfsapparate eingeführt, die eine scharfe Einstellung ermöglichen. Von diesen sei genannt:

Die Soleil<sup>4)</sup>sche Doppelquarzplatte. Diese ist aus einer rechtsdrehenden und einer linksdrehenden Quarzplatte von 3,75 mm Dicke in einer scharfen Trennungslinie zusammengesetzt. Eine 3,75 mm dicke Quarzplatte dreht gelbgrünlisches Licht um etwa 90°, das einfarbige Na-Licht wird um 81,5° gedreht. Schaltet man daher die Doppelquarzplatte nach Fig. 1052 zwischen zwei parallelen Nicols ein, so wird das gelbgrünliche Licht durch beide Platten vollständig ausgeblendet, und es erscheint das Gesichtsfeld bei der Benutzung von gelbgrünlichem Lichte vollkommen dunkel. Benutzt man weißes Licht, so erscheint das ganze Gesichtsfeld in der Ergänzungsfarbe einem rötlichen Violett. Dreht man nun den Analysator um einen geringen Betrag, so wird bei Belichtung mit gelbgrünlichem Lichte das Gesichtsfeld hell; bei weißem Lichte erscheint die eine Hälfte deutlich rötlich, die andere ausgesprochen blau. Dieser Farbenunterschied der beiden Gesichtsfelder ist sehr leicht zu erkennen; man

1) Stróhos (griech.) = Wirbel. 2) saccharum (lat.) = Zucker.

3) E. Mitscherlich (1794—1863), bedeutender Chemiker.

4) N. Soleil (1798—1878), franz. Physiker.

kann daher scharf auf die rötlich-violette gleiche Färbung, den empfindlichen Farbton, der beiden Gesichtsfeldhäften einstellen. Darin liegt die Bedeutung der Solleischen Doppelquarzplatte bei Benutzung weißen Lichtes. Bei Benutzung einfarbigen Lichtes bietet sie keine Vorteile.

Bei dem Solleischen Saccharimeter benutzt man eine solche Doppelquarzplatte, wenn außerdem die zu untersuchende Zuckerlösung zwischen den Polarisor und den Analysator gebracht worden ist.

Anstatt den Analysator zu drehen, wendet man auch einen Quarzkeilkompensator an. Dieser besteht aus einer planparallelen Platte von Rechtsquarz und zwei entgegengesetzt zueinander gestellten, gleichen keilförmigen Platten aus Linksquarz. Wenn man die beiden keilförmigen Linksquarze aufeinanderlegt, so wirken sie wie eine planparallele Platte aus Linksquarz.



Fig. 1053. Polarimeter mit Quarzkeilkompensator.

Wenn man dann die Keile gegeneinander verschiebt, so wird dadurch die Plattendicke geändert. Man kann es nun so einrichten, daß dieser Doppelkeil aus Linksquarz dieselbe Dicke wie der Rechtsquarz hat. In diesem Falle heben sich die Wirkungen vollständig auf. Verschiebt man aber die beiden Keile gegeneinander in dem einen oder anderen Sinne, so wird dadurch eine Drehung der Polarisationssebene in dem einen oder anderen Sinne bewirkt. Man kann demnach auch durch geeignete Stellung der Quarzkeile eine sonstige verursachte Drehung der Polarisationssebene aufheben.

In Fig. 1053 sind die wesentlichsten Teile eines Solleischen Saccharimeters abgebildet. In dieser Figur bedeutet *P* den Polarisor, *D* die Doppelquarzplatte, *R* das Rohr mit der Zuckerlösung, *Q* die planparallele Platte aus Rechtsquarz, *K* den Doppelkeil aus Linksquarz und *A* den Analysator. Außerdem ist noch ein nicht mit abgebildeter Farbenregulator und ein kleines Beobachtungsfernrohr mit dem Apparate verbunden.

Auf die Einrichtung anderer optischer Saccharimeter, bei denen z. T. die Einstellungsempfindlichkeit außerordentlich gesteigert ist, kann hier nicht eingegangen werden.

**§ 348. Entstehung von elliptisch- und zirkularpolarisiertem Licht.**

Wenn ein polarisiertes Lichtstrahlenbündel in der Weise durch ein Gipsblättchen fällt, wie es in Fig. 1043 dargestellt ist, so geht es dann durch den Analysator hindurch, wenn Analysator und Polarisor gekreuzt sind. Die Begründung liegt darin, daß die eine Komponente innerhalb des Gipsblättchens eine halbe Schwingung weniger ausführt als die andere. Ist der Analysator gar nicht vorhanden, so tritt der im Gipsblättchen getrennte Strahl wieder als einheitliches Strahlenbündel aus, das durch Zusammensetzung der beiden Lichtwellen entsteht, deren Schwingungsebenen zueinander senkrecht stehen.

Die Lichtstrahlen stehen in derselben Beziehung zueinander, wie die beiden Schwingungen, deren Zusammensetzung in § 26 eingehend behandelt worden ist. Uns

interessiert hier der besondere Fall, daß die beiden Schwingungskomponenten gleiche Schwingungsebenen haben. Wir wollen ferner den einfächeren Fall annehmen, daß auch die Schwingungsebenen beider Schwingungen gleich sind. Die Zusammensetzung geschieht so, wie es an den Figg. 78—80 schon entwickelt worden ist. Diese Figuren sind hier noch einmal als Figg. 1054, 1055, 1056 abgebildet.

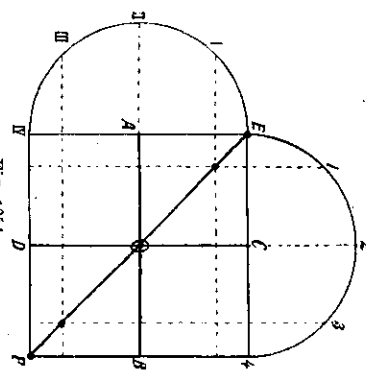


Fig. 1054. Zusammensetzung geradlinig polarisierten Lichtes zu geradlinig polarisiertem, zirkular polarisiertem und elliptisch polarisiertem Licht.

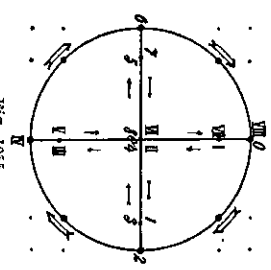


Fig. 1055. Zusammensetzung geradlinig polarisierten Lichtes zu geradlinig polarisiertem, zirkular polarisiertem und elliptisch polarisiertem Licht.

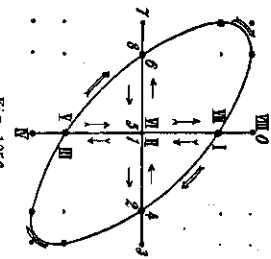


Fig. 1056. Zusammensetzung geradlinig polarisierten Lichtes zu geradlinig polarisiertem, zirkular polarisiertem und elliptisch polarisiertem Licht.

In Fig. 1054 sind *AB* und *CD* die doppelten Schwingungsebenen  $2a$  der Schwingungskomponenten um den Schwingungsmittelpunkt *O*; die Schwingungen haben beide gleichzeitig in *A* bzw. *C* ihre Umkehrpunkte. Die sich ergebende Schwingung ist die geradlinige Schwingung *EF*, deren Azimut um  $45^\circ$  gegen das der Komponenten gedreht ist, und deren Schwingungsebene  $a\sqrt{2}$  ist.

Fügt die Schwingung *AB* in dem Augenblicke in *A* an, wo die Schwingung *CD* in *D* beginnt, so entsteht als Schwingung auch eine geradlinige Schwingung, die aber in der Richtung der Diagonale  $\text{IV}$  erfolgt. Die Schwingungsebene ist auch  $a\sqrt{2}$ , aber das Azimut ist um  $90^\circ$  gegen das von *EF* gedreht.

In Fig. 1055 ist der Fall dargestellt, wo die eine Schwingung (*AB* von Fig. 1054) gerade durch den Mittelpunkt *O* geht, während die zweite Schwingung (*CD* von Fig. 1054) eben in *C* beginnt. Der Phasenunterschied beträgt  $\frac{\pi}{2}$ . In Fig. 1055 sind die einander zugeordneten Punkte beider Schwingungskomponenten durch entsprechende Zahlen 0, 1, 2, 3, 4 usw. bezeichnet. Die resultierende Schwingung ist eine kreisförmige Schwingung, bei der die Drehung im Sinne des Uhrzeigers (rechtsdrehend) erfolgt. Wird eine der beiden Schwingungskomponenten in ihrer Phase um eine halbe Schwingung verschoben, so entsteht eine linksdrehende Kreisbewegung.

In Fig. 1056 unterscheiden sich die beiden Phasen der Schwingungskomponenten um  $\frac{\pi}{4}$ . Durch ihre Zusammensetzung entsteht eine elliptische Schwingung.

Unserer allgemeinen Überlegung entspricht die strenge Rechnung. Machen wir *AB* zur *X*-Achse, *CD* zur *Y*-Achse eines Koordinatensystems (Fig. 1054), so sind die Gleichungen der beiden Schwingungen derselben Schwingungsebene *a*, derselben Schwingungsdauer *T* und des Phasenunterschiedes  $\delta$

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \text{und} \quad y = a \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} + \delta \right).$$



Lösen wir die zweite Gleichung auf, so erhalten wir

$$y = a \sin \frac{2\pi t}{T} \cos \delta + a \cos \frac{2\pi t}{T} \sin \delta.$$

Beseitigt man aus dieser und der ersten Gleichung  $\sin \frac{2\pi t}{T}$  und  $\cos \frac{2\pi t}{T}$  durch Anwendung der Regel  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , so ergibt sich

$$(y - x \cos \delta)^2 = \sin^2 \delta (a^2 - x^2) \quad \text{oder} \quad x^2 + y^2 - 2xy \cos \delta = a^2 \sin^2 \delta.$$

Das ist die Gleichung einer Ellipse, deren Achsen um  $45^\circ$  gegen die Koordinatenachsen geneigt sind, und welche die Halbachsen  $\frac{a \sin \delta}{\sqrt{1 - \cos \delta}} = a\sqrt{2} \cos \frac{\delta}{2}$  und  $\frac{a \sin \delta}{\sqrt{1 + \cos \delta}} = a\sqrt{2} \sin \frac{\delta}{2}$  besitzt. Ist hierin  $\delta = 0$ , so geht die Ellipse in eine Gerade der Halblänge  $a\sqrt{2}$  über; ist  $\delta = \frac{\pi}{2}$ , so wird die Ellipse ein Kreis vom Halbmesser  $a$ ; ist  $\delta = \frac{\pi}{4}$ , so werden die Halbachsen der Ellipse  $a\sqrt{1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}}$  und  $a\sqrt{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}}$ .

Die elliptische Schwingung ist also die allgemeinste Form der Zusammensetzung. Wenden wir diese Ergebnisse auf die Zusammensetzung zweier kollibrierter linear polarisierter Lichtstrahlen an, deren Schwingungsebenen senkrecht zueinander stehen, so erkennen wir, daß sich je nach dem Phasenunterschied die beiden Komponenten zu einem geradlinig polarisierten, einem kreisförmig (zirkular) polarisierten oder einem elliptisch polarisierten Lichtstrahl zusammensetzen.

Geradlinig (linear) polarisiertes Licht entsteht stets dann, wenn der Phasenunterschied der beiden linear polarisierten Komponenten Null oder ein gerades Vielfaches einer Viertelschwingung ( $\frac{\pi}{2}$ ) beträgt. Zirkular polarisiertes Licht entsteht dann, wenn die Phasendifferenz der Komponenten ein ungerades Vielfaches einer Viertelschwingung beträgt.

Es erscheint verständlich, weshalb aus dem geradlinig polarisierten Lichte in dem durch das Modell (Fig. 1043) dargestellten Falle wieder geradlinig polarisiertes Licht entsteht, dessen Polarisationsebene gegen die des eintretenden Lichtes um  $90^\circ$  gedreht ist; denn es erfolgt eine Verschiebung der einen Komponente gegen die andere um eine halbe Wellenlänge, also eine zeitliche Verschiebung um die Hälfte der Schwingungszeit. Beträgt die Verschiebung eine viertel Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches derselben, so müssen sich die beiden austretenden Komponenten, von denen jede einzelne geradlinig schwingt (linear polarisiert ist), zu einer kreisförmigen Schwingung (zu zirkular polarisiertem Lichte) zusammensetzen. Das ist durch passende Wahl der Dicke eines Gipsblättchens zu erreichen.

Ein Gipsblättchen, durch das die Phasen der beiden Komponenten um eine viertel Schwingung verschoben werden, heißt ein „Viertel-Wellen-Gipsblättchen“. Wenn man ein Viertel-Wellen-Gipsblättchen in ein linear polarisiertes Lichtstrahlenbündel so einschaltet, daß die Hauptschwingungsrichtung im Gipsblättchen zur Schwingungsrichtung des polarisierten Lichtes um  $45^\circ$  geneigt ist, so wird das linear polarisierte in zirkular polarisiertes Licht verwandelt. Legt man zwei Viertel-Wellen-Gipsblättchen aufeinander, so wird in dem zweiten das zirkular polarisierte Licht wieder in linear polarisiertes Licht verwandelt, dessen Schwingungsebene auf der Schwingungsebene des eintretenden Lichtstrahlenbündels senkrecht steht. Ein drittes Viertel-Wellen-Gipsblättchen verwandelt dieses Licht

wieder in zirkular polarisiertes Licht; doch ist die Umdrehungsrichtung der kreisförmigen Schwingung jetzt entgegengesetzt zu der Umdrehungsrichtung des zirkular polarisierten Lichtes, das durch die Einschaltung von einem Viertel-Wellen-Gipsblättchen erzeugt werden würde.

§ 349. Zusammensetzung zweier zirkularer Schwingungen.

So wie man das zirkular polarisierte Licht durch Zusammensetzung zweier senkrecht zueinander linear polarisierter Lichtstrahlenkomponenten auch zwei zirkular polarisierte Lichtstrahlenkomponenten wieder zusammensetzen kann, so kann man auch zwei zirkular polarisierte Lichtstrahlenkomponenten gleiche Schwingungsebene und entgegengesetzten Drehsinn haben, so entsteht wieder linear polarisiertes Licht (Fig. 1057 im wesentlichen übereinstimmend mit Fig. 85). Das Azimut  $BF$  des so entstehenden linear polarisierten Lichtes, d. h. die Lage der Schwingungsebene hängt davon ab, an welchen Punkten sich die beiden zirkularen Schwingungen begegnen.

Wenn die beiden zirkularen Schwingungen dieselbe Schwingungsdauer haben, so begegnen sie sich stets an zwei einander gegenüberliegenden Endpunkten desselben Durchmessers. Dieser Durchmesser legt das Azimut der linearen Schwingung fest.

Wenn die Schwingungszeit der einen, z. B. der rechts herum drehenden, zirkularen Komponente etwas kleiner, also die Geschwindigkeit etwas größer ist, als die der links herum drehenden Komponente, so verschiebt sich das Azimut bei jeder Drehung im Sinne der rascher schwingenden Komponente um einen gewissen kleinen Betrag. Es tritt daher eine allmähliche Drehung der Polarisationsebene des linear polarisierten Lichtes ein. Dieser Fall tritt in der Natur nicht ohne weiteres auf, da die verschiedenen Schwingungszeit der beiden Komponenten eine Verschiedenheit der Farbe der beiden Komponenten bedingen würde.

Durch Einwirkung starker magnetischer Felder, durch die das Licht hindurchgeht, kann eine solche Verschiedenheit hervorgerufen werden, doch kann darauf an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden; wir kommen hierauf im Anschlusse an die Elektrizitätslehre wieder zurück (Bd. II, § 101).

§ 350. Erklärung der Drehung der Polarisationsebene.

Nach Fresnels Vorgang erklären wir die Drehung der Polarisationsebene folgendermaßen:

Wenn ein linear polarisiertes Lichtstrahlenbündel in der Richtung der optischen Achse durch eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene Quarzplatte hindurchgeht, so erfolgt eine Zerlegung des linear polarisierten Lichtes in zwei entgegengesetzt drehende, zirkular polarisierte Lichtstrahlen von derselben Schwingungszeit. Die rechts drehende Komponente bewegt sich aber langsamer in der Richtung des Lichtstrahles vorwärts als die links drehende.

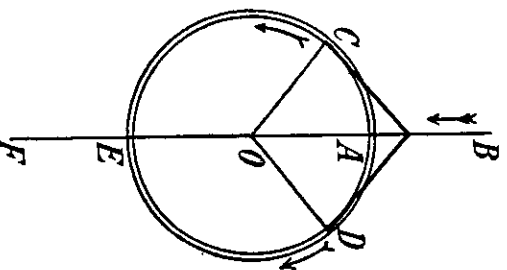


Fig. 1067. Zusammensetzung zweier zirkularer Schwingungen zu einer geradlinigen Schwingung.

Das können wir uns durch das in Fig. 1058 abgebildete Modell veranschaulichen. Wir wirken auf einen Holzzylinder zwei Drahtspiralen übereinander, von denen die eine eine rechtsgängige, die andere eine linksgängige Schraube darstellt. Beide Drahtspiralen haben dieselbe Länge, also auch dieselbe Windungszahl. Nun ziehen wir beide Drahtspiralen, deren eines Ende auf dem Holzzylinder fest ist, an dem anderen Ende lang, aber die linksgewundene Schraube etwas länger als die rechtsgewundene. Dann stellt die rechtsgewundene Schraube die rechtsgewundene, zirkular polarisierte Lichtstrahlenkomponente, die linksgewundene Spirale die sich schneller fortplantzende, linksdrehende, zirkular polarisierte Lichtstrahlenkomponente dar. Die Punkte, in denen sich die beiden übereinanderliegenden Spiralen berühren, bestimmen das Azimut des aus den beiden Komponenten in jedem Augenblicke entstehenden linear polarisierten Lichtes. Wir erkennen, daß sich das Azimut in der Richtung einer stellen, rechtsgängigen Schraube dreht. Diese Erklärung steht mit allen hieraus gezogenen Folgerungen in guter Übereinstimmung. — Schließt man z. B. an einem Quarzkristall auf der einen Seite eine Fläche an, die gegen die optische Achse eine geringe Neigung hat, auf der anderen Seite eine Fläche, welche zur optischen Achse normal steht, so muß ein von dieser Seite in der Richtung der optischen Achse auftretender linear polarisierter Lichtstrahl in den Kristall ohne Brechung eintreten. Innerhalb des Quarzes zerlegt sich der Strahl nun in einen rechts- und einen links-

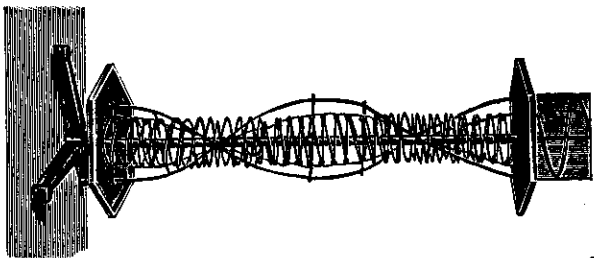


Fig. 1058. Modell zur Erklärung der Drehung der Polarisationsebene.

zirkular polarisierte Strahlen aus. Quarz zeigt also auch in der Richtung der optischen Achse eine gewisse — wenn auch sehr geringe — Doppelbrechung.

Die Drehung der Polarisationsebene im Quarz und in allen festen Körpern, die kristallinischen Aufbau haben, wird auf den Bau der einzelnen Kristalleinheiten zurückgeführt. Die Drehung der Polarisationsebene in amorphen und flüssigen Körpern führt man auf eine Verschiedenheit im Bau der einzelnen Moleküle zurück. Gestützt wird diese Annahme dadurch, daß man dort, wo im kristallinen Bau Unregelmäßigkeiten auftreten, aus der Lage dieser Unregelmäßigkeiten auf das optische Verhalten schließen kann, während bei den amorphen Körpern natürlich solche Unregelmäßigkeiten nicht aufweisen können. Es gibt eine Reihe von Stoffen, die in ihrem chemischen Verhalten vollkommen gleich sind, die sich aber durch das optische Verhalten insofern voneinander unterscheiden, daß der eine Stoff die Polarisationsebene links, der andere rechts dreht, z. B. gewöhnlicher Rohrzucker und Invertzucker, Rechts- und Linkswinsäure u. a. In diesen Körpern treten die einzelnen Atome in gleicher Zahl zu Molekülen zusammen, aber die Anordnung der Atome in den Molekülen ist verschieden.

## Siebzehnter Abschnitt.

### Optische Erscheinungen in der Atmosphäre.

Die Lichtstrahlen erfahren bei ihrem Durchgange durch die Atmosphäre und durch die in ihr schwebenden Körperchen: Wasserdampf, Nebeltröpfchen, Staub, Eiskristalle, eine Reihe merkwürdiger Veränderungen, die über den Ort, über die Form, Größe und Farbe der lichtausstrahlenden Körper mancherlei Täuschungen bewirken; auch verursachen sie die mannigfachen Färbungen und Helligkeitsverschiedenheiten des Himmels.

Alle bisher betrachteten Veränderungen eines Lichtstrahles, wie Reflexion, Brechung, Dispersion, Beugung, Polarisation können auch in der Atmosphäre hervorgerufen werden; daher weisen die optischen atmosphärischen Erscheinungen eine große Mannigfaltigkeit auf.

#### § 351. Atmosphärische Strahlenbrechung.

Beim Übergange eines Lichtstrahles aus dem luftleeren Raume in Luft erfährt der Lichtstrahl eine Brechung zum Einfallslote hin. Das Brechungsverhältnis der Luft ist bei  $0^\circ \text{C}$  und bei einem Luftdrucke von 760 mm  $n = 1,000294$  (§267). Durch Temperaturerhöhung und durch Druckverminderung wird die Dichte der Luft und damit zugleich das Brechungsverhältnis geringer. Das um 1 verminderte Brechungsverhältnis ist der Dichte der Luft proportional. Ist die normale Dichte der Luft  $d$  und das Brechungsverhältnis  $n$ , so wird das Brechungsverhältnis  $n'$  bei der Dichte  $d'$  der Luft durch die Gleichung bestimmt:

$$\frac{n' - 1}{n - 1} = \frac{d'}{d}.$$

Ein Lichtstrahl, der längere Strecken durch die Atmosphäre der Erdoberfläche geht, muß auf seinem Wege verschiedene Luftschichten von zu- oder abnehmender Dichte durchlaufen. Er erfährt jedesmal beim Übergange von einer Schicht zu einer anderen eine Brechung. Daher verläuft er innerhalb der Atmosphäre immer in einer schwach gekrümmten Linie (S. 989). Alle Lichtstrahlen in der Luft sind also eigentlich krümm. Für geringe Entfernungen ist aber diese Krümmung nicht nachzuweisen; bei größeren Entfernungen ist sie eine dem messenden Geometer bekannte Fehlerquelle, auf welche er bei feinsten Messungen Rücksicht nimmt. Der Lichtstrahl, welcher von einem Stern her die Erde durch die Atmosphäre erreicht, ist also auch

schwach gekrümmt (Fig. 1059). Da nun unser Auge nach § 247 eine Lichtquelle in der geradlinigen Rückwärtsverlängerung des das Auge treffenden Lichtstrahles sucht, so erscheint dem Beobachter das Gestirn (in  $S'$ ) höher stehend, als es in Wirklichkeit ist. Die

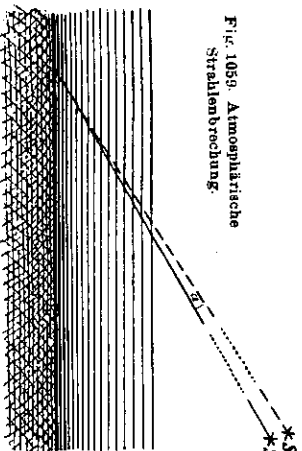


Fig. 1059. Atmosphärische Strahlenbrechung.

\* $S'$  im Winkelmaße ausgedrückte scheinbare Hebung ( $\alpha$ ) der beobachteten Sonne oder des beobachteten Gestirnes heißt atmosphärische Strahlenbrechung oder atmosphärische Refraktion. Sie ist um so größer, je tiefer das beobachtete Gestirn am Himmel steht. Die atmosphärische Refraktion, die ein am Horizonte stehendes Gestirn erfährt, heißt Horizontalrefraktion; sie beträgt annähernd  $0,5^\circ$ . Die atmosphärische Strahlenbrechung für verschiedene Höhenwinkel ist in Tabelle XIX zusammengestellt.

Infolge der atmosphärischen Strahlenbrechung sehen wir Gestirne auch dann noch, wenn sie in Wirklichkeit schon unter unserem Horizonte verschwunden sind. In dem Augenblicke, wo für uns der untere Sonnenrand den Horizont zu berühren scheint, ist in Wirklichkeit der obere Sonnenrand schon unter dem Horizonte verschwunden.

Die zusammengedrückte Form der auf und untergehenden Sonne und des Mondes ist zum großen Teile darauf zurückzuführen, daß das Licht vom unteren Sonnenrande durch die atmosphärische Strahlenbrechung stärker gebrochen wird als dasjenige vom oberen Sonnenrande.

Eine scheinbare Hebung der auf der Erdoberfläche befindlichen Gegenstände, die der atmosphärischen Strahlenbrechung ähnlich ist, beobachtet man oft an den Ufern größerer Seen oder an den Meeresküsten, auch auf dem offenen Meere, wenn die unmittelbar auf dem Wasser liegende Luftschicht wesentlich kälter, also auch wesentlich dichter ist als die darüberliegenden Schichten. Dann werden die Lichtstrahlen, die von einem in der Nähe der Wasseroberfläche liegenden Gegenstande schräg nach oben ausgehen, vom Einfallslotte fort gebrochen und nehmen eine Richtung an, die der wagerechten Richtung nahe kommen kann. Infolge hiervon können in unser Auge noch Strahlen von Gegenständen treffen, die vielleicht schon unter dem Horizonte liegen; diese werden dann scheinbar über den Horizont gehoben (Kimmung).

Da das Brechungsverhältnis der Luft von ihrer Dichte abhängt und bei hoher Temperatur kleiner als bei niedriger Temperatur ist, so wird auch die Richtung eines Lichtstrahles in heißen aufsteigenden Luftströmen, z. B. über einem Schornsteine, an einer von der Sonne bestrahlten Wand, oder an der von der Sonne beschienenen Erdoberfläche, abgelenkt. Die aufsteigenden Luftströme pflegen hierbei ihre Form und Lage unregelmäßig zu verändern. Daher scheinen die durch einen solchen aufsteigenden Luftstrom betrachteten Gegenstände zu zittern, zu flimmern. Auch das Flimmern (die Scintillation,

§ 296) der Fixsterne beruht auf der durch die veränderliche Dichtigkeit der Luft verursachten veränderlichen Brechung der Lichtstrahlen.

### § 352. Luftspiegelungen.

Unter besonderen Umständen kann es vorkommen, daß tiefe Luftschichten eine geringere Dichte haben als die über ihnen liegenden. Das kommt z. B. vor, wenn die Sonne den Erdboden bei vollständiger Windstille stark bescheint und daher die dem Erdboden nahen Schichten stark erwärmt. In diesem Falle kann ein unter sehr spitzem Winkel gegen die Erdoberfläche geneigtes Lichtstrahlenbündel vom Einfallslotte abgelenkt werden. Es tritt dann die Erscheinung ein, die durch den in Fig. 1010 abgebildeten Versuch dargestellt worden ist: der Lichtstrahl wird gekrümmt. Wenn die Krümmung so stark ist, daß er nach Erreichung eines tiefsten Punktes wieder nach oben geht, so erfährt er scheinbar eine totale Reflexion, und die heiße Luftschicht wirkt wie ein glänzender Spiegel. Infolge dieser scheinbaren Reflexion kann dann ein Beobachter Gegenstände, die über der Erdoberfläche liegen, noch einmal im scheinbaren Spiegelbilde unter der spiegelnden Luftschicht sehen. Eine solche Reflexion kann das Vorhandensein einer ausgedehnten Wasserfläche vortäuschen (Fata morgana).<sup>1)</sup> Tritt der durch Fig. 1012 veranschaulichte Fall ein, so entstehen unter dem unmittelbar gesehenen Gegenstande zwei dicht untereinander liegende Spiegelbilder, von denen das oberste umgekehrt zum Gegenstande erscheint und das darunterliegende aufrecht ist. Beide Spiegelbilder sind von oben nach unten stark zusammengedrückt. Durch den in Fig. 1060 dargestellten Versuch, bei dem (wie in Fig. 1010) die Luftspiegelung durch eine Flüssigkeitsschichtung von Weingeist und Wasser nachgeahmt ist, kann man das Vorhandensein der beiden Spiegelbilder und ihre Verzerrung nachweisen.

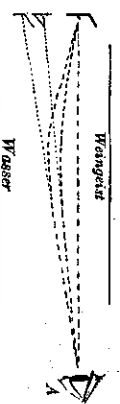


Fig. 1060. Nachahmung des dreifachen Bildes einer Luftspiegelung.

Auch in der Nähe der Küsten kann man an heißen Sommertagen oft eine ähnliche Erscheinung beobachten. Dies ist der Fall, wenn eine den Grund des Meeres (besonders beim Wattenmeere) nur dünn bedeckende Wasserschicht sehr stark erwärmt wird; denn diese bewirkt wieder eine starke Erwärmung der unmittelbar darüber befindlichen Luftschicht. Da gleichzeitig durch den stark entwickelten Wasserdampf eine weitere Verdünnung der Luft bewirkt wird, so tritt die Luftspiegelung an windstillen Tagen häufig auf. Man hat dann den Eindruck, als ob der Meeresspiegel gehoben wäre; durch die scheinbare totale Reflexion der stark verdünnten Luftschicht werden Spiegelbilder der am Lande oder auf dem Wasser befindlichen Gegenstände erzeugt.

Endlich bildet sich manchmal in größeren Höhen eine stark verdünnte Luftschicht von großer Ausdehnung aus. Dann tritt hier in ähnlicher Weise

1) Fata morgana; arabisch fām urgan = eine Fee, die ihre Macht in Luftspiegelungen zeigt.

eine totale Reflexion nach vorhergegangener Strahlenbrechung ein, und man beobachtet am Himmel das Spiegelbild der auf der Erde befindlichen Gegenstände. In vereinzelten Fällen kann man auf diese Weise Gegenstände sehen, die wegen der Erdkrümmung unmittelbar überhaupt nicht gesehen werden können. So hat man z. B. von Cuxhaven aus schon mehrfach das Spiegelbild von Helgoland am Himmel gesehen, während Helgoland selbst von Cuxhaven aus nicht sichtbar ist.

Beim Alpenglätzen werden die Sonnenstrahlen noch nach Sonnenuntergang in einer höher gelegenen, stark verdünnten Luftschicht umgebogen und beleuchten nun unmittelbar die Spitzen der Berge.

### § 353. Das diffuse Tageslicht, die Dämmerung; Licht der Gestirne.

Die Tatsache, daß wir nicht nur die im unmittelbaren Sonnenlichte, sondern auch die im Schatten liegenden Gegenstände sehen, beweist uns, daß das Sonnenlicht in den meisten Fällen erst als abgelenktes Licht die Körper beleuchtet. Das Sonnenlicht wird von den Körpern auf der Erdoberfläche, von der Luft und von den darin schwebenden Körperchen, wie Wassertröpfchen, Wollen, Staubteilchen, zurückgeworfen, abgebogen und zerstreut. Die Beleuchtung der Erde ist dann gleichmäßig, diffus<sup>1)</sup> und erzeugt nicht so tiefe Schatten, wie sie bei unmittelbarer Sonnenbeleuchtung entstehen. Die Tageshelligkeit im Freien ist etwa 10 000 Lux (§ 250), also so groß wie die Beleuchtung einer Fläche durch 10 000 Kerzen in 1 m Abstand.

Solange noch Sonnenstrahlen Luftteile beleuchten, die wir selbst noch sehen können, ist der Himmel nicht vollständig dunkel. Die Zeit nach Sonnenuntergang oder vor Sonnenaufgang, während der nur das zerstreute Licht zu uns kommt, heißt die Dämmerung. Aus der Dauer der Dämmerung kann man berechnen, in welcher Höhe über der Erdoberfläche noch in der Luft Teilchen von solcher Dichte sind, daß sie das Sonnenlicht wirksam zu zerstreuen vermögen. Die Dämmerung dauert um so länger, unter je spitzerem Winkel die Sonnenbahn den Horizont schneidet; daher ist die Dämmerung in höheren Breiten länger als in der Gegend des Äquators.

Das Licht des Mondes und der Planeten ist zurückgeworfenes Sonnenlicht, dagegen ist das Licht der Fixsterne eigenes Licht. Das folgt aus dem Spektrum dieser Sterne. Das Spektrum des Mondlichtes und des Lichtes der Planeten stimmt mit dem Sonnenspektrum überein, während im allgemeinen jeder Fixstern ein nur ihm eigenförmliches Spektrum hat. Nach den Spektren sieht man die Fixsterne in verschiedene Klassen eingeteilt, die offenbar verschiedenen Temperaturen der Sterne entsprechen. Die weißesten (heißesten) Fixsterne zeigen fast nur ein Heliumspektrum, die weniger weißen (heißen) ein Wasserstoffspektrum, dann vorherrschend ein Calciumspektrum, schließlich ein dem Sonnenspektrum ähnliches, bis bei den roten (den am wenigsten heißen) Fixsternen nur wenige Reste des kontinuierlichen Spektrums übrig-

<sup>1)</sup> diffusandere (lat.) = auseinandergeben, zerstreuen.

bleiben. Man schätzt die zugehörigen Temperaturen von 25 000° für die weißen bis 3000° für die roten Fixsterne.

**Sternhelligkeiten:** Ein Stern 6. Größe, der eben noch mit bloßem Auge gesehen werden kann, ist so hell wie eine Kerze in 11 km Entfernung; die Beleuchtung dieser hervorruft, ist daher bei  $10^{-6} = 8,3 \cdot 10^{-9}$  Lux. Im hellen Sonnenschein ist eine Beleuchtung von etwa 100 000 =  $10^5$  Lux, im hellen Mondlichte von etwa 0,2 Lux vorhanden; die Sonne ist also etwa  $12 \cdot 10^5$  mal so hell wie ein Stern 6. Größe; der Mond hat den  $500\,000$ . Teil der Sternhelligkeit. — <sup>6-n</sup>

Ein Stern der Größenklasse  $n$  ist  $100^{\frac{6-n}{5}}$  mal so hell wie ein Stern 6. Größe.

### § 354. Die blaue Farbe des Himmels. Morgenrot, Abendrot. Polarisation des Himmelslichtes.

Die blaue Farbe des Himmels wird nach Lord Rayleigh<sup>1)</sup> (1899) darauf zurückgeführt, daß in der atmosphärischen Luft kleinste Körperchen schweben, deren Durchmesser kleiner als 0,00035 mm ist. Diese haben die Eigenschaft, die kurzwelligen, dem blauen Ende des Spektrums nahe liegenden Strahlen der Intensität nach stärker zu biegen und zu zerstreuen, als die langwelligen roten Strahlen, und zwar geht dem Betrage nach diese Zerstreung umgekehrt wie die vierte Potenz der Wellenlänge des zerstreuten Lichtes vor sich. Sehr wahrscheinlich spielen auch die Luftmoleküle selbst die Rolle solcher das Licht zerstreuhenden Teilchen. Auf Grund dieser Lehre erklärt sich auch die rote Farbe der auf- und untergehenden Sonne; denn da beim tiefen Stande der Sonne das Sonnenlicht eine sehr dicke Luftschicht, welche der Erde dicht anliegt und daher viel kleinste Staubteilchen und Wassertropfen enthält, durchdringen muß, um zu unserm Auge zu gelangen, so dringen vorwiegend die langwelligen roten Strahlen durch diese dicke Schicht, während die anderen Strahlen auf ihrem langen Wege durch die Atmosphäre infolge der Biegung und Zerstreung an den kleinen Stoffteilchen ausgeschieden werden. Die roten Strahlen der auf- und untergehenden Sonne beleuchten die dem Horizonte nahen Teile des Himmels und erzeugen das Morgen- und Abendrot, das auch noch beobachtet werden kann, wenn die Sonne schon unter dem Horizonte steht. Auch die rot gefärbten Säume der Wolken am Morgen- und Abendhimmel beim tiefen Stande der Sonne entstehen auf diese Weise.

Die blaue Farbe trüber Medien (verdünnte Milch, dünnes Milchglas oder feiner, trockener Rauch) im auffallenden und ihre rote Farbe im durchfallenden Lichte erklärt sich auf gleiche Weise.

Daß das blaue Himmelslicht zerstreutes und abgelenktes Licht ist, beweist die Polarisation des Himmelslichtes. Diese kann man beobachten, wenn man durch ein Nicol'sches Prisma nach einer Stelle des Himmels sieht und nun das Prisma vor dem Auge dreht. Von dem Polarisationszustand solchen an einem trüben Mittel abgelenkten Lichtes kann man sich leicht durch einen Versuch überzeugen. Schüttet man z. B. eine kleine Menge einer wein-

<sup>1)</sup> s. S. 694.

geistigen Mischlösung in einen längeren mit Wasser gefüllten Glastrug und schickt ein parallel gemachtes helles Strahlenbündel durch das Wasser hindurch, so leuchtet die Trübung in der Richtung senkrecht zum Lichtstrahl mit blauer Farbe auf. Betrachtet man dieses Licht durch einen Nicol und dreht diesen, so erweist es sich als fast vollständig polarisiert.

(Auf S. 1018 machten wir in einer Versuchsanordnung, die Drehung der Polarisationsebene in einer Zuckertlösung sichtbar vorzuführen, von dieser Polarisation Gebrauch.)

Wenn die in der Atmosphäre schwebenden Körperchen die oben angegebene Größe wesentlich überschreiten, so spielt die Beugung eine geringe Rolle, und es werden alle Teile des Sonnenlichtes in merklich gleicher Stärke zurückgeworfen und diffus zerstreut; daher erscheint der Himmel weißlich, wenn sich durch Kondensation des Wasserdampfes schon kleine Tropfchen gebildet und diese sich durch Zusammenfließen zu Tropfen vereinigt haben. Auch die weiße Farbe des Nebels ist auf das Vorhandensein kleiner Wassertropfchen zurückzuführen.

Über die scheinbare Größe von Sonne und Mond am Horizonte siehe § 376.

§ 355. Höfe um Sonne und Mond.

Die Höfe um Sonne und Mond sind reine Beugungsercheinungen. Die Höfe um die Sonne werden nicht so oft beobachtet wie die um den Mond, weil die große Helligkeit des Sonnenlichtes keine unmittelbare Betrachtung der Sonne und der der Sonne nahen Teile des Himmels gestattet; das Auge wird geblendet. Dagegen beobachtet man Höfe um den Mond oft, besonders am Abend klarer Tage. Der Mond erscheint in einem bläulichen, kreisförmigen Felde, das von einem rötlich-gelben Kreise umsäumt ist. An diesen schließen sich nach außen oft eine oder mehrere Farbenfolgen von Blau bis Rot von geringerer Breite an. Während die erste Farbenfolge annähernd mit der Folge der Spektralfarben übereinstimmt, ist die Farbenfolge der äußeren Ringe von der spektralen Folge vollständig verschieden. Hieraus folgt schon, daß die Erscheinung kein Dispersionsphänomen ist, sondern daß sie auf der Interferenz der Lichtstrahlen beruht.

Die Erscheinung stimmt dem Aussehen nach vollständig mit den farbigen Höfen überein, die sich um eine entfernte Gasflamme zu bilden scheinen, wenn man sie vom dunklen Zimmer aus durch ein schwach beschlagenes (z. B. angedunkeltes) Fenster betrachtet. Auch wenn die zwischen dem Auge und der punktförmigen Lichtquelle befindliche Glasscheibe schwach bestäubt ist, treten solche Ringe auf; besonders schön dann, wenn der Staub recht gleichmäßig ist, d. h. aus Stoffteilchen von annähernd gleicher Größe (Lycopodium = Samen, das sind Rätzlapp-Sporen, s. S. 206) besteht. Beim Anhauchen der Glasplatte erscheinen die Ringe zuerst mit großem Halbmesser und farbigen, der Halbmesser nimmt dann allmählich ab, und die Farben verschwinden mehr und mehr. Die Wassertropfchen oder Staubteilchen wirken ähnlich wie ein Beugungsgitter. So wie die Interferenzstreifen beim

§ 355. Höfe um Sonne und Mond. § 356. Farbige Ringe um Sonne und Mond 1031

Beugungsgitter um so weiter voneinander abstehen, je enger das Gitter ist, so sind auch die farbigen Bögen um so größer, je kleiner die beugenden Staub- oder Wasserteilchen sind. Bei ungleich großen Stoffteilchen lagern sich verschiedenartige Beugungsringe übereinander und stören gegenseitig die Reinheit der Farben.

Hieraus erklärt es sich auch, daß die Mondhöfe besonders an Abenden klarer Tage auftreten; denn dann tritt eine schwache Kondensation des in der Luft vorhandenen Wasserdampfes in Form kleinster Tropfchen von annähernd gleicher Größe ein. Bei fortschreitender Kondensation werden die Wassertropfchen größer und ungleichmäßig, der Hof wird kleiner und geht dann allmählich in ein weißliches, kreisförmiges Feld über.

§ 356. Farbige Ringe um Sonne und Mond.

Wesentlich verschieden von den Höfen sind die farbigen Ringe, die sich um Sonne und Mond in immer gleichen Abständen bilden. Die Ringe haben meistens den mittleren Halbmesser von 22°, seltener den Halbmesser von 40°; die Innenseite der Ringe ist stets rot, die Außenseite blau gefärbt. Sie werden durch die Dispersion des Lichtes in den kleinen Eiskristallen erklärt, die sich bei der Kondensation des Wasserdampfes in den höchsten Luftschichten bilden. Die Eiskristalle haben die Form regelmäßiger, sechsseitiger Säulen mit ebenen Endflächen.

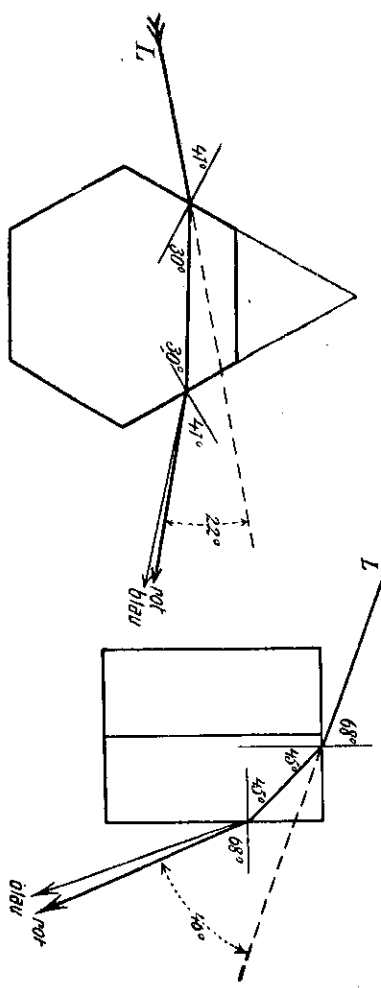


Fig. 1061. Ablenkung eines Lichtstrahles durch einen Eiskristall.

Fig. 1062. Ablenkung des Lichtes durch eine prismatische Eismasel.

Wenn ein Lichtstrahl *L* (Fig. 1061) auf die eine Seitenfläche eines sechseitigen Eiskristalles unter dem Einfallswinkel von 41° auftrifft, so wird er (da das Brechungsverhältnis des Eises 1,31 beträgt) unter 30° in den Eiskristall hinein gebrochen und verläßt ihn in umgekehrter Winkelfolge wieder. Der Strahl wird hierbei um 22° abgelenkt. Gleichzeitig erfährt der Strahl eine spektrale Zerlegung. Von dem aus einem Eiskristalle austretenden Farbfächer tritt aber nur ein einzelner Strahl in das Auge eines Beobachters; daher erscheint dem Beobachter ein einzelner Eiskristall nur in einer einzigen,

ganz bestimmten Farbe. (Das kann man an einem sonnigen, recht kalten Wintertage bei einer Wanderung über eine Schneefläche leicht beobachten; bald von dieser, bald von jener Stelle funkelt auf der Schneedecke ein blaues, grünes, rotes Funkchen von einem zufällig gerade zur Sonne und zum Auge richtig orientierten Schneekristalle her auf.) Da die blauen Strahlen eine stärkere Brechung erfahren als die roten, so ist der Winkelabstand, den die scheinbar blau gefärbten Eiskristalle von der Sonne haben, etwas größer als der den scheinbar rot gefärbten Eiskristallen zukommende Winkel. Aus diesem Grunde erscheint der Innenrand des Farbenkreises rot, der Außenrand blau.

Der den Mond umgebende Farbenring mit dem mittleren Halbmesser von  $46^\circ$  wird durch die Brechung und Dispersion des Lichtes erklärt, das auf die ebene Endfläche einer sechsseitigen Eismadel fällt und aus einer Seitenfläche austritt. Für diesen Fall ist der Strahlenverlauf in Fig. 1062 abgebildet. Der Einfallswinkel beträgt  $68^\circ$ , der Brechungswinkel im Eise  $45^\circ$ , woraus sich die Ablenkung von  $46^\circ$  ergibt. Auch hier ist der Ablenkungswinkel für blau etwas größer als für rot, daher erscheint auch hier der Innenrand des Ringes rot, der Außenrand blau.

Halo<sup>1)</sup>: Manchmal treten noch weiße Ringe auf, die ihre Ursache in der Reflexion des Lichtes an den Flächen der Eiskristalle haben. In vereinzelt Fällen setzen sich an diese Ringe wagerechte Lichtstreifen an und geben zu scheinbaren Anschwellungen der Ringe links und rechts von der Sonne und dem Monde Veranlassung (Nebensonnen und Nebenmonde). Diese wagerechten Lichtstreifen werden auf die Reflexion des Lichtes an den ebenen Endflächen flacher, blättchenförmiger Eiskristalle zurückgeführt, die sich in vollkommen ruhiger Luft wagerecht stellen.

### § 357. Der Regenbogen.

Der Regenbogen entsteht, wenn eine sich in Tropfen auflösende Wolke von der Sonne beschienen wird. Der Regenbogen ist ein Teil eines Kreisses, dessen Mittelpunkt der Gegenpunkt der Sonne ist, d. h. der Punkt am Himmel, dem vom Beobachter aus gerechnet, der Sonne gerade gegenüberliegt (gewissermaßen der Schatten des Beobachters). Der Hauptregenbogen hat auf seiner Außenseite einen ziemlich scharfen, roten Rand; nach innen zu folgen dann die Farben in annähernd spektraler Folge bis zum Blau; hieran schließen sich dann gewöhnlich noch mehrere Farberinge von geringerer Breite in scheinbar regelloser Farbenfolge (sekundäre Regenbögen). Der äußere Halbmesser des Hauptregenbogens ist stets  $42\frac{1}{2}^\circ$ ; die Farbenfolge, im einzelnen ist bei fast jedem Regenbogen verschieden. Der Regenbogen muß mit Interferenzerscheinung verknüpft sein; denn wäre er eine einfache Dispersionerscheinung, so könnte nur eine einzige spektrale Farbenfolge in immer derselben Ordnung auftreten.

1) Der Halo oder die Halos (Mehrzahl Halonen) vom (griech.-lat.) *hálōn* oder *hálos* = (eigentlich: Tenne, ringartige Umgebung, Hof) Hof um Sonne und Mond, Heiligenschein.

Betrachtet man einen recht lichtstarken Regenbogen durch ein einfarbig rotes Glas, so sieht man eine Reihe abwechselnd heller und dunkler Kreisbögen ähnlich den Beugungskreisen, die sich bilden, wenn das Licht einer punktförmigen Lichtquelle (weit entfernte Bogenlampe oder Sonnenlicht) durch eine enge, kreisförmige Blende hindurch auf einen weißen Schirm fällt.

Der Nebenregenbogen hat stets einen in *erem* Halbmesser von  $51^\circ$ ; er ist an der Innenseite ziemlich scharf begrenzt und rot gefärbt. Hier folgen die Farben nach außen zuerst in annähernd spektraler Folge bis zum Blau; dann schließen sich meistens noch mehrere sekundäre Bögen von wechselnder Zahl, Breite, und Farbe nach außen an. Der Nebenregenbogen erscheint ebenfalls, durch ein einfarbiges Glas betrachtet, als ein System heller und dunkler Ringe. Die Erscheinung stimmt in ihrem ganzen Aussehen mit den Beugungskreisen überein, die sich um den Schatten einer kreisförmigen, undurchsichtigen Scheibe bilden, die in den Gang der Lichtstrahlen einer entfernten punktförmigen Lichtquelle gestellt wird.

Erklärung. Der Regenbogen tritt nur auf, wenn die Sonnenstrahlen auf eine sich in Tropfen auflösende Regenwolke fallen. Um die Vorgänge bei der Entstehung des Regenbogens zu veranschaulichen, untersuchen wir zunächst den Verlauf eines auf eine Wasserkugel (oder einen Wasserzylinder) fallenden parallelen Lichtbündels: Wir leiten (Fig. 1063) ein paralleles (einfarbiges) Strahlenbündel auf die Rückseite eines mit einem schmalen, wagerechten Spalte *S* versehenen, weißen Schirmes *Sch* und grenzen so ein schmales Strahlenbündel ab, das auf die Zylinderwandung eines mit Wasser gefüllten zylindrischen Gefäßes fällt. Wir können das Wassergefäß leicht heben und senken und dadurch den Einfallswinkel des Strahlenbündels auf das den Tropfen darstellende Wassergefäß beliebig verändern. Wir beobachten, daß die auf fallenden Lichtstrahlen zum Teil an der Vorderfläche *A* des Tropfens reflektiert werden, zum Teil gebrochen in den Tropfen eindringen. Der gebrochene Teil des Lichtes wird an der Rückseite *B* des Tropfens wieder teilweise reflektiert, teilweise tritt er gebrochen aus dem Tropfen aus. Der in *B* reflektierte Teil des Lichtes erfährt in *C* eine nochmalige teilweise Reflexion, teilweise verläßt er den Tropfen in der Richtung *CD* und trifft den Schirm in *D*.

Zunächst betrachten wir nur diesen letzteren Teil *CD*. Lassen wir den Strahl *SA* senkrecht auf den Tropfen fallen, so wird er teilweise unter rechtem Winkel reflektiert, teilweise tritt er ohne Richtungsänderung in den Tropfen ein und verläßt ihn wieder in derselben Richtung. Wird der Tropfen gesenkt, so senkt sich auch der Strahl *CD*; es bildet *CD* mit *AS* einen spitzen Winkel, der beim weiteren Senken zu-

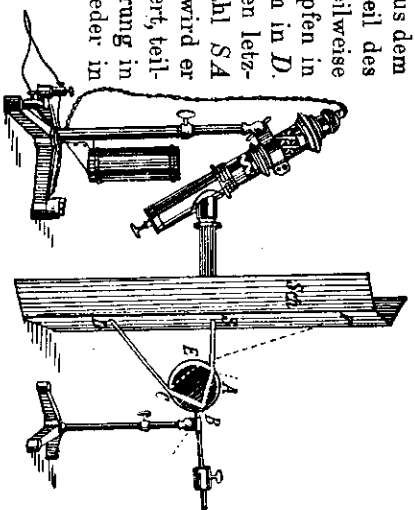


Fig. 1063. Geometrische Versuchsanordnung zur Erklärung des Regenbogens.

erst rasch, dann langsam größer und zuletzt wieder kleiner wird. Das Strahlenbündel erleidet also eine vom Einfallswinkel abhängige Ablenkung, die aber nie über einen gewissen, größten Betrag hinausgeht. Dieser beträgt für rotes Licht  $42\frac{1}{2}^\circ$ ; er tritt auf, wenn der Einfallswinkel des Lichtes  $59\frac{1}{2}^\circ$  beträgt. Hieraus folgt, daß ein Lichtstrahlenbündel (von rotem Lichte), das den ganzen Tropfen beleuchtet, den Schirm nur in einer scharfbegrenzten Zone trifft, deren Begrenzungsstrahlen mit der ursprünglichen Strahlenrichtung das Supplement von  $42\frac{1}{2}^\circ$  bilden. Wird daher ein einzelner kugelförmiger Tropfen von parallelen (roten) Lichtstrahlen getroffen, so verlassen die durch zweimalige Brechung und einmalige Reflexion nach rückwärts gehenden Strahlen den Tropfen innerhalb eines Lichtkegels mit dem halben Öffnungswinkel von  $42\frac{1}{2}^\circ$ . Für Licht kürzerer Wellenlänge ist der Öffnungswinkel des Lichtkegels etwas kleiner (für blaues Licht  $41^\circ$ ).

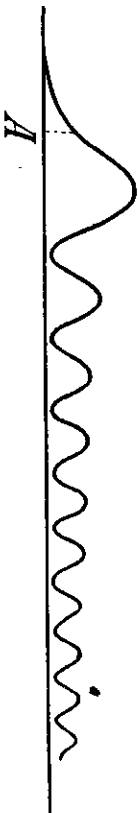


Fig. 1064. Lichtmaxima und -minima im Regentropfen bei Betrachtung im einfalligen Lichte.

Der betrachtete Lichtkegel ist nach außen hin scharf begrenzt, er verhält sich also gerade so, als ob er durch ein kreisförmiges Loch in einem undurchsichtigen Schirme abgeblendet wäre. Daher tritt an den Rändern auch dieselbe Beugungserscheinung auf, wie bei einer durch einen scharfen Rand begrenzten kreisförmigen Öffnung (§ 324, 1.). Es entstehen Lichtmaxima und -minima in abwechselnder Folge, deren Abstände von dem Rande ab gemessen immer kleiner und deren Helligkeitsunterschiede immer geringer werden. Das beleuchtete Feld geht allmählich in allgemeine Helligkeit über. In Fig. 1064 sind die Helligkeiten der Beugungserscheinung als Ordinaten einer Kurve aufgetragen: der Punkt  $A$  entspricht der geometrischen Schatten-grenze, also beim Regenbogen der Grenze der größten Ablenkung, d. h. beim roten Lichte einem Gesichtswinkel von  $42\frac{1}{2}^\circ$ , beim blauen Lichte einem Gesichtswinkel von  $41^\circ$ . Der Abstand der einzelnen Lichtmaxima voneinander hängt erstens von der Wellenlänge des Lichtes, zweitens aber auch von der Tropfengröße ab. Die Abstände sind der Lichtwellenlänge proportional, sie sind ferner um so größer, je kleiner die Regentropfen sind.

Wollen wir den durch weißes Sonnenlicht erzeugten Regenbogen auf Grund der bisherigen Betrachtungen aus seinen Elementen aufbauen, so müssen wir das durch Fig. 1064 dargestellte Beugungsbild für jede einzelne Farbe und für eine bestimmte Tropfengröße entwerfen und dann die einzelnen Bilder so aufeinanderlegen, daß der Punkt  $A$  jedes Bildes dem seiner Farbe entsprechenden größten Ablenkungswinkel zugeordnet wird; der Punkt  $A$  muß also z. B. für rotes Licht bei  $42\frac{1}{2}^\circ$ , für blaues bei  $41^\circ$  liegen. Dadurch entsteht ein äußerst mannigfaltiges Farbenspektrum, das nur in der Nähe des äußersten Randes reines Rot enthält, dem sich nach innen zu allmählich im-

mer andere Farben beimischen, während gleichzeitig die Helligkeit der roten Komponente abnimmt. An der Stelle, wo das erste Maximum für blau liegt, nähert sich die Mischfarbe dem blauen Farbton; aber es entsteht nicht das reine spektrale Blau. In weiterem Abstände vom Rande wird das Farbenspektrum immer regloser; die Aufeinanderfolge der Farben in den sekundären Bögen wechselt mannigfach, bis ein vollkommenes Gemisch aller Komponenten Weiß erzeugt.

Da der größte Ablenkungswinkel für jede Farbe unverändertlich ist, so erscheint uns die Grenze des Hauptregenbogens immer unter demselben Winkel; da aber die Abstände der Intensitätsmaxima jeder einzelnen Farbe von der Tropfengröße abhängen, so wechselt das Aussehen und die Farbfolge, besonders bei den sekundären Bögen des Regenbogens, von einem Regenbogen zum andern.

Wenn der Tropfendurchmesser kleiner als 0,1 mm wird, so treten die einzelnen Beugungsmaxima so weit auseinander, daß sie sich für alle Farben trotz des verschiedenen Beginnes des Beugungsbildes ( $A$  in Fig. 1064) auch schon im ersten Maximum zum großen Teil überdecken: die Farbenstreifen werden gleichzeitig breiter und matter. Bei einer in Nebelwolken vorhandenen so kleinen Tropfengröße entsteht statt des farbigen Regenbogens der weiße Nebelbogen.

Der Nebenregenbogen entsteht durch den Teil des Strahlenbündels, der in  $C$  (Fig. 1063) noch einmal, also im ganzen zweimal reflektiert wird. Dieses Strahlenbündel tritt zum größten Teile bei  $E$  in der Richtung  $EF$  aus und beleuchtet den Schirm in  $F$ . Bei der Hebung und Senkung des Tropfens bleibt der Fleck immer weit entfernt von  $S$ . Er erlangt den kleinsten Betrag der Entfernung von  $S$ , wenn der Strahl  $EF$  und die ursprüngliche Strahlenrichtung das Supplement von  $51^\circ$  einschließen; der dazugehörige Einfallswinkel ist  $72^\circ$ .

Wenn wir den Tropfen mit einem Strahlenbündel (roten Lichtes) voll beleuchten, so bildet die Gesamtheit aller Strahlen, die im Innern des Tropfens zweimal reflektiert werden, einen hohlen Lichtkegel mit dem halben Öffnungswinkel von  $51^\circ$ . Dieser Strahlenkegel verhält sich gerade so, wie ein Strahlenbündel, in dessen Gang eine kreisförmige, undurchsichtige Scheibe gesetzt ist. Gerade so wie hier der Schattensrand von einer Anzahl von Beugungsringen umgeben ist, deren Abstände immer kleiner, deren Intensitäten immer geringer werden, so ist auch die innere Grenze des hohlen Lichtkegels, der von der Gesamtheit aller nach zweimaliger innerer Reflexion aus dem Tropfen austretenden Strahlen gebildet wird, von Beugungsringen eingefäßt, deren Intensitätskurve im wesentlichen mit der von Fig. 1064 übereinstimmt. Der Punkt  $A$  dieser Kurve entspricht für rotes Licht dem kleinsten Ablenkungswinkel von  $51^\circ$ , für Strahlen geringerer Wellenlänge ist der kleinste Ablenkungswinkel größer. Die Abstände der Beugungsstreifen hängen von der Wellenlänge des Lichtes und von der Tropfengröße ab. Die Zusammensetzung des Nebenregenbogens aus seinen Elementen erfolgt genau so, wie

wir es beim Hauptregenbogen beschrieben haben. Bei großen Tropfen erhält man einen schmalen Nebenregenbogen mit gesättigten Farben, der außen nur von wenigen sekundären Bögen eingerahmt ist. Bei geringerer Tropfengröße werden die Farbzonen breiter und matter, die sekundären Bögen werden zahlreicher. Bei Nebeltropfen wird der Nebenregenbogen zu einem weißen Nebennebelbogen.

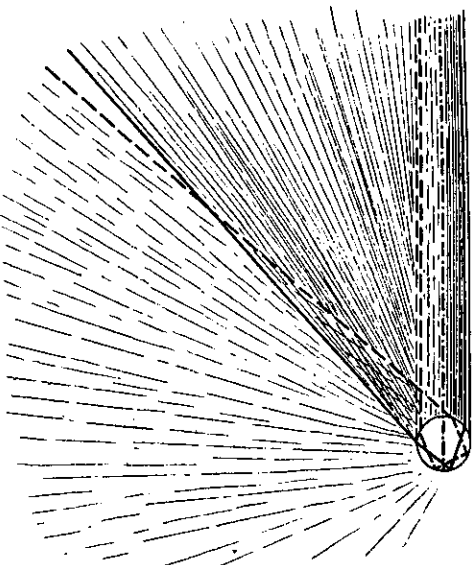


Fig. 1065. Zur Erklärung der Regenbögen.

Bündels, so entsteht das in Fig. 1065 dargestellte Bild. Die Gesamtheit aller in Betracht kommenden Strahlen läßt eine Zone zwischen sich frei, die überhaupt kein Licht erhält; diese Zone liegt (bei rotem Licht) zwischen den Öffnungswinkeln  $42\frac{1}{2}^\circ$  und  $51^\circ$ ; daher erscheint auch der zwischen den beiden Regenbögen liegende Teil einer Regenwolke wesentlich dunkler als die außerhalb dieses Streifens liegenden Teile der Wolke. In derselben Fig. 1065 sind diejenigen Strahlen des gesamten Strahlenbündels, die die Begrenzung der dunklen Lichtzone, also auch die scharfen Ränder der Regenbögen bilden, durch stärkere Linien dargestellt.

Aus Fig. 1066 erkennt man, wie die Gesamtheit aller Regentropfen einer Regenwolke zu der subjektiven Zusammensetzung der ganzen Erscheinung beiträgt. In das Auge  $A$  tritt immer nur ein engbegrenztes Strahlenbündel aus jedem einzelnen Tropfen ein; jeder einzelne Tropfen erscheint nur in einer seinem Sehwinkel entsprechenden Farbe. Die unter dem Sehwinkel von  $42\frac{1}{2}^\circ$  erscheinenden Regentropfen sind rot, sie bilden die äußere Grenze des Hauptbogens. An diese schließen sich der Reihe nach die Tropfen mit grüner und blauer Färbung. In derselben Weise erscheinen die unter dem Sehwinkel von  $51^\circ$  gesehenen Regentropfen rot, sie bilden die innere Grenze des Nebenregenbogens; an diese schließen sich die Regentropfen mit den anderen

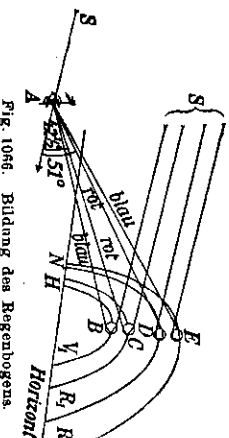


Fig. 1066. Bildung des Regenbogens.

sich die Reihe nach die Tropfen mit grüner und blauer Färbung. In derselben Weise erscheinen die unter dem Sehwinkel von  $51^\circ$  gesehenen Regentropfen rot, sie bilden die innere Grenze des Nebenregenbogens; an diese schließen sich die Regentropfen mit den anderen

Färbungen an. Zwischen beiden Regenbögen entsteht die verhältnismäßig dunkle Zone.

**Mathematische Beziehungen.** Wir beschränken uns auf die mathematische Behandlung des Hauptregenbogens, bei der der einfallende Lichtstrahl  $I$  (Fig. 1067) in  $A$  gebrochen, in  $B$  reflektiert, in  $C$  nochmals gebrochen wird und dann in der Richtung  $CD$   $L$  aus dem Tropfen austritt. Der Einfallswinkel bei  $A$  ist  $\alpha$ , der Brechungswinkel bei  $A$  ist  $\beta$ ; bei  $B$  liegen dann zwei Winkel von der Größe  $\beta$  im Tropfen, und bei  $C$  liegen der Winkel  $\beta$  im Tropfen, der Winkel  $\alpha$  in Luft. Die gesamte Ablenkung  $\delta$  wird durch die Verlagerung der Strahlen  $L$   $A$  und  $DC$  bis zum Schnittpunkte  $W$  gebildet; sie beträgt, wie aus geometrischen Gründen sofort folgt,  $\delta = 2(2\beta - \alpha)$ . Außerdem besteht die Gleichung  $\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$ . Wir berechnen die Ablenkung aus diesen Gleichungen für rotes Licht ( $n = 1,33$ ) für eine Anzahl von Einfallswinkeln und erhalten

$\alpha =$	$5^\circ$	$15^\circ$	$25^\circ$	$35^\circ$	$45^\circ$	$55^\circ$	$65^\circ$	$75^\circ$	$85^\circ$
$\beta =$	$3^\circ 45'$	$11^\circ 12'$	$18^\circ 30'$	$25^\circ 28'$	$31^\circ 21'$	$37^\circ 54'$	$42^\circ 49'$	$46^\circ 28'$	$49^\circ 20'$
$\delta =$	$5^\circ$	$14^\circ 48'$	$24^\circ$	$31^\circ 52'$	$35^\circ 24'$	$41^\circ 36'$	$41^\circ 36'$	$34^\circ 52'$	$27^\circ 20'$

Wir erkennen hieraus, daß die Ablenkung  $\delta$  für einen zwischen  $35^\circ$  und  $65^\circ$  liegenden Einfallswinkel einen größten Wert erhält. In Fig. 1068 ist der Verlauf der Strahlen mit den Einfallswinkeln von  $35^\circ$  und  $45^\circ$  gezeichnet. Ebenso stellt Fig. 1069 den Verlauf der Strahlen mit den Einfallswinkeln von  $55^\circ$  und  $65^\circ$  und Fig. 1070 den Verlauf der Strahlen mit den Einfallswinkeln von  $75^\circ$  und  $85^\circ$  dar. Die den Tropfen verlassenden Strahlen sind in Fig. 1068 divergent, in Fig. 1069 parallel und in Fig. 1070 wieder divergent.

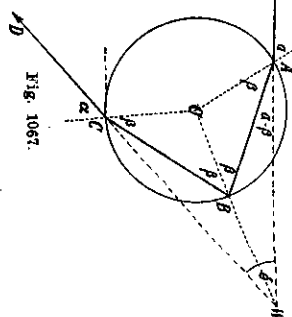


Fig. 1067.

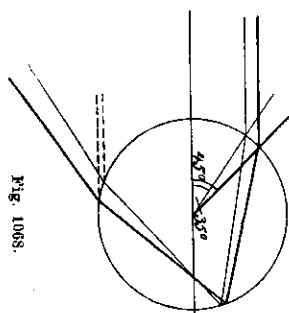


Fig. 1068.

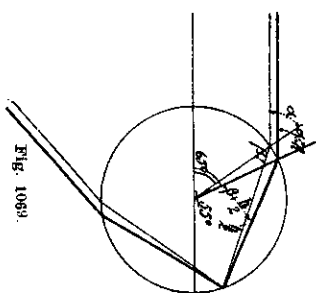


Fig. 1069.

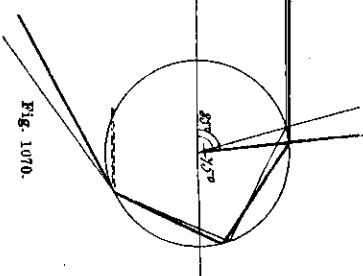


Fig. 1070.

Die den Tropfen divergent verlassenden Strahlen verteilen sich sehr bald und können nur gleichmäßig diffuses Licht erzeugen; dagegen bleiben die parallel austretenden Strahlen auch in großer Entfernung beieinander und erzeugen daher ein gewisses Lichtmaximum.



Der größte Wert von  $\delta$  ist dadurch ausgezeichnet (s. die Tabelle), daß  $\delta$  bei kleinen Änderungen von  $\alpha$  seinen Wert behält. Erteilen wir  $\alpha$  den kleinen Zuwachs  $\Delta\alpha$ , so wird  $\beta$  im allgemeinen um  $\Delta\beta$ ,  $\delta$  um  $\Delta\delta$  wachsen. Aus der Bestimmungsgleichung für  $\delta$  folgt daher

$$\Delta\delta = 2(2\Delta\beta - \Delta\alpha).$$

Für den größten Wert von  $\delta$  wird  $\Delta\delta = 0$ . Daher ist für diesen Fall  $2\Delta\beta = \Delta\alpha$ .

Für den Einfallswinkel  $\alpha$  und  $\alpha + \Delta\alpha$  gelten die beiden Gleichungen

$$\sin(\alpha + \Delta\alpha) = n \sin(\beta + \Delta\beta) \quad \text{und} \quad \sin \alpha = n \sin \beta.$$

Subtraktion ergibt

$$\sin(\alpha + \Delta\alpha) - \sin \alpha = n[\sin(\beta + \Delta\beta) - \sin \beta].$$

Wenden wir die goniometrische Beziehung an

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x+y}{2},$$

so folgt daraus  $2 \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \cdot \cos \alpha = 2n \cdot \sin \frac{\Delta\beta}{2} \cdot \cos \beta$ .

Hat nun  $\Delta\alpha$  einen sehr kleinen Wert, so ist auch  $\Delta\beta$  klein, und wir dürfen den Sinus mit dem Winkel vertauschen. Daher geht die Gleichung über in

$$\Delta\alpha \cdot \cos \alpha = n \cdot \Delta\beta \cdot \cos \beta.$$

Setzen wir hierin den oben berechneten Wert  $\Delta\alpha = 2\Delta\beta$  ein, so gewinnen wir  $2 \cos \alpha = n \cos \beta$ , oder  $2\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = n \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 \beta} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$ . Quadrieren wir die Gleichung zwischen den Endgliedern dieser Beziehung und rechnen nach  $\sin \alpha$  aus, so erhalten wir

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}.$$

Diese Gleichung gibt den Wert des Einfallswinkels an, für den der Ablenkungswinkel einen größten Wert hat, und für den beobachtbare parallele Lichtstrahlen wieder parallel austreten.

Das Brechungsverhältnis des Wassers ist für rotes Licht  $n_r = 1,33$ , für blaues Licht  $n_b = 1,34$ ; die zugehörigen Einfallswinkel sind

$$\alpha_r = 59^\circ 34', \quad \alpha_b = 59^\circ 20',$$

die entsprechenden Brechungswinkel

$$\beta_r = 40^\circ 25', \quad \beta_b = 39^\circ 54',$$

die größten Ablenkungswinkel sind nach der Gleichung  $\delta = 2(2\beta - \alpha)$

$$\delta_r = 42^\circ 32', \quad \delta_b = 40^\circ 56'.$$

Diese beiden Werte entsprechen dem Punkte A in Fig. 1064, also den geometrischen Grenzen der Lichtkegel, die die Bildung des Hauptregenbogens in der früher abgehandelten Weise bedingen.

Für den Nebenregenbogen kann die mathematische Ableitung ähnlich ausgeführt werden.

## Die Strahlungsenergie und ihre Umwandlungen.

### Achtzehnter Abschnitt.

#### § 358. Die Lichtenergie.

1. Die **Lichtenergie** als Schwingungsenergie des Lichtäthers. Bewegung und Interferenzerscheinungen zwingen uns, dem Lichte Wellennatur zuzuschreiben. Stellen wir uns auf den Boden einer mechanischen Naturbetrachtung, d. h. versuchen wir, alle Naturscheinungen mechanisch zu erklären, so müssen wir annehmen, daß ein Stoff vorhanden ist, der in Schwingungen geraten kann und das Licht fortplant, gerade wie die Luft als Träger der Schallschwingungen den Ton übermittelt. Nun wird das Licht auch im luftleeren Räume, ja sogar im Weltraume fortgepflanzt, in dem ein wägbarer Stoff wahrscheinlich nicht vorhanden ist. Daher hat man einen Lichtträger erfunden, der unwägbar sein soll, den schon früher (S. 600, 995) genannten, von Huygens, Leibniz und Fresnel eingeführten Lichtäther oder kurz Äther.

Die stoffliche Natur des Äthers verlangt, daß er eine gewisse Masse besitzt. Daher ist zur Erzeugung der Ätherwellen ein gewisser Energieaufwand erforderlich, gerade so wie es auch eines gewissen Energieaufwandes bedarf, um einen Ton in Luft zu erzeugen. Die tönende Saite oder die tönende Stimmgabel kommt im luftgefüllten Räume nach kurzer Zeit zur Ruhe, weil sie dauernd an die umgebende Luft einen Teil ihrer Schwingungsenergie abgibt, die dann mit den Schallschwingungen fortwandert. Im luftleeren Räume schwingen die Körper sehr lange Zeit, weil sie keine Energie abgeben; natürlich wird dann aber auch kein Ton fortgepflanzt. Die Energiequelle für den wahrgenommenen Ton ist die schwingende Saite oder Stimmgabel selbst. Wenn sie dauernd tönen soll, so muß ihr von einer anderen Energiequelle z. B. unter Vermittelung des Geigenbogens dauernd aufs neue Energie zugeführt werden. In derselben Weise schwingen auch die das Licht fortplantenden Äthertheilchen nur so lange, als ihnen von der Lichtquelle Energie zugeführt wird. Es wird in einem Zimmer sofort dunkel, sobald die Energiezufuhr an die das Zimmer erleuchtenden Lampen aufhört.

2. **Lichtmenge, Lichtstrom und Belenchtung.** Das Licht übermitteln immer einen gewissen Betrag von Energie (S. 747). In einem Lichtstrome

(S. 743), dessen Grenzen von Lichtstrahlen gebildet werden, wandert daher Energie von einem Querschnitt zum andern. Da die Energiemenge unveränderlich ist, so folgt daraus, daß die Lichtmenge, der Lichtstrom und die Belichtung der in dem Lichte wandernden Energiemenge proportional ist. Das früher (S. 745) angeführte Lambert'sche Gesetz über die Belichtung ist nur ein Ausdruck für das Gesetz von der Erhaltung der Lichtenergie. — Schon in § 250 S. 747 führen wir an, daß der Lichtstrom von 1 Lumen der mechanischen Leistung von  $0,00150 \pm 0,00005$  Watt äquivalent ist (S. dazu Bd II, § 62 u. 64.) Diese Zahl bezieht sich auf homogenes Licht vom größten Empfindungswerte für unser Auge bei etwa der Wellenlänge  $\lambda = 0,55 \mu$ . Im Mittel über das ganze Spektrum ist für gleiche Energiewerte der Empfindungswert nur das 0,3fache des größten. Hätten also in einem Spektrum alle homogenen Strahlungen gleiche Energiewerte, so wäre das mittlere Lichtäquivalent für das ganze Spektrum  $10 : 3$ mal so groß, also  $0,005$  Watt/lm.

3. **Lichtenergie und Schwingungswelle.** Da (§ 212, 2) die Energie einer Wellenbewegung dem Quadrate der Schwingungswelle proportional ist, ist auch die Lichtintensität oder Belichtungsstärke dem Quadrate der Schwingungswellen der Lichtschwingung proportional. Nun sind die Schwingungswellen gerichtete Größen (§ 212, 3), welche in Komponenten zerlegt werden können (§ 344). Das spielt bei Polarisationsversuchen eine Rolle. Kann durch einen Analysator z. B. nur der Bruchteil  $\alpha \cdot \cos \varphi$  der ursprünglichen Lichtamplitude  $\alpha$  hindurchgehen, so wird die Lichtintensität im Verhältnisse  $\cos^2 \varphi$  geschwächt. So erklärt sich das von Malus entdeckte Polarisationsgesetz (S. 998).

4. **Die elektromagnetische Lichttheorie.** Nach einer sich im ganzen Bereiche der Optik bewährenden, heute herrschend gewordenen Anschauung ist das Licht nicht als ein mechanischer Schwingungsvorgang eines hypothetischen, stoffartigen Lichtäthers aufzufassen, sondern muß als ein elektromagnetischer Erregungszustand angesehen werden, der sich von der Lichtquelle aus im Raume ausbreitet. Nach dem Sprachgebrauche der Elektrizitätslehre kann er so beschrieben werden: Das innere Wesen des Lichtes besteht in sich ausbreitenden, senkrecht aufeinander und senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung stehenden, periodisch die Stärke wechselnden elektrischen und magnetischen Kraftfeldern gewisser Schwingungsperiode. So beschaffene Felder nennt man allgemein „elektrische Wellen“. Solche Wellen können nur durch hin- und herschwingende elektrische Ladungen oder magnetische Pole erzeugt werden. Insbesondere die Erzeugung des außerordentlich schnell schwingenden sichtbaren Lichtes hat man gute Gründe als durch die Schwingungen kleinster elektrischer Ladungen, der letzten atomartigen Einheiten der Elektrizität, veranlaßt zu betrachten, die man mit dem Namen Elektronen zu nennen sich gewöhnt hat. Diese Elektronen sind Bestandteile der Atome der chemischen Elemente; sie schwingen bei entsprechender Anregung innerhalb des Atomverbandes um Gleichgewichtslagen, und von diesen Schwingungen

gehen die elektromagnetischen Wellen in den Raum hinaus, die wir als Licht empfinden. Näheres über die elektromagnetische Lichttheorie, die Elektronen und den Aufbau der chemischen Atome aus elektrischen Einheitsladungen (Quanten) ist im II. Bande ausgeführt.

5. **Die Temperaturstrahlung.** In der überwiegenden Anzahl der Fälle und für den praktischen Bedarf allein in Frage kommend wird Licht erzeugt, indem in heißen Körpern ein Teil der Wärmeenergie in Lichtenergie umgewandelt wird. Das Licht bildet dann einen gewissen Bruchteil der von dem heißen Körper ausgehenden Wärmestrahlung (§ 182). Die Erfahrung lehrt, daß die heißen Körper eine gewisse Mindesttemperatur erreicht haben müssen, um neben der Wärmestrahlung auch sichtbare Lichtstrahlung zu liefern. Ist diese „Glühtemperatur“ aber erreicht, so stellt die Lichtstrahlung mit steigender Temperatur einen immer größeren Bruchteil der Wärmestrahlung dar; je heißer der Körper ist, desto heller glüht er. Diese von der Temperatur des Körpers in gesetzmäßiger Weise abhängende Lichtstrahlung heißt die **Temperaturstrahlung**. Sie wird später (§ 368—§ 371) eingehend behandelt werden. Unsere gebräuchlichen Lichtquellen: die brennende Kerze, die Petroleumlampe, die Leuchtgasflamme, aber auch das elektrische Glühlicht und die elektrische Bogenlampe sind Temperaturstrahler. Ebenso hat die von der Sonne ausgestrahlte Lichtenergie ihre Quelle in den gewaltigen Vorräten der Sonne an Wärmeenergie; die alle irdischen Lichtquellen übertreffende hohe Intensität des Sonnenlichtes entspringt der hohen Sonnentemperatur, die so hoch ist, daß sie mit unseren technischen Hilfsmitteln kaum erreicht werden kann.

6. **Lumineszenzen.** Außer als Temperaturstrahlung heißer Körper kann Licht auch durch mancher andere Vorgänge erzeugt werden. Am bekanntesten ist das „kalte Licht“ feuchten Phosphors und das von ihm entwickelten Dämpfe in Berührung mit der Luft, ferner das Leuchten der im Hochsommer liegenden Leuchtkäfer (Johanniskäfer), das Leuchten faulenden Holzes, das Meeresleuchten, das Leuchten von toten Fischen, von Fleisch, gekochten Kartoffeln, das manchmal auftritt, bevor diese in Verwesung übergehen usw. Man nennt solche von der Temperaturstrahlung scharf unterschiedene Leuchtvorgänge, die von der Temperatur der leuchtenden Körper weitgehend unabhängig sind, mit einem zusammenfassenden Begriffe **Lumineszenzen**.<sup>1)</sup>

Je nachdem, wie diese Lumineszenzen hervorgerufen werden, unterscheidet man verschiedene Arten von ihnen. Das Leuchten des feuchten Phosphors an der Luft entspringt leicht erweilich einer langsamen Oxidation. Die Lichtenergie wird in diesem Falle durch die freierwendende chemische Energie unmittelbar geliefert, während bei den lebhaften Oxidationen der eigentlichen Verbrennungsvorgänge, etwa bei einer leuchtenden Flamme, die frei werdende Reaktionsenergie zunächst in Wärme verwandelt wird und diese erst mittelbar zu einer Temperaturstrahlung Ver-

1) Lumen, *luminis* (lat.) = Licht, Lichtquelle.

<sup>2)</sup> Erläutert, Physik I. Große Ausgabe, 6. Aufl.

anlassung gibt. Daher rechnet man das Leuchten des Phosphors zu den Chemilumineszenzen. Diese sind dadurch gekennzeichnet, daß ein Teil chemischer Reaktionsenergie unabhängig von der Temperaturstrahlung unmittelbar als Lichtenergie erscheint. Auch die anderen oben angeführten Leuchterscheinungen sind Chemilumineszenzen. Sie gehen, wie es scheint, meistens von denselben Trägern aus, nämlich von gewissen Arten von Bakterien, den Leuchtbakterien<sup>1)</sup> (Bacterium phosphoricum). Diese Bakterien können ihrerseits erfahrungsgemäß nur bei genügender Sauerstoffzufuhr Licht erzeugen; es handelt sich also augenscheinlich auch um die Lichterregung bei einer langsamen Oxydation eines bisher unbekannt organischen Stoffes.

Viele Stoffe haben die Eigenschaft, Licht bestimmter Farbe auszusenden, wenn sie selbst vom Licht anderer Farbe getroffen werden. Die Lichtenergie des eingestrahnten Lichtes liefert in diesem Falle von der Lichtenergie des eingestrahnten Lichtes geliefert. Man spricht dann von einer Pholumineszenz. Hört dabei die Erzeugung des Lichtes durch den lumineszierenden Körper gleichzeitig auf, wenn die Beleuchtung durch das erregende Licht unterbrochen wird, so nennt man diese Pholumineszenz Fluoreszenz; hält die Lumineszenz aber auch noch eine gewisse Zeitlang vor, nachdem die erregende Beleuchtung abgeschnitten wurde, so nennt man die Pholumineszenz eine Phosphoreszenz. Der Zustand des phosphoreszierenden Körpers, in dem er durch die vorangegangene Beleuchtung geraten ist, und in dem er die vorher absorbierte Lichtenergie als eine besondere Art von potentieller Energie aufbewahrt, um sie nachher wieder als Lichtenergie allmählich auszusenden, heißt der angeregte Zustand des phosphoreszierenden Körpers.

Die meisten festen und flüssigen Stoffe können auch zur Aussendung von Licht dadurch angeregt werden, daß sie durch Strahlungen elektrischer Natur: Kathodenstrahlen, Kanalstrahlen,  $\alpha$ ,  $\beta$ -Strahlen — auch die Röntgen- und  $\gamma$ -Strahlen pflegt man zu ihnen zu rechnen (näheres Bd. II) — getroffen werden. Eine solche Lichterregung heißt dann Elektrolumineszenz. Die Lichtenergie wird hierbei elektrischen Vorgängen entnommen. Im gleichen Sinne wie bei der Pholumineszenz pflegt man bei der Elektrolumineszenz von Fluoreszenz und Phosphoreszenz zu sprechen. Fluoreszenz und Phosphoreszenz sollen weiter unten (§ 359 u. § 361) eingehender besprochen werden; wir beschranken uns dabei auf die Pholumineszenz.

Elektrolumineszenzen von Gasen pflegt man als Glühlicht zu bezeichnen (§ 371; s. a. Bd. II).

Lumineszenzen untergeordneter Art sind noch die Thermolumineszenz und die Tribolumineszenz. Erstere kann man beobachten, wenn man gewisse Stoffe

1) Neuere biologische Untersuchungen lehren nämlich, daß die Leuchtträger und andere leuchtende höher organisierte Tiere mit solchen Leuchtbakterien in Symbiose leben; die Leuchtorgane erweisen sich als wohl vorbereitete Aufnahmeorgane für diese Bakterien. — Das Leuchten moderner Holzarten wird durch die Myzelien von Pilzen hervorgerufen, bei uns hauptsächlich von demjenigen des Hallimasch (*Agaricus melleus*).

— etwa manche Arten von Flußspatpulvern oder Quarzstücke, die längere Zeit einer Radiumstrahlung ausgesetzt waren, oder Kochsalz nach dem Bestrahlen mit einem Eisenlichtbogen usw. — schwach erwärmt. Es findet dann ein plötzliches Aufleuchten des erwärmten Körpers schon bei Temperaturen statt (150° bei Flußspat), die zu einer Temperaturstrahlung (das gewöhnliche Glühen) keinen Anlaß geben. Diese Temperaturen (Grenztemperaturen) liegen bei manchen Körpern nur wenige Grade über Zimmertemperatur; bei anderen findet das Leuchten erst statt, wenn auch schon die Temperaturstrahlung Licht entwickelt (also bei Rotglut). Da nach erfolgtem „Ausleuchten“ und nach Abkühlung ein sofort wiederholter Versuch mit einem einmal benutzten Pulver, ohne sonstige „Anregung“, dieses Aufleuchten nicht wieder erscheinen läßt, so spielt die Erwärmung offenbar nur die Rolle der *Auslösung* eines angeregten Zustandes. Die Lichtenergie entstammt nicht der bei der Erwärmung zugeführten Wärmeenergie, sondern ist von einer vorhergegangenen Anregung her in dem thermolumineszierenden Körper als potentielle Energie vorhanden gewesen.

Unter Tribolumineszenz<sup>1)</sup> versteht man das Aufleuchten eines Körpers beim Zerdrücken und Zerbrechen. Man kann sich von dieser Erscheinung sehr leicht überzeugen, wenn man zwei Stücke Zucker im Dunkeln aneinander reibt. Die Reibfläche, an der durch den Reibvorgang feiner Zuckerstaub abgerissen wird, leuchtet dann mit schwachem, aber deutlich erkennbarem grünlichem Lichte. Zertrümmert man Bergkristall durch einen Hammerschlag, so bemerkt man im Dunkeln ein gleichzeitiges kurzes Aufleuchten. Es sind über 100, meist gut kristallisierende Substanzen bekannt, die tribolumineszieren; auch Uran und die Uranyl-salze zeigen diese Erscheinung.

### § 359. Fluoreszenz.

Die Erscheinung der Fluoreszenz ist wohl beim Petroleum am bekanntesten. Sie besteht darin, daß im durchfallenden Lichte die meisten Handelsorten dieser Flüssigkeit schwach gelblich aussehen, im auffallenden Lichte aber in einem schwach leuchtenden, sattem Blau schimmern.<sup>2)</sup> Man kann sich leicht überzeugen, daß dieses zurückgestrahlte blaue Licht nicht auftritt, wenn das Petroleum nur mit rotem, gelbem oder grünem Licht bestrahlt wird. Viele feste und flüssige Körper zeigen gleicherweise Fluoreszenz. Die Erscheinung wurde von einem spanischen Gelehrten schon im 16. Jahrhundert an dem wäßrigen Auszuge einer gewissen südamerikanischen Holzart, dem Holze des Nierenbaumes (*Anacardium*) beobachtet. Schöne Fluoreszenz zeigen Auflösungen von schwefel-saurem Chinin sowie die mancher Teerfarbstoffe wie Eosin; am prachtvollsten fluoresziert eine verdünnte alkalische Lösung von Fluorescein, das danach seinen Namen hat. Von festen Stoffen fluoreszieren sehr schön die meisten Flußspatarten (CaF<sub>2</sub>). An diesem Minerale ist die Erscheinung in neuerer Zeit genauer untersucht wor-

1) tribulare (lat.) = pressen, drücken.

2) Die blaue Fluoreszenz gehört nicht eigentlich dem Petroleum, sondern einer in ihm enthaltenen geringen Beimengung an. Durch geeignete Destillationen oder durch gewisse geringe Zusätze zum Petroleum kann man die Fluoreszenz zum Verschwinden bringen. Solches „entscheintes“ Petroleum hat einen höheren Handelswert.

den, und von ihm hat sie den heute gebräuchlichen Namen erhalten.<sup>1)</sup> Sehr schöne Fluoreszenz zeigen die Kristalle mancher Doppelverbindungen des Platins, von denen das Bariumplatinzyanür ( $\text{Ba}[\text{PtCy}_4]$ ) dieserhalb am bekanntesten ist. Mit Bariumplatinzyanür beschriebene Schirme werden daher in der physikalischen Experimentiertechnik viel benutzt. Neuerdings werden sie wegen des hohen Beschaffungspreises der Platinsalze durch Schirme ersetzt, die mit den stark fluoreszierenden Pulvern mancher kristallischer Mineralien bedeckt sind. Als brauchbar haben sich besonders die Mineralien Willemit (kieselsaures Zinkoxyd), Scheelit (wolframsaures Kalzium) und die Zinkblende (auch Sidot-Blende, Zinksulfid<sup>2)</sup>) erwiesen. Der größte Teil der Uran-Verbindungen, die sog. Uranyl-Verbindungen (Verbindungen des Radikals  $\text{U}_2\text{O}$ ), zeigen starke Fluoreszenz; so fluoresziert das im durchfallenden Lichte gelb aussehende Uranglas mit prachtvoll grüner Farbe.

Träufelt man in ein von Lichtstrahlen getroffenes, mit Wasser gefülltes Gefäß einige Tropfen von einer alkalischen Lösung von Fluoreszein, so sieht man, wie sich die einzelnen Tropfen in eigentümlichen, grüthglänzenden Wolken ausbreiten. Läßt man ein mit Hilfe einer Sammellinse konvergierendes Bündel von Sonnenstrahlen in Wasser fallen, dem man auch nur Spuren von Fluoreszeinnatron zugesetzt hat, so entsteht ein grünlich leuchtender Lichtkegel. Daß das Leuchten nicht eine einfache Reflexions- oder Absorptionserscheinung ist, erkennt man bei spektroanalytischer Untersuchung des Lichtes. Die Auflösung von Fluoreszeinnatron erscheint im durchfallenden Lichte rötlichgelb, ein Zeichen, daß besonders die blauen, also die kurzwelligen Strahlen absorbiert werden. Lassen wir auf eine Fluoreszeinlösung nur die blauen und violetten Strahlen auffallen, so werden diese bei richtiger Konzentration im durchfallenden Lichte fast vollständig absorbiert. Trotzdem leuchtet die Lösung im auffallenden Lichte grün, obgleich gar keine grünen Strahlen die Lösung getroffen haben. In rotem Lichte fluoresziert die Lösung überhaupt nicht. Das Fluoreszein hat also die Eigenschaft, die kurzwelligen Strahlen in Strahlen von größerer Wellenlänge umzuwandeln.

1) Fluöre (lat.) = fließen. Der Flußspat oder Fluorit diente besonders früher als Flußmittel beim Aufschmelzen gewisser Erze zur Erzeugung einer Leichtflüßigen Schlacke, daher sein alter deutscher Bergmannsname und dessen spätere Latinisierung. Der naturwissenschaftlich umfassend gelehrte Jesuit Athanasius Kircher (§ 285, Fußnote) kennt und beschreibt die Fluoreszenz des Wassers in einem Becher aus dem Holze des Nierenbäumchens. Robert Boyle (S. 318) untersucht sie genauer und kennzeichnet sie zutreffend dahin, daß im durchfallenden Lichte dieses Wasser eine goldgelbe Farbe, im auffallenden eine blaue habe. Die Sache geriet in Vergessenheit, bis der Dichter W. Goethe eine entsprechende Beobachtung an dem wäbrigen Auszuge der Rinde von der Roggkastaie machte und darauf hinwies. Am Flußspate wurde die Fluoreszenz von Brewster (§ 319) 1838 beschrieben. G. G. Stokes (S. 352) untersuchte sie 1862 genauer und gab ihr den heute üblichen Namen.

2) Die Fluoreszenz dieser Mineralien, ebenso wie die des Flußspates, ist nicht durch die in ihnen vorherstehenden chemischen Elemente bedingt. Denn chemisch reines Zinksulfid, wolframsaures Kalzium, kieselsaures Zink und Kalziumfluorid fluoreszieren nicht. Die Fluoreszenz ist vielmehr an geringe, nicht eigentlich zum Minerale gehörende Beimengungen geknüpft (§. 1046).

Ebenso verhält sich ein Streifen Fließpapier, den man mit Fluoreszeinlösung getränkt hat, ebenso ein Papierschirm, der mit Bariumplatinzyanür überzogen ist.

Nach Stokes gilt die Regel:

*Ein Körper fluoresziert nur dann, wenn er von kürzerwelligeren Lichter als dem seiner Fluoreszenzstrahlung getroffen wird. Die Fluoreszenzstrahlung ist stets mit einer Absorption kürzerwelligeren Lichtes verknüpft.*

Die Regel von Stokes ist nicht ohne Ausnahme. Sie hat in der neuesten Zeit zur Erklärung der Natur der Röntgenstrahlen wesentliche Dienste geleistet, indem sich herausgestellt hat, daß sie auch für diese gültig ist. Der Regel scheint eine hohe theoretische Bedeutung innewohnen; die Annahmen hat man aufklären können.

Wir stellen uns mit Hilfe einer Quarzlinse und eines Quarzprismas ein scharfes Sonnenspektrum her. Dabei sorgen wir dafür, daß das Sonnenlicht nirgends durch Glas hindurchgeht. Wir entwerfen das Spektrum auf einem weißen Papierschirme, so daß die Fraunhoferschen Linien scharf erscheinen. Wenn wir dasselbe nun zur Hälfte auf einen mit (ungelacktem!) Bariumplatinzyanür überzogenen Schirm fallen lassen, so leuchtet der Schirm ebenfalls auf. Er zeigt aber an allen Stellen sein grüthglühendes Fluoreszenzlicht, besonders dort, wo er von blauen und violetten Strahlen getroffen wird. Außerdem erkennen wir noch, daß das Fluoreszenzlicht weit über das auf dem weißen Papierschirme erscheinende Spektrum jenseits des violetten Endes ausgedehnt ist. Hieraus folgt, daß die Fluoreszenz erregende Lichtenergie der Sonnenstrahlen nicht auf die Strahlen des sichtbaren Spektrums beschränkt ist.

### § 360. Ultraviolette Strahlen.

Die Strahlen, die sich im Spektrum jenseits des violetten Endes zeigen, deren Wellenlänge also kleiner ist als die der violetten Strahlen, heißen ultraviolette<sup>1)</sup> Strahlen. Auch das Gebiet ultravioletter Strahlen ist von vielen Fraunhoferschen Linien durchzogen. Auf dem fluoreszierenden Bariumplatinzyanürschirme können wir die ultravioletten Teile des Sonnenspektrums mit ihren Fraunhoferschen Linien beobachten.

Schaltet man in den Strahlengang an irgendeiner Stelle eine dickere Glasscheibe ein, so verschwindet der ultraviolette Teil des Fluoreszenzspektrums; das ultraviolette Licht wird von Glas absorbiert. Aus diesem Grunde müssen wir bei der Erzeugung des ultravioletten Spektrums Linsen und Prismen aus Quarz (oder Flußspat), nicht solche aus Glas verwenden. Sehr viel durchlässiger als das gewöhnliche Glas ist das sogenannte UV-Glas (UV-Glas) der Firma Schott u. Gen. in Jena.

Die Kristalllinse unseres Auges absorbiert die ultravioletten Strahlen stark; daher gelangen diese Strahlen, auch wenn sie das Auge treffen, nur

1) ultra (lat.) = jenseits, über hinaus.

zum geringsten Teile bis auf die Netzhaut, und werden infolgedessen gewöhnlich gar nicht wahrgenommen. Auch ist die Netzhaut für Ultraviolett sehr wenig empfindlich. Erst nach längerem Aufenthalt im Dunkeln vermag man am violetten Ende des Spektrums eine Fortsetzung in äußerst lichtschwachem farblosen Grau zu erkennen.

Statt mit Sonnenlicht kann das ultraviolette Spektrum auch mit einer Bogenlampe auf dem Fluoreszenzschirm erhalten werden. Besonders wirksam erweisen sich Bogenlampenkohlen, die einen Eisendrampf enthalten. Durch eine Kombination verschieden gefärbter Körper, durch die man das Licht von der Eisenbogenlampe her fallen läßt (U.V.-Filter) — wobei nur Ultraviolettbehälter für die Flüssigkeiten verwendet werden<sup>1)</sup> —, kann man erreichen, daß alles sichtbare Licht absorbiert wird, daß nur noch das ultraviolette Licht übrigbleibt. Blendet man aus dem Strahlenkegel einer Sammellinse aus Quarz mit Hilfe solcher Absorptionskörper alles sichtbare Licht aus, so kann man im Dunkeln mit der allein übrigbleibenden ultravioletten Strahlung überraschende Versuche anstellen. Fast alle Stoffe fluoreszieren z. B. in dem Brennpunkte des Ultraviolett in den verschiedensten Farben mehr oder weniger lebhaft; die einzige bekannte Ausnahme macht Porzellan. Daher erscheint auch der ultraviolette Lichtfleck auf einem Papierschirme in schwach blaulichem Lichte; er verschwindet sofort, wenn man ihn statt dessen auf einer mattweißen Porzellanfläche auffängt. Auf der Fluoreszenz des Papiers beruht zum größten Teile auch die oben erwähnte Sichtbarkeit des ultravioletten Spektrums nach längerem Aufenthalt im Dunkeln. Ultraviolett erweist sich als bedeutend brechbarer als violett, so daß bei ultraviolettdurchlässigen Körpern das Spektrum oft im Ultraviolett eine mehrfache Ausdehnung wie das sichtbare Spektrum hat (s. a. S. 1065).

Der unter gewöhnlichen Umständen sichtbare Teil des Spektrums umfaßt das Gebiet etwa zwischen den Fraunhofersehen Linien  $A$  und  $H$ , also (Tab. XVIII) von den Wellenlängen  $\lambda = 760 \text{ m}\mu$  bis  $\lambda = 397 \text{ m}\mu$ . Wenn man das Spektrum zwischen  $A$  und  $H$  sorgfältig abbildet und durch längeren Aufenthalt im Dunkeln die Empfindlichkeit der Augen gesteigert hat, so kann noch über  $A$  hinaus eine geringe Verlängerung des roten Endes des Spektrums beobachtet werden, die etwa die Breite des Abschnittes zwischen den Linien  $A$  und  $B$  hat. Somit liegt die Grenze des sichtbaren Spektrums für große Wellenlängen bei rund  $\lambda = 810 \text{ m}\mu$ . — Wenn man mit einem geradsichtigen Spektroskope unmittelbar neben der halben Sonnenscheibe liegende Teile des diffus erhellten Himmels anvisiert, so erweitert sich der Sichtbarkeitsbereich des Spektrums nicht unerheblich auch nach der anderen Seite über die Linie  $H$  hinaus. Man kann dann noch recht gut die Linien  $K$  ( $\lambda = 393 \text{ m}\mu$ ) und  $L$  ( $\lambda = 383 \text{ m}\mu$ ) beobachten. (Bei langem Aufenthalt im Dunkeln kann man ein auf einem Papierschirme entworfenen Spektrum des Sonnenlichtes noch sehr viel weiter, etwa bis  $\lambda = 300 \text{ m}\mu$ , verfolgen; doch handelt es sich bezüglich der Sichtbarkeit hier wohl um langwelligeres Fluoreszenzlicht, das

1) Man nimmt Kupfertrinitrat ( $\text{Cu SO}_4$ ), welches die roten und gelben Strahlen verschluckt, und Nitrosodimethylamin, welches die grünen, blauen und violetten Strahlen verschluckt, in Ultraviolettglas-Küvetten.

durch das Ultraviolett erregt wird.) Somit umfaßt das sichtbare Licht ein wenig mehr als den Wellenlängenbereich von  $\lambda = 8 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$  bis  $\lambda = 4 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ , akustisch gesprochen, also etwas mehr als das Intervall einer Oktave. — Das ultraviolette Spektrum, welches zuerst 1852 von Stokes durch seine Fluoreszenzwirkungen nachgewiesen worden ist, läßt sich mit einer Glasoptik bis etwa  $340 \text{ m}\mu$  verfolgen, mit einer Quarzoptik und mit Fluoreszenzwirkungen bis etwa  $200 \text{ m}\mu$ , mit einer Quarz-Fluorapat-Optik und auf photographischem Wege bis etwa  $185 \text{ m}\mu$ . Viktor Schumann in Wien wies (1893) nach, daß die starke Absorption der kurzwelligen Strahlen in der Luft ein weiteres Vordringen sehr erschwert. Es gelang ihm, in einem Vakuumspektrographen auf photographischem Wege (mit gelatinfreien Trockenplatten) noch ultraviolette Strahlen des Wasserstoffspektrums von der Wellenlänge  $\lambda = 120 \text{ m}\mu = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$  nachzuweisen, solche von  $\lambda = 100 \text{ m}\mu = 1 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$  wahrscheinlich zu machen. Die von Schumann beobachteten Strahlen galten lange Zeit als das äußerste erreichbare Ultraviolett; man nennt diesen Strahlenbereich manchmal die *Schwann-Strahlen*. — Dieser Erfolg ist neuerdings (1920) durch Lyman und R. E. Millikan (Bd. II) überboten worden. Im hohen Vakuum konnte ersterer vermittelst eines Gitterspektrographen noch Spektrallinien von Helium der Wellenlänge  $\lambda = 50 \text{ m}\mu = 5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$ , letzterer im höchsten erreichbaren Vakuum Metalllinien einer Funkenentladung bis herab zu  $\lambda = 20,9 \text{ m}\mu = 2 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$  für Nickel nachweisen und messen. Diese Wellenlängen, nach den gewöhnlichen optischen Methoden bestimmt, haben jetzt als die kleinsten, bisher angeführten Lichtwellenlängen zu gelten. — Wellenlängen von  $1,2 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$  bis  $5 \cdot 10^{-10} \text{ cm}$  machen den Bereich der *Röntgenstrahlen* aus (Bd. II). Somit kann gegenwärtig der Anschluß des äußersten Ultraviolett an jene sich in optischer Hinsicht mehrfach anders wie die bekannten Lichtstrahlen verhaltenden Röntgenstrahlen als erreicht angesehen werden.

### § 361. Phosphoreszenz.

1. **Phosphore.** Die Erscheinung der Phosphoreszenz<sup>1)</sup> (§ 358, 6.) ist schon lange bekannt. Im 17. Jahrhundert wurden von Bologna aus die Bologneser Leuchtsteine gehandelt, die stunden- und tagelang ein mildes, orangefarbenes Licht ausstrahlen, wenn sie vorher dem Sonnenlichte ausgesetzt waren. Es sind künstliche Produkte, durch Zusammenfließen von Schwefpat ( $\text{BaSO}_4$ ) mit Kohle erhalten. Später lernte man eine große Reihe solcher Phosphore bereiten. Man kennt rot, rotgelb, goldgelb, grünlich, grün, blau, violett nachleuchtende Phosphore. Ihre Untersuchung verdanken wir besonders Ed. Becquerel (1867, Bd. II), H. Becquerel (Bd. II) und in neuerer Zeit Ph. Lenard (1904, 1909, 1910, Bd. II) und seinen Mitarbeitern.

2. **Erdalkaliphosphor.** Durch langwierige Arbeiten, die von den letztgenannten Forschern zum erstenmal quantitativ durchgeführt wurden, konnte von diesen die Frage nach dem Wesen und der Wirkungsweise einer besonders wirkungsvollen Gruppe von Phosphoren klargestellt werden. Das sind die sogenannten *Erdalkaliphosphore*. Ein solcher Phosphor besteht im wesentlichen aus dem Sulfid (auch Selenid) eines Erdalkalimetalles (Ca, Sr, Ba; diesen

1)  $\text{ph\o{o}s}$  (griech.) = Licht,  $\text{phoros}$  (griech.) = Träger.

schließt sich Zn an). Für die phosphoreszierende Wirkung unerlässlich ist aber die Beimengung einer sehr geringen Menge eines Schwermetalles. Als solches kann Kupfer, Silber, Blei, Mangan, Antimon, Wismut u. a. eintreten. Sulfid und „wirksames“ Schwermetall werden in einem farblosen, an und für sich nicht wirksamen Flußmittel bei nicht zu hoher Temperatur zusammen geschmolzen. Als Flußmittel können viele Salze dienen wie  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{NaCl}$ ,  $\text{Na}_2\text{HPO}_4$  usw. Auch der oben genannte Bologneser Leuchtstein enthält Bariumsulfit, entstanden durch Reduktion des Sulfates mit Kohle ( $\text{BaSO}_4 + 2\text{C} = \text{BaS} + 2\text{CO}_2$ ). Ebenso besteht die viel verwendete Balmainsche Leuchtfarbe im wesentlichen aus Schwefelkalzium ( $\text{CaS}$ ) mit einem Wismutzusatz. Die stark phosphoreszierende natürliche Zinkblende ( $\text{ZnS}$ ; auch Siedblende nach dem franz. Chemiker Siodot) schließt sich den Erdalkaliphosphoren an.

3. Es seien einige Bereitungsvorschriften von Ph. Lenard (1904) zur Herstellung von Erdalkaliphosphoren angeführt:

- a) 2 g  $\text{CaS}$ , 0,1 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , 0,06 g  $\text{CaF}_2$ , 0,00093 g Mn.; 15 Min. Glühzeit;
- b) 4 g  $\text{CaS}$ , 0,3 g  $\text{CaF}_2$ , 0,00006 g Ni.; 10 Min. geglüht, zerrieben, mit etwas S versetzt und noch 30 Min. in höchster Temperatur des Hempelofens geglüht;
- c) 3 g  $\text{SrS}$ , 0,12 g  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ , 0,00024 g Cu.; 5 Min. geglüht, zerrieben und noch 15 Min. geglüht;
- d) 3 g  $\text{BaS}$ , 0,1 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , 0,00028 g Pb.; 12 Min. geglüht.

4. Natürliche Phosphore. Außer den künstlichen Phosphoren gibt es auch eine überaus große Anzahl von natürlichen. Alle festen Körper, die fluoreszieren, zeigen auch in mehr oder minderm Maße Phosphoreszenz. Kalkspat, der Diamant und gewisse Vorkommnisse von Flußspat phosphoreszieren lebhaft. Es ist nachgewiesen, daß ebenso wie die geringen Zusätze der Schwermetalle die Erdalkaliphosphore wirksam machen, auch bei den natürlichen Mineralien geringe Beimengungen nicht eigentlich zu dem betreffenden Minerale gehörender Stoffe zur Phosphoreszenz notwendig sind. In den Flußspaten spielen dabei die seltenen Erden eine besondere Rolle.

5. Organische Phosphore. Auch viele organische Körper phosphoreszieren. Setzt man (nach Tiede 1921) zu reinster Orthoborsäure gewisse organische Verbindungen, besonders aromatische und heterozyklische, in sehr geringer Menge hinzu, entwässert vorsichtig durch Schmelzen ohne die organischen Verbindungen zu zerstören, so erhält man nach dem Erstarren und Erkalten der Borsäurehydratschmelzen außerordentlich wirkungsvolle Phosphore. Sie leuchten besonders nach vorheriger Belichtung mit starken, ultraviolett-reichen Lichtquellen 2—3 Minuten langsehr hell. Die Phosphoreszenzfärbung hängt dabei von der Natur der eingebetteten organischen Körper ab. Je tiefer die Temperatur eines beliebigen organischen Stoffes ist, desto wahrscheinlicher hat er im allgemeinen die Fähigkeit zu phosphoreszieren. Bei der Temperatur der flüssigen Luft zeigen so ziemlich alle organischen Stoffe (Papier, Knochen, Horn) Phosphoreszenz.

6. Die Abklingungszeit. Die Dauer des Nachleuchtens nach vorangegangener Belichtung ist von Phosphor zu Phosphor verschieden; manche leuchten nur wenige Sekunden nach, andere leuchten mit abnehmender Lichtstärke mehrere Tage. Die Phosphoreszenzdauer ist aber auch für denselben Phosphor von äußeren Umständen abhängig. Je höher seine Temperatur ist, desto weniger lang ist die Dauer. Mit abnehmender Temperatur pflegt sie sich weiter und weiter auszudehnen. Dabei wird aber unter sonst gleichen Umständen auch die Lichtstärke des Phosphoreszenzlichtes geringer und geringer. So gelangt man schließlich zu einer tiefstliegenden, jedem Phosphor eigentümlichen Grenztemperatur, unterhalb deren man eine Phosphoreszenz nicht mehr nachweisen kann. Hat man einen vorher belichteten Phosphor unter diese Grenztemperatur abgekühlt und hat er sein Leuchten eingestellt, so fängt er aber sofort wieder an zu phosphoreszieren, sobald mit steigender Temperatur die Grenztemperatur überschritten wird (Thermolumineszenz § 359, 6.).

7. Lenards Satz von der Lichtsumme. Lenard hat einen Phosphor nach gleicher Vorbehandlung, insbesondere nach gleicher vorangegangener Bestrahlung bei  $30^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $250^\circ$  und  $1300^\circ\text{C}$  bis zum „Ausleuchten“ phosphoreszieren lassen und die abgegebene „Lichtsumme“ gemessen. Bei dem zuletzt angeführten Versuche dauerte das Nachleuchten nur  $\frac{1}{10}$  Sekunde. Während dieser Zeit wurde aber auch der gleiche Gesamtbetrag an Lichtenergie ausgesandt wie bei den anderen Versuchen, die eine längere Leuchtdauer und eine entsprechend kleine Leuchtintensität zeigten.

8. Absorbierte und emittierte Energie. Ein Phosphor absorbiert die Lichtenergie bei der vorangehenden Bestrahlung, die er beim Nachleuchten wieder ausstrahlt. Obgleich im allgemeinen andere Farben, also Licht anderer Wellenlänge, absorbiert als emittiert werden, ist die emittierte Lichtenergie gleich der absorbierten. Dabei zeigen die Phosphore die Eigentümlichkeit, daß sie bei der vorangehenden Bestrahlung nicht beliebige große Mengen an Lichtenergie aufnehmen können, sondern durch das absorbierte Licht in der Fähigkeit weiterer Absorption behindert werden. Die Phosphore nehmen durch fortgesetzte Bestrahlung also eine Art Sättigungszustand an, in welchem sie eine bestimmte Menge an Lichtenergie aufgenommen haben und als eine Art potentieller Energie aufbewahren.

9. Phosphoreszenz und Fluoreszenz. Flüssigkeiten phosphoreszieren im allgemeinen nicht. Wird jedoch die Flüssigkeit verfestigt, etwa durch Zusatz von Gelatine zu einer fluoreszierenden Lösung, oder durch Einfrieren, so wird die Fluoreszenz in eine Phosphoreszenz übergeführt. Eine plastische, gelatinöse Lösung von Äskulin, dem wirksamen fluoreszierenden Bestandteil der Rinde der Rookkastanie (S. 1044), phosphoresziert mehrere Sekunden lang, während die Lösung selbst nur fluoresziert. Ebenso phosphoresziert eine gefrorene, alkoholische Lösung von Fluoreszein. Das Fluoreszenzlicht ist dabei wie auch sonst bei festen Körpern, die meistens sowohl fluoreszieren, als auch phosphoreszieren (s. oben 4.), bei weitem stärker als das Phosphoreszenz-

licht. Spektroskopisch ist das Fluoreszenzlicht und das Phosphoreszenzlicht nicht unterschieden. Die Fluoreszenz und Phosphoreszenz entspringen somit offenbar denselben Lichtausstrahlenden Vorgängen im Molekulargefüge der lumineszierenden Körper. Der einzige Unterschied beider Erscheinungen besteht darin, daß die Verwandlung der eingestrahelten und absorbierten Lichtenergie in die ausgestrahlte Lichtenergie bei der Fluoreszenz außerordentlich geringe Zeit in Anspruch nimmt gegenüber der Zeit, welche die Verwandlung bei der Phosphoreszenz gebraucht.

10. Absorptionsbanden und Emissionsbanden. Die spektrale Untersuchung des Fluoreszenz- und Phosphoreszenzlichtes lehrt, daß dieses meist in mehreren breiten Banden auftritt. Jede dieser Banden besitzt nach Lenard einen von den anderen Banden unabhängigen Charakter. Denn die Abhängigkeit der Dauer des Nachleuchtens von der Temperatur, die Abhängigkeit der Intensität von der Menge des wirksamen Schwermetalles in den Erdalkaliphosphoren ist für jede Bande eine andere. Jede Bande besitzt auch ganz bestimmte Erregungsgebiete innerhalb des Spektrums; d. h., es ist nicht Licht einer beliebigen Wellenlänge gleicherweise befähigt, die Photolumineszenz der Bande anzuregen, vielmehr ist das Licht stärkerer anregender Wirkung auch an ganz bestimmte Stellen des Spektrums gebunden. Diese werden von Lenard *Erregungsbanden* genannt. Die Wellenlänge der Photolumineszenzbande wird sowohl durch das wirksame Schwermetall, als auch durch das Erdalkalimetall und die Füllsubstanz beeinflusst. Die Lage und Breite der Banden ist ferner von der Temperatur in schwer übersichtbarer Weise abhängig. *Die Wellenlängen der Schwerpunkte der Erregungsbanden sind unabhängig kleiner als die Wellenlängen der Schwerpunkte der durch sie angeregten Lumineszenzbanden* in Übereinstimmung mit der Regel von Stokes (§ 359). Erstere liegen meist im Ultraviolett oder im blau-violetten Teile des Spektrums. Die Photolumineszenzbanden sind über den Bereich des ganzen sichtbaren Spektrums verteilt.

11. Intensität der Lumineszenz und Verteilungsdichte. Festes Fluoreszenz oder eine gesättigte Fluoreszenzlösung zeigen keine Lumineszenz. Erst bei der Verdünnung der Lösung auf  $\frac{1}{10}$  sind Spuren der Fluoreszenz nachweisbar. Mit zunehmender Verdünnung wird die Intensität der Photolumineszenz immer größer, um nach dem Durchgange durch einen Höchstwert erst in den allerhöchsten Verdünnungsgraden proportional mit der abnehmenden Konzentration zu verschwinden. Noch bei  $10^{-14}$  g Fluoreszenz in  $1 \text{ cm}^3$  Wasser ist Fluoreszenz sicher nachweisbar. Entsprechend ist in  $\text{CaS}$  schon bei einem Gehalte an  $\text{Cu}$  von  $0,00005$  des Gewichtes, also bei  $0,005\%$   $\text{Cu}$ , in  $\text{SrS}$  sogar bei einem Gehalte an  $\text{Ag}$  von  $0,00001$  des Gewichtes, also bei  $0,001\%$   $\text{Ag}$  der Höchstwert des kennzeichnenden Lumineszenzlichtes erreicht. Lenard konnte auf Grund der Phosphoreszenzbeobachtungen den Nachweis führen, daß in mit größter Sorgfalt hergestellten, chemisch reinen Präparaten von  $\text{CaO}$  und  $\text{SrO}$  stets Spuren von  $\text{Cu}$  anwesend waren. In der Natur muß Kupfer eine ähnliche allgemeine Verbreitung haben wie das spektroskopisch

§ 361. Phosphoreszenz 1051  
überall leicht nachzuweisende  $\text{Na}$ , auch dort, wo  $\text{Cu}$  chemisch mit keinen Mitteln mehr nachweisbar war.

12. Allgemeine Vorstellungen Lenards über die Phosphore und den Lumineszenzvorgang. Aus den mitgeteilten Beobachtungen hat Lenard eine Reihe von Schlüssen gezogen, die geeignet sind, den Vorgang der Lichterzeugung nach gewissen Richtungen hin aufzuhellen. Die Vorstellungen, die Lenard auf Grund dieser Schlüsse geformt hat, haben manche Ergebnisse vorweggenommen, die später aus dem sogenannten *Bohrschen Atommodell* gezogen wurden (Bd. II), wenn Dinge quantitativ formuliert sind. Da die Vorstellungskreise Bohrs und Lenards sich überschneiden, obgleich sie ganz andere Ausgangspunkte haben, so dürfen sie in den ihnen gemeinsamen Teilen den Kern der Sache treffen. Die Vorstellungen Lenards seien daher dargelegt.

Lenard schließt, daß in den Phosphoren verhältnismäßig wenige Lumineszenzlicht erregende „Zentren“ vorhanden sind. Wäre dem nicht so, so könnte es nicht möglich sein, durch verhältnismäßig geringe Energieeinstrahlungen gegenüber der ungeheuren Zahl der materiellen Atome der Phosphore diese mit absorbiertem Lichtenergie zu sättigen (s. oben 8.) und dadurch zur Photolumineszenz anzuregen. Jede Lumineszenzbande besitzt eine eigene Art von solchem Zentrum (s. oben 10.). In den Erdalkaliphosphoren und in den natürlichen Phosphoren gruppieren sich diese Zentren offenbar um die in der Masse des Phosphors in sehr geringer Anzahl verteilten Atome der Schwermetalle. Lenard denkt sie sich in Form sehr zusammengesetzter Moleküle verbunden und insbesondere bei den Erdalkaliphosphoren von vielen Schwefelatomen umgeben. Diese Zentren rufen nur dann eine gute Photolumineszenz hervor, wenn sie soweit von einander entfernt sind, daß sie sich gegenseitig nicht stören; daher wird schon bei verhältnismäßig außerordentlich kleinen Verteilungsdichten der wirksamen Schwermetallatome die wirkungsvollste Photolumineszenz erreicht. Da die Lösungen organischer fluoreszierender Stoffe bei großen Verdünnungen den höchsten Wirkungswert haben, dürfen wir schließen, daß beim Fluoreszenz und ähnlich wirkenden Stoffen die Moleküle dieser Körper selbst die Zentren darstellen.

Durch Absorption des Lichtes der zugehörigen Erregungsbanden werden diese Zentren nun in einen anderen Zustand, den „*angeregten*“ Zustand (§ 358, 6.) versetzt. In ihm ist die absorbierte Lichtenergie potentiell vorhanden; der Zustand ist aber nicht sehr stabil. Bei Störungen von außen durch die Bewegung der Nachbarmoleküle wird er veranlaßt, wieder in den ursprünglichen nicht angeregten Zustand überzugehen. Dabei strahlt die vorher absorbierte und als potentielle aufbewahrte Energie in Form der Lumineszenzstrahlung wieder aus. Es kann sich deshalb in Flüssigkeiten, wo die Moleküle sich unregelmäßig durcheinanderbewegen, kein angeregter Dauerzustand ausbilden, sie fluoreszieren nur (s. oben 9.). Erwärmung fester Phosphore beschleunigt wegen der vermehrten Molekularbewegung die Aufgabe des wenig stabilen angeregten Zustandes (s. oben 6.). Erst unterhalb einer bestimmten für jeden Phosphor eigentümlichen Grenztemperatur ist der angeregte Zustand beherrschbar (s. oben 6.). Wird nach vorhergegangener Ausregung diese Grenztemperatur überschritten und liegt diese verhältnismäßig hoch, so daß der Körper nur eine kurze Dauer des Nachleuchtens besitzt (s. oben 7.), so haben wir die Erscheinung der Thermolumineszenz vor uns (§ 159, 6.). Im angeregten Zustand besitzen die Zentren ein anderes Absorptionsvermögen für Licht wie im unangeregten Zustande. Daher

muß nach Absorption einer gewissen Menge Lichtenergie „Vollregung“ eintreten, d. h. alle vorhandenen Zentren sind angeregt, der Phosphor ist mit Lichtenergie gesättigt (s. oben 8.). Die Stabilität des angeregten Zustandes kann auch durch gewaltsame mechanische Eingriffe von außen gestört werden; Lenard beobachtete lumineszierendes Aufglühen frisch hergestellter Phosphore, wenn er sie in der Reibschale zerdrückte. Wir haben dann eine Art Tribolumineszenz vor uns (§ 159, 6.). Die Energie des angeregten Zustandes ist in diesem Falle nicht durch Absorption von Lichtenergie, sondern durch chemische Vorgänge bei der Bereitung der Phosphore geliefert worden. Wir haben also gleichzeitig eine Chemilumineszenz vor uns (§ 159, 6.). Die „druckzerstörten“ Phosphore haben die Eigenschaft der Phosphoreszenz verloren; nach der Auffassung Lenards sind durch den Druck die hochzusammengesetzten Moleküle, welche die Zentren bilden, zerstört worden. Durch Erhitzen zur Glühtemperatur können die Phosphore wieder wirkungsfähig gemacht werden, da die Moleküle sich wiederherstellen.

Lenard teilte über die Art des angeregten Zustandes noch eine bestimmtere Auffassung mit. Durch die Absorption von Licht der Erregungsbanden werden Elektronen (§ 159, 5) aus dem Verbande der Schwermetalatome, in denen sie im nicht angeregten Zustande eine stabile Lage einnehmen, entfernt und finden in den die Schwermetalatome als Mittelpunkte umgebenden (elektronennegativen, Bd. II) Schwefelatomem eine zweite stabile Anordnung, aber eines geringeren Grades der Stabilität. Die notwendige Arbeit, sie von der einen Stabilitätslage in die andere zu befördern, bleibt in ihnen als potentielle Energie erhalten. Werden sie nun durch Störungen gezwungen, die zweite Lage geringerer Stabilität aufzugeben, und kehren sie in die erste zurück, so geschieht das unter Schwingungen um die neu einzunehmende Gleichgewichtslage, wobei die erwählte potentielle Energie in Form elektromagnetischer Lichtstrahlung nach außen abgegeben wird (§ 159, 5). In der Tat konnte Lenard nachweisen, daß gewisse Phosphore, welche sowohl im nicht angeregten als im angeregten Zustande den elektrischen Strom nicht leiteten, eine schwache Leitfähigkeit aufwiesen, während sie angeregt wurden oder während sie phosphoreszierten. Das ist ein Beweis, daß während dieser Übergangszustände „freie“ Elektronen vorhanden sind. — Aus ihren stabilen Anordnungen des unangeregten Zustandes der Zentren können die lumineszierenden Elektronen durch die so viel gewalttätigeren Eingriffe der elektrischen Strahlungen (§ 159, 6) sehr viel leichter entfernt werden als durch die Wirkung des Lichtes oder anderer Anregungen. Daher ist die Elektrolumineszenz (§ 159, 6) eine meistens sehr viel mehr in die Augen fallende Erscheinung als die Photolumineszenz.

13. **Wärmestrahlung und Phosphoreszenz.** Bei vielen der von ihm hergestellten Phosphore stellte Lenard noch die bemerkenswerten Eigentümlichkeiten fest, daß Bestrahlung mit rotem Lichte und Wärmestrahlen (§ 182, S. 573) die Phosphoreszenz auslöschte. Dabei findet manchmal eine plötzliche Ausgabe des Lumineszenzlichtes statt; die Erscheinung verläuft dann so wie bei der beschleunigten Ausgabe der Lichtsummen (s. oben 7.) bei Thermolumineszenz. Meist hört aber einfach die Lumineszenz auf. Lenard spricht dann von einer Tilgung der Phosphoreszenz. Die absorbierte und im Anregungszustande aufbewahrte Lichtenergie entzieht sich dabei bisher weiterer Beobachtung. Der Vorgang läßt sich klar noch nicht deuten. Auslöschung und Tilgung ist an

Strahlungen gebunden, für die das angeregte Zentrum eine besondere Absorptionsfähigkeit besitzt.

14. **Die Chemilumineszenz.** Die Beobachtungen insbesondere von Lenard und seine Deutungen haben es höchst wahrscheinlich gemacht, daß alle Lumineszenzen einander sehr verwandte Erscheinungen sind. Es kommt nur darauf an, das leuchtende Elektron durch einen Vorgang unter Arbeitsaufwand aus seiner stabilen Anordnung des nicht angeregten Zustandes auf ein höheres Niveau zu „heben“. Sofortiges Zurückfallen unter Verwendung der empfangenen Energie in Lichtstrahlung bewirkt die Fluoreszenz, späteres die Phosphoreszenz. Das muß auch für die Erscheinungen der Chemilumineszenz gelten, wenngleich meist nicht klar einzusehen ist, in welcher Weise die „Anregung“ erfolgt.

Man kennt viele durch chemische Vorgänge bewirkte Lumineszenzen. Die älteste von ihnen, das Leuchten des chemischen Elementes Phosphor (§ 159, 6) ist eine bezeichnende Chemilumineszenz. Eine genauere Untersuchung zeigt, daß der durch den chemischen Vorgang gebildete Körper, das Phosphorperoxyd ( $P_2O_5$ ), zu den Körpern gehört, die auch im reinsten Zustande kräftige Fluoreszenz und Phosphoreszenz zeigen. Daher darf angenommen werden, daß der chemische Vorgang der Oxydation zunächst den angeregten Zustand des Phosphorperoxydes herstellt, der sich erst allmählich unter Lichtausstrahlung in den unangeregten Zustand wandelt. Es wäre somit nicht eigentlich das chemische Element Phosphor, welches luminesziert, sondern das bei der Reaktion erhaltene Produkt.

Nicht alle der vielen heute bekannten Chemilumineszenzen können bisher in so einfacher Weise gedeutet werden. Meist kennt man wenig mehr als die Erscheinung. Versetzt man z. B. eine alkalische Mischung von Pyrogallol und Formaldehydlösung mit Wasserstoffsuperoxyd, so tritt während des darauf einsetzenden chemischen Umsatzes eine sehr schöne rote Lumineszenz ein (Trantz, 1907), ohne daß man angeben könnte, welcher chemische Körper, der bei der Reaktion in Frage kommt, die Eigenschaft besitzt, in einen angeregten Zustand geraten zu können.

Prachtvolle Chemilumineszenzen sind neuerdings (1923) von H. Zocher und H. Kautsky beschrieben worden. Wird Silikalydrioxyd ( $Si_2O_2H_2$ ), ein fester, poröser Körper hitzigen Gefüges mit Sauerstoff, Ozon, Stickstoffdioxid usw. oder mit saurer Kaliumpermanganatlösung, Salpetersäure, Wasserstoffsuperoxyd usw. oxydiert, so tritt eine Chemilumineszenz einer Stärke ein, die alles bisher in der Richtung Bekannte in den Schatten stellen dürfte. Die leuchtende Fläche des reagierenden Gemisches kommt in seiner Helligkeit einer weißen Fläche gleich, die von einer 32-kernigen Metallfadentlampe aus einer Entfernung von 1,5 m beleuchtet wird. Je nach dem Grade der Verunreinigung des Stoffes mit ihm nahestehenden anderen Oxydationsstufen des Siliziums ändert sich die Farbe des Lumineszenzlichtes von Grün über Gelb, Orange in Dunkelrot. Mit abnehmender Temperatur ist eine Steigerung der Helligkeit verbunden und umgekehrt. Bemerkenswertweise zeigte nun das silikalydrioxydhaltige Präparat bei Bestrahlung mit kurzwelligenm Lichte eine außerordentlich starke Fluoreszenz, die sich sogar bei der Temperatur flüssiger Luft, welche jede chemische Reaktion ausschloß, ungeheuer verstärkte. Auch Phosphoreszenz, sehr wirkungsvolle Anregbarkeit durch elektrische Strahlen (§ 359, 6) und eine außerst helle Tribolumineszenz zeichnen das Silikalydrioxyd aus. Bei  $-80^\circ$  bis  $-180^\circ$  zerriebene Blätter lassen keine sichtbare Lichtstrahlung erkennen; diese tritt aber bei späterem Erwärmen als Thermolumineszenz auf. Wir haben also hier einen anderen Fall vor uns wie bei der Oxydation des



Phosphors. Bei der Chemilumineszenz des oxydierenden Silikahydroxydes luminesziert der noch nicht in den chemischen Vorgang eingetretene Teil des Stoffes. Es müssen demnach die reagierenden Moleküle vermöge der frei werdenden Reaktionsenergie anregend auf chemisch noch unangegriffene Nacharmoleküle wirken, ehe die chemische Energie als Wärme erscheint. Bestätigt wird diese Auffassung dadurch, daß es sogar gelang, von den reagierenden Molekülen der Siliziumverbindung auf dem Reaktionsgemische heimgesichte, an der Reaktion unbeteiligte, organische Farbstoffe Anregungen zu übertragen, so daß diese ihre eigentlichen Fluoreszenzfarben ausstrahlten. Die Versuche lassen also erkennen, daß bei einer Chemilumineszenz sowohl ein reagierender Stoff oder das Reaktionsprodukt, oder aber ein an der Reaktion ganz unbeteiligter Fremdkörper der Träger der lumineszierenden Zentren sein kann, daß also die Chemilumineszenz nicht immer in derselben Weise gedeutet werden muß.

15. Resonanzstrahlung der Gase. Eine besondere Art der Photolumineszenz und der Fluoreszenz ist die sogenannte Resonanzstrahlung der Gase. Wird Quecksilberdampf mit dem Lichte der Linie  $\lambda = 253,67 \text{ m}\mu$  des Quecksilberspektrums beleuchtet, so sendet der Dampf dieselbe Linie auch wieder aus. Die Quecksilberatome kommen also durch Absorption des eingestrahnten Lichtes in einen „angeregten Zustand“, der bei seinem Verschwinden Veranlassung zur Wiederstrahlung desselben einen Linie gibt. Man nennt die Erscheinung in Gegenüberstellung zu entsprechenden akustischen Vorgängen Resonanzstrahlung. Die Untersuchung der Resonanzstrahlungen ist nun dadurch besonders wichtig geworden, daß nicht in jedem Falle nur das Licht der beleuchtenden Wellenlänge zurückgestrahlt wird, sondern daß bei ähnlichen Versuchen ganze Gruppen von wiederausgestrahlten (stets größeren) Wellenlängen auftraten, die wichtige Rückschlüsse auf den Aufbau der Atome aus Elektronen und auf das Zustandekommen des Strahlungs Vorganges zulassen.

### § 362. Infrarote Strahlen.

Die dem violetten und dem ultravioletten Teile des Spektrums angehörenden Strahlen erzeugen besonders die Fluoreszenz und Phosphoreszenz und sind chemisch wirksam (§ 363). Die dem roten Ende des Spektrums zukommenden Strahlen zeigen vorwiegend Wärmewirkungen. Bringt man in das Gebiet des durch eine Quarzlinse und ein Quarzprisma erzeugten reinen Spektrums von Sonnenlicht ein hochempfindliches Thermometer mit einem langen, schmalen, geschwänzten Thermometergefäße so hinein, daß das Thermometergefäß den Fraunhofersehen Linien parallel ist, so beobachtet man in allen Teilen des Spektrums ein Ansteigen des Thermometers. Die strahlende Energie verwandelt sich durch die Absorption in Wärmeenergie. Aber in den einzelnen Teilen des Spektrums steigt das Thermometer verschieden stark an. Während es im ultravioletten und violetten Teile des Spektrums nur sehr wenig steigt, steigt es bei weiterem Vorschreiten nach längeren Wellenlängen sehr kräftig an. Die größte Wärmewirkung tritt im Gelb auf; indessen ist in Gebieten, die noch weit jenseits des (sichtbaren) roten Endes des Spektrums liegen, erhebliche Erwärmung festzustellen. Im Sonnenlichte sind also noch Strahlen vorhanden, die zwar dem Auge nicht wahrnehmbar sind, die sich aber durch ihre Wärmewirkungen bemerkbar machen. Diejenigen Strah-

len, deren Wellenlänge noch größer ist als die der roten Strahlen, heißen infrarote<sup>1)</sup> Strahlen. Auch im Gebiete der infraroten Strahlen sind noch Fraunhofersehe Linien nachweisbar. Die langwelligen Strahlen werden wegen der großen Wärmewirkung auch wohl Wärmestrahlen (§ 182) genannt; doch sind die Wärmestrahlen physikalisch durchaus nicht dem Wesen nach verschieden von den Strahlen des sichtbaren Spektrums.

Hält man in ein Spektrum, das von Bogenlampenlicht durch eine Quarzoptik oder besser durch eine Steinsalzoptik entworfen worden ist, einen Phosphoreszenzschirm, etwa mit Balmainischer Farbe bestrichen, der durch vorherige Bestrahlung gerade phosphoresziert, so hört im roten, aber auch weit in den infraroten Teil des Spektrums hinein die Phosphoreszenz auf. Auf diese Weise kann man das Vorhandensein der infraroten Strahlungen augenscheinlich machen.

Zur Untersuchung der Wärmewirkung der Strahlen verwendet man außerdem gewöhnlichen empfindlichen Thermometer und dem Luftthermometer die Thermosäule und das Bolometer (§ 365). In der Thermosäule wird die strahlende Energie in Wärmeenergie und diese in elektrische Energie umgewandelt und so mittelbar mit einem empfindlichen Galvanometer gemessen. Im Bolometer wird durch die Temperaturerhöhung der elektrische Widerstand eines Leitungsdrahtes verändert; diese Widerstandsänderung ist ebenfalls mit großer Genauigkeit meßbar.

Es sind also im Spektrum des Sonnenlichtes, und ähnlich in den Spektren heißer Lichtquellen, die Strahlungen mit größerer Wellenlänge die energiereicheren. Die chemischen Wirkungen der kurzwelligen Strahlungen, ebenso ihre Fähigkeit, Fluoreszenz und Phosphoreszenz zu erregen, sind nicht etwa in ihrem größeren Energieinhalt begründet. Nach § 212, 2, muß von zwei Wellenbewegungen gleicher Schwingungsbreite diejenige den größeren Energieinhalt besitzen, welche die kleinere Schwingungsdauer, also die kleinere Wellenlänge hat. Die Geschwindigkeit der schwingenden Punkte ist in diesem Falle die größere, daher auch die Energie. Im Spektrum haben also die einzelnen Wellenlängenbereiche sehr verschiedene Schwingungsbreiten, und darauf, nicht auf der Wellenlänge, beruht die Verschiedenheit der Energieverteilung im Spektrum.

### § 363. Chemische Wirkungen des Lichtes.

Die Energie der Lichtstrahlen vermag mancherlei chemische Vorgänge einzuleiten, gewisse chemische Vorgänge verlaufen nur unter der Einwirkung des Lichtes (Aktinische<sup>2)</sup> Prozesse).

Als Beispiel für die Einleitung chemischer Vorgänge sei erwähnt, daß ein durch Elektrolyse der Salzsäure hergestelltes Gemisch von Wasserstoff und Chlor, das sog. Chlorkaligas, im Dunkeln beliebig lange aufbewahrt

1) infra (lat.) = unterhalb.

2) aktis (griech.) = Strahl.

werden kann. Sobald aber die Sonnenstrahlen unmittelbar eine mit Chlorknallgas gefüllte kleine Kugel aus dünnem Glase treffen, reinigen sich die Gase zu Chlorwasserstoffgas unter starkem Knalle. Hier wirken die Sonnenstrahlen als „Auflösung“ für einen chemischen Vorgang, ähnlich wie ein in einem Pulverlaufenden fliegender Funke die Aufflammung der Pulvermenge auslöst. Die bei der Explosion entwickelte Energie war in beiden Fällen schon in dem explosiblen Stoffe enthalten; es bedurfte nur eines Anstoßes, eines besonderen Energieimpulses von kurzer Dauer, um die Explosion einzuleiten. Wesentlich verschieden hiervon ist die Wirkung des Lichtes beim sog. „Verschießen“ oder „Bleichen“ der Farbstoffe im Sonnenlichte. Hier verläuft der chemische Vorgang der Zerstörung (meistens Oxydation) der Farbstoffe nur so lange, wie das Licht wirkt.

Sowohl für die chemische Wirkung der Vereinigung von Chlorknallgas als auch für die des Ausbleichens „unechter“ Farben sind fast ausschließlich blaue, violette und ultraviolette Strahlen maßgebend. Eine rote Glasplatte schützt Chlorknallgas vor der Explosion, während das Licht-brennenden Magnesiumbandes, das reich an blauen und violetten Strahlen ist, ähnlich wie Sonnenlicht wirkt.

Von großer Bedeutung ist die chemische Wirkung des Lichtes für die Ausführung der Photographie.

**Photochemie und Anregung.** Neuerdings hat der unmittelbare Beweis geliefert werden können, daß bei der Wasserstoff-Chlor-Vereinigung das Licht nur den chemischen Vorgang einleitet. Man beleuchtete das Chlorknallgasmengemenge mit abgemessenen Lichtmengen nur eine ganz kurze Zeit und konnte zeigen, daß die Salzsaurebildung eine geraume Zeit später erfolgte, nachdem das auslösende Licht abgeschnitten war.

Im Anschluß an die Erscheinungen bei der Lumineszenz (§ 359, § 361) stellt man sich heute vor, daß bei photochemischen Umsetzungen durch die Beleuchtung zunächst nur der eine oder andere der reagierenden Stoffe in einen „angeregten (aktivierten) Zustand“ versetzt wird und daß die durch Lichtabsorption angeregten, energiereicheren Moleküle beim Übergange in die stabilere Anordnung des nicht angeregten Zustandes in erhöhtem Maße befähigt sind, chemisch zu reagieren. Durch die Reaktion der angeregten Moleküle wird Reaktionsenergie frei, und diese kann dann ihrerseits die (sekundäre) Reaktion weiterer Moleküle einleiten. Die Erforschung photochemischer Vorgänge ist dadurch erschwert, daß es schwierig ist, die ursprünglichen rein photochemischen Wirkungen von den Sekundärreaktionen zu trennen. — Die Chemilumineszenz (§ 361, 15) weist darauf hin, daß angeregter Zustand und chemischer Umsatz in irgendeiner Verknüpfung stehen.

**Die Assimilation der Kohlensäure.** Die bedeutungsvollste photochemische Reaktion in der Natur ist die Assimilation) des Kohlendioxydes der atmosphärischen Luft (0,03%) durch die grünen Pflanzen. Unter der Einwirkung des Sonnenlichtes vermögen sie in bisher chemisch noch nicht ganz aufgeklärter Weise den Sauerstoff abzuspalten und die Kohle an Wasser zu binden. Durch diese Reduktion wird als Reaktionsprodukt das Ausgangsmaterial, die Kohlenhydrate, für die un-

1) assimilare (lat.) = sich ähnlich (similis) machen, sich aneignen.

übersetzbare mannigfaltige Reihe von organischen Verbindungen gewonnen, die im Leben der Pflanze und mittelbar im Leben der Tiere von Bedeutung sind. Vor allem wird, fast ausnahmslos, in der ganzen lebenden Welt die für die Lebensvorgänge notwendige Energie durch eine Umkehrung jenes Assimilationsprozesses, nämlich durch die Oxydation der Kohlenhydrate zu Kohlendioxyd und Wasser geliefert. Die von den Pflanzen durch den Assimilationsvorgang gebildeten Stoffe enthalten also einen Vorrat an chemischer Energie, und dieser Energievorrat entstammt der Energie der Lichtstrahlen der Sonne.

Die Assimilation des Kohlendioxydes findet nur bei Gegenwart des grünen Farbstoffes, des Blattgrüns, statt, der übrigens die Fähigkeit besitzt, mit rotem Lichte zu fluoreszieren (s. oben). Man hat das Blattgrün neuerdings in mehrere chemisch einheitliche Farbstoffe getrennt: 2 grüne Chlorophylle<sup>1)</sup> (a und b), gelbes Xanthophyll<sup>2)</sup> und Karotin<sup>3)</sup>. Diese neuerdings durch R. Willstätter<sup>4)</sup> in chemischer Hinsicht aufgeklärten und synthetisch hergestellten Stoffe vermitteln allein die Assimilation noch nicht; es scheint die Mitwirkung eines unbekanntem, farblosen Eiweißkörpers (eines sog. Enzyms)<sup>5)</sup> unerlässlich zu sein.

Als erstes erkennbares Produkt der Assimilation ist in den lebenden Zellen der grünen Blätter meist unmittelbar neben den Chlorophyllkörnern Stärke nachzuweisen, die von den Pflanzen leicht in Zuckerkarten umgesetzt wird. Die Assimilation erfordert eine große Energiezufuhr, wie die thermochemische Gleichung des Vorganges (§ 178)



lehrt; für die Umsetzung eines Mols (44 g)  $\text{CO}_2$  ist also ein Energieaufwand von 112300 cal notwendig. Wie sorgfältige Versuche ergeben haben, wird diese Energie wesentlich dem sichtbaren Teile des Sonnenspektrums entnommen. Entgegen sonstigen photochemischen Erfahrungen sind es hauptsächlich die langwelligen roten und gelben Strahlen des Spektrums, die ausgenutzt werden. Der Höchstwert der Wirkung — auf gleiche absorbierte Energiemengen bezogen — liegt etwa bei den Wellenlängen zwischen 535—600  $\mu\mu$ ; vielleicht liegen noch Nebenmaxima bei etwa 420  $\mu\mu$  und im Ultraviolett bei 387  $\mu\mu$ . Es wird beim Assimilationsvorgange im allgemeinen nur ein kleiner Bruchteil (6—15%) als chemische Energie ausgespeichert; unter günstigen Umständen (sehr geringe Strahlungsintensität, genügende  $\text{CO}_2$ -Dichte, günstige Temperatur usw.) kann (nach C. Warburg) der Nutzeffekt aber bis 71% ansteigen.

### § 364. Die Photographie.

1. Die Aufnahme. Die Haloidsalze des Silbers, also das Chlorsilber, das Bromsilber und das Jodsilber, werden, besonders in Gegenwart organischer Stoffe, bei längerer Einwirkung des Lichtes in metallisches Silber und die ent-

1) chlorós (griech.) = grüngelb, grün; phyllon (griech.) = Blatt.

2) xanthós (griech.) = gelb.

3) caröta (lat.) = gelbe Wurzel, Möhre.

4) Rich. Willstätter, geb. 1872 in Karlsruhe, 1896 Priv.-Doz. in München, erhielt 1915 den Nobelpreis für Chemie in Anerkennung seiner Untersuchungen der Pflanzenfarben. Seit 1916 ord. Prof. der Chemie in München.

5) énzymos (griech.) = gesäuert, gegoren.

Angewandte Physik. I. Große Ausgabe. 6. Aufl.

sprechenden Halogene zerlegt. Bei kürzerer Einwirkung des Lichtes wird nur ein Teil des Halogens abgespalten; so entsteht z. B. aus Silberbromid das Silberbromid.

Für die photographische Aufnahme verwendet man die „photographische Kamera“ (§ 284). Mittels des Objektivs wird von den aufzunehmenden Gegenständen ein reelles Bild auf der Einstellscheibe erzeugt. Hierauf verschließt man das Objektiv mit einem undurchsichtigen Objektivdeckel oder durch einen besonderen Objektivverschluss lichtdicht und ersetzt die Einstellscheibe durch die lichtempfindliche, photographische Platte, die in einer Kassette eingeschlossen ist und durch Fortziehen des Kassettenschiebers freigelegt wird.

Die photographische Platte ist meist eine Glasplatte, die mit einer Emulsion von Gelatine und Bromsilber überzogen ist. Da die Kamera lichtdicht verschlossen ist, findet auch nach Öffnung des Kassettenschiebers keine Einwirkung des Lichtes auf die photographische Platte statt. Öffnet man dann den Objektivverschluss, so entsteht das vorher auf der Einstellscheibe beobachtete reelle Bild auf der Platte. An den helleren Stellen des reellen Bildes findet durch die stärkere Einwirkung des Lichtes eine stärkere chemische Veränderung der Platte statt als an den weniger hellen; die Platte bleibt an den dunklen Stellen ganz unverändert. Je nach der Helligkeit des Gegenstandes, also auch des reellen Bildes muß die Einwirkung richtig bemessen werden. Wenn man ein Objekt von großer Öffnung verwendet, so genügt bei hellbeleuchteten Gegenständen die Belichtung während kleiner Bruchteile einer Sekunde (Momentaufnahme); bei dunklen Objekten muß oft mehrere Minuten lang belichtet werden (Zeitaufnahme).

2. Die Entwicklung. Betrachtet man die belichtete Platte im Dunkelzimmer (bei rotem Lichte), so nimmt man keine sichtbare Veränderung wahr, der chemische Vorgang ist erst eingeleitet. Näheres ist nicht bekannt. Das Silberbromid ist durch die Beleuchtung nur nach einer Hinsicht verändert. In Gegenwart von reduzierenden Stoffen gibt nur das belichtete Silberbromid sein Brom vollständig an diese ab, und es bleibt demnach das metallische Silber in feiner verteiltem Zustande, in dem das Silber schwarz aussieht, zurück, während das unbelichtete Silberbromid nicht reduziert wird.

Um das Bild sichtbar zu machen, badet man die belichtete Platte in einem Entwickler, d. h. in einer Flüssigkeit, die stark reduzierend wirkt. In neuerer Zeit verwendet man meist organische Entwickler, wie Metol, Rodinal, Glycin u. a. Früher wurden der Eisenoxalat- und der Pyrogallol-Entwickler viel benutzt.

1) Die Lichtempfindlichkeit der Silbersalze war schon 1737 dem deutschen Arzte J. H. Schultze in Halle bekannt. Die Kamera führten für die Bildgewinnung Niepce und Daguerre in Frankreich ein. Letzterer stellte seit 1839 mit Objektiv und Kameras Lichtbilder auf metallischen Silberplatten her. Die Daguerrekopien wurden seit 1850 durch das „nasse Kollodiumverfahren“ verdrängt. Etwa 25 Jahre später wurde die Bromsilbergelatine-Trockenplatte eingeführt.

3. Das Fixieren. Nachdem das Bild entwickelt ist, nachdem also das Silberbromid an den belichteten Stellen reduziert und aus ihm fein verteiltes, schwarzes Silberpulver abgeschieden ist, bringt man die Platte nach Abwaschen in reinem Wasser in die Fixierlösung. Als solche findet vorwiegend eine wäßrige Lösung von Natriumthiosulfat (Fixiersalz) Verwendung. Das Natriumthiosulfat bildet mit dem noch nicht veränderten Silberbromid ein im Wasser lösliches Doppelsalz, das daher in die Fixierlösung übergeht und die nicht belichteten Teile der Platte „klar“ macht. Nachdem die Platte vollständig klar geworden ist, nachdem also alles Silberbromid aus der Emulsion aufgelöst worden ist, kann die Platte dem Tageslichte ausgesetzt werden; sie wird im fließenden Wasser gründlich gewaschen, damit die letzten Spuren des löslichen Doppelsalzes entfernt werden. Darauf wird die Platte getrocknet, und das Negativ ist fertig. Im Negativ sind die im Originale hellen Teile dunkel und die dunklen Teile hell, weil ja nur an den belichteten Stellen die chemische Umwandlung des Silberbromides, demnach im Entwickler auch hier nur die Reduktion zu Silber stattgefunden hat.

4. Das Kopieren. Um vom Negativ ein Positiv, eine Kopie mit den richtigen Helligkeitsstufen zu erzeugen, verwendet man zwei verschiedene Arten von Kopierpapieren. Die Entwicklungspapiere sind gewöhnlich mit Bromsilbergelatine-Emulsion überzogen; sie werden beim weiteren Verfahren ebenso behandelt, wie die Aufnahmepplatten. Die Anskopierpapiere sind meist mit Chlor-silber, das in Eiweiß, Cellulose oder Gelatine eingebettet ist, überzogen. Das Anskopierpapier wird so lange belichtet, bis das Chlor-silber schon im Lichte bis zu der gewöhnlichen Tiefe in dunkles metallisches Silber reduziert worden ist.

Das Kopieren geschieht entweder, besonders bei der Herstellung von Vergrößerungen, mit Hilfe der Kamera, oder durch Kontakt-druck. Bei diesem wird das Negativ mit seiner Schichtseite auf das Positivpapier gelegt und in einem passenden Rahmen in innigem Kontakt damit gehalten. Darauf wird der Rahmen dem zerstreuten Tageslichte ausgesetzt, das durch die klaren Teile des Negativs hindurch stark reduzierend auf das Chlor-silber einwirkt, das Papier also an diesen Stellen schwarz. Auf diese Weise entsteht eine Kopie, die in ihren Helligkeitswerten mit dem aufgenommenen Originale übereinstimmt. Die Kopie wird darauf gewöhnlich noch getönt; man bringt sie zu dem Zwecke in eine Goldchloridlösung. Hier wird das Silber durch Gold ersetzt; dadurch entsteht ein aus feinsten Goldteilchen bestehendes Bild, dessen Farbton schöner ist, als der des reduzierten Silbers. Endlich wird das noch nicht reduzierte Chlor-silber in der Fixierlösung, die auch für das Positiv aus Natriumthiosulfat besteht, aufgelöst; das Bild wird fixiert und zum Schluß in fließendem Wasser gut ausgewaschen.

5. Pigment- oder Kohle-druck. Eine eigentümliche Veränderung erfährt der Chromaleim im Lichte. Wenn man ein Stück Papier mit einer Gelatineschicht überzieht und darauf in eine Lösung von Kaliumbichromat bringt, so verwandelt sich die Gelatine in Chromgelatine oder Chromaleim. Wird das so

vorbereitete Papier im Dunkeln getrocknet und dann teilweise belichtet, so wird der Chromatleim an den belichteten Stellen unlöslich, bleibt aber an den unbelichteten Stellen löslich. Belichtet man ein mit Chromatleim überzogenes Papier unter einem Negativ, so wird der Chromatleim unter den hellen Stellen des Negativs unlöslich. Behandelt man dann das Papier mit warmem Wasser, so löst sich der Chromatleim an den Stellen, die unter den dichten dunklen Stellen des Negativs lagen, restlos auf, so daß der Untergrund des Papiers frei wird; an den Stellen, die unter den glasklaren Stellen des Negativs gelegen haben, bleibt die Gelatine aber unlöslich. Man kann nun bei der Vorbereitung des Papiers den Chromatleim ganz gleichmäßig mit irgendeiner leuchtenden Pigmentfarbe versetzen, z. B. mit feinstem Kohlepulver, oder mit gelbem Ocker usw. Dann erhält man nach dem Kopieren und Entwickeln mit warmem Wasser positive Bilder, die sich durch Feinheit und Weichheit der Schatten vor den gewöhnlichen Kopien vorteilhaft auszeichnen. Gewöhnlich wird das Verfahren so gehandhabt, daß das belichtete Pigmentpapier mit einem anderen Papiere ohne Gelatineschicht zusammengepreßt und mit diesem zusammen zur Entwicklung in das warme Wasser gebracht wird. Bei beginnender Lösung des Leimes wird dann das ursprünglich als Träger dienende Papier abgezogen; die Gelatineschicht bleibt dann an dem anderen Papiere haften und wird nun zu Ende entwickelt. Dieser Übertragung des Bildes von einem Papiere auf ein anderes wegen spricht man bei diesem Verfahren wohl auch von „drucken“.

Statt eines Papiers kann man natürlich auch eine Glas- oder Metallplatte als Unterlage der Chromatgelatine benutzen. Nach dem Entwickeln erhält man dann auf der Platte ein Relief, bei dem die im Negative hellen, im Originale dunklen Anteile erhaben sind. Man kann nun eine solche Platte unmittelbar als Druckplatte benutzen. Beim Einwalzen mit Druckerschwänze haftet diese nur an den erhabenen Stellen, erzeugt demnach beim Abdrucke ein Bild, das in seinen Helligkeitswerten mit dem Originale übereinstimmt.

Die Chromgelatine wird bei der Photolithographie, Autotypie, bei der Strichätzung und vielen anderen „photomechanischen“ Reproduktionsverfahren benutzt. — Gummi arabicum zeigt ein ähnliches Verhalten wie Gelatine. Mit diesem Bindemittel an Stelle der Gelatine erhält man nach gleichem Verfahren die sogenannten Gummidrucke.

6. Das Sensibilisieren. Wie in den sonstigen chemischen Wirkungen, so ist auch für die photographische Platte die Farbe des Lichtes von ganz verschiedenem Werte. Am wirksamsten sind Blau, Violett und Ultraviolett, während Rot gar nicht auf die Platte einwirkt. Ein gewöhnliches Lichtbild gibt also von den abgebildeten Gegenständen ganz andere Helligkeitswerte für die Farben, wie wir sie mit dem Auge zu sehen gewohnt sind. Das leuchtendste Rot erscheint im vorherigen Baden in Farblösungen (Eosine, Zyanine, Isozyanine, Erythrosin) kann man nach H. W. Vogel (1873) die photographischen Platten nun in ihrer Farbensensibilität beeinflussen (Orthochromatische und panchro-

matische Platten). Badet man z. B. eine Platte in der weingeistigen Lösung von Chlorophyll (§ 363), so wird die Platte rotempfindlich. Das stellt damit im Zusammenhange, daß das Blattgrün Rot stark absorbiert. Für solches „Sensibilisieren“ der Platten gilt allgemein: Soll eine Platte für eine bestimmte Farbe empfindlich gemacht werden, so muß man der lichtempfindlichen Schicht einen Farbstoff hinzufügen, der diese Farbe stark absorbiert, der also selbst im durchfallenden Lichte die ergänzende Farbe zeigt. Es ist aber nicht ein jeder Farbstoff dazu geeignet, dieser muß vielmehr die Eigenschaft haben, die Silberbromid-Schicht anfärben (§ 128, S. 417) zu können. Durch „Anfärben“ mit *kolloidalem Silber* (S. 412) wird nach Lüppow-Cramer Empfindlichkeit für das ganze sichtbare Spektrum erzeugt.

7. Desensibilisatoren. Eine merkwürdige Entdeckung machte neuerdings (1921) der letzterwähnte Forscher insofern, als er Farblösungen auffand, die die Fähigkeit haben, die Lichtempfindlichkeit der Platte weitgehend herabzusetzen, zu „desensibilisieren“, ohne aber ein auf der vorher belichteten Platte vorhandenes „latentes“ Bild zu schädigen. Setzt man z. B. einem Entwickler einen geringen Teil einer Lösung von *Phenosafranin* hinzu, so wird die Platte dadurch so wenig lichtempfindlich gemacht, daß man sie bei hellem gelben Lichte, sogar bei ungeschütztem Kerzenlichte entwickeln und dadurch die Dunkelkammer entbehren kann.

8. Aufnahmen im Ultraviolett. Durch sehr dünne Silberschichten geht noch blaues, violettes und ultraviolettes Licht hindurch. Man kann bei einer gewissen Dicke erreichen, daß praktisch nur noch Ultraviolett die Schicht durchsetzt. Versilbert man eine Quarzlinse in dieser Art, so kann man mit ihr photographische Aufnahmen machen, die nur im ultravioletten Lichte erfolgt sind. Solche Aufnahmen zeigen ein bemerkenswertes Ergebnis. Auch im vollsten Sonnenscheine photographierte Gegenstände haben keine Spur von Schatten. Daraus geht hervor, daß das Ultraviolett noch viel mehr als das Blau zerstreut ist; alle Punkte des Himmels senden ultraviolette Strahlen viel stärker als blaue aus. Das ist in Übereinstimmung mit den Darlegungen von § 357, wonach durch Staubteilchen und die Luftmoleküle selbst eine Strahlung in desto stärkerem Maße zerstreut wird, je kleiner die Wellenlänge ist.

### § 365. Umfang des Sonnenspektrums.

1. Das Spektrum. Das sichtbare Spektrum umfaßt nur einen geringen Teil der im Sonnenlichte enthaltenen Strahlen. Die in § 360 behandelten und durch ihre Fluoreszenzwirkung und ihre chemischen Wirkungen nachweisbaren ultravioletten Strahlen, sowie die in § 362 behandelten und durch ihre Wärmewirkungen ausgezeichneten infraroten Strahlen erweitern das Gebiet des Sonnenspektrums weit über das sichtbare Spektrum hinaus.

Will man die ganze Ausdehnung eines Spektrums untersuchen, so muß man dazu einen Körper verwenden, der die in allen Strahlen enthaltene Schwingungsenergie in eine einheitliche, in übereinstimmender Weise meßbare Energieform umwandelt.

2. Reflexions-, Absorptions- und Durchlassungsvermögen. Wenn Lichtstrahlen einen Körper treffen, so werden sie von diesem im allgemeinen in drei

Teile zerlegt: Ein Teil wird an der Oberfläche des Körpers reflektiert, ein zweiter Teil dringt in den Körper ein und wird nun teilweise vom Körper absorbiert, teilweise vom Körper durchgelassen, so daß er den Körper an einer von der Eintrittsstelle verschiedenen Stelle verläßt. Bezeichnen wir diese drei Teile der im auffallenden Lichtstrahle enthaltenen Energie mit  $R$ ,  $A$  und  $D$ , und setzen wir die im auffallenden Lichtstrahle enthaltene Energiemenge zu „ein Erg“ fest, so muß die Gleichung gelten:

$$R + A + D = 1.$$

Man nennt  $R$  das Reflexionsvermögen,  $A$  das Absorptionsvermögen und  $D$  das Durchlassungsvermögen oder die Diathermanie des Körpers. Diese drei Größen sind von dem Stoffe und der physikalischen Oberflächenbeschaffenheit des Körpers sowie von der Wellenlänge der auffallenden Strahlen abhängig. Bei blanken Metallen ist das Reflexionsvermögen für alle Strahlen sehr groß; es beträgt z. B. bei polierten Silberspiegeln durchschnittlich bis zu 0,98; d. h. 98 v. Hdt. der gesamten Strahlungsenergie werden von den Silberspiegeln reflektiert. Das Durchlassungsvermögen der Metalle ist sehr gering; die Metalle sind schon in verhältnismäßig dünnen Schichten für alle Strahlen undurchlässig.

Die im gewöhnlichen Sinne durchsichtigen Körper haben für die sichtbaren Teile des Spektrums ein hohes Durchlassungsvermögen; sie können dabei aber für die nicht sichtbaren Teile des Spektrums vollständig undurchlässig sein. So lassen z. B. manche Glasarten bei einer Schichtdicke von 1 cm bis zu 70% aller senkrecht auffallenden sichtbaren Strahlungsenergie hindurch; aber diese Glasarten sind fast vollständig undurchlässig für die ultravioletten und die infraroten Strahlen.

Das Absorptionsvermögen für die sichtbaren Strahlen ist sehr groß bei allen dunkel gefärbten Körpern. So absorbiert z. B. eine Rußschicht von nur wenigen Millimetern Dicke fast alles sichtbare Licht. Wir können uns nun einen Körper denken, der die gesamte auffallende Strahlungsenergie absorbiert, der also das Licht weder reflektiert noch durchläßt. Ein solcher Körper erscheint uns in der Aufsicht und in der Durchsicht schwarz. Wir wollen einen Körper, der alle Strahlungsenergie absorbiert, einen vollkommen schwarzen Körper nennen.

Die Absorption der Strahlung beruht darauf, daß die Energie der einen Körper treffenden Strahlung im Körper in Wärmeenergie umgesetzt wird. Hierdurch wird die Temperatur des absorbierenden Körpers erhöht. Man kann daher die Menge der absorbierten Energie messen, indem man die Temperaturerhöhung des Körpers mißt.

3. Messung der Strahlungsenergie. Die in den Grundlagen einfachste Temperaturmessung geschieht mit dem gewöhnlichen Quecksilberthermometer. Bringt man ein Thermometer in den Gang der Lichtstrahlen, so wird es zur Messung der in den Strahlen enthaltenen Energie geeignet, wenn man das Thermometergefäß aus einem vollkommen schwarzen Körper herstellt. In einer für

viele Zwecke hinreichenden Weise geschieht das, indem man das aus Glas bestehende Thermometergefäß mit einer dicken Rußschicht bedeckt. Für genaue Messungen reicht das aber nicht aus, denn man wünscht ja nicht nur eine größere Empfindlichkeit, als sie das Quecksilberthermometer besitzt, sondern man kann es schon aus dem Grunde nicht verwenden, weil die Wärmekapazität des Thermometergefäßes zu groß ist. Infolge dieser hohen Wärmekapazität nimmt das Thermometer erst nach verhältnismäßig langer Zeit einen endgültigen Stand an, der der wirklich eingestrahelten Energiemenge entspricht.

Wesentlich günstiger liegen die Verhältnisse bei den Thermosäulen und den Bolometern, die aber erst bei der Elektrizitätslehre eingehend behandelt werden können. Doch wir müssen schon hier kurz auf ihre Einrichtung eingehen, da die Strahlungsenergie allgemein mit diesen Geräten gemessen wird.

In Fig. 1071 ist eine von Rubens angegebene lineare Thermosäule in  $\frac{2}{3}$  der natürlichen Größe abgebildet. Aus der Figur können wir erkennen, daß auf einem Rahmen  $F$  aus Elfenbein eine Reihe feiner Drähte befestigt ist. Jeder dieser Drähte besteht zu einer Hälfte aus Eisen, zur anderen aus Konstantan<sup>1)</sup>. Genau in der lotrechten Mittellinie des Rahmens treffen die unpaarigen Lötstellen je zweier Drahtenden zusammen, während die paarigen Lötstellen auf dem Rahmen selbst liegen. Die beiden äußersten Enden des so im Zickzack ausgespannten, zusammengesetzten Drahtes sind an zwei Klemmschrauben angeschlossen, von denen die eine  $G$  in der Figur sichtbar ist, während die zweite unmittelbar hinter  $G$  liegt und von dieser verdeckt ist. Die Klemmschrauben  $G$  werden durch zwei elektrische Leitungsdrahte mit den Polklemmen eines äußerst empfindlichen Galvanometers (Panzergalvanometers) verbunden. Wenn nun die in der Mittellinie des Rahmens liegenden unpaarigen Lötstellen erwärmt werden, während die auf den Seitenflächen des Rahmens liegenden paarigen Lötstellen ihre Temperatur beibehalten, so entsteht in den Lötstellen die Quelle eines elektrischen Stromes, der durch einen Ausschlag am Galvanometer nachgewiesen werden kann. Innerhalb gewisser Grenzdifferenz der paarigen und der unpaarigen Lötstellen der Thermosäule. Da man nun mit dem Galvanometer die Stärke eines elektrischen Stromes mißt, so kann man mittelbar auch die Erhöhung der Temperatur der unpaarigen Lötstellen gegen die paarigen Lötstellen und damit auch die Menge der an den Lötstellen absorbierten Strahlungsenergie messen, wenn diese Lötstellen mit Ruß geschwärzt sind. Die zur Rußschicht verwandten Metalldrähte sind nur sehr dünn (etwa 0,1 mm Durchmesser), daher ist die Wärmekapazität der Lötstellen sehr klein, und infolgedessen nehmen sie in sehr kurzer

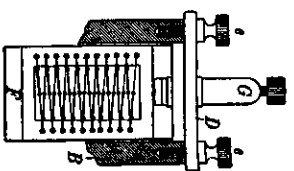


Fig. 1071.  
Rubenssche  
Thermosäule.

1) Eine Metalllegierung aus Nickel, Kupfer und Zink.

Zeit die Temperatur an, die der absorbierten Energiemenge entspricht. Die Messung der Stärke eines elektrischen Stromes ist mit einer sehr großen Genauigkeit ausführbar; folglich ist auch die Temperaturmessung mit der Thermosäule außerordentlich genau. Dazu kommt ferner noch der Vorteil, daß die Reihe der Lötstellen nur sehr schmal ist; man kann daher einen kleinen Bezirk des Spektrums für sich, getrennt vom übrigen Spektrum, untersuchen. Die Verwendbarkeit des Bolometers (§ 368, 5.) beruht darauf, daß sich der elektrische Widerstand der meisten Körper ändert, wenn sich ihre Temperatur ändert. So wird z. B. der Widerstand eines Eisendrahtes bei einer Erhöhung der Temperatur von 150° C auf 160° C um fast 0,5% vergrößert.

Zur Herstellung eines linearen Bolometers verwendet man einen geschwärzten Platinblechstreifen von etwa 1 cm Länge, 1 mm Breite und 0,0001 mm Dicke, der einen elektrischen Widerstand von ungefähr 5 Ohm hat. Wird dieser in einem kleinen Rahmen gespannte Streifen von Lichtstrahlen getroffen, so absorbiert er die Strahlen und verwandelt ihre Energie in Wärmeenergie, die fast augenblicklich die Temperatur dieses dünnen Streifens und damit auch seinen elektrischen Widerstand erhöht. Die Messung des elektrischen Widerstandes kann mit großer Genauigkeit ausgeführt werden. Folglich kann auch die Temperaturerhöhung und damit auch die absorbierte Strahlungsenergie genau gemessen werden. Die geringe Breite des Platinbändchens gestattet endlich die Untersuchung eines eng begrenzten Spektralgebietes unabhängig von seiner Nachbarschaft.

4. Energieverteilung im Spektrum. Zur Untersuchung der Energieverteilung in einem Spektrum muß man dieses mittels solcher Körper herstellen, die für alle von der Strahlungsquelle gelieferten Strahlen möglichst vollkommen durchlässig sind, die also weder die sichtbaren Strahlen, noch die ultravioletten, noch die infraroten Strahlen schwächen. Linsen und Prismen aus Glas, die fast nur für die Strahlen des sichtbaren Spektrums durchlässig sind, sind daher nicht brauchbar. Statt der Sammellinsen verwendet man Hohlspiegel aus Silber, und als Stoff für die Prismen verwendet man besonders Steinsalz, Flußspat oder Sylvin (natürliches Chlorkalium). Besonders ist das Sylvin gut brauchbar, da es die Strahlen vom äußersten Ultraviolett bis zu Strahlen von der Wellenlänge  $\lambda = 2\mu = 0,002$  mm fast ungeschwächt hindurchläßt.

Man bringt die lineare Thermosäule oder das lineare Bolometer in

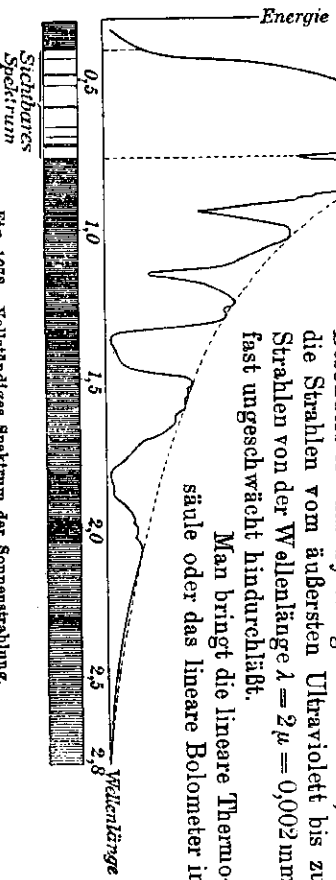


Fig. 1073 Vollständiges Spektrum der Sonnenstrahlung.

die einzelnen Spektralbezirke und mißt von Stelle zu Stelle die Strahlungsenergie. Darauf rechnet man die Beobachtungsergebnisse auf ein Spektrum, das wie das Beugungsspektrum (Fig. 984 unten auf Tafel II) proportional mit der Wellenlänge ausgedehnt ist, bei dem also auf denselben Unterschied der Wellenlängen dieselbe Breite entfällt (normales Spektrum).

Trägt man noch die von gleich breiten Streifen des normalen Spektrums ausgestrahlte Energiemenge über dem Spektrum als Ordinate auf, so entsteht für das Sonnenspektrum die in Fig. 1072 abgebildete Kurve, die von Langley<sup>1)</sup> (1886) zuerst auf bolometrischem Wege festgestellt ist.

Aus dieser Kurve erkennt man:

a) Das Energiemaximum des Sonnenspektrums liegt bei der Wellenlänge  $\lambda = 0,55\mu$  bis  $0,60\mu$ , also im gelben Bezirke des Spektrums.

b) Das Sonnenspektrum erstreckt sich nach beiden Seiten über die Grenzen des sichtbaren Spektrums hinaus. Besonders nach der Seite der langwelligeren Strahlen ist es weit ausgedehnt. Wendet man die Bezeichnung der akustischen Intervalle auch auf die optischen Erscheinungen in sinngemäßer Weise an, demart, daß man z. B. den Umfang eines Spektralbezirkes zwischen einer bestimmten Wellenlänge und ihrem doppelten Betrage eine Oktave nennt, so erstreckt sich das sichtbare Spektrum mit den Wellenlängen (§ 360)  $\lambda = 0,4\mu$  bis  $0,8\mu$  über eine Oktave. Das ultraviolette Spektrum des Sonnenlichtes mit den Wellenlängen von  $0,3\mu$  bis  $0,4\mu$  umfaßt eine Quarte; das infrarote Spektrum mit den Wellenlängen  $0,8\mu$  bis  $2,8\mu$  umfaßt etwas weniger als zwei Oktaven, und das ganze Sonnenspektrum dehnt sich über etwas mehr als 3 Oktaven aus. Es ist höchst wahrscheinlich, daß das Sonnenspektrum sowohl nach der Seite des Ultraviolett wie des Infrarot weiter ausgedehnt ist, als wir es beobachten können, daß aber die Strahlen jenseits des von uns beobachteten Sonnenspektrums von der Erdatmosphäre absorbiert und zerstreut werden. Das gilt in erster Linie von den ultravioletten Strahlen, die schon in verhältnismäßig dünnen Schichten der Luft, mehr aber noch in solchen von Kohlendioxyd und von Wasserdampf eine erhebliche Absorption erfahren.

c) Die Fraunhofersehen Linien sind Stellen des Spektrums, in denen die Strahlungsenergie wesentlich unter den Wert hinuntergeht, der eigentlich ihrer Stellung im Spektrum entspricht. Die Fraunhofersehen Linien kommen sowohl im sichtbaren Spektrum, wie auch in den unsichtbaren Teilen des Spektrums vor. Die den Fraunhofersehen Linien entsprechenden Spektralbezirke sind Absorptionsstreifen, die von der Absorption der Strahlen in der Sonnenatmosphäre und in der Erdatmosphäre herrühren.

5. Die längsten Wärmestrahlen. Rubens ist es geglückt, noch Wärmestrahlen nachzuweisen und der Messung zugänglich zu machen, deren Wellenlänge  $100\mu = 0,1$  mm, ja sogar über  $300\mu = 0,3$  mm beträgt. Dadurch wird

1) S. P. Langley (1834—1905), Meteorologe der Alleghany-Sternwarte auf dem Mount Whitney, hat 1880 das Bolometer erfunden und nachher so vervollkommenet, daß er noch  $10^{-8}$  Grad C. Temperaturdifferenz messen konnte; sogar die Lichtstrahlung eines Leuchtkäfers konnte dem Energiebetrage nach damit bestimmt werden.

der Bereich aller uns bis jetzt zugänglichen Licht- und Wärmestrahlen auf  $\lambda = 0,02 \mu$  (§ 361) bis  $300 \mu$ , also etwa 14 Oktaven ausgedehnt. Das Verfahren von Rubens besteht darin, daß er die von einer Strahlungsquelle (z. B. einem Auerbrenner) ausgehenden Strahlen schräg auf eine Steinsalzplatte auffallen läßt. Die Platte reflektiert vorwiegend die langwelligen Strahlen von der Wellenlänge  $\lambda = 53,6 \mu$ , während sie die übrigen Strahlen zum größten Teil absorbiert oder hindurchläßt. Die reflektierten Strahlen werden dann wieder auf eine zweite, von hier auf eine dritte und auf eine vierte Platte geleitet und von diesen reflektiert. So gelingt es, eine einzelne Wellenart (beim Steinsalz von der Wellenlänge  $\lambda = 53,6 \mu$ ) fast völlig rein aus dem ganzen Strahlungsbereiche auszusondern und zu untersuchen. Rubens hat die so erhaltenen Strahlen Reststrahlen genannt. Das Spektrum der Reststrahlen besteht meist aus zwei Streifen; die des Steinsalzes haben die Wellenlänge  $\lambda = 53,6 \mu$  und  $46,9 \mu$ , die des Stryvins die Wellenlänge  $\lambda = 61,6 \mu$  und  $69,9 \mu$ . Die Reststrahlen von Jodkalium haben die Wellenlänge  $96,7 \mu$ .

Noch langwelligere Strahlungen konnte Rubens nachweisen und messen, wenn er die Strahlung eines Glühstrumpfs oder einer anderen Strahlungsquelle auf eine Quarzlinse fallen ließ. Es stellte sich heraus, daß für äußerst langwellige Strahlen Quarz anomale Dispersion (§ 311) zeigt, indem diese Strahlungen stärker gebrochen werden wie die violetten sichtbaren. Der Brennpunkt der langwelligen Strahlungen liegt also von den Brennpunkten der anderen Strahlungen getrennt, und dadurch können die langwelligen Strahlungen von den übrigen ausgesondert werden. Setzt man in den Vereinigungspunkt der langwelligen Strahlen eine enge Blende, so werden die kurzwelligeren Strahlen auf dieser aufgefangen, da sie noch nicht zur Vereinigung gekommen sind. Dieser Aussonderungsvorgang kann mehrmals wiederholt werden, indem die Blendenöffnung als Lichtquelle für eine andere Quarzlinse benutzt wird. Die Wellenlänge des so ausgesonderten Wellenbereiches wurde dann durch Interferenz bestimmt. Als größte Wellenlänge konnte Rubens mit dieser Methode in der Strahlung einer Quecksilberquarzlampe eine solche von  $343 \mu$  oder rund  $\frac{1}{3}$  mm nachweisen (1912).

### § 366. Das dynamische Gleichgewicht der Temperatur.

Nach der kinetischen Wärmetheorie besteht die einem Körper innewohnende Wärme in einer schwingenden Bewegung seiner Moleküle und Atome, und die Energie dieser Bewegung ist die in dem Körper enthaltene *Wärmemenge*. Befindet sich nun ein warmer Körper von beliebiger Temperatur in einem luftleeren Raume, in dem also seine Wärme weder durch Leitung noch durch Konvektion fortgeführt werden kann, so übertragen die schwingenden Moleküle einen Teil ihrer Bewegungsenergie auf den umgebenden Äther, der sie wellenförmig mit Lichtgeschwindigkeit fortführt: der Körper strahlt Wärme aus (§ 370). Dasselbe findet statt, wenn ein Körper Lichtwellen aussendet, da ja nach der Ausführung des vorigen Paragraphen

die Licht- und Wärmewellen im inneren Wesen dasselbe sind und sich nur durch ihre Wellenlänge voneinander unterscheiden.

Die Ätherwellen können nun entweder einen anderen Körper treffen, an dem sie ihre Energie abgeben, oder sie strahlen in den unendlichen Raum aus und gehen demnach für uns verloren. Im letzteren Falle müßte der strahlende Körper allmählich seine ganze molekulare Bewegungsenergie, also seine ganze Wärme verlieren. Dieser Fall kommt aber in der Wirklichkeit niemals vor, da der Raum, in dem sich die von uns beobachtbaren Körper befinden, immer begrenzt ist. Wir wollen nun einen möglichst einfachen Fall annehmen, nämlich den, daß sich der strahlende Körper, den wir uns der Einfachheit halber als kugelförmig und homogen vorstellen wollen, im Mittelpunkt eines luftleeren Hohlraumes befindet, der von einer kugelförmigen, für Strahlen undurchlässigen Hülle begrenzt wird. Dann treffen die vom Körper ausgehenden Ätherwellen die Hülle und geben an diese wieder ihre Energie ganz oder teilweise ab, d. h. sie erwärmen die Hülle. Gleichzeitig strahlt die Hülle ihre Wärme in das Innere in der Form von Ätherwellen aus, die den im Hohlraume befindlichen Körper treffen. Nach einiger Zeit hat dann der Körper die Temperatur der Hülle angenommen, und von nun an bleibt seine Temperatur beständig. Von diesem Zeitpunkt an ist die vom Körper ausgestrahlte (emittierte) Energiemenge gleich der dem Körper eingestrahlt und von ihm absorbierten Energiemenge.

Für den Endzustand ist es nun ganz gleichgültig, von welcher Art der Körper ist und welche physikalische Beschaffenheit seine Oberfläche hat. Das Temperaturgleichgewicht ist dadurch bedingt, daß die vom Körper emittierte Strahlungsenergie gleich der vom Körper absorbierten Strahlungsenergie ist. Wir sehen nach dieser Darstellung das Temperaturgleichgewicht nicht als einen Ruhezustand an, sondern als einen Austausch der Energie des Körpers mit seiner Hülle dertat, daß die Temperatur des Körpers unverändert bleibt. In diesem Sinne können wir von einem *dynamischen Gleichgewichte* der Temperatur reden. Diese Darstellung ist zuerst von Prévost<sup>1)</sup> gegeben und jetzt allgemein angenommen worden.

Ist der in der Hülle befindliche Körper ein vollkommen schwarzer Körper im Sinne des vorigen Paragraphen, so absorbiert er die ganze, ihm treffende Strahlungsenergie und setzt sie in Bewegungsenergie seiner eigenen Moleküle und Atome um. Setzen wir in Übereinstimmung mit dem vorigen Paragraphen die ganze, ihm treffende Strahlungsenergie gleich „ein Erg“, so ist sein Reflexionsvermögen  $R = 0$  und sein Durchlassungsvermögen  $D = 0$ ; dagegen ist sein Absorptionsvermögen  $A = 1$ .

Die Menge der vom Körper emittierten Strahlungsenergie hängt von seiner Temperatur ab; sie ist auch für die verschiedenen Wellenlängen verschieden; also muß auch die Menge der von ihm absorbierten Energie von denselben Faktoren abhängen, da sie ja im besprochenen Falle gleich der Menge der emittierten Strahlungsenergie ist.

1) C. Prévost (1787—1865), Franz. Geologe.

Wir wollen jetzt den vollkommen schwarzen Körper in der Mitte der Hülle durch einen beliebigen andern, z. B. durch eine Kugel mit farbiger Oberfläche ersetzen. Dieser Körper absorbiert nur einen ganz bestimmten Bruchteil der ihm zugestrahlten Energie; sein Absorptionsvermögen sei  $A = \eta$ , wo  $\eta$  einen echten Bruch bedeutet. Da nun dieser Körper in derselben Hülle ebenfalls eine beständige Temperatur annimmt, die mit der Temperatur des schwarzen Körpers im ersten Falle übereinstimmen möge, so folgt, daß auch hier beim Wärmeleichgewicht die Menge der absorbierten Energie mit der Menge der emittierten Energie übereinstimmen muß. Das muß für jede Strahlenart gelten. Das heißt:

*Ein Körper sendet im Falle des Wärmeleichgewichtes genau die Strahlen aus, die er absorbiert.*

Diese Beziehung gilt natürlich nur unter der Voraussetzung, daß die vom Körper absorbierte Strahlung vollständig in die Bewegungsenergie der schwingenden Moleküle des Körpers, also in Wärme umgewandelt wird, und daß die Quelle der vom Körper ausgesandten Strahlung die dem Körper auf Grund seiner molekularer Bewegung inwohnende Wärme enge ist. Findet bei der Absorption der Strahlung eine Umwandlung in eine andere Energieform statt, oder hat die emittierte Strahlung ihre Quelle in einer von Wärme verschiedenen Energieform, treten also z. B. bei der Strahlung Umwandlungen von chemischer Energie in Strahlung, oder von strahlender Energie in chemische Prozesse ein, so hat unsere Überlegung keine Gültigkeit mehr.

### § 367. Kirchhoffs Satz von der Emission und Absorption der Strahlung durch einen Körper.

1. Das Gesetz von Kirchhoff. Wir wollen, wie im vorigen Paragraphen, annehmen, ein vollkommen schwarzer Körper befinde sich im Mittelpunkt einer luftleeren, vollkommen schwarzen Hülle; jedoch wollen wir dem Körper dauernd Wärmeenergie zuführen und die Hülle selbst dauernd abkühlen, so daß trotz der gegenseitigen Strahlung sowohl die Temperatur  $T$  des Körpers, wie auch die Temperatur  $T_0$  der Hülle unverändert bleibt. Das können wir etwa dadurch ausgeführt denken, daß wir im Innern des Körpers eine Platindrahtspirale unterbringen, die durch einen elektrischen Strom dauernd erhitzt wird, und daß sich die Hülle in einem Wasserbade von unveränderlich gehaltener Temperatur befindet.

Da die Temperatur des im Mittelpunkte der Hülle befindlichen Körpers höher ist als die der Hülle selbst, so muß die Menge der vom Körper emittierten und durch Strahlung an die Hülle abgegebenen Energie größer sein als die von der Hülle ausgehende und im Körper absorbierte Energiemenge. Nennen wir die Menge der emittierten Strahlung  $E$  und das Absorptionsvermögen des schwarzen Körpers  $A$ , so ist  $\frac{E}{A} = F$  eine von der Wellenlänge  $\lambda$  der emittierten Strahlung und von der Temperatur des Körpers und der Hülle

abhängige Funktion. Wir können daher schreiben

$$\frac{E}{A} = F(\lambda; T, T_0).$$

Setzen wir wie früher die gesamte den Körper treffende Energiemenge gleich  $1 \text{ Erg}$ , und bezeichnen wir mit dem Namen „Absorptionsvermögen“ den Bruchteil  $A$  derjenigen auf den Körper fallenden Energie, der vom Körper absorbiert wird, so ist für den schwarzen Körper, der ja die ganze auf ihn fallende Strahlungsenergie absorbiert,  $A = 1$ . Somit vereinfacht sich in diesem Falle die Gleichung zu  $E = F(\lambda; T, T_0)$ . Vereinfachen wir unsere Betrachtung weiter dadurch, daß wir die Hülle auf den absoluten Nullpunkt abgekühlt denken, so wird endlich

$$E = F(\lambda; T).$$

Wir denken uns jetzt den im Innern der Hülle befindlichen schwarzen Körper durch einen Körper ersetzt, der nur einen Teil aller auf ihn fallenden Strahlen absorbiert. Im übrigen lassen wir die Anordnung unverändert. Wir sorgen also wieder dafür, daß der innere Körper dauernd die Temperatur  $T$  und die Hülle der Temperatur  $T_0$  behält. Ist die Menge der jetzt vom Körper emittierten Strahlungsenergie  $e$ , und sein Absorptionsvermögen  $a$ , wobei wir das Absorptionsvermögen wieder auf die ganze den Körper treffende Strahlungsmenge als Einheit beziehen, so besteht eine Gleichung

$$\frac{e}{a} = f(\lambda; T, T_0).$$

Für den Fall, daß die Hülle die Temperatur des absoluten Nullpunktes,  $T_0 = 0$ , hat, vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\frac{e}{a} = f(\lambda; T).$$

Für einen andern Körper, für den die entsprechenden Größen  $e_1$  und  $a_1$  lauten, besteht eine Gleichung

$$\frac{e_1}{a_1} = f_1(\lambda; T).$$

Kirchhoff hat nun in den Jahren 1859 und 1862 theoretisch nachgewiesen, daß die beiden Funktionen  $f$  und  $f_1$  für alle Körper übereinstimmen. Hieraus folgt, daß die für den schwarzen Körper oben mit  $F$  bezeichnete Funktion hiermit auch übereinstimmt.

In mathematischen Zeichen dargestellt heißt das

$$\frac{e}{a} = \frac{e_1}{a_1} = F.$$

Dieser Satz heißt das Kirchhoffsche Gesetz von der Emission und Absorption der Wärmestrahlen. Es heißt in Worten:

*Das Verhältnis der Emission der Wärmestrahlung zur Absorption der Wärmestrahlung ist eine für alle Körper gleiche Funktion der Wellenlänge und der absoluten Temperatur, und diese Funktion ist gleich der Emission der Wärmestrahlung des vollkommen schwarzen Körpers.*



2. Beweis. Der Kirchhoffsche Satz beruht auf dem zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie. Für einen Sonderfall läßt sich der Beweis dafür leicht erbringen. Denken wir uns zwei Platten aus den Stoffen mit den Emissionsvermögen  $e$  und  $e_1$  und von der absorptionsvermögen  $a$  und  $a_1$  so gegenübergestellt, daß alle Strahlungen, die von der einen Platte ausgehen, die andere Platte treffen, so darf sich bei ursprünglicher Gleichheit der Temperatur nach dem zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie keine Platte durch die Zustrahlungen gegenüber der anderen erwärmen. Die erste Platte strahlt nun der zweiten die Energie  $e$  zu, von welcher diese den Bruchteil  $a_1 \cdot e$  absorbiert, während der Bruchteil  $e(1 - a_1)$  reflektiert wird. Dieser zweite Bruchteil trifft rückwärts auf die erste Platte. Diese absorbiert den Anteil  $e(1 - a_1)a$  und reflektiert den Anteil  $e(1 - a_1)(1 - a)$ . Dieser letzte Bruchteil strahlt nun wieder der zweiten Platte zu, und das Spiel von Absorption und Reflexion wiederholt sich fortgesetzt weiter. Der von der ersten Platte der zweiten zugestrahelte und von dieser insgesamt absorbierte Energiebetrag ist also

$$e a_1 + e a_1 (1 - a_1) + e a_1 (1 - a_1)^2 (1 - a)^2 + \dots$$

Das ist eine geometrische Reihe mit unendlicher Gliedzahl. Da  $(1 - a_1)(1 - a)$  ein echter Bruch ist, muß die Summe der Reihe sein  $\frac{e a_1}{1 - (1 - a_1)(1 - a)}$ . Die zweite Platte strahlt nun der ersten den Energiebetrag  $e_1$  zu, von welchem die erste Platte den entsprechenden Betrag  $\frac{e_1 a}{1 - (1 - a_1)(1 - a)}$  absorbiert. Der Anteil

$$e_1 \frac{a}{1 - (1 - a_1)(1 - a)}$$

wird also von der ersten Platte reflektiert; es muß das der Anteil sein, den die zweite Platte von ihrer eigenen Strahlung bei der wiederholten Hin- und Herreflexion absorbiert. Der Gesamtbeitrag der Absorption der zweiten Platte ist daher  $\frac{e_1 a}{1 - (1 - a_1)(1 - a)}$ . Damit die Platte nach dem zweiten Hauptsatz sich nun weder erwärmt noch abkühlt, müssen die absorbierte und emittierte Energie genau einander gleich sein. Es gilt also:

$$\frac{e a_1}{1 - (1 - a_1)(1 - a)} - \frac{e_1 a}{1 - (1 - a_1)(1 - a)} + e_1 = e,$$

oder  $e a_1 = e_1 a$  und  $\frac{e}{a} = \frac{e_1}{a_1}$ .

3. Folgerungen. Wir formen die obige Gleichung um und schreiben:

$$e(\lambda, T) = a(\lambda, T) \cdot E(\lambda, T).$$

Da  $a(\lambda, T)$  sicher kleiner als Eins ist, so folgt hieraus:

*Ein vollkommen schwarzer Körper hat ein Emissionsvermögen, das größer ist als das irgendeines anderen Körpers.*

Bestimmen wir daher die Emission irgendeines Körpers bei einer gegebenen Temperatur und tragen ihren Wert als Ordinate einer Kurve auf, deren Abszissen die Wellenlängen sind, so muß diese Kurve ganz innerhalb derjenigen liegen, die für die Emission des schwarzen Körpers gilt.

Schreiben wir ferner  $a(\lambda, T) = e(\lambda, T) : E(\lambda, T)$

und wenden wir diese Gleichung für eine bestimmte unveränderliche Wellenlänge  $\lambda$  an, so können wir in diesem Falle auch schreiben

$$a(T) = e(T) : E(T).$$

Hieraus folgt, daß für jeden endlichen und von Null verschiedenen Wert von  $e$  auch  $a$  einen endlichen und von Null verschiedenen Wert haben muß; denn der Fall  $E = 0$  ist ausgeschlossen, weil die Emission des schwarzen Körpers immer größer als die eines anderen ist; der Fall  $E = \infty$  ist natürlich auch ausgeschlossen, da die Emission bei einer endlichen Wärmezufuhr für keine Wellenlänge unendlich groß werden kann. In Worten erhalten wir also den wichtigen Lehrsatz:

*Jeder Körper absorbiert (bei reiner Temperaturstrahlung) diejenigen Strahlen, die er bei der gegebenen Temperatur aussendet.*

4. Umkehr der Spektrallinien. Der letzte Satz ist von besonderer Bedeutung für die Erklärung der Fraunhoferschen Linien durch die Umkehrung der Spektrallinien (§ 310).

Wenn die vom positiven Lichttrater einer elektrischen Bogenlampe ausgehenden Lichtstrahlen zur Herstellung eines Spektrums verwandt werden, so entsteht ein kontinuierliches Spektrum, das keine durch belle oder dunkle Linien hervortretenden Maxima oder Minima zeigt. Läßt man aber das Licht durch glühenden Natriumdampf hindurchgehen, so entsteht im Spektrum dort eine (genauer zwei) dunkle Linie, wo der glühende Natriumdampf allein eine gelbe Linie erzeugen würde.

Wir wollen annehmen, der Lichttrater der Bogenlampe sei ein vollkommen schwarzer Körper, der nur infolge seiner hohen Temperatur  $T$  Licht aussendet. Ein von der Lichtquelle ausgehendes divergentes Strahlenbündel werde durch eine Sammellinse parallel gemacht und durchsetze dann ein mit glühendem Natrium getropftes Rohr. Die Temperatur des Natriumdampfes sei nach dem Eintreten des Strahlungsgleichgewichtes  $T'$ . Es werde ferner angenommen, daß der Natriumdampf nur infolge seiner hohen Temperatur Strahlen aussendet. Die von der Lichtquelle ausgehende und das Rohr durchsetzende Menge der Strahlungsenergie von der Wellenlänge  $\lambda$  sei  $E(\lambda, T)$ . Das Absorptionsvermögen des Natriumdampfes sei  $a(\lambda, T')$ . Wir nehmen an, daß der Natriumdampf keinen Teil der auf ihn fallenden Energie reflektiert, so daß demnach die ganze auf ihn fallende Menge der Strahlungsenergie  $E$  Erg nur in die beiden Bestandteile zerfällt

$$a(\lambda, T') + d(\lambda, T') = 1,$$

wo  $d(\lambda, T')$  die der Einheit entsprechende, durch den Dampf hindurchgelassene Strahlungsenergie bedeutet.

Dann zerfällt die vom Lichttrater in das Rohr gesandte Energie  $E(\lambda, T)$  in die beiden Bestandteile

$$E(\lambda, T') = E(\lambda, T) \cdot a(\lambda, T') + E(\lambda, T) \cdot d(\lambda, T').$$

Der erste Bestandteil wird vom Natriumdampf absorbiert, und nur der zweite Bestandteil verläßt das Rohr. Diesen Bestandteil können wir auch schreiben

$$E(\lambda, T) \cdot (1 - a(\lambda, T')).$$

Der Natriumdampf selbst emittiert nach dem Kirchhoffschen Satze eine Menge

1072 XVIII. Abschnitt. Die Strahlungsenergie und ihre Umwandlungen

von Strahlungsenergie von der Wellenlänge  $\lambda$ , die gleich der bei der gegebenen Temperatur  $T'$  absorbierten Energiemenge ist, also den Betrag:

$$e(\lambda, T') = E(\lambda, T) \cdot a(\lambda, T').$$

Hierin bedeutet  $E(\lambda, T)$  die Energiemenge, die der Dampf bei der Temperatur  $T'$  ausstrahlen würde, wenn er ein absolut schwarzer Körper wäre.

Die gesamte Strahlungsmenge von der Wellenlänge  $\lambda$ , die das Rohr verläßt, setzt sich zusammen aus dem durch das Rohr hindurchgehenden Betrage und dem vom Natriumdampf emittierten Betrage; sie ist demnach

$$S = E(\lambda, T) \cdot (1 - a(\lambda, T')) + E(\lambda, T') \cdot a(\lambda, T').$$

Wäre das Rohr frei von Natriumdampf, so wäre die Menge der das Rohr verlassenden Strahlungsenergie, da dann im Rohr weder eine Absorption noch eine Emission erfolgen würde, gleich  $E(\lambda, T)$ . Der Natriumdampf hat also die ursprüngliche Strahlungsmenge vermindert um

$$\begin{aligned} R &= E(\lambda, T) - [E(\lambda, T) \cdot (1 - a(\lambda, T')) + E(\lambda, T') \cdot a(\lambda, T')] \\ &= E(\lambda, T) \cdot a(\lambda, T') - E(\lambda, T') \cdot a(\lambda, T') \\ &= (E(\lambda, T) - E(\lambda, T')) \cdot a(\lambda, T'). \end{aligned}$$

Diese Größe bekommt den Wert Null, wenn  $T = T'$  wird, d. h. wenn die Temperatur der Lichtquelle gleich der Temperatur des Natriumdampfes ist. In diesem Falle würde also der Natriumdampf keinen Einfluß auf das erzeugte Spektrum haben: er würde sich verhalten wie ein vollkommen durchsichtiges Gas.

Wenn aber  $T > T'$  ist, wenn also die Temperatur der Lichtquelle höher als die des Natriumdampfes ist, so hat  $R$  einen positiven Wert, d. h. es tritt eine Verminderung der Strahlungsintensität für die Wellenlänge ein. Das besagt aber, daß der der Wellenlänge  $\lambda$  zukommende Teil des Spektrums, also die Natriumlinie, dunkler ist, als sie ohne den Natriumdampf sein würde.

Im Falle  $T < T'$  dagegen erhält  $R$  einen negativen Wert, d. h. die Intensität der Strahlung wird nicht vermindert, sondern vermehrt. Es würde also ein helles Aufleuchten der Natriumlinie eintreten, wenn der Natriumdampf heißer ist als die Lichtquelle.

§ 368. Das Stefan-Boltzmannsche Gesetz von der Gesamtstrahlung des schwarzen Körpers.

1. Das Drapersche Gesetz. Es ist ohne weiteres verständlich, daß die von einem Körper ausgesandte Strahlung mit der Erhöhung seiner Temperatur wächst. Die Versuche, aus der Abkühlungsgeschwindigkeit eines heißen Körpers ein Gesetz über die Ausstrahlung zu gewinnen, gehen auf Newton zurück, der sein in § 182, S. 574 erwähntes Abkühlungsgesetz aussprach, das aber nur für kleine Temperaturdifferenzen Gültigkeit hat. Draper<sup>1)</sup> schlug 1874 einen anderen Weg ein, indem er die Temperatur zu bestimmen suchte, bei der die Körper sichtbare Strahlen auszusenden beginnen (§ 309). Zu dem Zwecke erwärmt er kleine Stücke verschiedener Körper im Inneren einer einseitig geschlossenen eisernen Röhre. Hierbei

1) J. W. Draper (1811—1882), englischer Physiker.

§ 368. Das Stefan-Boltzmannsche Gesetz von der Gesamtstrahlung usw. 1073

findet er, daß alle Körper bei der gleichen Temperatur (von 525° C) sichtbare rote Strahlen auszusenden beginnen. Man hat diese Beobachtung lange Zeit unter dem Namen des Draperschen Gesetzes angegeben; aber man hat nicht beachtet, daß die Draperschen Beobachtungen bei Körpern vorgenommen worden sind, die in einem vollständig gleichmäßig temperierten Hohlraume zum Glühen gebracht wurden. Diese Körper verhalten sich aber wie vollkommen schwarze Körper (siehe unten); daher würde das Drapersche Gesetz nur aussagen, daß alle vollkommen schwarzen Körper bei derselben Temperatur beginnen, rotes Licht auszusenden. Hiermit ist nicht das angedrückt, was Draper glaubte, aus seinen Beobachtungen folgen zu können. Das Drapersche Gesetz hat daher heute keinerlei Bedeutung mehr.

2. Das Stefan-Boltzmannsche Gesetz. Die von vielen Forschern gemachten Versuche, ein Gesetz über die Abhängigkeit der Strahlung von der Temperatur durch Beobachtungen zu finden, wurden 1878 von Stefan<sup>1)</sup> einer eingehenden Prüfung unterworfen. Das Ergebnis dieser Prüfung war das von ihm zuerst ausgesprochene Gesetz.

Die Gesamtstrahlung eines Körpers ist proportional mit der vierten Potenz seiner absoluten Temperatur.

Boltzmann hat dann 1884 das Gesetz theoretisch abgeleitet und zugleich bewiesen, daß es nur für den vollkommen schwarzen Körper gilt. Seit der Zeit ist es unter dem Namen des Stefan-Boltzmannschen Integralgesetzes für die Strahlung des schwarzen Körpers bekannt. Nennt man die absolute Temperatur des schwarzen Körpers  $T$  und die Energie der Gesamtstrahlung  $S$ , so strahlt von der Flächeneinheit die Energie aus

$$S = \sigma \cdot T^4.$$

Das Gesetz ist dann von Lummer und Pringsheim (1897) und von Kurlbaum (1898) am schwarzen Körper für Temperaturen geprüft worden<sup>2)</sup>, die zwischen der Temperatur der flüssigen Luft und 2300° liegen. Die Beobachtungsergebnisse haben die Richtigkeit des Gesetzes in vollem Umfange bestätigt.

3. Der verwirklichte vollkommen schwarze Körper. Die genannten Forscher verwirklichten den schwarzen Körper unter Benutzung eines schon von Kirchhoff ausgesprochenen Satzes, den Lummer die Hohlraumtheorie Kirchhoffs nennt:

Wenn ein Raum von Körpern gleicher Temperatur umschlossen ist und durch diese Körper keine Strahlen hindurchdringen können, so ist ein jedes Strahlenbündel im Innern des Raumes seiner Qualität und Intensität nach gerade so beschaffen, als ob es von einem vollkommen schwarzen Körper derselben Temperatur herkäme, ist also unabhängig von der Beschaffenheit und Gestalt der Körper und nur durch die Temperatur bedingt.

1) J. Stefan (1835—1893), Prof. der Physik in Wien.

2) In der physikalisch-technischen Reichsanstalt, der damals die Genannten angehörten.

Kyranq, Göttingen, Physik. I. Große Ausgabe. 6. Aufl.

Lummer und Pringsheim schlossen nun, daß man auf Grund der Kirchhoffschen Hohlraumtheorie einen Körper gewinnen könne, durch den man die Strahlung eines idealen schwarzen Körpers in beliebiger Annäherung herstellen kann, indem man einen Hohlraum auf möglichst gleichmäßige Temperatur bringt und durch eine Öffnung seine Strahlung nach außen gelangen läßt.

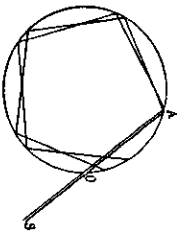


Fig. 1073. Weg eines Lichtstrahles im Hohlraum.

Um zu verstehen, daß sich ein solcher Hohlraum wie ein vollkommen schwarzer Körper verhält, denken wir uns eine Hohlkugel (Fig. 1073) z. B. aus Platin, die im Innern mit einem möglichst gut die Strahlen absorbierenden Überzuge aus Ruß, Platinmohr oder dgl. beschichtet ist. Diese Kugel habe bei  $O$  eine Öffnung, in die nun in der Richtung von  $S$  aus ein Strahlenbündel eintreten möge. Dieses Strahlenbündel trifft die Wandung der Hohlkugel zuerst bei  $A$ , wird hier zum Teil absorbiert, zum Teil aber reflektiert. Der reflektierte Teil trifft darauf die Wandung ein zweites Mal, wird hier wieder zum Teil absorbiert, zum Teil reflektiert. So wiederholt sich der Vorgang sehr oft, ehe ein Teil des Strahlenbündels die Öffnung wieder erreichen wird. Dieser Teil wird aber so weit verringert sein, daß er überhaupt nicht mehr wahrnehmbar ist.

Man erkennt den Unterschied zwischen der Schwärze eines solchen Hohlraumes und gewöhnlicher schwarzer Farbe sehr gut schon dann, wenn man eine Zigarrenkiste außen und innen schwarz annagt und in die eine Seitenwand der allseitig geschlossenen Kiste ein Loch macht; das Loch erscheint im Vergleiche zu den äußeren Seitenwänden tief schwarz.

Zur Verwirklichung des schwarzen Körpers benutzten Lummer und Pringsheim doppelwandige Gefäße, deren Zwischenraum durch den Dampf siedenden Wassers, durch Eis, flüssige Luft oder durch ein Flüssigkeitsbad auf überall gleichmäßiger Temperatur erhalten wurde. Für höhere Temperaturen benutzten sie ein im Innern geschwärztes Porzellanrohr, das durch einen elektrischen Ofen gleichmäßig erhitzt wurde, oder sie verwandten ein Rohr, dessen Wänden geleiteten elektrischen Strom bis auf  $2300^{\circ}$  abs. erhitzt wurden. Bei allen ihren Versuchen fanden sie die Beobachtungen in voller Übereinstimmung mit dem Stefan-Boltzmannschen Gesetze über die Gesamtstrahlung.

4. Die Strahlungskonstante. Kurlbaum hat dann 1898 die Konstante im Stefanischen Gesetze nach einer hier nicht weiter zu beschreibenden Methode gemessen; er bestimmte sie zu

$$\sigma = 5,32 \cdot 10^{-12} \text{ Watt. cm}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}.$$

Hierin bedeutet  $\sigma$  die Energiemenge, welche  $1 \text{ cm}^2$  eines vollkommen schwarzen Körpers von der absoluten Temperatur  $1^{\circ}$  in 1 sec gegen einen Körper von der absoluten Temperatur Null strahlt. Der Zahlenwert für  $\sigma$  läßt sich experimentell nur sehr schwierig mit der für gewisse theoretische Folgerungen wünschenswerten Genauigkeit feststellen; der letzte (1912) in der

physikalischen Reichsanstalt (W. Westphal) gemessene Wert ist  $5,54 \cdot 10^{-12}$ , während W. Gerlach nach Messungen, die im Tübinger Institut ausgeführt wurden, 1916 den Wert  $5,85 \cdot 10^{-12}$  fand. Theoretische Beziehungen der Stefanischen Konstanten  $\sigma$  zu meßbaren Größen in anderen Gebieten der Physik lassen als genauen Wert  $\sigma = 5,72 \cdot 10^{-12}$  erwarten (Millikan); in der Tat konnte 1916 W. W. Co blentz diesen Wert als Endergebnis einer langen im Bureau of Standards in Washington angestellten experimentellen Untersuchung mitteilen.

5. Das Flächenbolometer. Als Meßinstrument findet bei den Strahlungsmessungen allgemein das Bolometer (§ 365, 3.) Anwendung, das für diese Versuche als Flächenbolometer hergestellt wird. Fig. 1074 zeigt die Abbildung eines solchen Flächenbolometers in halber natürlicher Größe; es wird nach dem Verfahren von Lummer und Kurlbaum auf folgende Weise hergestellt:



Fig. 1074. Platinblechstreifen des Flächenbolometers.

Ein Platinblech wird mit einem 10mal so dicken Silberbleche zusammengesweißt und dann so lange ausgewalzt, bis das zusammengesweißte Blech die Dicke von etwa  $0,001 \text{ mm}$  hat. Dann wird aus diesem dünnen Bleche mit Hilfe der Teilmaschine die in Fig. 1074 abgebildete Figur ausgeschnitten; nämlich eine Zickzackfigur, deren einzelne Streifen die Breite von  $1 \text{ mm}$  haben. Die ganze Fläche hat eine Seitenkante von  $3 \text{ cm}$ . Hierauf wird das Blech mit seinen Rändern auf einen Schiefertafelrahmen aufgekittet, und die äußersten Enden werden mit Kupferstreifen versehen, an die später die Stromleitung gelegt wird. Dann wird der ganze Apparat in Salpetersäure gebracht, die das Silber auflöst und eine Platinfolie von nur  $0,0001 \text{ mm}$  Dicke zurückläßt. Diese Streifen werden endlich mit Ruß oder Platinmohr überzogen. Zur Messung werden vier ungefähr gleiche Bolometer dieser Art in die vier Zweige einer Wheatstoneschen Brückenordnung eingeschaltet (Bd. II). Die in zwei einander diagonal gegenüberliegenden Zweigen liegenden Bolometer werden dicht nebeneinander angeordnet, und zwar so, daß das eine Bolometerpaar von den zu messenden Strahlen bestrahlt wird, während die beiden anderen auf einer bestimmten bekannten Temperatur gehalten werden. Die Widerstandsänderung wird dann gemessen.

Bei allen Strahlungsmessungen ist zu beachten, daß nicht nur die zu messende Strahlungsquelle Strahlen aussendet, sondern, daß auch das Bolometer, dem die Strahlen zugesandt werden, Strahlen aussendet. Man muß demnach auch die Temperatur des Meßbolometers kennen und die dadurch bedingte Strahlung von der zu messenden Strahlung abziehen. Hat z. B. die Strahlungsquelle die absolute Temperatur  $T$  und das Bolometer die absolute Temperatur  $T'$ , so hat man, wenn man das Stefan-Boltzmannsche Gesetz anwenden will, zu setzen

$$S = \sigma \cdot (T^4 - T'^4).$$

### § 369. Das Wiensche Verschiebungsgesetz.

Die Versuche, die Energieverteilung im Spektrum experimentell und theoretisch zu bestimmen und ein Gesetz über diese Verteilung aufzustellen, gehen schon weit zurück. Die Versuche Langleys (1886) und die von ihm

aufgefundene Energiekurve für das Sonnenspektrum, die in Fig. 1072 abgebildet ist, können als die ersten erfolgreichen Versuche angesehen werden.

Man hat das Problem theoretisch in der mannigfaltigsten Weise angefaßt. Den ersten Erfolg hatte W. Wien<sup>1)</sup> zu verzeichnen, der sich darauf beschränkte, die Wellenlänge derjenigen Strahlen zu berechnen, deren Energie bei einer gegebenen Temperatur einen höchsten Wert hat. Es gelang ihm 1893, auf theoretischem Wege den Satz abzuleiten:

*Die Wellenlänge der höchsten Strahlungsenergie eines bei der absoluten Temperatur  $T$  strahlenden Körpers ist mit dieser Temperatur umgekehrt proportional.*

Berechnet man mit  $\lambda_m$  die Wellenlänge der höchsten Strahlungsenergie und mit  $T$  die absolute Temperatur, bei der dieser höchste Wert auftritt, so gilt die Gleichung

$$\lambda_m \cdot T = \text{konst.}$$

Dieses Gesetz wird das **Wiensche Verschiebungsgesetz** genannt. Aus dem Gesetze geht hervor, daß sich der größte Wert der Strahlungsenergie mit der Erhöhung der Temperatur nach der Seite der kurzen Wellenlängen verschiebt.

Lummer und Pringsheim haben im Jahre 1899 dieses Gesetz durch bolometrische Versuche über die Strahlung der Körper eingehend geprüft und dasselbe in voller Übereinstimmung mit ihren Beobachtungsergebnissen gefunden. Es ist ihnen auch gelungen, die Konstante des Wienschen Verschiebungsgesetzes zu bestimmen. Sie erhielten für den vollkommen schwarzen Körper den Wert

$$\lambda_m \cdot T = 0,2940 \text{ cm} \cdot \text{grad}^2)$$

und für blankes Platin den Wert

$$\lambda_m \cdot T = 0,2630 \text{ cm} \cdot \text{grad.}$$

Durch die Verbindung des Wienschen Gesetzes mit dem Stefan-Boltzmannschen Gesetze kann man auch eine Formel für die Energie  $S_m$  dieser maximalen Strahlung ableiten, sie lautet:

$$S_m \cdot T^{-5} = \text{konst.}$$

Diese Formel hat natürlich nur Gültigkeit für die Strahlung des schwarzen Körpers, da das Stefan-Boltzmannsche Gesetz nur für diesen gilt.

Lummer glaubt aber auch aus den Versuchen eine dem Stefan-Boltzmannschen Gesetze entsprechende Formel ableiten zu können, die für blankes Platin gilt, sie lautet

$$S = c \cdot T^5,$$

in Worten: Die Gesamtstrahlung des blanken Platins ist der fünften Potenz der absoluten Temperatur proportional.

1) Wilhelm Wien, geb. 1864, o. Prof. der Physik in Würzburg, wurde 1920 als Nachfolger von Roentgen nach München berufen; er erhielt den Nobelpreis für Physik von 1911.

2) W. W. Coblentz in Washington, gebürtiger Deutscher, erhielt 1916 den (wie es scheint richtigeren) Wert  $0,2930 \text{ cm} \cdot \text{grad.}$

In Verbindung mit diesem Gesetze kann man dann das Wiensche Verschiebungsgesetz auch auf das blankes Platin anwenden und erhält so

$$S_m \cdot T^{-6} = \text{konst.}$$

### § 370. Die Energieverteilung im Spektrum der Temperaturstrahlung.

1. Die Plancksche Strahlungsformel. Die von M. Planck aufgestellte Formel

$$E(\lambda, T) = \frac{c^2 h}{\lambda^5 \left( e^{\frac{c h}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

steht mit den Strahlungsmessungen Lummers und Pringsheims am besten im Einklänge. Hierin bedeutet  $E(\lambda, T)$  die spezifische Intensität eines monochromatischen, geradlinig polarisierten Strahles von der Wellenlänge  $\lambda$ , der von einem auf der Temperatur  $T$  befindlichen schwarzen Körper senkrecht zur Oberfläche in das Vakuum ausgestrahlt wird;  $E \cdot d\lambda$  ist die Energie, die von  $1 \text{ cm}^2$  des schwarzen Körpers in den Raumwinkel  $1$  hineinstrahlt und einen Spektralbezirk der Größe  $d\lambda$  umfaßt. In der Formel, die Planck erst nach den experimentellen Arbeiten der genannten Forscher mit Hilfe tiefgründiger, neuartiger, theoretischer Überlegungen aufgestellt hat, bedeuten die Größen  $h$ ,  $k$  und  $c$  universelle Konstanten, deren Werte

$$h = 6,415 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec}^1), \quad k = 1,346 \cdot 10^{-16} \text{ erg} \cdot \text{grad}^{-1}$$

betragen, und worin  $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}^{-1}$  die Lichtgeschwindigkeit ist.

Die Strahlungsformel Plancks sowie die von diesem Forscher zu ihrer Ableitung benutzte neue Theorie decken wichtige Zusammenhänge auf, an die bis vor kurzem niemand dachte. Die neue Theorie scheint auf den verschiedensten Gebieten der Physik von der höchsten Bedeutung zu sein; sie bietet vor allem einen Schlüssel für die Physik des Atommern. Aus diesem Grunde sei eine kurze Ableitung der Strahlungsformel und der Theorie Plancks dargestellt.

2. Allgemeine Vorstellungen über den Lichtstrahlungsvorgang. Die Betrachtungen knüpfen zunächst an die Vorstellungen an, welche man heute vom Mechanismus des Strahlungsvorganges hat. Man denkt sich hierbei, daß kleinste, fast masselose, negative elektrische Ladungen, die sogenannten Elektronen (§ 359, 4), zum Inbegriff eines jeden materiellen chemischen Atomes gehören. Diese Elektronen führen um die massigen, elektrisch positiv geladenen Atomkerne, äußerst geringer Ausdehnung gegenüber den Abständen der Elektronen, Schwingungen aus und erzeugen dadurch fortschreitende Wellen im umgebenden Lichtäther (elektromagnetische Wellen, § 359), wie etwa vergleichsweise eine schwingende Violinsaita die von der Saitte ausstrahlenden Wellenzüge in der Luft hervorruft. Man hat sich im allgemeinen dabei die Elektronen in zwei Freiheitsgraden schwingend zu denken, das heißt um die Atomkerne kreisend, genau in der Weise, wie die Planeten die

1) Dieser Wert nach M. Planck, Theorie der Wärmestrahlung, Leipzig 1913. Der Wert scheint heute verbesserungsbedürftig. Nach den Messungen der Stefanischen Strahlungskonstanten durch W. W. Coblentz (S. 1076) würde folgen  $6,55 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec.}$

2) H. A. Millikan berechnet (1917) den Wert  $1,372 \cdot 10^{-16} \text{ erg} \cdot \text{grad}^{-1}$ .

Sonne umlaufen. Die von den Elektronen ausgehenden Wellenzüge der Lichtwellen stimmen in den Schwingungszeiten mit den Umlaufzeiten der Elektronen überein. Durch Tonwellen, welche von einer Violine ausgehen, wird die Bewegung der Saite gedämpft, weil die Saite von ihrer Bewegungsenergie Schallenergie an die Tonwellen abgibt. Genau so muß die Bewegung der schwingenden Elektronen abgebrannt werden, da die von ihnen ausgehende Lichtstrahlung Strahlungsenergie gegenüber der Bewegungsenergie der Elektronen mit sich fortführt. Wie nun durch die Bewegung des Violinbogens die Schwingungen der Saite aufrechterhalten werden können, indem der Bogen die von den Schallwellen fortgeführte Energie ersetzt, so kann die kinetische Energie der schwingenden Elektronen aus der Wärmeenergie der Moleküle ersetzt werden, indem z. B. stößende Moleküle eines Gases die Schwingungen immer von neuem anregen, wodurch dann die Bewegung der Warmemoleküle sich natürlich verlangsamt. Die Elektronen vermögen also Wärmeenergie in Strahlungsenergie zu verwandeln; durch die Strahlung wird der Wärmeinhalt des strahlenden Körpers geringer. Andererseits müssen aber die Elektronen die Eigenschaft besitzen, durch ankommende, auf sie auffallende Wellenzüge der ihnen zukommenden Schwingungsdauer in Mitschwingungen zu geraten, wie die Saiten eines Klaviers bei aufgehobener Dämpfung durch auffallende Töne in Resonanz versetzt werden. Die Elektronen wirken also auch als Resonatoren. Dabei absorbieren sie die auffallende Strahlungsenergie und vergrößern auf deren Kosten ihre Schwingungsenergie, das ist ihre kinetische und potentielle Energie. Übersteigt dabei ihre kinetische Energie im Mittel diejenige auffallender Gasmoleküle, so vermögen sie durch Stoß diesen von ihrer Energie mitzuteilen. Die resonierenden Elektronen verwandeln also strahlende Energie in Wärmeenergie; auffallende Strahlung erwärmt die Körper, denen die Resonatoren zugehören. Ganz im Sinne dieser Vorstellungen erklärt sich auch das Auftreten der dunklen Fraunhofer'schen Linien. Die Elektronen etwa der Natriumatomie vermögen nur in der Schwingungsdauer des Natriumlichtes zu schwingen. Sie senden daher Lichtstrahlung ihrer bestimmten Schwingungszahl aus, wenn sie in den Flammen durch Molekülstoß zum Schwingen angeregt werden. Fällt aber Strahlung von einer heißeren Quelle, z. B. der Sonne her, also intensivere Strahlung größerer Schwingungswerte, derselben bestimmten Farbe auf diese Elektronen, so absorbieren sie einen Teil dieser Strahlung durch den Resonanzvorgang und verwandeln die Strahlungsenergie in Wärme; das durch die kältere Natriumflamme gegangene Licht der heißeren Quelle ist also geschwächt, und zwar, wenn es mehrere Lichtarten enthält, im Spektrum nur an der Stelle des Natriumlichtes.

3. **Strahlung und Temperatur.** Da die Resonatoren Strahlung in Wärme und umkehrt Wärme in Strahlung zu verwandeln vermögen, so muß bei einer Wechselwirkung zwischen Strahlung und wärmebewegten Molekülen sich ein Gleichgewichtszustand einstellen. Um die Verhältnisse zu vereinfachen, wollen wir uns einen Hohlraum denken, dessen Wände nach innen vollkommen spiegelnd sind und der ein Gas enthält. In dem Hohlraum kann die eingeschlossene Strahlung dann nur von den Gasmolekülen und ihren Resonatoren beeinflusst werden. Das Gas nimmt durch Austausch der Wärmebewegung die Temperatur der Wände an. Die Strahlung wird für jede Temperatur einen anderen stationären Wert annehmen; bei höherer Temperatur wird die in der Raumeinheit enthaltene Strahlungsenergie größer sein. Nennen wir diese Strahlungsenergie in der Raumeinheit die Energiedichte der Strahlung, so muß diese Energiedichte eindeutig der Temperatur zugeordnet

sein. Gewissermaßen kommt der Wärmestrahlung eine bestimmte Temperatur je nach ihrer Energiedichte zu. Die Strahlung gleicht durch Resonanzschwingungen und Stoßschwingungen der Elektronen ihre Temperatur ähnlich mit der Temperatur des Gases an, wie sich die Temperatur des Gases mit der der Wandung durch Molekülstoß angleicht. Voraussetzung ist dabei natürlich, daß im Gase alle jene Resonatoren vorhanden sind, deren Schwingungszahlen auch in der Strahlung vorkommen. Ein Körper, der Strahlungen aller Schwingungszahlen absorbiert und damit auch emittieren kann, ist ein vollkommen schwarzer Körper; soll das Gas also mit der Strahlung jeder Schwingungszahl im Gleichgewichte stehen, so müssen wir uns denken, wir hätten ein vollkommen schwarzes Gas im Temperaturgleichgewichte mit der Strahlung. Eine Strahlung, welche mit irgendeinem vollkommen schwarzen Körper im Gleichgewichte ist, möge schwarze Strahlung heißen. In ihr muß die Strahlungsenergie in ganz bestimmter Weise auf das Spektrum, oder anders ausgedrückt, auf die einzelnen Schwingungszahlen  $\nu$  verteilt sein. Denn die Strahlung der Schwingungszahl  $\nu_1$  steht mit den Resonatoren der Schwingungszahl  $\nu_1$ , diese durch Vermittlung der Gasmoleküle mit den Resonatoren der Schwingungszahl  $\nu_2$  und diese schließlich mit der Strahlung der Schwingungszahl  $\nu_2$  in Energieaustausch. Daher muß sich zwischen der Energiedichte der Strahlung von  $\nu_1$  und der Strahlung von  $\nu_2$  ein ganz bestimmtes Gleichgewicht einstellen. Alle einfarbigen (monochromatischen) Einzelstrahlungen der schwarzen Strahlung sind dadurch ausgezeichnet, daß sie dieselbe Temperatur haben.

4. **Satz der gleichmäßigen Energieverteilung und seine Beschränkung.** Nach dem früher (S. 581) mitgeteilten und wiederholt benutzten Satz der gleichmäßigen Energieverteilung muß im thermodynamischen Gleichgewichte die Wärmeenergie im Mittel auf alle voneinander unabhängigen einzelnen Zustandsparameter der Wärmeenergie gleichmäßig verteilt sein, von denen die Energie quadratisch abhängt. Solche Zustandsparameter sind offenbar die Schwingungszahlen  $\nu$  der Resonatoren und der Strahlung (S. 582). Denn zwei Schwingungen verschiedener Schwingungszahlen sind voneinander vollkommen unabhängig, die Strahlung einer Schwingungszahl vermag sich nicht unmittelbar in solche anderer Schwingungszahl zu verwandeln. Jede zu einer Schwingungszahl gehörende Strahlung steht nur mit den Resonatoren gleicher Schwingungszahl in Wechselwirkung. Nach dem Satze von der gleichmäßigen Energieverteilung sollte daher zunächst einmal der mittlere Energiewert eines jeden Resonators gleich groß sein und dann auch jeder der in dem Hohlraum eingeschlossenen „Einzelstrahlungen“ derselbe Energiewert zukommen, wobei allerdings erst noch die Frage beantwortet werden müßte, auf welche Weise man die Einzelparameter der Strahlungen abzuzählen hätte, damit man in ähnlicher Weise angebare Zahlenwerte erhält, wie man die Anzahl der Moleküle oder der Resonatoren angibt. Eine solche Energieverteilung ist die unabwägbare Forderung des angeführten Maxwell-Boltzmann'schen Satzes der „klassischen“ Thermodynamik. Diese Forderung kann nun aber zweifellos in der Natur nicht erfüllt oder erfüllbar sein. Das ist ebenso unabwägsbar. Denn in einem vollkommen schwarzen Körper ist die Zahl der Resonatoren der voneinander unabhängigen Schwingungszahlen  $\nu$ , wie die Zahlen  $\nu$  selbst, nach oben hin unbegrenzt; ebenso sollen in einer „schwarzen“ Strahlung alle einfarbigen Einzelstrahlungen bis zu unbegrenzt hohen Schwingungszahlen vorhanden sein. Ein gegebener Energiebetrag an Strahlungsenergie kann aber nicht in endlicher Weise auf diese unbegrenzt vielen Einzelstrahlungen und ihre Parameterzahlen gleichmäßig verteilt sein. Würde der Satz der gleich-

näßigen Energieverteilung unbeschränkt auch für Schwingungsvorgänge in der Natur gelten, so wäre die unausbleibliche Folge, daß schließlich alle Wärmeenergie bei Herstellung des thermodynamischen Gleichgewichtes sich in Strahlungsenergie verwandelt, oder daß bei Herstellung des thermodynamischen Gleichgewichtes der Strahlungen untereinander die Strahlungsenergie auf Strahlungen immer größerer Schwingungszahl übergeht, so daß alle Energie schließlich vom äußersten Ultraviolett „aufgesaugt“ würde. In jedem ungestörten Spektrum müßte der Hauptanteil der Strahlungsenergie im äußersten kurzwelligen Ende liegen. Alles das widerspricht aber jeder Erfahrung. Der „klassische“ Satz der gleichmäßigen Energieverteilung kann also nicht unbeschränkt für Schwingungsvorgänge gelten, und zwar muß die Beschränkung bei hohen Schwingungszahlen notwendig sein.

6. Die Plancksche Theorie der Energiequanten. Um nun der Erfahrung gerecht zu werden und die Beschränkung des Satzes der gleichmäßigen Energieverteilung für Schwingungsvorgänge hoher Schwingungszahl vorzunehmen, hat M. Planck die in unsere Grundanschauungen tief eingreifende Hypothese von den Energiequanten erdacht (§ 183, S. 593). Für Schwingungsvorgänge, zunächst der Resonatoren, stellte er die (unsprüchliche) Hypothese auf: Resonatoren können nur einem Energiegehalt haben, welcher ein ganzzahliges Vielfaches der Energiemenge  $h \cdot \nu$  ist, wobei  $\nu$  die Schwingungszahl,  $h$  eine allgemeynliche Zahlengröße vom Werte  $6,54 \cdot 10^{-27}$  erg. sec. bedeutet. Es soll also die Energie der Resonatoren nicht mehr unbegrenzt teilbar, sondern nur in gewissen kleinsten Quanten, den Energiequanten, verfügbar sein, nämlich, wie erfahrungsmäßig die Materie nur in kleinsten Massenquanten, den Atomen, verfügbar ist. Diese Energiequanten  $h\nu$  sollen also nach der Arbeitshypothese Plancks sonderbarerweise ihre Größe proportional der Schwingungszahl der Resonatoren ändern.<sup>1)</sup> Eine Erklärung der Hypothese, etwa aus der Anordnung der Einzelteile im Aufbau des Atomes heraus, wird von Planck

1) Betrachtet man die Resonatoren als positiv elektrische Atomkerne, um welche die Elektronen herumkreisen, so können die Schwingungszahlen  $\nu$  der Resonatoren als die Umlaufzeiten  $\tau$  der Elektronen angesehen werden. Es ist dann  $2\pi\nu$  die Winkelgeschwindigkeit  $2\pi\nu \cdot \tau$  die fortschreitende Geschwindigkeit der Elektronen, wenn noch  $r$  der Halbmesser der Kreisbahn ist. Die kinetische Energie der Elektronen, die die Masse  $m$  haben müßten, wäre dann  $\frac{1}{2} \cdot 4\pi^2 \nu^2 r^2 \cdot m$ . Im Mittel ist die kinetische Energie einer harmonischen Schwingung gleich der potentiellen Energie (S. 110). Wäre das Elektron also an den Atomkern durch harmonische Kräfte gefesselt, so wäre die Gesamtenergie des Elektrons  $4\pi^2 \nu^2 r^2 \cdot m$ . Nach der ausgesprochenen Hypothese soll diese ein ganzzahliges Vielfaches von  $h \cdot \nu$ , also etwa  $n \cdot h \cdot \nu$  sein, worin  $n$  eine ganze Zahl ist. Damit wird  $4\pi^2 \nu^2 r^2 \cdot m = n \cdot h \cdot \nu$  und  $2\pi\nu \cdot r^2 \cdot m = \frac{n \cdot h}{2\pi}$ .

Diese Gleichung gestattet eine etwas befriedigendere Formulierung der Planckschen Quantenhypothese. Da  $m r^2$  das Trägheitsmoment des Elektrons,  $2\pi\nu$  seine Winkelgeschwindigkeit ist, so ist  $2\pi\nu \cdot m r^2$  das Impulsmoment der Drehbewegung (S. 154). Die Gleichung gibt somit folgende Formulierung der Hypothese an die Hand:

Das Impulsmoment kreisender Elektronen ist stets ein ganzzahliges Vielfaches der Größe  $\frac{h}{2\pi}$ . — In dieser Fassung erscheint die Hypothese der „Quanten“ besser gewählt,

da für alle Schwingungszahlen immer nur dasselbe Quant  $\frac{h}{2\pi}$  des Impulsmomentes in Frage kommt.

nicht versucht. Es scheint der Inhalt der Hypothese eine Grundeigenschaft der Atomwelt zu sein, wie sie sich aus den Wechselbeziehungen des Atomkernes zu den umkreisenden, planetarartigen Elektronen zusammensetzt. Sie steht mit den Grundvorstellungen der „klassischen“ Physik, die sich bisher in der Welt der endlichen (molaren) Körper bewährte, im Widerspruch; denn der Energiegehalt eines akustischen oder eines anderen nicht molekular-kleinen Resonators gilt als stetig und an keine Beschränkung in bezug auf seine Teilbarkeit gebunden. Man übersieht aber sofort, in welcher Weise die Plancksche Hypothese den Satz der gleichmäßigen Energieverteilung beschränken muß. Bei der außerordentlichen Kleinheit der Größe  $h$  wird für kleine  $\nu$  das Produkt  $h\nu$  auch äußerst kleine Werte annehmen. Da ein Resonator seinen Energieinhalt nun nur um den Betrag  $h\nu$  ändern kann, so entspricht bei genügender Kleinheit von  $\nu$  der Betrag  $h\nu$  einem beliebig kleinen Betrage der Änderung des Energieinhaltes, wie es in der klassischen Physik für stetige Energieverteilung gefordert wird. Die Hypothese herührt daher Resonatoren kleiner Schwingungszahlen nicht. Lassen wir  $\nu$  aber größer und größer werden, so muß sich ein Betrag  $h\nu$  angeben lassen, der die mittlere Energie eines Gasmoleküles bei der Wärmebewegung übersteigt. Ein Resonator einer solchen Schwingungszahl  $\nu$  wird also von einem Gasmoleküle nur äußerst selten Energie aufnehmen können, nämlich nur dann, wenn er einmal von einem Gasmoleküle getroffen wird, dessen Energie zufällig den Mittelwert weit überschreitet. Je höher demnach die Schwingungszahl  $\nu$  in dieser Größenordnung liegt, desto weniger werden Resonatoren dieser Schwingungszahl zur Strahlung beitragen; von einer gewissen Schwingungszahl an wird strahlende Energie nicht mehr anzutreffen sein. Steigt aber die Temperatur und damit die Energie der stobenden Gasmoleküle, so muß sich das Energiespektrum nach höheren Schwingungszahlen zu verschieben, wie es die Erfahrung auch fordert.

Der mittlere Energieinhalt eines Planckschen Resonators (Oszillators) wurde auf Grund der Lehre von den Energiequanten schon früher (§ 183, S. 597) angegeben. Die Ableitung fußte auf der Boltzmannschen Entropiedefinition (§ 168, S. 533) und der Berechnung der Wahrscheinlichkeit eines Verteilungszustandes, wenn ein in Quanten gegebener Größe aufgelöster Energiebetrag auf eine gegebene Anzahl von Energieträgern beliebig verteilt wird. Wir wollen hier einen anderen Weg einschlagen, um die Formel noch einmal zu gewinnen und unsere Betrachtungen an das Maxwell'sche Verteilungsgesetz der Molekulargeschwindigkeiten anzulehnen. Da zufolge einer früheren (§ 183, 2.) Bemerkung der berechnete mittlere Energieinhalt nur für einen materiellen Energieträger von einer Beweglichkeit in zwei Freiheitsgraden gilt, so sei zunächst eine Betrachtung über ein „zweidimensionales“ Gas eingeschoben.

6. Energieverteilungsgesetz für ein „zweidimensionales“ Gas. Die Bewegungen der Elektronen auf ihren Planetenbahnen haben zwei Freiheitsgrade. Wenn wir daher die Verteilung der Elektronengeschwindigkeiten untersuchen wollen, wie früher (S. 586) die Geschwindigkeiten bei einem Gase, so müssen wir die früheren Betrachtungen auf zwei Komponenten beschränken. Wir betrachten also etwa die Projektion der Moleküle eines Gases in der  $X$ - $Y$ -Ebene und führen die entsprechenden Überlegungen für ein solches zweidimensionales Gas durch. Es sei  $\nu$  die Geschwindigkeit eines gerade betrachteten Moleküles,  $\xi$  und  $\eta$  ihre Komponenten. Von den insgesamt  $n$  Molekülen habe dann die Anzahl  $dn = n f(\xi) \cdot d\xi$  eine Geschwindigkeitskomponente zwischen  $\xi$  und  $\xi + d\xi$ , die Anzahl  $dm = n \cdot f(\eta) \cdot d\eta$

eine Geschwindigkeitskomponente zwischen  $\eta$  und  $\eta + d\eta$ , wo  $f$  eine bisher unbekannte Funktion ist. Daher ist  $dn = n f(\xi) \cdot f(\eta) \cdot d\xi d\eta$  die Anzahl der Moleküle mit den Komponenten zugleich zwischen  $\xi$  und  $\xi + d\xi$  und  $\eta$  und  $\eta + d\eta$ . Denken wir uns nun alle  $\xi$  und  $\eta$  als zueinander rechtwinklige Koordinaten eines Systemes in eine Ebene eingetragen, so sind die durch die Wertepaare  $\xi, \eta$  dargestellten Punkte Endpunkte der Vektorstrecken  $v = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$  vom Koordinatenanfang an, welche in Größe und Richtung die Einzelgeschwindigkeiten  $v$  darstellen. Im Flächenelemente  $d\xi d\eta$  liegen  $dn = n \cdot f(\xi) \cdot f(\eta) \cdot d\xi d\eta$  Endpunkte solcher Geschwindigkeiten. Im Kreisringe  $2\pi v \cdot dv$  liegen die Endpunkte aller Geschwindigkeiten zwischen  $v$  und  $v + dv$ . Die statistische Anzahl dieser Geschwindigkeiten wie  $f$  bedeutet. Ist  $v \cdot d\varphi$  ein Streckenelement des Kreises mit dem Halbmesser  $v$ , so ist  $v \cdot d\varphi \cdot dv$  ein Flächenelement des Kreisringes. Die Anzahl der in ihm liegenden Endpunkte von Geschwindigkeiten zwischen  $v$  und  $v + dv$  verhält sich zur Gesamtzahl dieser Geschwindigkeiten wie die Größe des Flächenelementes zur Größe des Kreisringes. Daher ist  $dn = n \cdot F(v) \cdot dv \cdot \frac{v \cdot d\varphi \cdot dv}{2\pi v \cdot dv}$  die Anzahl der Geschwindigkeiten mit dem Endpunkte im Flächenelemente  $v \cdot d\varphi \cdot dv$ . Wir dürfen dieses Flächenelement in Polarkoordinaten nun als ebenso groß ansehen wie das Element  $d\xi d\eta$  in Streckenkoordinaten. Es sind dann die statistischen Zahlenwerte

$$f(\xi) \cdot f(\eta) = \frac{F(v)}{2\pi v} = \frac{F(\sqrt{\xi^2 + \eta^2})}{2\pi \sqrt{\xi^2 + \eta^2}}$$

einander gleich. Da rechts nur eine Funktion von  $\xi^2 + \eta^2$  auftritt, gilt als einzige Lösung für die Funktionalgleichung

$$f(\xi) = A \cdot e^{-\frac{\xi^2}{\alpha^2}}, \quad f(\eta) = A \cdot e^{-\frac{\eta^2}{\alpha^2}}, \quad F(v) = 2\pi v \cdot A^2 \cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}$$

Die Konstante  $A$  bestimmt sich hierin durch die Bedingung, daß, wenn man alle Teilwerte  $dn$  für alle Geschwindigkeitsbereiche von  $\xi = -\infty$  bis  $\xi = +\infty$  zusammennimmt, sich die Gesamtzahl  $n$  ergeben muß. Es gilt also

$$n = \int_{-\infty}^{+\infty} dn = \int_{-\infty}^{+\infty} n f(\xi) d\xi = n \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) d\xi$$

oder nach den Lehren der Integralrechnung

$$1 = A \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\xi^2}{\alpha^2}} d\xi = \alpha \cdot A \sqrt{\pi}; \quad A = \frac{1}{\alpha \sqrt{\pi}}$$

Damit wird  $dn = n F(v) dv = \frac{2\pi n v}{\alpha^2} \cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} dv$

die Anzahl der Moleküle zwischen  $v$  und  $v + dv$ . Der quadratische Mittelwert  $\bar{v}^2$  der Geschwindigkeiten berechnet sich, indem man alle Quadrate der Einzelgeschwindigkeiten addiert und durch die Gesamtzahl der betrachteten Moleküle dividiert. Nun haben  $dn$  Moleküle die Geschwindigkeit zwischen  $v$  und  $v + dv$ , also ebenso-

viele auch das Geschwindigkeitsquadrat  $v^2$ . Daher ist:

$$\bar{v}^2 = \frac{\sum v^2 \cdot dn}{n} = \frac{1}{n} \sum_0^{\infty} v^2 \frac{2\pi n v}{\alpha^2} \cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \cdot dv = \frac{2}{\alpha^2} \int_0^{\infty} v^3 \cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \cdot dv$$

$$= \alpha^2 \int_0^{\infty} \frac{v^2}{\alpha^2} \cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \cdot d\left(\frac{v^2}{\alpha^2}\right)$$

und nach Ausführung der Integration  $\bar{v}^2 = \alpha^2$ .

Ist nun, wie früher (S. 586), das mittlere Geschwindigkeitsquadrat eines dreidimensionalen Gases  $c^2$ , so ist das zweidimensionale mittlere Geschwindigkeitsquadrat  $\bar{v}^2 = \frac{2}{3} c^2$ . Damit kann die Gleichung für  $dn$  umgeformt werden zu

$$dn = \frac{n}{\frac{2}{3} c^2} \cdot e^{-\frac{v^2}{\frac{2}{3} c^2}} \cdot d\left(\frac{v^2}{\frac{2}{3} c^2}\right)$$

Erweitert man hierin die Brüche noch mit der halben Molekülmasse  $\frac{m}{2}$ , so erhält man

$$dn = \frac{n}{\frac{2}{3} \cdot \frac{m c^2}{2}} \cdot e^{-\frac{\frac{1}{2} m v^2}{\frac{2}{3} \cdot \frac{m c^2}{2}}} \cdot d\left(\frac{m v^2}{2}\right)$$

Hierin ist  $\frac{m v^2}{2}$  die kinetische Energie eines jeweils betrachteten Moleküles des zweidimensionalen Gases,  $\frac{m c^2}{2}$  die mittlere kinetische Energie eines dreidimensionalen Gases. Setzen wir wie früher (S. 579 und 597)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{m c^2}{2} = \frac{2}{3} L T = k T$  und für  $\frac{m v^2}{2} = E$ , so erhält man das Energieverteilungsgesetz des zweidimensionalen Gases

$$dn = \frac{n}{k T} \cdot e^{-\frac{E}{k T}} \cdot dE,$$

welches angibt, wie viele Moleküle  $dn$  aus der Anzahl der betrachteten  $n$  Moleküle einen Energieinhalt zwischen  $E$  und  $E + dE$  besitzen.

**7. Energieverteilungsgesetz für die Resonatoren.** Wir dürfen voraussetzen, daß das letzte Energieverteilungsgesetz auch für Resonatoren gilt, soweit allerdings die Plancksche Hypothese das zuläßt. Denn die Funktion  $dn$  ist eine mit veränderlichem  $E$  stetige Funktion. Da nach der Planckschen Hypothese sich der Energieinhalt  $E$  eines Resonators nur unstetig um die Sprünge  $h\nu$  ändern kann, so ist die letzte Gleichung nicht unmittelbar zu verwenden; ein Energieverteilungsgesetz der Resonatoren kann keine Funktion mit einer stetigen Änderung sein. Vor allem gibt es keinen differentiell kleinen Energiezuwachs  $dE$ . Einen möglichst engen Anschluß bekommen wir dann, wenn wir für  $dE$  eine zur kleinsten Energieänderung  $h\nu$  proportionale Größe  $B \cdot h\nu$  einsetzen; für den veränderlichen Wert  $E$  setzen wir noch den Wert  $i \cdot h\nu$ , worin  $i$  die ganzen Zahlen 0, 1, 2, 3 usw. durchläuft.

Mit diesen Festsetzungen ist dann nach dem Gange der Betrachtung

$$\Delta n = \frac{B \cdot n}{k T} \cdot e^{-\frac{i A \nu}{k T}} \cdot h \nu$$

die Anzahl der Resonatoren mit einem Energieinhalt zwischen

$$i h \nu \quad \text{und} \quad (i + 1) h \nu,$$

d. h., da nur ganzzahlige Beträge von  $i$  auftreten können, mit einem Energieinhalt der Größe  $i h \nu$ .

Die Konstante  $B$  erweist sich als notwendig, um die Bedingung  $\sum_{i=0}^{\infty} \Delta n = n$  erfüllen zu können.

Führen wir die Abkürzung  $e^{-\frac{h \nu}{k T}} = q$  ein, so haben wir zur Summenbildung die geometrische Reihe zu addieren

$$n = \frac{B \cdot n \cdot h \nu}{k T} (1 + q + q^2 + \dots + q^{\infty}),$$

wenn wir  $i$  alle Werte von 0 bis  $\infty$  durchlaufen lassen. Die Reihe in der Klammer hat aber den Wert  $\frac{1}{1-q}$ , da  $q^{\infty} = 0$ .

Daher ist 
$$B = \frac{k T (1 - e^{-\frac{h \nu}{k T}})}{h \nu}.$$

Dieser Wert ist für kleine  $\left(\frac{\nu}{T}\right)$  von 1 wenig verschieden, da man unter dieser

Voraussetzung setzen darf  $e^{-\frac{h \nu}{k T}} = 1 - \frac{h \nu}{k T}$ .

Mit obigen Werten von  $B$  wird das Energieverteilungsgesetz

$$\Delta n = n \cdot e^{-\frac{h \nu}{k T}} \left(1 - e^{-\frac{h \nu}{k T}}\right),$$

worin  $\Delta n$  die Anzahl unter  $n$  Resonatoren angibt, deren Energieinhalt  $i h \nu$  ist.

8. Der mittlere Energieinhalt eines Resonators ist bestimmt durch

$$U = \frac{\sum_i i \cdot h \nu \cdot \Delta n}{n}, \quad \text{oder} \quad U = \left(1 - e^{-\frac{h \nu}{k T}}\right) h \nu \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot e^{-\frac{i h \nu}{k T}}.$$

Schreiben wir mit der oben benutzten Abkürzung die letzte Summe  $\sum_i i q^i$ , so kann man diese auflösen in

$$\begin{aligned} \sum_i i q^i &= q + q^2 + q^3 + q^4 + \dots \\ &+ q^2 + q^3 + q^4 + \dots \\ &+ q^3 + q^4 + \dots \\ &+ q^4 + \dots \\ &+ \dots, \end{aligned}$$

und das ergibt 
$$\frac{q}{1-q} + \frac{q^2}{1-q} + \frac{q^3}{1-q} + \dots = \frac{q}{(1-q)^2}.$$

Damit wird 
$$U = (1-q) \cdot \frac{h \nu q}{(1-q)^2} = \frac{h \nu}{q-1}$$

oder 
$$U = \frac{h \nu}{e^{\frac{h \nu}{k T}} - 1}$$

in Übereinstimmung mit der Gleichung auf S. 597 in § 183.

Nach dem Satze der gleichmäßigen Energieverteilung sollte sein

$$U = \frac{2}{3} \cdot \frac{m c^3}{2} = k T.$$

In der Tat ist dieser letztere Betrag für kleine Werte von  $\frac{h \nu}{k T}$  mit unserem Werte zusammenfallend, da man dann für  $e^{-\frac{h \nu}{k T}} = 1 + \frac{h \nu}{k T}$  schreiben darf.

Das Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung ist also nach der Planckschen Hypothese nur für große Energiedichten, d. h. für kleine Schwingungszahlen oder hohe Temperaturen gültig. Für  $\lim_{\nu} \frac{\nu}{T} = \infty$  wird  $U = 0$ . Je höher die Schwingungszahl eines Resonators oder je tiefer die Temperatur des Resonators, je kleiner also die Energiedichte ist, desto mehr weicht sein mittlerer Energieinhalt von dem vom Gesetze der gleichmäßigen Energieverteilung geforderten Werte im Sinne kleinerer Zahlen ab.

9. Die Anzahl der Einzelparameter der Strahlung. Bei der in eine vollkommen spiegelnde Hülle eingeschlossenen schwarzen Strahlung ist die Wärmeenergie auf alle Schwingungszahlen  $\nu$  verteilt, genau wie in einem Gase auf die Moleküle. Wie wir nun bei den statistischen Untersuchungen über ein Gas die Anzahl der Moleküle kennen mußten, kommt es für die statistischen Berechnungen über die Strahlungen darauf an, die Anzahl der voneinander unabhängigen Energieparameter  $\nu$  festzustellen. Zu diesem Zwecke wollen wir uns den Hohlraum als einen Würfel der Kantenlänge  $a$  denken, in dessen eine Ecke der Anfang eines Koordinatensystemes gelegt sei, dessen Achsen mit den Würfelkanten zusammenfallen. Es möge nun längs einer Geraden vom Koordinatenanfang aus ein Wellenzug parallelen Lichtes der Wellenlänge  $\lambda$  gehen. Dann schneiden die ebenen Wellenflächen des Abstandes  $\lambda$  voneinander auf den Koordinatenachsen die Abschnitte  $\frac{\lambda}{\cos \alpha}$ ,

$\frac{\lambda}{\cos \beta}$ ,  $\frac{\lambda}{\cos \gamma}$  aus, wenn  $\alpha, \beta, \gamma$  die drei Neigungswinkel der Strahlenrichtung gegen die Koordinatenachsen sind. Wir können den Wellenzug daher in drei Komponenten zerlegen, die in der Richtung der drei Koordinatenachsen fortschreiten und die Wellenlängen  $\frac{\lambda}{\cos \alpha}$ ,  $\frac{\lambda}{\cos \beta}$ ,  $\frac{\lambda}{\cos \gamma}$  haben. Die Wellenflächen dieser Komponenten

(§ 212, 3.) treffen senkrecht auf die Wände des spiegelnden Würfels; sie müssen daher zu stehenden Wellen Anlaß geben, deren Knotenebenen den Abstand  $\frac{\lambda}{2 \cos \alpha}$

usw. haben. An den Würfelflächen selbst liegen Knoten (§ 328). Die Wellenzüge sind aus diesem Grunde nur dann in dem Hohlraum stationär möglich, wenn  $\frac{\lambda}{2 \cos \alpha} = a$ ,  $\frac{\lambda}{2 \cos \beta} = a$  und  $\frac{\lambda}{2 \cos \gamma} = a$  ist, worin  $\alpha, \beta, \gamma$  beliebige ganze, aber sehr große Zahlen sein sollen. Nun gilt  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ . Setzen wir noch  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ , worin  $c$  die Lichtgeschwindigkeit ist, so gilt

$$1 = \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = \frac{c^2}{4 a^2 \nu^2} (\nu^2 \alpha^2 + \nu^2 \beta^2 + \nu^2 \gamma^2)$$

oder 
$$\nu = \frac{c}{2a} \sqrt{\nu^2 \alpha^2 + \nu^2 \beta^2 + \nu^2 \gamma^2}.$$



Trägt man noch zum Zwecke der statistischen Abhängung  $p, q$  und  $r$  als Koordinaten in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein und setzt  $\sqrt{p^2 + q^2 + r^2} = R$ , so gibt es so viele voneinander unabhängige Einzelwerte der Größe  $R$ , als sich Zahlenwerte  $p, q$  und  $r$  finden lassen, die die Gleichung  $R^2 = p^2 + q^2 + r^2$  erfüllen. Schreitet man in den Zahlenreihen  $p, q, r$  um je eine Einheit fort, so wird der ganze zwischen den drei Achsen des Koordinatensystemes liegende Raum in Würfel der Kantenlänge 1 geteilt. Jedes  $R$  ist die Verbindungslinie eines Raumpunktes  $p, q, r$ , also einer Ecke dieser Einheitswürfel mit dem Koordinatenanfangspunkte  $p, q, r$ , also einer gewissen Raungehiete so viele Endpunkte von Einheitswürten  $R$ , als das Raungebiet Einheitswürfel enthält; d. h. die Anzahl der  $R$  ist gleich dem Rauminhalte des betrachteten Raungebietes. Beschreibt man mit  $R$  und  $R + dR$  Kugelflächen um den Koordinatenanfang, so sind in der dazwischenliegenden Kugelschale alle Enden der Vektoren zwischen den Werten  $R$  und  $R + dR$  enthalten. Da nur positive Zahlen für  $p, q$  und  $r$  in Frage kommen, ist von der gesamten Kugelschale nur der Teil zwischen den positiven Koordinatenachsen zu nehmen. Somit gehören zu den Vektoren zwischen der Größe  $R$  und  $R + dR$  die Anzahl Raumpunkte  $\frac{1}{8} \cdot 4\pi R^2 \cdot dR$ . Nun ist  $v^2 = \frac{c^2}{4a^2} R^2, d\nu = \frac{c}{2a} dR$ . In dem betrachteten Würfel gibt es also zwischen den Schwingungszahlen  $\nu$  und  $\nu + d\nu$

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{4a^2 v^2}{c^3} \cdot \frac{2a}{c} \cdot d\nu = \frac{4\pi v^2 a^3}{c^3} d\nu$$

voneinander unabhängige Strahlungen.

In der Raumeinheit ist die entsprechende Anzahl der  $a^3$ te Teil davon, also

$$\frac{4\pi v^2 a^3}{c^3}$$

10. Die Energiedichte der Strahlung. Für die mittlere kinetische Energie eines Resonators, welcher in zwei Freiheitsgraden schwingt, hatten wir mit der Planckschen Hypothese den obigen (oh. 8) Wert  $U$  berechnet; die mittlere kinetische Energie eines Resonators in einem Freiheitsgrade wäre demnach  $\frac{U}{2}$ . Da aber jede harmonische Schwingung im Mittel stets gleiche Beträge an kinetischer und potentieller Energie enthält, wäre der mittlere Betrag der Gesamtenergie eines linearen Resonators wiederum  $U$ . Wir wollen nun voraussetzen, daß dieser mittlere Energiebetrag auch jedem einzelnen Zustandspaarparameter  $\nu$  der Wärmestrahlung zukommt, wie es das beschränkte Gesetz der Energieverteilung (s. ob. 4. u. 5.) verlangen würde. Dann ist die in der Raumeinheit vorhandene Strahlungsenergie einer schwarzen Wärmestrahlung der Temperatur  $T$  zwischen den Schwingungszahlen  $\nu$  und  $\nu + d\nu$

$$u_\nu d\nu = \frac{4\pi}{c^3} \cdot v^2 \cdot U d\nu = \frac{4\pi v^3 h}{c^3 (e^{kT} - 1)} d\nu$$

Der Faktor von  $d\nu$  ist die Energiedichte der homogenen geradlinig polarisierten Strahlung der Schwingungszahl  $\nu$ .

11. Spezifische Strahlungsinintensität. Ein Flächenelement  $df$  eines schwarzen Körpers sendet in der Zeit  $dt$  in den Raumwinkel  $d\omega$ , dessen Achsen gegen den Einfallslot um  $\alpha$  geneigt ist, einen Betrag an Strahlungsenergie  $dE_\nu \cdot d\nu$  zwischen

§ 370. Die Energieverteilung im Spektrum der Temperaturstrahlung 1087 den Schwingungszahlen  $\nu$  und  $\nu + d\nu$ , der sich nach einem hewährten Ansatz der Optik berechnen läßt zu

$$dE_\nu \cdot d\nu = I_\nu \cdot dt \cdot d\omega \cdot \cos \alpha \cdot d\nu \cdot df.$$

Hierin ist  $I_\nu$  die spezifische Strahlungsinintensität. Würde man setzen dürfen  $\alpha = 0, dt = d\omega = df = 1$ , so wird  $dE_\nu = I_\nu$ , d. h. die spezifische Strahlungsinintensität ist der Energiebetrag, welcher von der Flächeneinheit in der Zeiteinheit normal zur Fläche in die Einheit des Raumwinkels gestrahlt wird.

12. Energiedichte und spezifische Strahlungsinintensität. Die schwarze Oberfläche einer Kugel  $K$  (Fig. 1075) vom Halbmesser  $R$  strahlt Energie in das  $df$  Innere der Kugel. Dann bildet sich im Innern ein stationäres Gleichgewicht aus; an jeder Stelle im Innern ist die gleiche Energiedichte  $u$  vorhanden. Um den Mittelpunkt der strahlenden Kugelfläche vom Halbmesser  $R$  sei eine kleine Kugel vom Halbmesser  $r = cd t$  geschlagen, wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit ist. Da die Strahlungsinintensität mit der Geschwindigkeit  $c$  wandert, ist in spätestens der Zeit  $2dt$  alle Energie, welche sich in der kleinen Kugel vom Radius  $r$  befand, ausgewandert. Dieser Betrag ist  $\frac{4\pi r^3}{3} \cdot u$ . In der Zeit  $2dt$  strahlt nun vom Elemente  $df$  auf die von  $df$  unter dem Raumwinkel  $\frac{\pi r^2}{R^2}$  erscheinende Kugel der Betrag  $2I_\nu dt \cdot \frac{\pi r^2}{R^2} df$  zu. Davon ist nach der Zeit  $2dt$  aber nur ein Teil in der Kugel vom Halbmesser  $r$  vorhanden, ein anderer Teil ist wieder ausgetreten, ein dritter noch nicht eingetreten. Zusammen erfüllen diese drei Anteile einen Zylinder  $ABCD$  von der Grundfläche  $\pi r^2$  und der Höhe  $2r$ . In der Kugel ist daher nur der  $\frac{4}{3} \pi r^3$  Teil, also  $\frac{2}{3}$  der zugestrahnten Energie vorhanden. Der während der Zeit  $2dt$  eingestrahlte und darin verbliebene Betrag ist also  $\frac{2}{3} \cdot 2I_\nu \cdot dt \cdot \frac{\pi r^2}{R^2} \cdot df$ . Die gesamte Kugelfläche  $4\pi R^2$  strahlt der Kugel im Innern während der Zeit  $2dt$  entsprechend den Betrag  $\frac{2}{3} \cdot 2I_\nu \cdot dt \cdot \frac{\pi r^2}{R^2} \cdot 4\pi R^2$  ein. Im stationären Zustande muß dieser Betrag dem während dieser Zeit ausgewanderten Betrage gleich sein. Also ist

$$\frac{4}{3} I_\nu \cdot dt \cdot \pi r^3 \cdot 4\pi = \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 \cdot u, \quad u = \frac{4\pi}{3} I_\nu \cdot dt$$

oder, da  $r = cd t$  sein sollte,  $I_\nu = \frac{u \cdot c}{4\pi}$ .

13. Die Strahlungsgleichung. Setzen wir in die letzte Gleichung den Wert für die Energiedichte  $u$ , (s. o. 10) ein, so erhält man

$$I_\nu d\nu = \frac{c}{4\pi} \cdot \frac{4\pi}{c^3} \cdot \frac{v^2 h \cdot d\nu}{e^{kT} - 1}$$

$$I_\nu d\nu = \frac{v^2 h}{c^2} (e^{kT} - 1)^{-1} d\nu$$

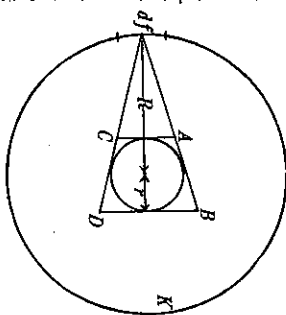


Fig. 1075.

Die Gleichung bezieht sich auf linear polarisierte Strahlung; für gewöhnliche nicht polarisierte Strahlung ist noch mit 2 zu multiplizieren. Bezieht man, wie meist üblich, die Energiekurve des Spektrums auf die Wellenlänge als Veränderliche, so ist noch zu setzen  $v = \frac{c}{\lambda}$ ,  $dv = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$ , und damit erhält man, ohne das Vorzeichen zu berücksichtigen,

$$E(\lambda, T) d\lambda = \frac{c^2 h}{\lambda^5} \left( e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1} \cdot d\lambda.$$

$E(\lambda, T) \cdot d\lambda$  ist der Energiebetrag, der im Spektrum auf einen Spektralstreifen der Breite  $d\lambda$  fällt.

14. Theoretische Bedeutung der Gleichung. Die Gleichung schließt sich den Messungen von Lummer und Pringsheim sehr gut an. Das ist eine Bestätigung der gemachten Voraussetzungen. Sie ergibt als Integralgesetz

$$E = \int_0^{\infty} E(\lambda) d\lambda = a T^4 \quad \text{das Stefan-Boltzmannsche Gesetz.}$$

Setzt man  $\frac{dE(\lambda, T)}{d\lambda} = 0$ , so erhält man das Wiensche Verschiebungsgesetz  $\lambda_m \cdot T = \text{konst.} = b$ .

Die Ausrechnung ergibt für  $\lambda_m$

$$a = \frac{48 \pi^5 k^4}{15 c^3 h^3} \cdot 1,0823 \quad \text{und für } b = \frac{c \cdot h}{4,9651 \cdot k}.$$

Nun ist  $a$  aus Messungen bekannt, nämlich  $a = \frac{4\sigma}{c}$ , worin  $\sigma = 5,72 \cdot 10^{-12}$  (S. 1075); ebenso ist  $b = 0,289$  (S. 1076) aus Messungen bekannt. Daher hat man zwei Bestimmungsgleichungen für die Zahlenwerte  $h$  und  $k$ , aus denen die Werte  $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$ ,  $k = 1,372 \cdot 10^{-16}$  scharf folgen. Die Größe  $k$  ist aber  $\frac{2}{3}$  der kinetischen Energie eines Moleküles bei der absoluten Temperatur  $1^\circ \text{C}$ . Die Ableitung der Planckschen Formel bietet also durch den Vergleich mit der Messung das ungewöhnlich schöne Ergebnis, jene grundlegende Zahlengröße scharf zu messen. Mit der universellen Gas-Konstanten  $R$  steht nun  $k$  in der Bezie-

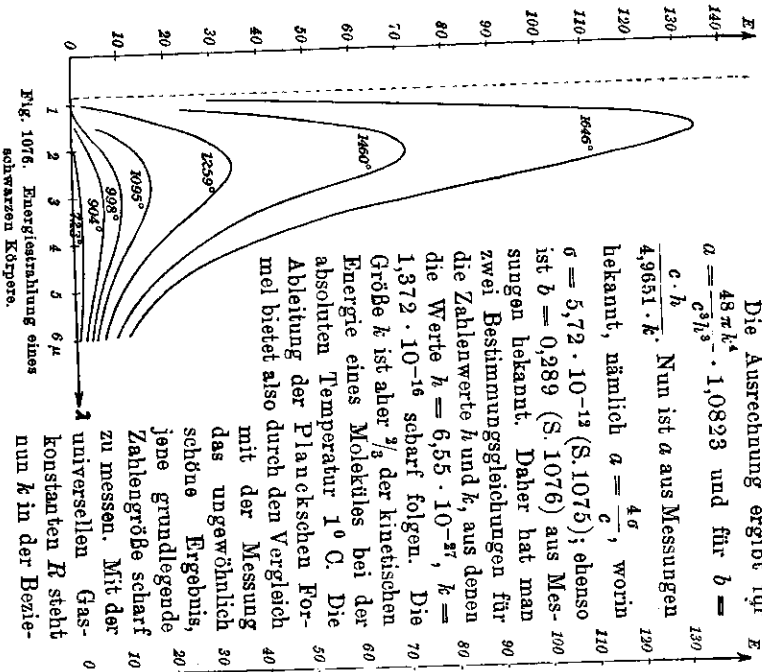


Fig. 1076. Energiestrahlung eines schwarzen Körpers.

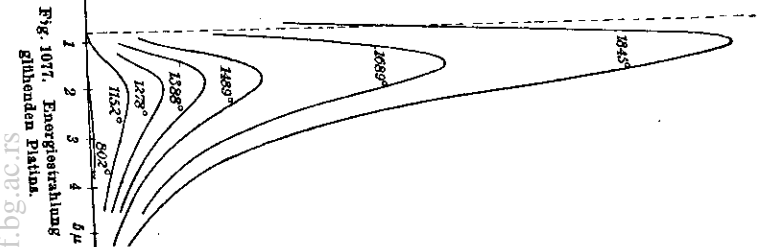


Fig. 1077. Energiestrahlung glühenden Platins.

hung (S. 581 u. 597)  $k \cdot M = R$ , worin  $M$  die Zahl der Moleküle in einem Gramm-moleküle ist. Daraus berechnet sich mit dem Zahlenwerte  $R = 8,319 \cdot 10^7$  die Loschmidtsche Zahl (S. 592) für das Mol  $M = \frac{R}{k} = \frac{8,319 \cdot 10^7}{1,372 \cdot 10^{-16}} = 60,6 \cdot 10^{22}$  und daraus durch Division mit 22410 (S. 437) die Loschmidtsche Zahl  $N = 27,0 \cdot 10^{23}$ . Diese Berechnung, welche M. Planck erstmalig 1901 vornahm, bedeutet einen Meilenstein in der Atomphysik.

15. Strahlungskurven. Von großem Interesse sind die Versuchsergebnisse, die Lummer selbst zur Konstruktion der beiden Kurven benutzt hat, die in Fig. 1076 und 1077 abgebildet sind. Fig. 1076 gilt für die Strahlung des schwarzen Körpers und Fig. 1077 für die Strahlung von blankem Platin. Auf der Abszissenachse beider Figuren sind die Wellenlängen in Mikron abgetragen; als Ordinaten sind die dazu gehörigen Emissionsvermögen eingezeichnet, die den diesen Wellenlängen entsprechenden Energien proportional sind. Die Figuren stellen also die Energieverteilung im Spektrum des durch Wärme strahlenden schwarzen Körpers und des durch Wärme strahlenden Platins für die dabei geschriebenen Temperaturen dar. Die eingezeichnete lotrechte, gestrichelte Linie begrenzt das sichtbare Spektrum, das sich nur bis zur Wellenlänge von  $0,8 \mu$  erstreckt. Auch bei den höchsten Temperaturen der Messungen liegt also der Höchstwert der Strahlungsenergie weit im Infrarot. Die Energie des bei den gewählten Temperaturen ausgesandten sichtbaren Lichtes ist so klein, daß sie trotz der empfindlichen Strahlungsmessungen selbst bei den hohen Temperaturen kaum gemessen werden konnte. Wollte man die Messungsergebnisse für die Wellenlängen des sichtbaren Lichtes in die Figuren einzeichnen, so würde man dazu einen Maßstab nötig haben, der die übrigen Teile der Figuren weit über den Rahmen des Papiers hinaus bringen würde.

§ 371. Folgerungen aus den Strahlungsgesetzen.

Temperatur der Sonne. Aus dem Langley'schen Sonnenspektrum ergibt sich, daß der höchste Wert der Strahlungsenergie der Sonne zwischen  $\lambda = 0,55 \mu$  und  $\lambda = 0,60 \mu$  liegt. Da es nun höchst wahrscheinlich ist, daß die Erdatmosphäre einen Teil gerade der kurzwelligen Strahlen stark absorbiert, so können wir vermuten, daß das wirkliche Energiemaximum etwa bei der Wellenlänge  $\lambda = 0,5 \mu$  liegt. Nehmen wir nun an, daß die Strahlungseigenschaften der Sonne zwischen der des schwarzen Körpers und der des blanken Platins liegen, so ergibt sich aus dem Wienschen Gesetze für die absolute Temperatur der Sonnenoberfläche ein Wert, der zwischen

$$T = \frac{2890}{0,5} = 5780^\circ \quad \text{und} \quad T = \frac{2630}{0,5} = 5260^\circ \text{ abs. Temperatur liegt.}$$

Man hat ferner die Energiemenge gemessen, die die Sonne in einer Minute einem Quadratmeter der Erdoberfläche zustrahlt. Diese Größe heißt Solarkonstante; sie beträgt etwa  $2 \text{ cal/min} \cdot \text{cm}^2$ . Hieraus kann man die ganze, von der Sonne ausgestrahlte Energie berechnen. Aus dieser kann man dann wieder mit Hilfe des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes die Temperatur be-

rechnen. Aus dieser Berechnung ergibt sich für die Temperatur der Sonnenoberfläche der Wert  $T = 6500^\circ$  abs. Wenn gleich diese Werte voneinander abweichen, so kann man doch wohl schließen, daß die wahre Temperatur der Sonnenoberfläche etwa  $T = 6000^\circ$  abs. betragen wird.

Nach § 353 ist die Beleuchtung des Sonnenlichtes etwa  $10^5$  Lux. Es falle der Bruchteil  $x$  der uns von der Sonne insgesamt zugestrahlen Energie auf das sichtbare Spektrum. Da 1 Lux die Beleuchtung ist, die 1 HK in 1 m Entfernung erzeugt, so ist der Lichtstrom  $10^5 : 10^4 = 10$  Lumen. Dieser Strom ist äquivalent  $10 \times 15 \cdot 10^{-4}$  Watt (§ 353, 2.). Also gilt

$$10 \cdot 15 \cdot 10^{-4} \text{ Watt} = x \cdot 2 \frac{\text{cal}}{\text{min}} = x \cdot 2 \cdot 4,2 \text{ Watt}.$$

Daraus folgt  $x = 0,11$ ; d. h. 11% der uns zugestrahlen Sonnenenergie fallen etwa auf die sichtbare Lichtstrahlung. Hierbei ist vorausgesetzt, was ungefähr für Sonnenlicht zutrifft, daß die Helligkeit wesentlich durch die Strahlen größter Augenempfindlichkeit ( $\lambda = 0,55 \mu$ ) bestimmt wird. Der Bruchteil 11% der gesamten Strahlungsenergie an sichtbarer Lichtenergie ist ein theaus günstiger Anteil, der von keiner künstlichen Strahlungsquelle erreicht wird.

In durchaus ähnlicher Weise kann aus den beiden Gesetzen die Temperatur der irdischen Strahlungsquellen bestimmt werden, wenn man annimmt, daß ihre Strahlungseigenschaften zwischen denen des schwarzen Körpers und des blanken Platins liegen. Unter dieser Voraussetzung ergeben sich nach Lummer folgende Werte:

	$\lambda_m$	$T_{max}$	$T_{min}$
Bogenlampe . . . . .	0,7 $\mu$	4200° abs.	3750° abs.
Nernstlampe . . . . .	1,2 . . . . .	2450 . . . . .	2200 . . . . .
Auerlampe . . . . .	1,2 . . . . .	2450 . . . . .	2200 . . . . .
Glühlampe . . . . .	1,4 . . . . .	2100 . . . . .	1875 . . . . .
Kerze . . . . .	1,5 . . . . .	1960 . . . . .	1750 . . . . .
Argandlampe . . . . .	1,55 . . . . .	1900 . . . . .	1700 . . . . .

Optische Pyrometer. Es liegt der Gedanke nahe, die Strahlungsgesetze unmittelbar zur Anordnung von Apparaten anzuwenden, mit denen man aus den von einer Strahlungsquelle ausgesandten Strahlen auf die Temperatur der Strahlungsquelle schließt. Solche Apparate sind nun auch wirklich erdacht und hergestellt worden; sie werden optische Pyrometer genannt. Die Ausführung einer Energiemessung hietet immer gewisse praktische Schwierigkeiten, daher ersetzt man die Energiemessung durch eine Helligkeitsmessung. Allerdings hängt die Empfindung der Helligkeit durch unser Auge außer von der ausgestrahlten und in unser Auge eintretenden Energie in besonders hohem Grade von der Wellenlänge der ausgesandten Wellen ab. So wird das Gelb weit stärker und besser empfunden als das Rot oder das Blau. Man muß daher entweder die Apparate auf dem Grundsätze aufbauen, daß man nur einen, und zwar immer denselben Spektralbezirk zur Messung verwendet, oder daß man die gesamte, vom Auge empfundene Helligkeit mißt. Man

kann auf die Helligkeitsmessungen nicht unmittelbar die Wienschen oder die Stefanschen Gesetze anwenden, die sich auf die Energie der Strahlung beziehen, sondern es muß vorher festgestellt werden, in welcher Weise die subjektiv empfundene Helligkeit von der zu messenden Temperatur abhängt. Besonders haben wieder Lummer und Pringsheim die grundlegenden Messungen ausgeführt, aus denen folgt:

*Wenn man die reziproken Werte der absoluten Temperatur als Abszissen und die Logarithmen der als Licht empfundenen Energie als Ordinaten aufträgt, so entsteht als Kurve eine gerade Linie.*

Die so entstehenden geraden Linien werden nach Lummer Isochromatische Kurven genannt. Fig. 1078 zeigt die von den genannten Forschern aufgestellten Kurven für die an die Kurven 1g z angeschriebenen Wellenlängen. Aus den Kurven ergibt sich unter anderem, daß sich die Helligkeit des als Gelb empfundenen Lichtes verdoppelt, wenn man die Temperatur eines schwarzen Körpers von 1800° auf 1875° erhöht. In ähnlicher Weise haben Lummer und Pringsheim die Abhängigkeit der Gesamthelligkeit von der Temperatur durch Messungen bestimmt und hier unter anderem gefunden:

*Die Gesamthelligkeit schreitet in der Nähe der Rotglut proportional mit der 30ten Potenz und bei hoher Welligkeit noch mit der 12ten Potenz der absoluten Temperatur fort.*

In dem optischen Pyrometer von Le Chatelier (S. 541) wird die Lichtstärke eines Normallichtes durch Einschalten roter Gläser oder durch passende Blenden mit demjenigen des zu messenden Körpers gleich gemacht und dadurch die Temperatur bestimmt.

Im Wannersehen) Pyrometer wird nur das Licht einer einzelnen Wellenlänge des glühenden Körpers mit dem entsprechenden Lichte einer kleinen Glühlampe verglichen; durch Einschaltung zweier Nicolscher Prismen, die gegeneinander meßbar gedreht werden, wird das Licht der zu messenden Strahlungsquelle so weit abgeschwächt, daß es dem der Glühlampe an Helligkeit gleich ist.

Beim Pyrometer von Holborn<sup>2)</sup> und Kurlbaum<sup>3)</sup> wird das durch eine Linse entworfen Bild des glühenden Körpers mit dem Bilde einer Glühlampe zur Deckung gebracht. Durch passende Regelung des die Glühlampe speisenden elektrischen Stromes wird die Helligkeit der Glühlampe so ein-

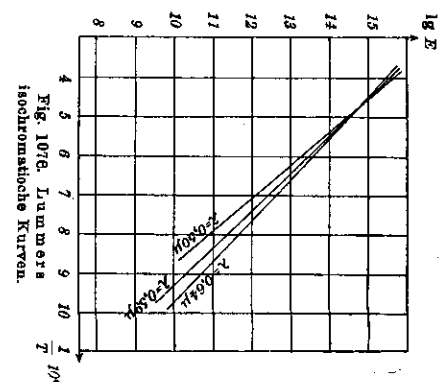


Fig. 1078. Lummers isochromatische Kurven.

1) Heinrich Wanner, geb. 1867, Schindlrektor in Hannover.  
 2) Ludwig Holborn, geb. 1860, Prof. d. Physik in Charlottenburg.  
 3) Ferdinand Kurlbaum, geb. 1857, Prof. d. Physik in Charlottenburg.

gestellt, daß ihr Bild auf der vom strahlenden Körper beleuchteten Fläche verschwindet. Aus der Stärke des elektrischen Stromes kann man dann mittelbar die Helligkeit der Fläche und damit die Temperatur des glühenden Körpers bestimmen.

**Unsere Lichtquellen.** Der größte Teil unserer Lichtquellen sendet seine Lichtstrahlen infolge der hohen Temperatur aus. In den Kerzenflammen, den Petroleumlampen und den gewöhnlichen Gaslampen glüht der aus den Gasen ausgeschiedene Kohlenstoff; in den Auerbrennern wird der Auerstrumpf durch Temperaturerhöhung zum Leuchten gebracht; in den elektrischen Glühlampen und den elektrischen Bogenlampen werden die leuchtenden Bestandteile, der Kohle- oder Metallfäden bzw. der positive Kohletraker durch den elektrischen Strom erhitzt und damit zum Aussenden von Strahlen befähigt.

Die in Fig. 1076 und Fig. 1077 abgebildeten Kurven lehren, daß der größte Teil der ausgesandten Strahlungsenergie in der Form von Strahlen ausgesandt wird, die nicht als sichtbares Licht empfunden werden. Aus den im Eingange dieses Paragraphen gegebenen Auseinandersetzungen und aus Fig. 1078 ergibt sich nun, daß der Bestandteil der Gesamtenergie, der dem als Licht empfundenen Spektralbezirke angehört, wesentlich steigt, wenn die Temperatur des strahlenden Körpers erhöht wird. Wenn man z. B. die Temperatur eines Leuchtkörpers von 2000° auf 4000° erhöhen würde, so würde seine Helligkeit auf das 2<sup>1/2</sup>fache, d. h. auf das 4000fache, steigen. Eine Erhöhung der Temperatur auf den dreifachen Wert, auf 6000°, also auf die Temperatur der Sonne, würde sogar die 3<sup>1/2</sup>fache, also mehr als die 500000fache Helligkeit hervorbringen. Hieraus folgt, daß eine durch Temperaturerhöhung leuchtensendende Strahlungsquelle um so vorteilhafter als Lichtquelle ist, je höher ihre Temperatur ist. Damit ist denn auch eine einfache Erklärung dafür gefunden, daß die elektrische Bogenlampe, die eine Temperatur von etwa 4000° hat, eine so bedeutend größere Helligkeit zeigt als die elektrische Kohlefadenglühlampe, die nur eine Temperatur von etwa 2000° hat. Ferner ist es verständlich, daß die elektrischen Metallfädenlampen so viel vorteilhafter als die Kohlefädenlampen brennen, weil sie nämlich auf eine höhere Temperatur erhitzt werden können als die Kohlefädenlampen, ohne in kurzer Zeit zerstört zu werden.

Ein anderer Weg führt aber noch zu dem Ziele, Lichtquellen herzustellen, die vorteilhafter sind als die bisher behandelten Körper. Wenn gleich der vollkommen schwarze Körper bei einer gegebenen Temperatur mehr Energie aussendet als jeder andere Körper, so ist es doch denkbar, Körper ausfindig zu machen, die bei einer Temperaturerhöhung zwar im ganzen weniger Strahlungsenergie aussenden als der schwarze Körper, die aber vorzugsweise diejenigen Strahlen aussenden, die dem sichtbaren Teile des Spektrums angehören. Körper, die nur Strahlen eines bestimmten Spektralgebietes aussenden, werden selektiv<sup>1)</sup> strahlend genannt. Es kommt also darauf an, selektiv strahl-

ende Körper ausfindig zu machen, die gerade die sichtbaren Strahlen aussenden. Auf dieser selektiven Strahlung beruht nun in der Tat die große Helligkeit der sogenannten Flammenbogenlampen und besonders der Quecksilberbogenlampe, die vorwiegend gelbe, grüne und blaue Strahlen, dagegen nur wenige Strahlen des unsichtbaren Spektrums aussendet. Auch die große Helligkeit des Auerschen Gasglühlichtes ist auf selektive Strahlung zurückzuführen.

Endlich sei nochmals darauf hingewiesen, daß sich alle Betrachtungen der letzten Paragraphen auf Körper beziehen, die durch Temperaturstrahlung leuchten. Chemilumineszierende oder elektrolumineszierende Körper sind grundsätzlich in dem Wirkungsgrade der Energieausnutzung den Temperaturstrahlern überlegen, da ihre Lichtwirkung sich nur auf einige Linien oder Banden beschränkt, aber das ganze infrarote und ultraviolette Spektrum nicht mit entwickelt zu werden braucht. Es ist nicht ausgeschlossen, daß elektrolumineszierende Körper einmal in der Beleuchtungstechnik eine Rolle spielen. Neuerdings werden derartige Leuchtungskörper als Glühlichtlampen (Bd. II) in den Handel gebracht. Das sind Geißlerische Röhren, aber mit den Edelgasen Neon und Helium als Füllung. Diese Gase lassen Stromdurchgang schon bei den üblichen Spannungen der Leitungsnetze zu, so daß die Lampen ohne Spannungsumformer wie die anderen Glühlampen in die Netze eingeschaltet werden können. Ihr Licht ist dem Spektrum von der Füllung mit Neon entsprechend (Taf. II, Fig. 918) orangefarben.

1) seligère (lat.) = auswählen.

## Neunzehnter Abschnitt.

## Physiologische Optik.

## § 372. Nachbilder.

Die Entstehung des Bildes auf der Netzhaut des Auges ist ein rein physikalischer Vorgang, bei dem die brechenden Stoffe des Auges wie eine Sammellinse wirken. Über die Vorgänge, die uns das Netzhautbild zum Bewußtsein bringen, wissen wir sehr wenig; wahrscheinlich verursacht im Augenhintergrunde eine chemische Wirkung des Lichtes einen Reiz der Nervenendigungen. Das schließen wir besonders aus den positiven und negativen Nachbildern.

Positive Nachbilder treten nach jedem Lichtreize auf und sind gewöhnlich von geringer Dauer. Eine im Kreise geschwungene glühende Kohle erscheint unserem Auge nicht mehr punktförmig, sondern zu einer Lichtlinie, bei rascher Bewegung zu einem vollständigen Lichtkreise auseinandergezogen. Die Lichtempfindung verschwindet nicht sofort, nachdem der Lichtreiz aufgehört hat; sondern sie dauert noch eine endliche Zeit nach. Aus demselben Grunde kommen uns bei einem raschen Wechsel der Bilder diese nicht mehr getrennt zum Bewußtsein, sondern das eine verschmilzt mit dem nächsten. Von dieser Tatsache wird beim Kinematographen<sup>1)</sup> Gebrauch gemacht, durch welchen dem Auge in einer gewissen Zeitfolge getrennte Bilder desselben Bewegungsvorganges vorgeführt werden (etwa 30 Bilder in einer Sekunde), die nun infolge der positiven Nachbilder zu einer ununterbrochenen Empfindungswelle, also zur Empfindung des ganzen Bewegungsvorganges zusammengesetzt werden. Die Zeitfolge ist dabei so bemessen, daß der letzte Rest des positiven Nachbildes eines Bildes noch nicht vollständig verschwunden ist, wenn das Auge das nächste Bild sieht.

Positive Nachbilder sind von längerer Dauer, wenn ein Lichtreiz von übergroßer Intensität die Netzhaut trifft; das Auge wird z. B. beim unmittelbaren Sehen in die Sonne geblendet.

Negative Nachbilder treten dann auf, wenn ein Lichtreiz längere Zeit auf dieselbe Stelle der Netzhaut einwirkt, wenn also das Auge einen hellbeleuchteten Gegenstand längere Zeit „fixiert“ und dann eine gleichmäßig schwach beleuchtete Fläche betrachtet. In diesem Falle wird als Nachbild ein Bild gesehen, bei dem die Helligkeitsverhältnisse umgekehrt sind. Als

1) Der Kinematograph hat sich aus der stroboskopischen Beleuchtung (§ 222) entwickelt, deren Gebrauch auf Plateau (fast gleichzeitig Stampher, 1832) zurückgeht. Um bewegte Bilder zu erzeugen, hat sich zuerst Anschütz (1845—1897) mit seinem subjektiv gebrauchten „Schnellscheer“ verdient gemacht.

Nachbild eines leuchtenden Glühlampenfadens sieht man einen dunklen Faden auf hellem Grunde, als Nachbild des dunklen Fensterkreuzes mit hellen Fensterscheiben sieht man ein helles Fensterkreuz mit dunklen Fensterscheiben. Die Erklärung der Nachbilder steht mit der Annahme einer chemischen Veränderung des Augenhintergrundes in gutem Einklange. Beim positiven Nachbilde sind die chemischen Veränderungen so stark gewesen, daß sie nach Aufhören des Lichtreizes nicht sofort durch den ernährenden Blutstrom haben rückgängig gemacht werden können. Beim negativen Nachbilde tritt eine Ernüderung der getroffenen Netzhautstellen ein, infolge deren die nicht veränderten Stellen noch stärker lichtempfindlich sind als die durch den längeren Lichtreiz ermüdeten Stellen. Durch den ernährenden Blutstrom wird die Ermüdung erst nach längerer Zeit, manchmal erst nach Minuten, vollständig beseitigt.

## § 373. Farbenempfindung.

1. Drei-Farben-Theorie. Für die Erklärung der Farbenempfindung unseres Auges sind mehrere Theorien aufgestellt worden, von denen aber keine zur vollständigen Erklärung auszureichen scheint. Die Young-Helmholtzsche Dreifarben Theorie, die schon 1807 von Th. Young aufgestellt, später 1867 von Helmholtz neu entwickelt und später von anderen Forschern ergänzt worden ist, nimmt an, daß wir in der Netzhaut außer den für Farben unempfindlichen, nur für Helligkeitsverschiedenheiten empfindlichen Stäbchen, drei verschiedene Arten von farbenempfindlichen Nervenendigungen (Zäpfchen) haben (S. 843), von denen eine Art empfindlich für ein in Purpur spielendes Rot, die zweite für ein Grün, die dritte für ein Blau an der Grenze von Violett ist. Nach J. v. Kries<sup>1)</sup> (1894) enthält die Netzhautgrube nur farbenempfindliche Zäpfchen, während die am Rande liegenden Teile der Netzhaut vorwiegend Stäbchen enthalten.

Trifft ein Lichtstrahl einer homogenen Spektralfarbe die Netzhaut, so erregt er alle drei Arten der Zäpfchen, aber je nach der Art seiner Farbe in verschiedenem Maße: Ein roter Strahl erregt vorwiegend die rotempfindlichen Zäpfchen, während die beiden anderen Arten nur schwach erregt werden. Je nachdem das Rot einen Stich ins Gelbliche oder ins Bläuliche hat, werden grünempfindliche oder blauempfindliche Zäpfchen mit erregt. Gelbes Licht wird in der Weise empfunden, daß etwa in gleichem Maße die grünempfindlichen und die rotempfindlichen Zäpfchen erregt werden, die blauempfindlichen in geringem Maße. Die Weißempfindung kommt dadurch zustande, daß alle drei Arten von Zäpfchen in gleichem Maße erregt werden.

Daß auch die Ergänzungsfarben (z. B. Blau und Gelb) zusammen Weiß ergeben, erklärt sich danach ohne weiteres.

In Übereinstimmung mit der Young-Helmholtzschen Theorie steht die Tatsache, daß es gelingt, bei der Herstellung farbiger Abbildungen sämtliche Farbentöne aus drei Farbenkomponenten zusammenzusetzen (Dreifarbendruck). Man verwendet hierbei nach neueren Forschungen: Rot, Grün,

1) Prof. der physiol. Optik in Freiburg i. Br.



Störungen des Farbensinnes sind recht häufig und unter den Männern weit verbreiteter als unter den (auch sonst scharfsichtigeren) Frauen. Es sollen in Deutschland 40% der Männer in hohem Grade farbenblind sein, bei 6% soll außerdem ein Mangel des Farbensinnes deutlich, bei 10% nur bei genauer Prüfung nachweisbar sein, so daß also 20% keinen ganz normalen Farbensinn hätten. — Für die Kenntnis der Empfindungen des Farbenuntüchtigen sind besonders die seltenen Fälle wichtig gewesen, bei denen das eine Auge farbenuntüchtig, das andere farbenuntüchtig war; denn nur unter diesen Umständen kann genau beschrieben werden, in welcher Art die Abweichungen von den normalen Empfindungen beschaffen sind. — Übri-gens ist im peripheren Sehen jedes Auge farbenuntüchtig. Laßt man eine Versuchsperson einen Punkt geradeaus scharf ins Auge fassen — so daß sie ihre Augen nicht bewegt — und bringt von der Seite her gefärbte Scheiben allmählich weiter und weiter in ihr Gesichtsfeld, so werden diese Scheiben als solche viel früher gesehen, als die Versuchsperson ihre Farbe (und Gestalt) anzugeben vermag. Auf diese Weise kann man auch leicht feststellen, daß die Farbenuntüchtigkeit für die verschiedenen Farben auf der Netzhaut verschiedene Ausdehnungsbezirke hat. — Gewisse Störungen des Farbenempfindens lassen sich auch durch Medikamente erzielen.

Es dürfte heute feststehen, daß den Rot-Grün-Blin-den alle langwelligeren Strahlen, also die roten, orangefarbenen, gelben, grünlichgelben, *gelb* erscheinen, die kurzwelligen, also die grünblauen, blauvioletten, *blau* und die im Grün bis Grünblau gelegene Übergangszone *neutral grau*. Wenn diese Farbblinden (jeder 25. Mann), die also im wesentlichen nur zwei Farbqualitäten kennen, im täglichen Leben nicht mehr auffallen, so kommt das daher, daß sie sich gewöhnt haben, dieselbe Farbqualität ihrer Empfindung nach dem Grade der Helligkeit, der Sättigung usw. mit Namen zu benennen, die sie von ihrer anders empfindenden Umgebung hören. Entsprechend zerfällt für die Gelb-Blau-Blin-den das Spektrum in einen roten und grünen Teil, Gelb und Blau des Spektrums erscheinen ihnen farblos grau.

Die Farbenblindheit wird dadurch erklärt, daß nicht alle Arten der farbenempfindlichen Zäpfchen der Netzhaut gleich gut ausgebildet sind. Lumm-mer erklärt (1904) die totale Farbenblindheit durch die Annahme, daß bei derartigen Farbenblinden auch in der Netzhautgrube Stäbchen (s. oben 1.) vorhanden sind, während die Farbenuntüchtigen dort nur Zäpfchen haben (§ 286, 4).

5. Das Stäbchensehen. Die farbenuntüchtigen Stäbchen sind lichtempfindlicher als die Zäpfchen. Deswegen sieht man bei schwacher Beleuchtung, etwa in einer Mondscheinlandschaft, nur mit dem Stäbchenorgane und nimmt daher keine Farben wahr. Die gesehenen Gegenstände erscheinen grau in Helligkeitsabstufungen. Richtet man die Augen scharf auf einen Gegenstand, so wird er in der stäbchenlosen Netzhautgrube abgebildet. Aus diesem Grunde verschwindet bei schwacher Beleuchtung ein Gegenstand, z. B. ein sehr schwacher Stern am Himmel, sobald man ihn fixiert, erscheint dagegen wieder, wenn man an ihm vorbeisieht. Deshalb erhält das Sehen bei schwacher Beleuchtung einen unbetonten Charakter. Ein ängstlicher Mensch glaubt bei nächtlicher Beleuchtung Gespenster zu sehen, welche verschwinden, fortzuschauen, sobald er sie

scharf beobachten will. Auf dem Stäbchensehen beruht auch die Erscheinung der sog. Grauglut. Einen Draht, den man elektrisch erwärmt, sieht man, bevor er zur dunklen Rotglut gelangt, in völlig dunklem Raume in einem eigentümlichen Lichte, das die Stäbchen erregt, bevor bei etwas höherer Temperatur die weniger empfindlichen Zäpfchen ansprechen (§ 368).

6. Farbe und Intensität. Verschwindet am Abend bei sinkender Sonne allmählich die Farbeempfindung (s. oben 4.), so sieht man den Himmel noch deutlich blau, wenn man keine andere Farbe mehr erkennen kann. Auch sonst hört die Blauempfindlichkeit bei abnehmender Beleuchtung später auf als die Empfindlichkeit für andere Farben (Phänomen von Purkinje). Mit steigender Helligkeit gehen alle Farbeempfindungen in die Empfindung Weiß über. Die Qualitätsempfindung für Farben ist also von der Intensität des Reizes abhängig.

7. Farbige Nachbilder. Durch die Young-Helmholtzsche Theorie kann auch die Entstehung farbiger Nachbilder (§ 372) erklärt werden. Fixiert man nämlich ein auf einem gleichmäßig grauen Hintergrunde liegendes, grellfarbiges Bild, z. B. einen rot gefärbten Papierstreifen, etwa 10—20 Sekunden lang, ohne das Auge von der Stelle zu bringen, und zieht man dann den roten Papierstreifen rasch fort, so erscheint als Nachbild an derselben Stelle ein blaugrün gefärbter Streifen derselben Form. Infolge der Ermüdung der rotempfindlichen Zäpfchen tritt bei der gleichmäßig grauen Beleuchtung die Rotempfindung zurück, und das subjektiv empfundene Blau-Grün wird durch die beiden stärker wirkenden (weil auf nicht ermüdete Zäpfchen fallenden) Komponenten Grün und Blau hervorgerufen.

8. Der Helligkeitswert der Spektralfarben. Die Erfahrung lehrt, daß verschiedene Beobachter durch photometrische Vergleichung verschiedenfarbiger Lichtquellen, zu etwa denselben Einstellungen des Photometers gelangen. Es ist also praktisch möglich, zwei verschiedene Farben, etwa Gelb und Blau auf ihren Helligkeitswert für unser Auge miteinander zu vergleichen (Heterochrome Photometrie). Beide farbige Strahlungen können nun ihrem Energiewerte nach mit Hilfe von Bolometern oder Thermosäulen außerdem gemessen werden. Es stellt sich dann heraus, daß zwei Strahlungen, etwa Gelb und Blau, für unser Auge ganz verschiedene Helligkeitswerte haben, wenn sie, energetisch gemessen, gleich intensiv sind. In dem angenommenen Beispiele erscheint das Gelb bei weitem heller als das Blau zu sein.

Es sei ein Spektrum gegeben, in welchem alle homogenen Strahlungen gleiche Energiewerte haben. Dann erscheint uns das Gelb in der Nähe der Wellenlänge  $\lambda = 0,55 \mu$  am hellsten zu sein. Setzen wir diese durch unere Augen empfundene größte Helligkeit mit der Maßzahl  $H = 100$  an, so gibt folgende kleine Tabelle eine Übersicht über die Helligkeiten  $H$  in den anderen Teilen jenes Spektrums wieder.

$\lambda$ in $\mu$	$H$	$\lambda$ in $\mu$	$H$	$\lambda$ in $\mu$	$H$	$\lambda$ in $\mu$	$H$
0,40	0,009	0,50	32,8	0,60	60,0	0,70	0,31
0,45	3,6	0,55	99,6	0,65	9,4	0,75	0,009

Eine Temperaturstrahlung wird danach dann eine verhältnismäßig sehr große Helligkeit in bezug auf die ausgestrahlte Gesamtenergie ergeben, wenn das Energiemaximum des Spektrums bei  $\lambda = 0,55 \mu$  liegt. Das ist etwa im Sonnenspektrum der Fall. Die Helligkeitsempfindlichkeit unserer Augen steht also zur Energieverteilung im Sonnenlichte in ausgesucht günstigem Verhältnisse.

### § 374. Kontrastempfindungen.

Die Kontrastwirkungen, infolge deren ein Gegenstand auf hellem Grunde stets dunkler erscheint als auf dunklem Grunde, lassen sich zum Teil auf physiologische Ursachen zurückführen. Beim Betrachten einer hellen Fläche erfährt die gesamte Netzhaut eine gewisse Ermüdung, die beim Betrachten einer dunklen Fläche nicht eintritt. Die gesamte Netzhaut ist daher empfindlicher, wenn eine dunkle, als wenn eine helle Fläche betrachtet wird; daher wird ein auf der dunklen Fläche liegender Gegenstand mit weniger ermüdeter Netzhaut betrachtet, er erscheint also heller. Man kann die Kontrasterscheinung gut beobachten, wenn man einen Streifen grauen Papiers auf eine schwarze und einen gleichen Streifen auf eine weiße Fläche legt; der erste Streifen erscheint heller als der zweite.

Sieht man gegen einen sich vom Himmel dunkel abhebenden Waldrand und richtet alsdann die Augen ein klein wenig höher, so sieht man den Wald mit einem hellen, dem Rande parallelen Saume umgeben, der lichtstärker als der übrige Himmel erscheint, weil dort das Licht auf ausgereibere, weniger ermüdete Teile der Netzhaut fällt. Wegen ständiger geringer und unwillkürlicher Drehungen der Augäpfel erscheint ein dunkler Gegenstand deshalb meistens mit einem helleren, ein heller Gegenstand aus dem gleichen Grunde mit einem dunkleren Saume umgeben. Eine Beachtung dieser Erscheinung bei der Malerei kann viel zur Lebenswahrheit eines Bildes beitragen.

Auch die farbigen Kontraste sind zum Teil auf dieselbe Ursache zurückzuführen. Ein auf einer roten Fläche liegendes Stück grauen Papiers erscheint grünlich; dasselbe Papier erscheint rötlich, wenn es auf einer grünen Unterlage liegt. Im ersten Falle ist eine allgemeine Ermüdung der Netzhaut für rotes Licht, im zweiten Falle für grünes Licht eingetreten.

In ähnlicher Weise wie die hellen und dunklen Säume erscheinen um lebhafter gefärbte Gegenstände komplementär gefärbte, sie umsäumende Zonen. Farbige Schatten. Beleuchtet man eine weiße Fläche mit rotem Lichte, so erscheint der Schatten eines vor die Fläche gebracht Stabes grünlich. Hinter den rot beleuchteten Abendwolken erscheint der Himmel grün. Durch die Fensterscheibe eines Zimmers, in dem des Abends die gelbe Petroleumlampe oder das elektrische Glühlicht brennt, erscheint der graue Nachthimmel oft tiefblau gefärbt.

Bei allen Kontrastwirkungen treten noch psychologische Ursachen hinzu; denn wir schätzen beim unmittelbaren Vergleichen geringere Unterschiede diese größer, als sie tatsächlich sind.

### § 375. Beurteilung der Größe eines Körpers. Größentäuschung.

Das Netzhautbild läßt nur ein Urteil über den Sehwinkel zu, unter dem ein beobachteter Gegenstand erscheint. Zwei Gegenstände verschiedener Größe erscheinen unter gleichen Sehwinkeln, wenn ihre Größen den Entfernungen vom Auge proportional sind: ein Stab von 1 m Länge erscheint in 10 m Entfernung unter demselben Sehwinkel, wie ein Stab von 2 m Länge in 20 m Entfernung. Zur Beurteilung der wahren Größe eines Gegenstandes muß also außer dem unmittelbar wahrgenommenen Sehwinkel noch die Entfernung des Gegenstandes bekannt sein. Man schätzt die wahre Größe eines Gegenstandes mit großer Sicherheit, wenn er sich in einer Entfernung befindet, in der man deutlich zu beobachten gewöhnt ist. So schätzt man z. B. die Größe von Gegenständen, die auf dem Tische liegen, an dem man zu arbeiten gewohnt ist, meist richtig. Auch innerhalb eines bekannten Arbeitsraumes oder eines bekannten Gebäudes ist die Schätzung der wahren Größe ziemlich sicher.

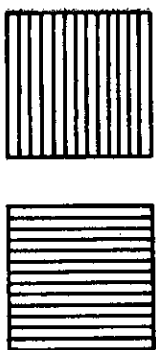


Fig. 1079. Optische Größentäuschung.

Daß aber dort, wo jedes Urteil über die wahre Entfernung fehlt, trotzdem man die Entfernung zahlenmäßig kennt, auch jede Möglichkeit des Urteils über die wahre Größe eines gesehenen Gegenstandes fehlt, erkennt man in auffällender Weise daran, daß jedem Beobachter Sonne und Mond gleich groß erscheinen, wenn ihm auch bekannt ist, daß die Sonne etwa  $400\frac{1}{2}$  mal so weit entfernt ist, demnach auch einen etwa 400 mal so großen Durchmesser hat wie der Mond.

Von Interesse sind noch die Größentäuschungen, die auch bei gleichen Entfernungen und Sehwinkeln zweier gleicher Gegenstände aus rein psychologischen Gründen eintreten. So erscheint von den beiden Quadraten der Fig. 1079, die in verschiedener Weise gestrichelt sind, das linke Quadrat höher als breit, das rechte Quadrat breiter als hoch; dergleichen erscheint der linke Kreisringsektor in Fig. 1080 größer als der rechte Kreisringsektor, obgleich beide kongruent sind. Daß wir auch über die Form getäuscht werden können, zeigt die Fig. 1081. Die lotrechten Geraden sind einander genau parallel, scheinen aber konvergent und divergent zu sein; die Täuschung ist hier durch die kurzen schrägen Striche hervorgerufen.

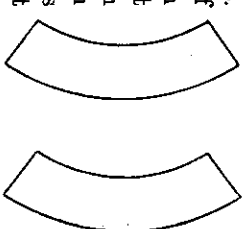


Fig. 1080. Optische Größentäuschung.

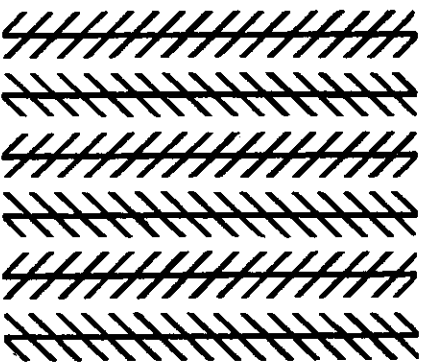


Fig. 1081.



**Irradiation**<sup>1)</sup>: Helle Gegenstände erscheinen uns, besonders wenn das Auge nicht vollkommen auf sie akkommodiert ist, größer als gleichgroße dunkle Gegenstände, weil jeder leuchtende Punkt einen Zerstreuungskreis auf der Netzhaut erzeugt, der die helle Begrenzung scheinbar vergrößert. Beispiel: Die helle Mondsichel scheint einem größeren Kreise anzugehören als der gleichzeitig gesehene dunkle Teil der Mondoberfläche. Der hellglühende Draht einer Glühlampe erscheint mehrmals so dick, als er in Wirklichkeit ist.

Einer eigenartigen Größentäuschung geben wir uns meist bzw. der Größe der gesehenen Sonne hin. Auf allen Gemälden, auf denen die Sonne dargestellt ist, hat der Künstler sie, seiner Empfindung entsprechend, viel zu groß im Vergleiche zu anderen dargestellten Gegenständen gemalt; manchmal ist sie 40mal zu groß wiedergegeben. Auf Landschaftsphotographien, die auch das Sonnenbild enthalten, kommt uns diese stets „unnatürlich“ klein vor, das photographische Objektiv sie richtig gezeichnet hat.

§ 376. Entfernungsschätzen.

Das richtige Schätzen der Entfernung eines beobachteten Gegenstandes ist meist leicht, wenn man außer dem beobachteten Schwinke die Größe des Gegenstandes erfahrungsmäßig kennt. So schätzt man die Entfernung eines Mannes, dessen wahre durchschnittliche Größe bekannt ist, auch in unbekanntem Gelände einigermaßen sicher. Bei der Entfernungsschätzung ist man mancherlei Täuschungen ausgesetzt, die meistens psychologische Ursachen haben. In dünstiger Luft pflegt man wegen der Unscharfe der Umrisse die Entfernung zu überschätzen; in der klaren Luft des Hochgebirges, auch bei klarem Wetter an der Küste erscheinen die Gegenstände näher, als sie tatsächlich sind. Die Fähigkeit, gut und zuverlässig Entfernungen zu schätzen, kann man nur durch systematische Übung erwerben.

Die allgemein bekannte Tatsache, daß uns die Sonne und der Mond am Horizonte größer erscheinen, als wenn sie im Zenit stehen, wird auf die andere Tatsache zurückgeführt, daß uns das Himmelsgewölbe nicht als Halbkugel, sondern als eine gedrückte Kugelhaube erscheint. Zur Erklärung hierfür können zwei Gründe angegeben werden: 1. Die weit entfernten Gegenstände der Erdoberfläche sehen wir immer etwas verschleiert, da die von ihnen ausgehenden Strahlen einen langen Weg durch die der Erdoberfläche anliegenden, dünstigen Luftschichten zurücklegen müssen; daher erscheinen sie uns weiter entfernt, als sie in Wirklichkeit sind (Luftperspektive). Dagegen durchsetzen die mehr oder weniger lotrecht einfallenden Strahlen nur eine dünne Schicht des dünstigen Teiles der Atmosphäre, und die in der Nähe des Zenites stehenden Gestirne erscheinen scharf begrenzt und relativ näher. 2. Die lotrechten Schwinke werden von uns überschätzt, vielleicht weil die Muskelanstrengung für die Bewegung der Augenachse in lotrechter Ebene größer

1) Von (lat.) in = hinein, radius = Strahl, radiatio = Strahlung.

ist als in wagerechter Ebene. Suchen wir z. B. am Himmelsgewölbe einen Punkt durch Augenmaß zu bestimmen, der vom Zenit ebensoweit entfernt ist wie vom Horizonte, für den also der Erhebungswinkel oder Höhenwinkel  $45^\circ$  beträgt, so verlegen wir ihn viel zu tief, wovon wir uns durch nachträgliche Messung leicht überzeugen können.

Da nun unserem Auge die Entfernungen von Punkten des Himmelsgewölbes in der Nähe des Horizontes größer erscheinen als in der Nähe des Zenites, so erscheinen uns Gegenstände, die in Wirklichkeit gleiche Schwinke haben, um so größer, je näher sie dem Horizonte sind.

Von untergeordneter Bedeutung für die Entfernungsschätzung ist der Umstand, daß sich das Auge für das scharfe Sehen auf eine bestimmte Entfernung in bestimmter Weise akkomodieren muß. Unsere Empfindung der Muskelspannung des Ciliarmuskels, durch die die Akkomodation bewirkt wird, ist nur bei sehr geringen Entfernungen (innerhalb eines Meters) für die Entfernungsschätzung mitbestimmend. Von größerer Bedeutung ist der Winkel, den die beiden Augenachsen miteinander einschließen, wenn wir einen Gegenstand gleichzeitig mit beiden Augen oder nacheinander von zwei verschiedenen, seitlich liegenden Orten beobachten (§ 247). Hierbei verschließen sich die entfernten Gegenstände scheinbar weniger als die näher liegenden.

§ 377. Das Sehen mit beiden Augen.

Beim Sehen mit beiden Augen entsteht in jedem Auge ein Netzhautbild; die beiden Netzhautbilder erzeugen aber unter normalen Umständen in unserem Bewußtsein nur einen einfachen Sinnesindruck, besonders in dem Falle, wenn die beiden Bilder in jedem Auge in die Netzhautgrube fallen. Diese Tatsache wird dadurch erklärt, daß sich hinter den Augen die beiden Sehnerven durchkreuzen; jede Nervenendigung in dem einen Auge gehört zu einer Nervenfasel, die mit der Nervenfasel der entsprechenden Nervenendigung im anderen Auge verschmilzt. Zwei Punkte der Netzhaut, deren zugehörige Nervenfaseln miteinander verschmelzen, heißen korrespondierende oder konjugierte Stellen der Netzhaut. Beim Beobachten eines Gegenstandes  $M$  (Fig. 1082) richten wir unwillkürlich die beiden Augäpfel so, daß der „fixierte“, also besonders scharf beobachtete Punkt  $M$  des Gegenstandes ein Bild in den Netzhautgruben  $g_1$  und  $g_2$  beider Augen erzeugt, so daß sich also der fixierte Punkt in der Richtung beider Augenachsen befindet. Ein Punkt  $G$  derjenigen Ebene  $EE$ , die parallel zur Verbindungslinie beider Augen ge-

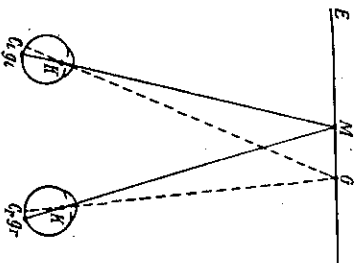


Fig. 1082. Entstehung der beiden korrespondierenden Bilder in beiden Augen.

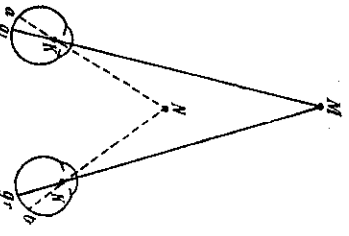


Fig. 1083. Ein näher als der fixierte Gegenstand M derjenigen Ebene EE, die parallel zur Verbindungslinie beider Augen ge-

legt ist, deren Punkte also alle annähernd ebensoweit von den Augen entfernt sind, wie  $M$ , erzeugt im linken Auge ein Bild in  $c$ , im rechten ein Bild in  $c'$ . Diese beiden Punkte sind konjugierte Punkte der Netzhaut beider Augen, denn das zweifache Bild von  $G$  erzeugt nur einen einfachen Sinneseindruck. Die konjugierten Punkte liegen in beiden Augen auf derselben Seite, beide links oder beide rechts von der Netzhautgrube aus gerechnet. Ebenso entstehen alle Bilder, die von anderen Punkten der Ebene  $EE$  auf der Netzhaut erzeugt werden, in konjugierten Punkten beider Augen.

Anders sind die Verhältnisse, wenn die Gegenstände so liegen wie  $M$  und  $N$  in Fig. 1083. Wird der Gegenstand  $M$  mit beiden Augen fixiert, so erzeugt der näher liegende Punkt  $N$  zwei Netzhautbilder  $a$  und  $b$ , die auf verschiedenen Seiten von der Netzhautgrube beider Augen liegen. Diese Punkte sind keine konjugierten Punkte. Daher sehen wir, wenn wir einen fernen Punkt mit beiden Augen fixieren, einen näher liegenden Gegenstand doppelt. Ebenso erscheint uns ein ferner Gegenstand doppelt, wenn wir einen näher liegenden fixieren.

Wenn die beiden Punkte  $M$  und  $N$  keinen allzu großen Tiefenabstand (Abstand in der Sehnrichtung gemessen) voneinander haben, so verschmelzen die verschiedenen Netzhautbilder des Punktes  $N$  beim Fixieren des Punktes  $M$  zu einem verschwommenen, einheitlichen Bilde.

Aus der unvollständigen Deckung der beiden Bilder  $a$  und  $b$  schließen wir, daß die Entfernung des Punktes  $N$  vom Auge anders ist, als die des fixierten Gegenstandes  $M$ . Hierin liegt die Begründung für unsere Fähigkeit, Tiefenunterschiede unmittelbar wahrzunehmen, d. h. also, Dinge in der Natur körperlich, stereoskopisch<sup>1)</sup> zu sehen.

§ 378. Körperliches Sehen.

Die in beiden Augen gleichzeitig erzeugten Netzhautbilder desselben Gegenstandes mit „Tiefendimension“ sind voneinander verschieden. Betrachten wir z. B. eine mit ihrer quadratischen Grundfläche auf dem Tische stehende

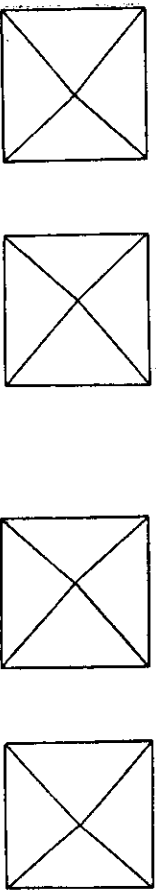


Fig. 1084. Die beiden Bilder einer Pyramide.

Fig. 1085. Die beiden Bilder einer Hohlpyramide.

viereckige Pyramide von oben, so entsteht im linken Auge ein Netzhautbild wie die linke Hälfte der Fig. 1084, im rechten Auge ein Netzhautbild wie die rechte Hälfte derselben Figur. Das linke Auge sieht von der linken Seitenfläche, das rechte Auge von der rechten Seitenfläche mehr als von der

1) stereós (griech.) = fester Körper, skopein (griech.) = sehen.

anderen: die Spitze der Pyramide erscheint in beiden Fällen nach der Nasenseite zu verschoben. Umgekehrt entstehen im linken und rechten Auge die beiden Teile der Fig. 1085 entsprechenden Netzhautbilder, wenn wir in das Innere einer Hohlpyramide hineinschauen: die Spitze der Pyramide erscheint von der Nasenseite fort verschoben.

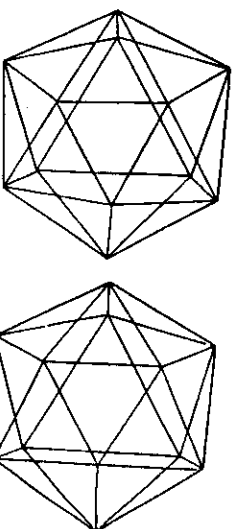


Fig. 1086. Die beiden Stereoskopbilder eines regelmäßigen 20-Flächners.

Betrachten wir gleichzeitig mit dem linken Auge nur das linke Bild und mit dem rechten Auge nur das rechte Bild der Fig. 1084 oder 1085 (indem man etwa zur Unterstützung des Sehens ein Blatt Papier senkrecht auf die Verbindungslinie der beiden Bilder stellt), so daß die beiden Teilbilder auf konjugierte Netzhautpunkte fallen, so haben wir denselben Gesamteindruck, als ob wir ein räumliches Modell einer erhabenen bzw. vertieften Pyramide vor uns hätten. Die beiden Teilbilder von Fig. 1086 erzeugen stereoskopisch betrachtet, den Gesamteindruck eines regelmäßigen 20-Flächners.

§ 379. Das Stereoskop.

Um die gleichzeitige Betrachtung der beiden getrennten Bilder mit beiden Augen zu erleichtern, sind besondere Apparate, Stereoskope, hergestellt worden.

Beim Wheatstone<sup>1)</sup>sehen (1838) Spiegelstereoskope (Fig. 1087) werden die beiden Teilbilder seitlich von zwei unter einem rechten Winkel zueinander stehenden Spiegeln  $a$  und  $b$ , in  $k$  und  $g$  aufgestellt. Im Spiegel  $a$  sieht das linke Auge nur das in  $k$  stehende, im Spiegel  $b$  sieht das rechte Auge nur das in  $g$  stehende Bild. Die Vereinigung der beiden Teilbilder zu einem einheitlichen Deckbilde wird durch den Strahlengang in Fig. 1088 erklärt.

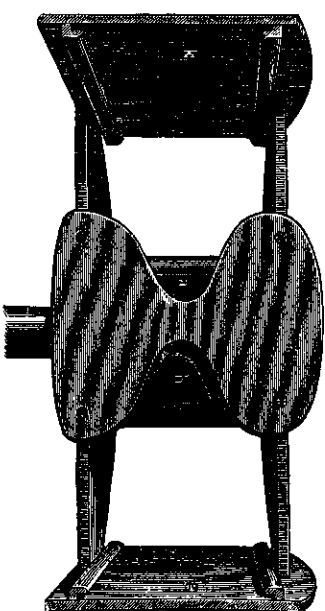


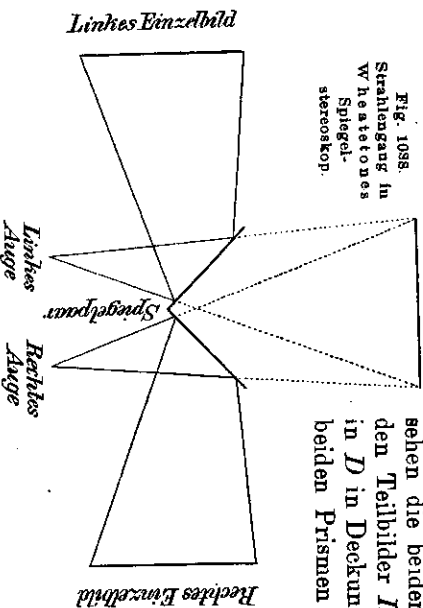
Fig. 1087. Wheatstonesches Spiegelstereoskop.

1) Charles Wheatstone (1802—1876), ursprünglich Instrumentenmacher, infolge zahlreicher Entdeckungen und Erfindungen zum Professor am Kings College in London ernannt, lebte später als Privatmann vom Ertrage seiner Erfindungen; er ist einer der erfolgreichsten praktischen Physiker.

Grimsehl, Physik. I. Große Ausgabe. 6. Aufl.

Das Brewstersche (1849) Prismenstereoskop ist in Fig. 1089 in der jetzt vielfach gebräuchlichen Form abgebildet. In Fig. 1090 ist der Apparat schematisch dargestellt. Durch Vermittelung der beiden Prismen  $P_1$  und  $P_2$  sehen die beiden Augen  $A_1$  und  $A_2$  die beiden Teilbilder  $I$  und  $R$  so, als ob sie beide in  $D$  in Deckung wären. Zur Herstellung der beiden Prismen wird eine große Sammellinse in zwei Hälften durchschnitten, die so in das Stereoskop eingesetzt werden, daß ihre scharfen Ränder einander gegenüberstehen. Dadurch erreicht man zugleich mit dem gewünschten Strahlengange eine Vergrößerung der beobachteten Bilder.

Fig. 1088. Strahlengang im Brewsterschen Spiegelstereoskop.



lare herausgeschraubt hat, kann man die Stereoskopbilder gut vereinigen, wenn man die Objektive unmittelbar vor die Augen hält, wenn man also in umgekehrter Richtung, wie gewöhnlich hindurch blickt.

Durch das Helmholtzsche Telestereoskop und durch die Zeißschen Prismenferrohre (§ 295) wird der natürliche Augenabstand des Beobachters wesentlich erweitert. Betrachtet man durch diese Apparate eine Landschaft, so erscheint sie mit wesentlich erweiterten Tiefenmessungen. Eine weitere Folge der Vergrößerung des Augenabstandes ist, daß dann die scheinbar entfernter liegenden Teile auch kleiner erscheinen, als wenn man sie unmittelbar beobachtet, obgleich der Sehwinkel für beide Augen nicht verkleinert wird.

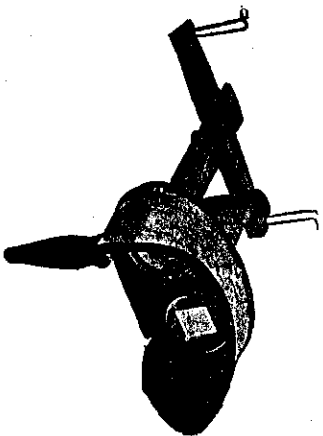


Fig. 1089.

Brewstersches Prismenstereoskop.

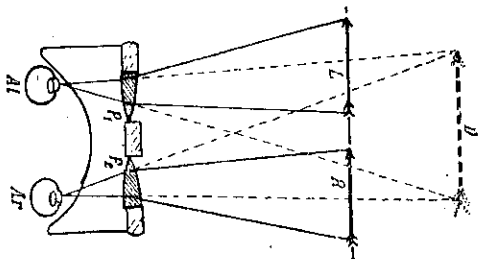


Fig. 1090.

## Anhang.

Tabellen über wichtige physikalische Konstanten. Zahlentabellen.

Tabelle I. Spezifisches Gewicht ( $g^*/cm^3$ ) oder Dichte ( $g/cm^3$ ).

Substanz	Spezifisches Gewicht / Dichte
<b>Feste Körper</b>	
Aluminium . . . . .	2,7
Blei . . . . .	11,3
Eisen . . . . .	7,8
Glas . . . . .	2,4—2,6
Flintglas . . . . .	3,0—5,9
Gold . . . . .	19,2
Hartkautschuk . . . . .	1,2
Holz, Eben- . . . . .	1,2
Eichen- . . . . .	0,7
Tannen- . . . . .	0,5
Kalium . . . . .	0,86
Kork . . . . .	0,16—0,2
Kupfer . . . . .	8,9
Magnesium . . . . .	1,7
Messing . . . . .	8,1—8,6
Natrium . . . . .	0,97
Nickel . . . . .	8,8
Platin . . . . .	21,4
<b>Flüssige Körper</b>	
Äther ( $C_4H_{10}O$ ) . . . . .	0,717
Alkohol ( $C_2H_5O$ ) . . . . .	0,791
Benzol ( $C_6H_6$ ) . . . . .	0,881
Glyzerin ( $C_3H_8O_3$ ) . . . . .	1,26
Olivenöl . . . . .	0,91
Petroleum . . . . .	0,8
Schwefelkohlenstoff ( $CS_2$ ) . . . . .	1,265
<b>Gase</b>	
Luft . . . . .	0,001 2928
Sauerstoff . . . . .	0,001 4292
Stickstoff . . . . .	0,001 2607
Wasserstoff . . . . .	0,000 089 85
Kohlendioxid . . . . .	0,001 976 8
gesättigter Wasserdampf bei 1 Atmosphäre . . . . .	
Druck u. 100° C . . . . .	0,000 605 9
Leuchtgas etwa . . . . .	0,000 6
<b>Quarz . . . . .</b>	<b>2,65</b>
<b>Schwefel . . . . .</b>	<b>2,0</b>
<b>Silber . . . . .</b>	<b>10,5</b>
<b>Wachs . . . . .</b>	<b>0,96</b>
<b>Wismut . . . . .</b>	<b>9,8</b>
<b>Zinn . . . . .</b>	<b>7,1</b>
<b>Eis . . . . .</b>	<b>7,3</b>
<b>Kochsalz . . . . .</b>	<b>0,917</b>
<b>Zucker (<math>C_{12}H_{22}O_{11}</math>) . . . . .</b>	<b>1,59</b>
<b>festes Kohlendioxid . . . . .</b>	<b>1,53</b>
<b>Terpenhöl . . . . .</b>	<b>0,87</b>
<b>Quecksilber 18° C . . . . .</b>	<b>13,551</b>
<b>0° C . . . . .</b>	<b>13,596</b>
<b>flüssiger Wasserstoff . . . . .</b>	<b>0,08</b>
<b>flüssiges Helium . . . . .</b>	<b>0,15</b>
<b>flüssiger Stickstoff . . . . .</b>	<b>0,79</b>
<b>flüssiger Sauerstoff . . . . .</b>	<b>1,13</b>
<b>flüssiges Chlor . . . . .</b>	<b>1,51</b>

Tabelle II. Geschwindigkeiten (Weg in einer Sekunde).

Objekt / Bewegung	Geschwindigkeit (m/sec)
Mann gehend . . . . .	1,5
" I. Laufschrift . . . . .	2,2
Wetthäuf . . . . . bis	7
Wettruderer . . . . . bis	5
Schittschuhläufer b. . . . .	11
Pferd am Lastwagen . . . . .	1,2
" i. Trab v. d. Wagen . . . . .	2—3
Reitpferd im Schritt . . . . .	1,1
" im Trab . . . . .	3—4
" im Galopp . . . . .	5—8
Rennpferd . . . . . bis	25
Jagdhund . . . . . bis	25
Fahrrad (Touren- fahrt) . . . . . bis	3—5
" (Wettfahrer) bis	17
Motorwagen . . . . . bis	55
Güterzüge . . . . .	5—10
Schnellzug . . . . .	22
Elektr. Schnellbahn . . . . .	60
Flugzeug . . . . . bis	85
Kriegsschiffe . . . . .	9—11
Torpedoboot . . . . . bis	18
Schnelldampfer . . . . .	12
See-Segelschiff . . . . . bis	9
Geschw. a. d. Feld- geschütz . . . . .	442
" a. d. Küsten- geschütz . . . . .	510—
" a. d. Deutsch- In- fanteriegeschw. . . . .	1000
Fallbeschleunigung auf der Erde . . . . .	981 cm/sec <sup>2</sup>
Erde in ihrer Bahn um die Sonne . . . . .	29 600 m/sec
Umdrehung d. Erde am Äquator . . . . .	465 m/sec
Mond um die Erde . . . . .	1000 m/sec
Sternschnuppen . . . . .	20—150 km/sec
Umdr. d. Sonne an ihrem Äquator . . . . .	2000 m/sec
Geschw. d. Sonne im Weltensysteme . . . . .	20 km/sec
Schall in der Luft . . . . .	338 m/sec
Licht u. elektr. Vall. . . . .	300 000 km/sec

Fortsetzung von Tabelle II.

	m/sec	m/sec	Fallbeschleunigung auf dem Monde auf der Sonne	1,66 m/sec <sup>2</sup> 270 m/sec <sup>2</sup>
Meereswellen	6	40		
Golferwind	1	6-8		
Mäßiger Wind (Stärke 4)	10	20		
Sturm (Stärke 9)	25			

Tabelle III. Elastizitätskonstanten.

	Elastizitätsmodul kg*/mm <sup>2</sup>	Elastizitätsgrenze kg*/mm <sup>2</sup>	Zugfestigkeit kg*/mm <sup>2</sup>	Schallgeschwindigkeit m/sec
Aluminium	6300-7200	—	20-30	5000
Blei	1500-1700	0,25	2	1300
Eisen	20000-22000	32	30-45	5100
Stahl	5000-5000	50	45-250	5100
Glass	7600-8100	—	—	5000
Gold	10000-13000	12	27	2100
Kupfer	8000-10000	—	40	3600
Messing	16000-17500	26	60	3200
Platin	7000-8000	11	26	2800
Silber			29	2700

Tabelle IV. Wärmekonstanten fester Körper.

	Linearer Ausdehnungskoeffizient um 1°	Spezifische Wärme (g. Grad)	Schmelzpunkt °C	Schmelzwärme (cal/g)	Wärmeleitvermögen cal/grad cm. sec
Aluminium	0,0000213	0,214	656	77	0,48
Blei	288	0,031	327,4	6	0,08
Cadmium	286	0,065	320,9	14	0,22
Eisen	112	0,105	1100-1600	30	0,14-0,17
Stahl	10	0,114	1300-1400	—	0,06-0,12
Gold	141	0,031	1064	—	0,70
Kupfer	159	0,091	1184	42	0,90
Magnesium	260	0,250	651	—	0,38
Messing	18	0,093	etwa 900	—	0,15-0,30
Nickel	127	0,106	1460	—	0,14
Platin	088	0,032	1760	27	6,17
Schwefel	6	0,16-0,24	119	10	0,0007
Silber	185	0,055	961	21	1,01
Tantal	079	0,036	271	13	0,019
Wismut	134	0,029	3000	—	—
Wolfram	035	—	271	—	—
Zinn	236	0,091	419,4	28	0,27
Zinn	213	0,052	231,8	14	0,15
Glas	05	0,190	800-1400	—	0,0023
Harz Gummi	80	—	—	—	0,0004

Tabelle V. Wärmekonstanten flüssiger Körper.

	Räumlicher Ausdehnungskoeffizient	Spezifische Wärme um 1° (g. Grad)	Schmelzpunkt °C	Siedepunkt °C	Verdampfungswärme (cal/g)
Äther (C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> O)	0,00163	0,56	-123,6	34,5	90
Alkohol (C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> O)	0,00110	0,58	-114	78,3	202
Benzol (C <sub>6</sub> H <sub>6</sub> )	0,00124	0,41	+	80,2	94
Glycerin (C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> O <sub>3</sub> )	0,00060	0,58	20	290	75
Petroleum	0,00092	0,51	—	110-130	75
Schwefelkohlenstoff (CS <sub>2</sub> )	0,00121	0,24	-112	46,2	85
Terpenin (C <sub>10</sub> H <sub>16</sub> )	0,00094	0,42	—	161	70
Wasser (18° C)	0,00018	0,999	0	100	539,1
Quecksilber	0,000181	0,0333	38,9	356,7	68
Flüssiges Sauerstoff	—	—	57	78,5	142
Flüssiges Neon	—	—	215	183,0	61
Flüssiges Wasserstoff	—	—	210,5	195,7	48
Flüssiges Helium	—	—	259	245,9	—
				252,8	110
				268,8	—

Tabelle VI. Ausdehnung des Wassers.

Temperatur	7° C		14° C	
	Volumen	Temperatur	Volumen	Temperatur
0° C	1,000132	—	1,000071	—
1	1,000073	8	1,000124	15
2	1,000033	9	1,000191	16
3	1,000008	10	1,000272	17
4	1,000000	11	1,000367	18
5	1,000008	12	1,000475	19
6	1,000032	13	1,000596	20

Tabelle VII. Spezifische Wärme c<sub>p</sub> der Gase und Dämpfe bei beständigem Drucke und Verhältnis  $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$  der spezifischen Wärmen der Gase und Dämpfe bei unveränderlichem Drucke und unveränderlichem Volumen.

Stoff	bei 18° C		$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$
	c <sub>p</sub>	Temperatur	
Atmosphärische Luft	0,241	14° C	1,40
Sauerstoff	0,215	15	1,000874
Stickstoff	0,244	16	1,001030
Wasserstoff	3,400	17	1,001198
Helium	1,26	18	1,001377
Argon	0,127	19	1,001567
Jod	0,0336	20	1,001758
Kohlendioxid (CO <sub>2</sub> )	0,202	—	—
Wasserdampf (H <sub>2</sub> O)	0,3187	—	—
Alkohol (C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> O)	0,4534	—	—
Äther (C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> O)	0,4280	—	—

Tabelle VIII. Atomwärme fester Körper.

Stoff	Spezifische Wärme	Atomgewicht	Atomwärme
Aluminium	0,214	27	5,8
Blei	0,031	205	6,4
Eisen	0,105	55	6,6
Gold	0,031	196	6,7
Kupfer	0,091	63	5,7
Magnesium	0,260	24	6,0
Nickel	0,106	58	5,9
Platin	0,032	193	6,2
Silber	0,055	107	5,9
Wismut	0,029	206	5,9
Zinn	0,092	65	6,9
Zink	0,052	118	6,4
Schwefel	0,16—0,24	32	5,1—7,4
Kohle	0,36	12	3,1

Tabelle IX. Temperatur  $t$  und Dampfspannung  $p$  (in mm Quecksilber) des Wasserdampfes zwischen  $0^\circ\text{C}$  und  $340^\circ\text{C}$ .

$t$	$p$	$t$	$p$	$t$	$p$	$t$	$p$
$0^\circ\text{C}$	4,6	70	233,5	140	2710,8	220	17400
10	9,2	80	355,1	160	3571	240	26110
20	17,5	90	525,8	180	4636	260	35200
30	31,8	100	760	190	5941	280	43120
40	55,3	110	1074,6	180	7521	300	54460
50	92,5	120	1589,2	190	9415	320	64720
60	149,2	130	2026,3	200	11662	340	109600

Druck  $p$  in technischen Atmosphären ( $\text{Kg}^*/\text{cm}^2$ ) und Siedetemperatur ( $^\circ\text{C}$ ) des Wassers.

$p$	$t$	$p$	$t$	$p$	$t$	$p$	$t$
1	99	6	158	11	183	16	200
2	119	7	164	12	186	17	203
3	132	8	169	13	190	18	206
4	142	9	174	14	194	19	209
5	151	10	179	15	197	20	211

Tabelle X. Temperatur  $t$ , Dampfspannung  $p$  und Masse  $f$  des gesättigten Wasserdampfes in  $1\text{ m}^3$  zwischen  $-10^\circ\text{C}$  und  $+29^\circ\text{C}$ .

$t$ $^\circ\text{C}$	$p$ mm	$f$ $\text{g/m}^3$	$t$ $^\circ\text{C}$	$p$ mm	$f$ $\text{g/m}^3$	$t$ $^\circ\text{C}$	$p$ mm	$f$ $\text{g/m}^3$
-10	2,95	2,14	0	4,58	4,84	+10	9,2	9,4
-9	2,13	2,33	+1	4,9	5,2	11	9,8	10,0
-8	2,32	2,54	+2	5,3	5,6	12	10,5	10,7
-7	2,53	2,76	+3	5,7	6,0	13	11,2	11,4
-6	2,76	2,99	+4	6,1	6,4	14	12,0	12,1
-5	3,01	3,24	+5	6,5	6,8	15	12,8	12,8
-4	3,28	3,51	+6	7,0	7,3	16	13,6	13,6
-3	3,57	3,81	+7	7,5	7,8	17	14,5	14,5
-2	3,68	4,13	+8	8,0	8,3	18	15,5	15,4
-1	4,32	4,47	+9	8,6	8,8	19	16,5	16,3

Tabelle XI. Dampfspannung gesättigter Dämpfe (in mm Quecksilber).

Temperatur	Äther	Schwefelkohlenstoff	Alkohol	Benzol	Wasser	Quecksilber
-20 $^\circ\text{C}$	66	47	3,3	6	0,77	
0	185	128	12,5	25	4,6	0,0004
+20	440	298	44,1	75	17,5	0,0011
+40	920	618	133,6	182	55,3	0,006
+60	1740	1160	351	389	149,2	0,025
+80	3000	2030	812	753	355,1	0,09
+100	4900	3230	1690	1342	760	0,28
Siedepunkt	34,5 $^\circ\text{C}$	46,2 $^\circ\text{C}$	78,3 $^\circ\text{C}$	80,2 $^\circ\text{C}$	100 $^\circ$	356,7 $^\circ\text{C}$

Tabelle XII. Psychrometertafeln.

$$F = f' - A \cdot b(t - t')$$

I. Sättigungsdruck für die Temperatur  $t$  des trockenen und für die Temperatur  $t'$  des feuchten Thermometers.

$t^\circ\text{C}$	,0	,2	,4	,6	,8	$t^\circ\text{C}$	,0	,2	,4	,6	,8
0	4,60	4,67	4,73	4,80	4,87	15	12,70	12,36	13,03	13,30	13,37
1	4,94	5,01	5,08	5,16	5,23	16	13,54	13,71	13,89	14,06	14,24
2	5,30	5,38	5,45	5,53	5,61	17	14,42	14,61	14,79	14,98	15,17
3	5,69	5,77	5,85	5,93	6,01	18	15,36	15,35	15,75	15,05	16,15
4	6,10	6,18	6,27	6,35	6,45	19	16,35	16,65	16,76	16,97	17,18
5	6,53	6,63	6,72	6,81	6,90	20	17,39	17,61	17,83	18,05	18,27
6	7,00	7,10	7,19	7,29	7,39	21	18,60	18,72	18,95	19,19	19,42
7	7,49	7,60	7,70	7,80	7,91	22	19,66	19,90	20,14	20,39	20,64
8	8,02	8,13	8,24	8,35	8,46	23	20,89	21,14	21,40	21,66	21,92
9	8,57	8,69	8,81	8,93	9,05	24	22,18	22,45	22,72	23,00	23,27
10	9,17	9,29	9,41	9,54	9,67	25	23,55	23,83	24,12	24,41	24,70
11	9,79	9,92	10,05	10,19	10,32	26	24,99	25,29	25,59	25,89	26,20
12	10,46	10,60	10,74	10,88	11,02	27	26,51	26,82	27,14	27,45	27,78
13	11,16	11,31	11,46	11,61	11,76	28	28,10	28,43	28,77	29,10	29,44
14	11,91	12,06	12,22	12,38	12,54	29	29,78	30,13	30,48	30,83	31,19

II. Die Größe  $B = A \cdot b(t - t')$  für die psychrometrische Differenz  $t - t'$  bei den mittleren Barometerständen:

$b = 710$  bis  $730$  mm

$b = 730$  bis  $760$  mm

$t - t'$	$b = 710$ bis $730$ mm				$b = 730$ bis $760$ mm					
	.0	.2	.4	.6	.8	.0	.2	.4	.6	.8
0	0,00	0,10	0,20	0,31	0,41	0,00	0,11	0,21	0,32	0,42
1	0,61	0,61	0,71	0,81	0,96	0,53	0,63	0,74	0,84	0,95
2	1,02	1,12	1,22	1,32	1,42	1,05	1,16	1,26	1,37	1,47
3	1,52	1,62	1,72	1,83	1,93	1,66	1,79	1,91	2,02	2,12
4	2,03	2,13	2,23	2,33	2,44	2,10	2,21	2,31	2,42	2,52
5	2,54	2,64	2,74	2,84	2,95	2,63	2,74	2,84	2,95	3,05
6	3,05	3,15	3,25	3,35	3,45	3,16	3,26	3,37	3,47	3,58
7	3,56	3,66	3,76	3,86	3,96	3,68	3,79	3,89	4,00	4,10
8	4,07	4,17	4,27	4,37	4,47	4,21	4,31	4,42	4,52	4,63
9	4,57	4,68	4,78	4,88	4,98	4,73	4,84	4,94	5,05	5,15
10	5,08	5,18	5,28	5,39	5,49	5,26	5,36	5,47	5,58	5,68
11	5,59	5,69	5,79	5,90	6,00	5,79	5,89	6,00	6,10	6,21
12	6,10	6,20	6,30	6,40	6,51	6,31	6,42	6,52	6,63	6,73
13	6,61	6,71	6,81	6,91	7,01	6,84	6,94	7,05	7,15	7,26
14	7,12	7,22	7,32	7,42	7,52	7,36	7,47	7,57	7,68	7,78
15	7,62	7,73	7,83	7,93	8,03	7,89	7,99	8,10	8,21	8,31
16	8,13	8,23	8,34	8,44	8,54	8,42	8,52	8,63	8,73	8,84
17	8,64	8,74	8,84	8,95	9,05	8,94	9,05	9,15	9,26	9,36
18	9,15	9,25	9,35	9,45	9,56	9,47	9,57	9,68	9,78	9,89
19	9,66	9,76	9,86	9,96	10,06	9,99	10,10	10,20	10,31	10,41

Man suche in Tabelle I die Sättigungsdrucke  $f$  und  $f'$ , die zu den an den Thermometern abgelesenen Temperaturen  $t$  und  $t'$  gehören. Ferner suche man in Tabelle II den Wert der Größe  $B = A \cdot b(t - t')$ . Dann ist

die absolute Feuchtigkeits  $F = f' - B$ ,  
 das Sättigungsdefizit  $SD = f - F$ ,  
 die relative Feuchtigkeits  $RF = \frac{F}{f}$ .

Tabelle XIII. Kritische Daten.

	Kritische Temperatur in °C	Kritischer Druck in Atmosphären	Ammoniak	Kritische Temperatur in °C	Kritischer Druck in Atmosphären
Helium	267,94	2,26	Schwefeldioxyd	132	109
Wasserstoff	238,91	12,80	Äther	157	78
Neon	228,91	26,86	Alkohol	194	35
Säurestoff	147,13	33,4	Schwefelkohlenstoff	243	63
Sauerstoff	118,82	49,71	Benzol	273	73
Methan	82,85	45,60	Wasser	288	47
Äthylen	9,5	50,65		370	205
Kohlendioxyd	31	72			

Tabelle XIV. Verbrennungswärmen.

Reaktion	pro Gramm der verbrannten Substanz	f. soviet Mol O <sub>2</sub> wenn der Gleichheit vorkommen	Bemerkungen
2H <sub>2</sub> + O <sub>2</sub> = 2H <sub>2</sub> O	34,3	137,0	Produkt flüssig
2K <sub>2</sub> + O <sub>2</sub> = 2K <sub>2</sub> O	1,24	194,2	" fest
2N <sub>2</sub> + O <sub>2</sub> = 2N <sub>2</sub> O	2,08	192,0	" "
2Ca + O <sub>2</sub> = 2CaO	3,49	280	" "
2Zn + O <sub>2</sub> = 2ZnO	1,30	170,4	" "
2Cu + O <sub>2</sub> = 2CuO	0,684	74,4	" "
4Cn + O <sub>2</sub> = 2Cn <sub>2</sub> O	0,32	81,6	" "
2Pb + O <sub>2</sub> = 2PbO	0,248	100,6	" "
2S + 2O <sub>2</sub> = 2SO <sub>2</sub>	2,21	141,2	gasförmig
2S + 3O <sub>2</sub> = 2SO <sub>3</sub>	2,87	183,8	" "
P <sub>4</sub> + 5O <sub>2</sub> = 2P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	5,96	740	fest
2N <sub>2</sub> + O <sub>2</sub> = 2N <sub>2</sub> O	0,631	38,4	gasförmig
N <sub>2</sub> + 2O <sub>2</sub> = 2NO	1,64	43,2	" "
N <sub>2</sub> + 2O <sub>2</sub> = 2NO <sub>2</sub>	0,142	4,0	" "
2N <sub>2</sub> + 5O <sub>2</sub> = 2N <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,048	2,4	" "
2C + O <sub>2</sub> = 2CO	2,17	82,2	Diamant, Produkt gasförmig
C + O <sub>2</sub> = CO <sub>2</sub>	7,86	94,3	" Amorphkohle, Produkt gasförmig
C + O <sub>2</sub> = CO	8,0	97	Graphit, Produkt gasförmig
C + O <sub>2</sub> = CO <sub>2</sub>	7,9	95	" "

Tabelle XV. Windskala nach Beaufort.

Stärke Nr.	Bezeichnung des Windes	Druck kg/m <sup>2</sup>	Wirkung des Windes auf dem Lande	Geschwindigkeit m/sec
0	Windstille	0-0,3	Rauch steigt gerade empor; kein Baumblatt bewegt sich	0-1
1	Leichter Zug	1,6	Für das Gefühl bemerkbar	1-2
2	Leichter Wind	4,7	Bewegt einen Wimpel und leichte Blätter	2-4
3	Schwacher Wind	8,4	Streckt einen Wimpel, bewegt die Blätter und kleine Baumzweige	4-6
4	Mäßiger Wind	13,2		6-8
5	Frischer Wind	20,5	Bewegt größere Baumzweige	8-10
6	Starker Wind	29,5	Bewegt Äste und schwächere Bäume	10-12
7	Steifer Wind	42,8		12-14
8	Stürmisch. Wind	61,0	Hemmt das Gehen im Freien	14-17
9	Sturm	82,5	Bricht Asten und mächtige Bäume	17-20
10	Starker Sturm	111,0	Deckt Häuser ab, wirft Schornsteine um, entwirrt große Bäume	20-24
11	Harter Sturm	148,0		24-30
12	Orkan	211,2		größer als 30

Tabelle XVI. Schwingungszahlen der Töne.

Relative Schwingungszahlen reine Stimmung	Absolute Schwingungszahlen gleichschwebend tem- perierte Stimmung					Absolute Schwingungszahlen der Töne der Orgel der Oktave ( $\alpha = 135$ )
	A	B	C	D	E	
c	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	258,652
cis	1,04166	1,05946	1,07701	1,09438	1,11158	274,038
des	1,08000	1,10246	1,12466	1,14659	1,16826	290,327
d	1,12500	1,15246	1,17921	1,20529	1,23071	307,592
dis	1,17187	1,20326	1,23406	1,26426	1,29386	325,981
e	1,20000	1,23592	1,27126	1,30603	1,34023	345,259
es	1,25000	1,29092	1,33126	1,37103	1,41023	365,730
f	1,30208	1,34864	1,39466	1,44013	1,48506	387,541
f <sub>is</sub>	1,33889	1,38821	1,43699	1,48523	1,53293	410,585
g	1,38889	1,44121	1,49293	1,54406	1,59460	435
gis	1,44000	1,49831	1,55603	1,61316	1,66970	460,866
a	1,50000	1,56870	1,63681	1,70433	1,77126	488,271
as	1,56250	1,64179	1,72059	1,79890	1,87671	517,305
b	1,66667	1,75619	1,84493	1,93290	2,02000	
b <sub>is</sub>	1,73811	1,83811	1,93726	2,03556	2,13290	
h	1,87500	1,98776	2,10000	2,21179	2,32303	
hes	1,92000	2,04000	2,16000	2,28000	2,40000	
his	1,95313	2,08000	2,20726	2,33403	2,46023	
c	2,00000	2,00000	2,00000	2,00000	2,00000	

Tabelle XVIII. Wellenlängen (in Luft) und Schwingungszahlen des Lichtes, bezogen auf die Lichtgeschwindigkeit  $3 \cdot 10^{10}$  cm/sec.

Fraunhofer'sche Linie	Wellenlänge in m $\mu$										Schwingungszahl in $10^{15}$
	A	B	C	D <sup>1)</sup>	E	F	G	H			
Wellenlänge in m $\mu$	760	687	656	589	587	486	431	397			
Schwingungszahl in $10^{15}$	390	437	457	510	510	618	696	758			

1) Für die beiden Komponenten der Doppellinie D des Natriums gilt genauer  
 $\lambda_{D_1} = 589,6155$  m  $\mu$   
 $\lambda_{D_2} = 589,0186$  m  $\mu$ .

Tabelle XIX. Atmosphärische Strahlenbrechung (Refraktion).

Scheinbare Höhe	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	8°	10°
Refraktion . . . .	34'54"	24'25"	18'9"	14'15"	11'39"	9'47"	8'23"	6'30"	5'16"
Scheinbare Höhe	12°	16°	20°	25°	30°	40°	50°	60°	80°
Refraktion . . . .	4'26"	3'32"	2'37"	2'3"	1'40"	1'9"	46"	33"	10"

Tabelle XVII. Brechungsverhältnisse einiger Körper für die einzelnen Teile des Spektrums bei 18° C. Spezifische Dispersion  $\delta = n_D - n_C$ . Drehung der Polarisations Ebene in einer Quarzfläche von 1 mm Dicke.

Kraunhofer'sche Linie	Wellenlänge in m $\mu$								$\delta$
	A	B	C	D	E	F	G	H	
Wellenlänge in m $\mu$	760	686,7	656,3	639,0	627	486,1	430,8	396,8	—
Wasser . . . . .	1,329	1,331	1,332	1,334	1,336	1,338	1,341	1,344	0,012
Alkohol . . . . .	1,359	1,360	1,361	1,363	1,365	1,367	1,371	1,374	0,013
Benzol . . . . .	1,493	1,495	1,497	1,503	1,507	1,514	1,524	1,536	0,039
Äther . . . . .	1,351	1,355	1,356	1,358	1,360	1,362	1,366	1,370	0,014
Cassiol . . . . .	1,586	1,592	1,596	1,605	1,619	1,634	1,665	1,701	0,105
Schwefelwasserstoff .	1,610	1,616	1,620	1,629	1,642	1,664	1,679	1,702	0,082
Leichtes Krönsglas .	1,519	1,512	1,513	1,515	1,519	1,521	1,527	1,531	0,018
Schweres Krönsglas .	1,735	1,741	1,743	1,752	1,762	1,772	1,792	1,811	0,068
Leichtes Flintglas .	1,650	1,653	1,655	1,659	1,664	1,668	1,676	1,683	0,028
Kalkspat { ord. . . . .	1,483	1,484	1,485	1,486	1,489	1,491	1,495	1,498	0,013
{ extraord. . . . .	1,539	1,541	1,542	1,544	1,547	1,550	1,554	1,558	0,016
Quarz { ord. . . . .	1,548	1,550	1,551	1,553	1,556	1,559	1,564	1,568	0,017
{ extraord. . . . .	1,548	1,550	1,551	1,553	1,556	1,559	1,564	1,568	0,017
Drehung in Quarz . . . . .	12,7°	15,7°	17,3°	21,7°	27,5°	32,7°	42,6°	51,2°	

Eine Rohznuckerlösung, die in 100 cm<sup>3</sup> Lösung  $\alpha_D$  Zucker enthält, dreht bei seiner Schichtlänge von 1 cm die Polarisationssebene des Natriumlichtes um  $\alpha = 0,071 \cdot \alpha_D$ .

**Berichtigungen.**

Seite 40 soll die Unterschrift unter den Figuren 44, 45 und 46 heißen: Geometrische Addition . . . statt: Skalare Addition . . .  
 Seite 270 soll die Absatzüberschrift des 3. Absatzes von unten heißen: Sonnenfluten statt: Sturmfluten.  
 Seite 286 Zeile 15 von oben soll es heißen: Saccharimeter statt: Saccharometer.  
 Seite 482 soll es in Zeile 30 von unten heißen: Poggendorff statt: Poggendorf.

Namenregister.

Abbe, Ernst 11. 813.	Berthelot, Daniel 609	Caesini, D. 901	Drehbel 421	Galliei, G. 36. 77.	Hiltorf, W. 463	Kurlbaum 1073. 1076.	Mahlmann 620
830, 868, 874, 875.	—, Marcellin 538.	Cavalieri, B. 80	Du Bois & Bois	80, 90, 211, 237.	van't Hoff J. H. 463.	1091	Matus 994, 997, 1040
879, 889, 892, 972.	599, 609, 612	Cavendish 243, 244.	Dulong, P. L. 480.	421, 868	639, 607	Kutta 373, 378	Mauzel, J. N. 164
984	Bérard, Al. 17	245	448	Gallon, F. 717	Hooker, R. 181, 421.	LaGrange 238, 252.	Marotte, E. 318, 655.
Ahbom, Fr. 394	Bessel, F. W. 4. 166	Celcius 422	Dumas, J. B. 459	Garros 392	994	Lambert, J. G. 748.	Maurolycus, Fr. 741
Airy 217, 256	Bezold 649	Charles 335	Dutrochet 462	Gaul, C. F. 32, 252.	v. Hornbostel 737	Lambert, W. 467	Mauy 620
Alcock 392	Bjarknes, C. A. 653	le Châtelier, H. L.	Edison 725	811	Humbold, A. v. 620	Lanchester, F. W. 377	Maxwell, J. Cl. 28.
d'Almeida 120, 241	—, Vilh. 82, 653	541, 1091	Eiffel, A. G. 343	Gay-Lussac 432, 461.	Huygens, Chr. 90.	Langen, E. u. O. 545	576, 522, 576, 581.
Allan, H. S. 353	Black, J. 444, 472, 476	711, 716	Einstein, A. 87, 594.	502	111, 421, 454, 480.	Langley, S. P. 1065.	586, 1096
Alluard 468	Blérion 392	Chladni, E. F. F. 703.	Elvius 422	Gebirke, E. 937	600, 668, 669, 840.	Langmuir, Irving 330	Mayer, Robert 476.
Amici 878, 893	Bohnensberger 165.	711, 716	602	Gebler, W. 327, 895	876, 393, 940, 944.	Laplace, P. 480, 683.	477, 482, 484, 488.
Amontons 482	Bolr 1051	Christiansen, Chr.	Erffe 877	Gerbach, H. 1075	1003, 1039	Lator 706, 905	500
Andrews, Th. 409	du Bois 900	898	Erftson, J. 544	Gershon, Leviden 741	994	Lau, M. v. 415	Melloni, M. 571
Anschtitz & Co. 174	Boltzmann, Ludw.	Christiansen, Chr.	Enklid v. Alexan	Gibbs, J. W. 539	Humbold, A. v. 620	Lavoisier 480	Meserve 679
Anschtitz, O. 1094	606, 522, 525, 533.	898	Enrich 756, 852	Glaisher 480	Huygens, Chr. 90.	Lavoisier s. Cha-	Meyer, Viktor 460
Arago 1010	581, 605, 1073	926, 484	Euler, Leonh. 480.	Glaisher 480	111, 421, 454, 480.	telier	Michel, John 244
Archimedes 280, 779	Bourdin 239	482, 484	Eustachio, B. 785	Glaisher 480	876, 393, 940, 944.	Le Châtelier s. Cha-	Michelson, A. A. 909.
Aristoteles 600, 742	Bourdon 315	Chémeut-Desormes	Exner, Fel. 653	Glaisher 480	1003, 1039	Le Châtelier s. Cha-	Möbius, A. F. 700.
Arkadew 939, 940.	Boyle 312, 313, 480.	493	Fabry 934	Glaisher 480	994	Le Châtelier s. Cha-	804, 988
947, 953	1044	Coblentz, W. W. 1076.	Fahrenheit 421	Glaisher 480	994	Le Châtelier s. Cha-	Montgolfier, J. M. u.
Arrhenius, Aug. Sv.	Bradley, J. 902	1076, 1077	Fahrentheit 421	Graade, Hans 389	994	Le Châtelier s. Cha-	J. E. 207
463	de Brabe, Tycho 73	Coffin 643	Faraday 453, 454	Graham, George 426	994	Le Châtelier s. Cha-	Morley 938
Abmann, Rich. 468.	Brahma 272	Colding, L. A. 483	Fermat, P. ds 908.	Graham, George 426	994	Le Châtelier s. Cha-	Nernet, W. 593, 599
617	Braun, K. F. 542	Coladon 727	990	s'Gravenande, W. J.	994	Le Châtelier s. Cha-	Nenhaus 967
Atwood, G. 88, 179	Bravais 415	Corioli, G. G. 101.	Ferral 643	276	994	Le Châtelier s. Cha-	Newton, I. 21, 77.
Auer v. Welsbach	Brewster, D. 929.	127	Fessel, F. 170	Green, G. 232	994	Le Châtelier s. Cha-	80, 90, 96, 97, 206.
1093	1000, 1044, 1106	Cori, A. 786	Fink 305	Grimaldi, F. 938	994	Le Châtelier s. Cha-	242, 269, 345, 348.
August, E. F. 468	Brodhun 750	Goulomb, A. 203, 244	Fizeau, H. 904, 908.	Grimsdell, E. 477, 688.	994	Le Châtelier s. Cha-	480, 574, 683, 767.
Avogadro 437, 461.	Brown 392	Curtis 392, 560	926, 927, 934	695, 784, 897, 920.	994	Le Châtelier s. Cha-	795, 799, 803, 812.
592	— 525, 601	493	Fokker 390	974, 996, 1033	994	Le Châtelier s. Cha-	880, 881, 886, 891.
Bacon, F. 480	Bruno, Giordano 600	493	Fornin 312	Grüfneisen 480	994	Le Châtelier s. Cha-	908, 916, 917, 919.
Baelo, Giuseppe 80	Bunsen, B. W. 295.	1076, 1077	Foucault, L. 127, 175.	Guetzko, O. v. 322	994	Le Châtelier s. Cha-	974
Balmain, G. E. 80	314, 330, 340, 430.	1076, 1077	178, 415, 905, 909	Gullstrand, A. 765.	994	Le Châtelier s. Cha-	Nicol, W. 1008, 1010
Bartolini, E. 1003	453, 612, 883	1076, 1077	178, 415, 905, 909	801, 844, 846, 847.	994	Le Châtelier s. Cha-	Nierce 1038
Bartolini 178	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Nobert 960
Beaufort 618	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Nollet, J. A. 462
Behber, van 632	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Nonus, Petrus 14
Bequerel, H.; A. E.;	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Nörensberg, J. G. C.
A. C. 901, 1017	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	993, 1010
Beckmann, Isaac 80	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Obenbeck 654
Benoit 933	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Onnes, Kamerlingh-
Benz, C. 545	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Onnes
Benzenberg, J. F. 178	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Oscarski, K. 471.
Bernoulli, Daniel	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	602
288, 290, 295, 480.	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Ostwald, Wihl. 516.
578	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	530
—, Joh. 238, 288, 578	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Ostwaldt 851
Berson 621	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Papin 454
	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Parries, I. 668
	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Parson 560
	581, 605, 1073	1076, 1077	178, 415, 905, 909	855, 857, 874, 986	994	Le Châtelier s. Cha-	Pascal, Blaise 275



Pelkon 306	Rayleigh, Lord (John Strutt) 693. 694. 909. 1029	Sir, J. 616	van der Waals 318.
Peppler, A. 645	Read 392	Snell, W. 781	404. 609
Perrin, J. 603. 606	Réaumur, A. F. de 432	Soliel, N. 1019	Walgerstein, Th. 840
Perron 905	Réaumur, A. F. de 432	Sorge, G. A. 731	Wanner, H. 1091
Perrone, G. Les 237	Ribensdorf 673	Stamper 1094	Warburg, C. 1057
Petit, A. T. 430. 448	Ragnault, H. V. 318.	Stefan, J. 1073	Watt, J. 112. 548
Pflannder, L. 521	438	Stevin, S. 274. 277	Weber, E. H. 611.
Pfeffer, W. 462	Reuleaux, F. 211	Stirling 596	694
Pictet, R. 471. 564	Reynolds, O. 351	Stokes, G. G. 852.	—, Leonh. 748. 751
Planck, M. 24. 592.	Riechmann, Fr. 245	602. 606. 1044. 1045.	—, Willh. 22. 661.
593. 598. 1077. 1080.	Riechmann, W. 444	1047	694
1089	Ritche 749	Strutt s. Rayleigh	Wagener, A. 653
Plateau, J. 401. 405.	de 237. 286	694	Weinhold, A. 570
406. 1094	Robinson, Th. R.	Sturn 727	Weinger, E. 653
Plato 908	343. 618	Stüring 621	Wertheimer 737
Plücker 327	Rohr, M. v. 851. 857	Svedberg, Th. 605	Westphal, W. 1075
Poggendorf 482. 760	Römer, O. 901. 908	Tacquet, A. 840	Wheatstone, Ch.
Poisot 169	Rob, James 642;	Tartini, G. 781	1075, 1105
Poiseuille 263	John 642	Taylor 679. 709	Whiting 479
Poisson, S. D. 488.	Roux, L. 998	Tessierende Port 621	Wiebe 423
947	Rowland 960	Thompson, Benj. 480	Wien, Max 737
Poncellet, J. V. 101	Rubens, H. 721. 900.	Thomson, William	—, Wilh. 1075. 1076.
Porro, I. 868	1063. 1065	376. 425. 453. 602.	1089
Porte, G. de 741	Rumford = Benjamin	518. 521. 539	Wiener, O. 965
Potter, H. 548	Thompson 180. 749	—, James 453	Wesselsberger 354.
Prandtl, L. 344. 345.	348. 378	Thornycroft 550	365. 368
Pravost, C. 1067	Saussure 467	Tiede 1048	Wilcke, J. K. 444,
Pringsheim 1073.	Schener, Chr. 862	Torrioni 237. 288.	472
1074. 1076. 1077.	Schlick, O. 174	Willstatter, R. 1057	Willingen 751
1088. 1091	Schober, C. G. 88	Wing 228	Wirkworth 228
Prochus 600	Schott, O. 423. 1045	Tyndall, J. 453. 454.	Wollaston, W. H. 851
Procy 204	Schüller 690	572	Wood 451
Prolemator, Cl. 781.	Schulze, J. H. 1058	Uhricht 754	Wright, Wilbur n.
886	Schumann, V. 1047	van der Waals 318.	Orville 384
Purkinje 1099	Schuster, A. 943. 948	404. 609	Young, Thomas 666.
Quincke, G. 729. 931	Schwilgné 236	vant Hoff 468	910. 919. 941. 994.
Quintenz 236	Schryd zu Rhetta 866	Vernerius, P. 14	1010. 1095. 1099
Ramsey, W. 566. 896	Seebeck, F. W. A. 706	Vidie, L. 314	Zeher 314
Ramsden, J. 876	—, Joh. 571	Viviani 178	Zeib. C. 11. 813. 837.
Rankine, W. J. M. 102	Segner 301	Vogel, H. W. 1060	851. 857. 868. 1106
Raoult 464	Séguin 482	Voith 305	v. Zeppelin 381
	Sidot 1048	Volmer 330	Zoebler, H. 1063
	Siedenopf 973		Zsigmondy 973

## Sachregister.

Die römischen Zahlen bedeuten die Nummern der Tabellen im Anbange.

Abbildung 793	Absorptionshygrometer 467	Akustik 699
— aberrationsfreie 826. 829.	Absorptionsspektrum 887	d'Alembert'sches Prinzip 120.
— durch Linsen 814	Absorptionsvermögen 1061	241
— ein sentr. System 808	Abtrieb 360	Alkoholometer 286
— eines Achromatischen durch	Abtriebskraft 373	allegemeine Linsengleichung
eine Kugelfläche 804	Abweichung, chromatische	794
— Kollimare 804. 811	— sphärische 770. 772	— Resonanz 715
— Kollimare 804. 811	Achromasie, Bedingung der	Alpenglühen 1028
Abbildungsformeln 804	892	er- $\beta$ -Strahlen 1042
Abbildungsformeln 769	achromatisches Prisma 890	Alterssichtigkeit 849
Aberration 1029	achromatisches Prisma 890	Allo-Cumulus 619
— des Lichtes 902. 824. 836	Achsen, freie 167	Allo-Strabus 619. 640
— sphärische 770. 772. 824.	— optische 1002. 1010	Ambuß 735
aberrationsfreie Abbildung	Achsenkreuz einachsiger Kri-	Ammoniakprismen 890
982	stalle 1016	Ammoniakmaschinne 653
— Kombination 826	Addition, algebraische 40	amorph 413
— Vereinigung 981. 982	— geometrische 41	Amplitude = Schwingungs-
abgeleitete Einheit 23	— vektorielle 113	weite 61. 65. 663. 673
Abhängigkeit des Siedepunk-	additive Farberemischung 886	Amylazetat 747
tes vom Druck 457	Aderrant 843	Analysator 997
— des Widerstandes von der	Adhäsion 202. 262. 361	Analyse eines Klanges 785
Geschw. 356	Adhäsion 202. 262. 361	— harmonische 690
Abdringungsgeschwindigkeit	Adhäsionskräfte 395	Anemometer 618
574	Adiabaten 494	Aneroidbarometer 314
Abdringungsgesetz, Newton-	adiabatisch 488. 494. 537	Anfangswinkel 377
sches 574	adiabatische Kurven 494	Anfangen 417. 1061
Abkühlende Kraft durch die	— Zustandsänderung eines	angeregter
Erddrehung 126	Gases 488	1051. 1056
— durch die Erddrehung	— Temperaturänderung	Angriffsfläche 81
122. 123. 127	bei 491	Angriffspunkt der Kraft 81
— Minimum der 788. 789	Adsorption 416	angulare Vergrößerung 807
— Abnahme der Temperatur mit	Affinität, Maß der 539	ansich 414
der Höhe 645	Ährnolog. Station 635	Anker der Pendeluhr 19
Abplattung der Erde 122	Ährnolog. Station 635	Anleggonometer 13
absolute Bewegung 26	Ährnolog. Station 635	Ansammlung 874
— Feuchtigkeit 466	Ährnolog. Station 635	Ansammlung 898. 1066
— Temperatur 434	Ährnolog. Station 635	Ansammlung 898. 1066
absoluter Nullpunkt 432. 434.	Ährnolog. Station 635	Ansammlung 898. 1066
442. 519	Ährnolog. Station 635	Ansammlung 898. 1066
absolutes Maßsystem 20. 22	Ährnolog. Station 635	Ansammlung 898. 1066
Absorption 416	Ährnolog. Station 635	Ansammlung 898. 1066
— der Gase 415	Ährnolog. Station 635	Ansammlung 898. 1066
— und Emission 1068	Ährnolog. Station 635	Ansammlung 898. 1066







freie Aechsen 168  
 freie Energie 538  
 Freier Fall 30 ff.  
 Freiheitgrad 562, 593, 695  
 — eines Molekules 552  
 — Freiheitsgrade 300, 304  
 Freitragger 184, 194  
 Frequenz 676  
 Frequenz Interferenz-  
 streifen 913  
 — Spiegelversuch 911  
 — Wellenlänge 1006, 1015  
 — Zone 941  
 Frontwelle 878, 984  
 Fuchs 550  
 Fuchsin 899  
 Fühlrohr 12  
 Füllungsarbeit 554  
 Fundamentalaabstand 421  
 Fundamentalkante 420, 425,  
 Furchen d. Gitter 960  
 Gaede, Kapselpumpe 323  
 — Kolbenpumpe 523  
 — sehr rotierende Queck-  
 silberluftpumpe 329  
 Gal 36  
 Galileisches Fernrohr 858  
 Galtonpfeife 717  
 γ-Strahlen 1042  
 Ganghöhe 226  
 Gangspil 231  
 Gangunterschied 918  
 Gas, Ausdehnung eines kom-  
 primierten 500  
 Gasdruck 575  
 Gasdichtlicht 895, 1093  
 Gasdichttherme 435  
 Gasdichttherme 436  
 — universelle 436, 679, 683,  
 1088  
 Gasmotor 545  
 Gastheorie, kinetische 537,  
 575  
 Gaszähler 416  
 Gaumen 734  
 Gaußmregel 734  
 Gay-Lussacsches Gesetz 432,  
 469  
 Gebundene Energie 530  
 Gedeckte Pfeifen 723  
 Gefährlicher Querschnitt 195  
 Gefäßbarometer 312  
 Gefäß, Demarsches 566, 570  
 Gefäße, kommunizierende 277  
 Gefrierpunkt 449  
 Gefrierpunktniedrigung  
 464  
 Gefrierpunktniedrigung,  
 reduzierte 464  
 Gefrierthermometer 473  
 Gegenstandsebene 797  
 Gegenstand-größe 805  
 Gegenstandspunkt 765  
 Gegenstandsweite 766  
 Gegenstandsweite 664  
 Gegenstandsweite 90  
 Gegenstandsweite 90  
 Gehörknöchelchen 734  
 Gehörorgan menschliches 734  
 Gehör, Empfindlichkeit des  
 736  
 — Umfang des 736  
 Gehörsteinchen 736  
 Gehirnwasser 735  
 Gebläsesches Rohr 329, 895,  
 1093  
 Geokoppelle Schwingungen  
 654  
 Gekrümmte Turmaline 1002  
 gekrümmten Bahn, Fall auf  
 der 50  
 gelber Fleck 843  
 Gelblut 894  
 gemainer Flaschenzug 222  
 gemine Wage 233  
 Gemischte Pigmente 888  
 Geneigte Bahn 222  
 — Fall auf 47  
 Generatorkasomotor 545, 547  
 Geoid 268  
 Geometrische Addition 41  
 — Optik 738, 742  
 geordneter Zustand 621  
 gerader, zentraler Stoß 195  
 geradliniges Prisma 893  
 gestrigelte Dämpfe 464, 459  
 — Lösung 412  
 geschlossenes Körpersystem  
 523  
 — Manometer 338  
 Geschwindigkeit 27 ff. II  
 — der Gasmoleküle 576, 590  
 — Einheit der 28  
 — von Wasserwellen 664  
 Geschwindigkeiten, Paral-  
 lelogramm der 39, 40  
 — einander sprechend 354  
 Geschwindigkeitshöhe 292,  
 370,  
 Geschwindigkeitspotential  
 359  
 — und Druck 360  
 Geschwindigkeitsstrufen 587  
 Geschwindigkeitsverteilung  
 586  
 Geschwindigkeit-Zeit-Dia-  
 gram 37, 66

Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz  
 33  
 — Avogradrosches 437, 681  
 — Daltonisches 459, 465  
 — Joulesches 486, 501  
 — Poissonisches 488  
 — Raoultsches 464  
 — Van't Hoff'sches 463, 465  
 — von der Gesamtstrahlung  
 1072  
 Gesichtsfeld 775, 838  
 — des astronomischen Fern-  
 rohrs 860  
 — des holländischen Fern-  
 rohrs 860  
 — eines ebenen Spiegels 776  
 — eines Hohlspiegels 777  
 — eines Konkavspiegels 778  
 Gesichtsfeldblende 775, 864,  
 872  
 Gespannte Gläser 1016  
 Gestirne, Licht der 1028  
 Gewicht 20  
 — als Kraftmaß 81  
 — relatives 24  
 — spezifisches 24, 284, I  
 Gewichtssatz 21  
 Gewichte 619  
 Gezeiten 369  
 Gleichstrommotor 547  
 Gleichstroms wirtschen Po-  
 larisationen 1010  
 Gitter 415, 960  
 Gitterskonstante 960  
 Gitterspektroskope 962  
 Glanz 748  
 Glaszylinder 967  
 Glasbild 840  
 Glashalt 846  
 Glaskörper 844  
 Glasplattenatz 999  
 Gleicher Dicke, Krüven 925  
 Gleichdruckkurve 659  
 gleichförmige Bewegung 27  
 — auf der Erdoberfläche 120  
 — der Temperatur, dyna-  
 misches 1066  
 — dynamisches 119, 208  
 — indifferentes 146  
 — labiles 146  
 — stabiles 146  
 — steigendes 146  
 — thermodynamisches  
 Gleichgewicht 579  
 Gleichgewichtszustände 513  
 gleichmäßig beschleunigte  
 Bewegung 34  
 Gleichschwebende Tempera-  
 tur 705, 706  
 Gleichverteilung der Energie  
 581, 597, 602, 1079, 1084  
 Gleichwertigkeit drehender  
 Kräfte 131, 149  
 — der Masse 149  
 — zweier Kräftepaare 142  
 gleitende Reibung 202  
 Gleitflieger 387  
 Gleitflug 388  
 Gleitscher 454  
 Glühlicht 1042  
 Glühmischlampe 1093  
 Glocke 708, 712, 730  
 Glührohrzündung 517  
 Goldröhrglas 412, 413  
 Golfstrom 629  
 Goniometer, Reflex- 758  
 Göpeltwerk 231  
 Grad, Temperatur 421  
 Gradient 258, 359, 642, 645  
 Gradum 22  
 Grammkalorie 443  
 Grammalkraft 81  
 Grammophon 725  
 Gramm-Molekül 436  
 grammische Darstellung 37,  
 623  
 Grauglut 1099  
 Gravitation 243 ff.  
 Gravitationsarbeit 250  
 Gravitationsfeld 249  
 — Arbeit im 250  
 — Newtonsches 249  
 Gravitationsgesetz 77, 242  
 Gravitationskonstante 243  
 Gravitationsmaß der Kraft 86  
 Gravitationsmaß der Kraft 86  
 — Potential 359  
 Gravitationskonstante 87  
 Gravitationsversuch 244  
 Grenzen der Hörbarkeit 737  
 Grenztemperatur 1043, 1049,  
 1081  
 Grenzwinkel 783  
 Große Kalorie 443  
 — Größe der Kraft 83  
 — scheinbare 807, 853  
 Größenähnlichkeit 1101  
 Großwasserkraftanlage 307  
 Grubenlampen 569  
 Grund, der des Auges 814  
 Grundgesetz der Mechanik 86,  
 97, 151, 154  
 Grundgleichung der kinetischen  
 Gastheorie 577  
 — der brechenden Kugel-  
 fläche 798  
 — der drehenden Bewegung  
 162  
 Grundgleichung, optische 801,  
 803, 846, 986  
 — Gullstrand'sche Form  
 788, 801, 846  
 — Newtonsche Form 795,  
 799  
 Grundschwingung 689, 708  
 Grundpunkte 816  
 Gruppengeschwindigkeit 675,  
 676, 690, 693, 908  
 Güterverhältnis 221  
 Gyroskop, Fesselsches 170,  
 174  
 Haarhygrometer 468  
 Hagenzeit 270  
 halboberflächige Quecksilberluft-  
 hahlose Quecksilberluft-  
 pumpe 329  
 halbdurchlässige Membran  
 418  
 Halbschatten 742  
 Halo 1032  
 Halbalkischer Apparat 274  
 Hand-Heliotat 788  
 Handspektroskop 894  
 Handwinde 232  
 Hangwind 385  
 Hargravescher Kastendra-  
 chen 347  
 Harmonika, chemische 719  
 harmonisch, rein 690  
 harmonische Bewegung 64,  
 110  
 — des Pendels 66  
 — Diagramm der 66  
 — Analyse 690  
 — Schwingungen 66  
 — Tonreihe 701  
 Hautenwolke 619, 649  
 Hauptachse 764, 791, 793, 795  
 Hauptpunkte 810, 817  
 Hauptstrahl 1032  
 Hauptsatz, erster der mecha-  
 nischen Wärmelehre 484,  
 530, 536  
 — zweiter 2, 516, 520, 531,  
 536, 607, 1070  
 — dritter 599  
 Hauptschnitt 787, 1002  
 Hauptstrahl 741, 757, 770,  
 774, 776  
 Hausstandswaage 22  
 Hebel 131, 211, 229  
 Hebelgesetz 131  
 Heberbarometer 313  
 Hebestange 230  
 Heck 283, 307  
 Heckraddampfer 307  
 Hefernkerze 747  
 Hefernkerze 747  
 Hefernkerze 747  
 Heißlampe 651  
 Heißluftmaschine 544  
 Heißeres Wetter 649  
 Heizröhrenkessel 550  
 Helligkeit 877  
 — des Fernrohres 861, 869  
 — eines Bildes 838, 861  
 Helligkeitswert der Farben  
 1099  
 Helmholtzsche Gl. 806, 813,  
 829, 830, 831, 837  
 Helmholtz'scher Satz 805, 809,  
 813, 837  
 Helmholtz'sche Theorie der  
 Sannationstöne 731  
 — Theorie der Klangfarbe  
 699, 724  
 Helmholtz'sches Telestero-  
 skop 1108  
 Heliosat 758  
 Helium 666, 896, 1093  
 — Verflüssigung 566  
 Heliumspektrum 896  
 Henry'sches Löslichkeitsge-  
 setz 415  
 Henschel-Tonal Turbine 301  
 Heronsball 337  
 Hexagonales System 414  
 Hilfsmittel zur Längenmes-  
 sung 5, 14  
 — Volumensmessung 15  
 — Winkelmessung 13  
 Himmelsbau 1029  
 Himmelslichtes, Polarisation  
 des 1039  
 Hoch barometrisches 643  
 Hochdruckzylinder 652  
 Hochdruckdampfmaschine  
 648  
 Hochdruckturbinen 300, 304  
 Hochdruckzylinder 652  
 Hochschankeln 692  
 Hochwasser 269  
 Hodograph 61  
 Höhe um Sonne n. Mond 1030  
 Höhenmessung, harometri-  
 sche 319  
 Höhenmesser 382, 388, 391  
 Höhenpegel 763, 765, 983  
 Hohlraumtheorie Kirchhoffs  
 1073  
 holländisches Fernrohr 858  
 Holzklavier 710  
 homogene Imagination 879, 984  
 homogene Strömung 348, 360  
 homogenes Feld 258  
 homozentrisch 308, 981  
 Hookesches Gesetz 181, 684  
 Hörgrenze 717, 736

Hörrohr 727  
 Horizontalrefraktion 1026  
 Hornhaut 842  
 Hubkraft der Schraube 227  
 Hürriercane 643  
 Huygen's-Fresnel'sches-Prinzip 940  
 Huygen'sches Okular 376, 893  
 — Prinzip 668, 944, 1006, 1008  
 hydraulische Kraftübertragung 273  
 — Presse 272  
 hydraulischer Widder 297  
 hydrodynamischer Druck 293, 340 ff.  
 hydrostatischer Druck 272, 369  
 hydrostatisches Paradoxon 279  
 hydrostatische Waage 285  
 Hygrometer 467  
 — Lambrecht'sches 467  
 Hyperbel 666, 667  
 hypometropes Auge 849  
 Hypothese 1  
 Hypsometer 458  
 ideale Flüssigkeit 249, 265  
 ideale und wirkliche Flüssigkeit 366  
 idealer Fettleck 760  
 idealer starrer Körper 128, 264  
 ideales Gas 435, 583  
 ideale Linse 794  
 Immersion 878, 971  
 — homogene 879, 934  
 Impuls 92, 97, 361  
 — Fortpflanzung des 199  
 Impulsmoment 164  
 — strömung 198  
 indifferentes Gleichgewicht 146  
 Indikator 555  
 Indikationsdiagramm 556  
 indirekte inductive Methode 3  
 indirektes Sehen 845  
 indizierte Leistung 556  
 induktive Methode, direkte 2  
 — direkte 3  
 infrarote Strahlen 1054  
 Ingenieur'scher Apparat 669  
 Injektor 331  
 inkompressibel 265  
 inkompressible Luft 485, 538  
 — Energie 486, 500, 501, 537  
 — Molekularenergie 562  
 — Reibung 282  
 — der Gase 264, 576  
 — Verdampfungswärme 474

instantane Zentrifugalkraft 124  
 Integrationsphotometer 764  
 Intensität einer Lichtquelle 743  
 — des Schalles 726  
 Interferenz 692, 728, 913 ff., 994  
 — bei polarisierter Lichtstrahlen 994, 1010  
 — der Röntgenstrahlen 415  
 — der Schallwellen 729  
 — an zwei Platten 929  
 — paralleler Strahlen bei Beugung 944, 953  
 Interferenzhyperbeln 665, 667, 728  
 Interferenzen 913  
 Interferenzplatte, Lummer-Gehrtsche 937  
 Interferenzspektroskop 934  
 Interferenzstreifen 913, 915  
 — Fresnel'sche 913  
 Intervall, optisches 701, 814  
 intramolekulare Oszillationen 637  
 Invar 726  
 Invarianten 95, 785, 806  
 Invertiertemperatur 502  
 involutorisch 767  
 Ionen 419, 463, 465  
 Ionentheorie 463  
 Iris 843, 852  
 Irradiation 1102  
 Irrversibel 604  
 irreversibler Kreisprozeß 504, 528  
 Isanormalen 631  
 isentropisch 537  
 isobaren 626, 629, 634  
 isochorisch 637  
 isochromatische Kurven 1091  
 Isochromatische Kurven 1091  
 Isocyanin 1060  
 Isohyeten 631  
 isopiestisch 537  
 isotherm 435  
 Isotherme 435, 626, 634  
 isotherme Kurven 435, 470, 494  
 — Zone 646  
 — Zustandsänderung 435, 495  
 isothermes Potential 539  
 isotropisch 463  
 isotrope Körper 414, 1016  
 Jahresschwermeten 623  
 fählicher Gang der Temperatur 624  
 Jamin'scher Versuch 931  
 Jenaer Normalglas 423  
 Jolly'sches Gasthermometer 439  
 Joukowski-Profil 346, 390  
 Joule 101, 112  
 Joule-Kelvin-Effekt 602  
 Joule'sches Gesetz 436, 501  
 Joule/Sekunde = Watt 112  
 Julin'sche Wellenmaschine 636  
 Jupitermondoberflächung 901  
 Kaliber 421  
 Kalibrierung 994, 1002  
 — Wellenlänge des 1006  
 Kalme 638  
 Kalorie 443  
 Kalorimeter 444, 612  
 Kalorimetrie 444  
 kalorische Bombe 611  
 — Maschinen 644  
 Kältemaschinen 514, 563  
 — Indische 564  
 Kältemaschinen 472, 540  
 Kamera, photographische 937  
 — Portäse 741  
 Kamerton 705  
 Kammerwasser 844  
 Kanalstrahlen 1042  
 kanalartiges Spektrum 895  
 Kanne brechende 787  
 Kapillare Depression 410  
 Kapillartätigkeit 396, 406, 409, 410  
 Kapillarrohr 409  
 Kapillarwelle 403, 664  
 Kapselfarometer 314  
 Kapselformpumpe 323  
 Karotin 1057  
 karstähnlicher Taucher 337  
 Kastandrachen 347  
 Katakastika 764  
 Katalytische Reversionsspendel 167  
 Kathetometer 8  
 Kathodenstrahlen 1042  
 Kegelspindel 61  
 Kehlkopf 734  
 Kell 211, 225  
 — Reibung des 225  
 Kelvin (Grad) 435  
 — Skala 518  
 Keplersches Fernrohr 858, 862  
 Keplersche Gesetze 73, 242  
 Kerne für Dampfildung 450  
 Kernsättigen 742  
 Kieselstein 551  
 Kette 218  
 — kinematische 212

Kilogramm 29  
 Kilogramm-Kalorie 443  
 Kilonwat 112  
 Kimmung 1026  
 kinematische Kette 212  
 — Zähigkeit 363  
 Kinematograph 1094  
 kinetische Energie 102  
 — sich drehender Massen 156  
 — Wärmelehre 537, 674, 675  
 — Grundgleichung der 677  
 Kirchhoff's Hohlraumtheorie 1073  
 Kirchhoff'scher Satz 807, 1068, 1069  
 kissenartige Verzeichnungen 835  
 Klang, Analyse eines 725  
 Klangfarbe 699, 734  
 Klangfiguren, Chladnische 711  
 klassisch 1079  
 Klawier 702, 710  
 Klarheit 932  
 Klima 622, 626  
 Klimatologie 626  
 Klimometer 934  
 Klobenzug 220  
 Knoten 691  
 Knotenpunkte 814, 820, 824  
 Knotenpunkt des Auges 824  
 Koeffizient der inneren Reibung 262  
 Koenig'sche Flammenkapsel 719, 720, 724  
 kohärente Strahlen 911  
 Kohäsion 262  
 Kohäsionsdruck 404, 609  
 Kohäsionskräfte 395  
 Kohlendampfmaschine 544, 548  
 — Leistung der 557  
 Kolben 549  
 Kolbenhub 567  
 Kolbenhubpumpe 322  
 — Gegendruck 323  
 Kollimator 819, 875  
 Kollimatorlinse 882  
 Kollimatorrohr 759  
 Kollineare Abbildung 804, 811  
 Kolloidale Lösungen 412, 419  
 Koma 838  
 Kombination, achromatische 890  
 Kombinationsstöne 730  
 Komma, musikalische 703  
 kommunizierende Gefäße 277

Kompensationspendel 428  
 Komplementärfarben 884, 886  
 Komplexionen 534, 595  
 Komponente der Bewegung 44  
 Komponente einer Welle 674  
 Kompression 683  
 — der Luft 315  
 Kompressibilität 683  
 Kompressor 665  
 Kondensation des Wasserdampfes in der Atmosphäre 647  
 — der Gase 469  
 Kondensationskern 450, 468  
 Kondensationspunkt 450, 466  
 Kondensator 542, 551  
 Kondensator 842  
 Kondenswasser 551  
 Kondensische Flammenkapsel 719, 720, 724  
 kondisches Pendel 58, 120  
 konjugierte Stellen der Netzhaut 1103  
 Konlav 407  
 Konlavlinse 799  
 Konkavspiegel 763, 765  
 — Gesichtsfeld des 777  
 Konsonanz 702  
 Konstantan 1063  
 konstante Umlaufzeit 59  
 Konstruktion der Linsenbilder 797, 811  
 konstruierliches Spektrum 884  
 Kontinuität 238  
 Kontraktionskoeffizient 290  
 Kontraste, farbige 1100  
 Kontrastempfindung 1100  
 Konvektion 567  
 Konvergenz des Bildes 763, 795  
 — des Gegenstandes 768, 795  
 Konvergenzgleichung 768, 795  
 Konvergenzverhältnis 807, 809  
 Konvexlinsen, Brechung durch 791  
 Konvexspiegel 773  
 Kopelung des 778  
 Köpfe, verlorene 452, 714  
 Koppelung 654, 655, 714  
 Körper, durchscheinende 738  
 — durchsichtige 738  
 — punktförmiger 79, 112  
 — starrer 128, 129, 213, 261  
 — undurchsichtige 738  
 Körperfarben 387

körperliches Sehen 1104  
 Körpersystem, geschlossenes 623  
 Korpusskel 908, 938  
 Korpuskulartheorie 938, 947  
 korrespondierende Stellen der Netzhaut 1103  
 Kosinusatz 118  
 Kraft 20, 81, 85  
 — Angriffspunkt der 81  
 — Coriolis'sche 127  
 — Definitionsgleichung der 85, 86, 89, 97  
 — dynamische Vergleichung der 82  
 — eines Stodes 302  
 — Größe der 81  
 — Maß der 81, 82  
 — lebendige 102  
 — mechanische Wirkung der 81  
 — Richtung der 81, 90  
 — statische Wirkung der 81  
 Krafttrieb 154  
 Krafttrieb 118  
 Kraftbegriff 80  
 — verallgemeineter 538  
 Kräfte, mechanische 208  
 — Lehre von den 79  
 — Messung der 81, 82, 89  
 — Parallellogramm der 90, 112  
 — Vergleichung der 82  
 — Zerlegung der 114  
 — Zusammensetzung von 113  
 — paralleler 138  
 Kraftarbeit 81  
 — astronomische 245  
 Kräftepaar 140  
 — Arm der 118, 130  
 — Moment der 118, 130  
 Kräfteparallellogramm 90, 112  
 Kräfteplan 217  
 Kräftepolygon 113  
 Kraftfeld 249, 250  
 — Bewegung im 249  
 — von Erde und Sonne 260  
 — zusammengesetztes 260  
 Kraftfluß 260  
 Kraftgewinn 222  
 Kraftlinie 259  
 Kraftmaß, das Gewicht als 88  
 kraftschlüssige Verbindung 213  
 Kraftübertragung 210  
 — hydraulische 273  
 — Wirkungsgrad der 221  
 Kräftekor 90, 112  
 Kränzelwelle 403  
 Kreisbewegung 53

Kreisell, Bohnenhergerscher 169  
 — als Stabilisator 174  
 Kreiselpumpe 100, 333  
 Kreiselsäule 239  
 Kreiselformige Schwingungen 68  
 Kreisfrequenz 675  
 Kreisprozesse 503  
 Kreisprozess, Carnotscher 508  
 — nicht umkehrbarer 504  
 — umkehrbarer 504  
 Kreisenschwingungen = zirkulare Schwingungen 72  
 — Zusammensetzung zweier entgegengesetzter 72  
 Kreuzkopf 549  
 Kristalle 413, 1009  
 — flüssige 415  
 Kristallinisch 413  
 Kristalllinse 844  
 Kristallplatten im polarisierten Lichte 1013  
 Kristallstrukturen, fraktionierte 414  
 Kritischer Druck 471  
 — Punkt 470  
 Kritische Daten XIII  
 — Geschwindigkeit 351  
 — Temperatur 470, 609  
 Kronrad 232  
 Krumme Lichtstrahlen 983, 1035  
 Krummlinige Bewegung 50, 97  
 Krümmungsradius 405  
 Krümmungsmittelpunkt 56  
 Krümmungsradius 56  
 — Bestimmung des 11, 922  
 Krypton 566  
 Kryptokopisch 464  
 kretischer Ausdehnungskoeffizient 489  
 Kugel, aplanatische Punkte der 984  
 Kugelfläche, Abbildung eines Absehpunktes durch 804  
 Kugelgestalt der Erde 122  
 Kugelgestaltfehler 772  
 Kugelhänger 202  
 Kugelphotometer, Ulbrichtsches 754  
 Kugelspiegel 764  
 Kugelschale, Potential in einem äußeren Punkte 254  
 — inneren Punkte 256  
 Kähler, Liehinger 453  
 Kundtscher Versuch 684, 716

Kurbel 231  
 Kurve, hallstatische 209  
 — Kurven, adiabatische 496  
 — gleicher Dicke 925, 927  
 — isothermische 435, 496, 628  
 — gleicher Neigung 927  
 kurzschichtige Auge 849  
 k W = Kilowatt 112  
 Kuttsche Theorie des Auftriebes 346, 373  
 Kutta-Strömung 373, 374, 376, 377, 379  
 Labiles Gleichgewicht 146  
 Labirinth 735  
 Lage, Energie der 103  
 Lagrangesche Entfernungsgleichung 743, 745, 1040  
 Lambertsches Hygrometer 497  
 laminaire Bewegung 351, 353, 365  
 Landschaftssinsen 839  
 Landwind 641  
 Länge 4, 40  
 — Ausmessung einer 5  
 Längeneinheit 4  
 — Einteilung der 5  
 — Normale der 4  
 — Längenmessung 5  
 — Hilfsmittel zur 5  
 Längenschwingung, elastische 166  
 Längsübertragung 659  
 Längswellen 679, 681, 992  
 — stehende 696  
 Laplacesche Gleichung 683, 716  
 Laplacescher Faktor 683, 684  
 latente Wärme 472  
 Lateraivergrößerung 806  
 laterna magna 840  
 Laufrad 299  
 — Formen des 304  
 — der 984  
 Le Chateliers Pyrometer 1091  
 Leben 523, 531  
 Lebendigkeit 772  
 Lederhaut 812  
 Leeseite 648  
 Legierung, Woodsche 451  
 Legierungen, Schmelzpunkt der 451  
 — von den Krümmen 79  
 Leidenfrostscher Versuch 451  
 Leistung 112

Leistung der Kolbendampfmaschine 557  
 — effektive 557  
 — einer Maschine, Messung der 204  
 — indizierte 557  
 Leistungsfähigkeit des Mikroskopes 971  
 Leistungsmessung 206  
 Leisapparat 299  
 Leitfähigkeit 521  
 Leitvermögen, elektrisches 593, 1052  
 lenkbares Lenkschiff 381  
 Lenzsche Regel 543  
 Lenzsches Differenzialthermoskop 573  
 Leisbacher Würfel 573  
 Leuchtbackstein 1042  
 Leuchten faulenden Holzes 1042  
 Leuchtorgane 1042  
 Leuchtsteine, Bollogneser 1047  
 Licht 738  
 — Aberration des 902  
 — Lichtäquivalent, mechanisches 747, 1040  
 Lichtäther 600, 912, 936, 1039  
 Licht, Ausbreitung des 741  
 — Biegung des 938  
 — Brechung des 779  
 — der Gasmittel 1028,  
 — Diffraction des 938  
 — Dispersion des 879, 888  
 — Fortpflanzungsgeschwindigkeit des 901, 908, 973  
 — kaltes 1041  
 — polarisiertes 994  
 — Schwingungszahl des 973, XVIII  
 — Wellenlänge des 910  
 — Zerlegung des 879  
 Lichteinheit 747  
 Lichtenenergie 747, 1039  
 Lichtgeschwindigkeit 901, 973  
 Lichtinterferenz 913  
 Lichtkörperchen 994  
 Lichtkurve 753  
 Lichtmenge 747, 1039  
 Lichtpunkt 738  
 Lichtquellen 738, 1039, 1092  
 Lichtspektrum, Ausdehnung des 1047, 1065  
 Lichtstärke 743, 654  
 — mittlere, sphärische 754  
 Lichtstrahl 738  
 — Krümmung 988, 1025  
 Lichtstrahlung, Vorgang der 1077

Lichtstrom 743, 1040  
 Lichtstromdichte 748  
 Lichtsumme, Satz von der 1049  
 Lichttheorie, elektromagnetische 996, 1040  
 Lichttraktor 966  
 Lichtverteilung 753  
 Lichtweg 932  
 — konstanter 981  
 — kreisförmiger 990  
 — kreisförmiger, Brechung der 986  
 — stehender 965  
 Liebigher Kähler 453  
 Limbus 14  
 Lindesche Eismaschine 664  
 — Kältemaschine 664  
 lineare Ausdehnung 426, 427  
 Linien des Filters 962  
 Linien, Fannhofsche 884  
 Linienenspektrum 884, 887  
 Linienquerschnitt 1017  
 Linse 791  
 — achromatische 890, 892  
 — schromatische 890, 892  
 Linsen, Abbildung durch 793 ff.  
 Linsenbilder, Konstruktion der 797, 811  
 Linsengleichung 794  
 — Newtonsche Form der 795  
 Linsenkerne 844  
 Linsenkreuzerchen 735  
 Lippen 733  
 Lippenpeifen 718  
 Lippenröhre Photogr. 966  
 Lippmannsche Figuren 67, 69  
 Lochblende 833  
 Lochkamera 741  
 Lochstreifen 700, 706  
 Loewyscher Apparat 43  
 longitudinal schwingende Saiten 712  
 — Stäbe 713  
 — Übertragung 659  
 longitudinaler Trägheitswiderstand 98  
 Loosersches Doppelthermoskop 440, 573  
 Loschmidtsche Zahl 575, 592, 606, 1089  
 lose Rolle 207  
 Lösen 411  
 Löslichkeitsgesetz 415  
 Lösung 411, 607  
 — der Gase 415  
 Lösungsgleichung 412, 413  
 Lösungsarbeit 538, 540  
 Lösungswärme 472

Lösungswärme 472  
 Löwenhergerscher 228  
 Luft, Auftrieb in der 334, 346  
 Luftballon 394  
 Luftdruck 340, 347  
 Luftdruck 310, 614, 635  
 — aus dem Siedepunkte 457  
 Luftfälle 814  
 Luft, Kompression der 315  
 Luftperspektive 1102  
 Luftpumpen 321  
 Luftpumpe, zweifachwirkende 323  
 Luftschiff 733  
 Luftschiff lenkbares 381  
 Luftschraube 380, 381  
 Luftschrauben, tönende 716  
 Luftspeigelungen 728, 990, 1027  
 Luftthermometer 439  
 Luftverflüssigung 565  
 Luftwellen 671  
 Luftwiderstand 209, 342  
 Lunen 747  
 Lunnenzeiten 1041, 1051  
 Lunner-Brodhnscher Winkel 750  
 Lunnenische Kurven gleicher Neigung 927  
 Lunnenisches Spektroskop 926  
 Lungen 733  
 Lunken 452  
 Lups 853  
 Luvets 648  
 Lux 747

Macheche Wellenmaschine 880  
 Magnetbindung 646  
 makroskopisch 525  
 Mälzselches Metronom 164  
 Manometer 537, 550  
 — geschlossenes 338  
 — offenes 337  
 Mariottesches Gesetz 318  
 Maschinen, einfache 211  
 — kalorische 476  
 — Masse 3, 20, 40, 81, 84, 95  
 — der Erde 246, 260  
 — der Sonne 248  
 — der Himmelskörper 246  
 — des Wasserstoffatoms 593  
 Massen, Gleichwertigkeit der 149  
 Massenausgleich 559  
 Massenmittelpunkt 133  
 Maß der chem. Verwandtschaft 539  
 — der Dispersion 888  
 — der Kraft 81  
 — der Standfestigkeit 148

Maßeinheit 4  
 Maßfläche 17  
 Maßsystem 20  
 — absolutes 20  
 — natürliches 24  
 — irrisches 244  
 materielle Punkte 791  
 Maximum, barometrisches 635, 643  
 Maximum - Minimum - Thermometer 615  
 Maxwellische Dämonen 522  
 Maxwellisches Verteilungsgesetz 577, 586, 1083  
 Meyersherfedenkenversuch 478  
 Mechanik, statistische 507  
 mechanische Kräfte 508  
 — Naturbeschreibung 1039  
 mechanische Wärmetheorie 480, 484, 574  
 — 1. Hauptsatz der 480  
 — 2. Hauptsatz der 520  
 — 3. Hauptsatz der 599  
 — Wellenschauung 3, 1039  
 mechanischer Wirkungsgrad 558  
 mechanische Wirkung der Kraft 81  
 — Vorgänge 605  
 mechanisches Lichtäquivalent 747, 1040  
 — Wärmeäquivalent 475  
 Mechanismen 211  
 Meersoberfläche 269  
 Meppodyn 86  
 Meniskus 794, 800, 851  
 menschliches Auge 842  
 — Gehörorgan 734  
 — Sprachorgan 724, 733  
 Messen 4  
 Messen 15  
 Messung der Feuchtigkeits 467  
 — der Kräfte 81, 82, 89  
 — der Leistung einer Maschine 204  
 — der Strahlungsenergie 1062  
 Meßketten 7  
 Meßkunde 4  
 Meßpipette 16  
 Meßzylinder 15  
 Metallanometer 314  
 Metallanometer 338  
 Metallthermometer 436  
 Metazentrum 279, 281  
 metazentrische Höhe 282, 283, Meier 4  
 — Auswertung des in Wellenlängen 934

Meterkerze 747  
 Meteorologigramm 101  
 Meteorograph 631  
 Meteorologie 614  
 Meteorologische Beobachtungen 630  
 meteorologische Institut 620  
 Methode, direkte induktive 1  
 — indirekte induktive 2  
 Metronom 19  
 — Mälzschse 164  
 Michelsons Auswertung des Meters in Wellenlängen 932  
 — Stufenlichter 964  
 Mikron 5  
 Mikroskop, einfaches 856  
 — zusammengesetztes 871  
 — Beugung beim 971  
 Mikroskopspochromat 875.  
 891  
 Mikroskopobjektiv 875  
 Milchschleuder 100  
 Milchzentrifuge 100  
 Minima, Zugstrahlen der 652  
 Minimum, barometrisches 634, 642  
 — der Ablenkung 788  
 Minimumthermometer 616.  
 Mischen 411  
 Mischfarben 884  
 Mischcondensator 351  
 — regen 648  
 Mischungskalorimeter 444  
 Mischral 651  
 Mischserichtes Polarmeter 1019  
 Mischwaben 715  
 Mittelwende der Masse 134  
 Mittelpunkt, optischer 770.  
 820  
 Mittelpunktblende 772  
 Mittelwerte der meteor. Beobachtung 632  
 — mittlere sphärische Lichtstärke 754  
 — Geschwindigkeit 630  
 — mittlere Weglänge 692  
 mittlerer Energieinhalt eines Resonators 1084  
 — Strahl 770  
 Modifikation 610  
 Mol 436  
 molar 525, 607, 1081  
 Molekül 394  
 Molekularbewegung 537, 575  
 — Brownsche 601  
 Molekulargeschwindigkeit 601  
 — mittlere 685  
 Molekulargewicht 437, 461

Molekulargewichtsbestimmung 438, 461, 462, 464  
 molekulare Wirkungssphäre 366  
 Molekularenergie 680  
 Molekularhypothese 394  
 Molekularkräfte 394  
 Molekularlufpumpe 676.  
 Molekularwärme 449, 683  
 Molekülrotationen 688  
 Moll-Tonleiter 701  
 Mollvolumen 437  
 Moment der Drehkraft 118  
 — der Kraft 118, 130  
 — des Kräftepaars 141  
 Momentaufnahme 1058  
 Momentensatz 116, 118, 130  
 — Anwendung des 213  
 Mondbahn 57  
 Mondbewegung 269  
 Mondes, Fallbeschleunigung des 57  
 Mondsternis 743  
 Mondlicht 269  
 Monochord 699  
 Monochroms System 413  
 Monsum 638  
 Morgenrot 1039  
 Motorleger 388  
 Mundhöhle 734  
 Museschleifer 548  
 myopes Auge 849

Nachbilder 852, 1091  
 — farbige 1099  
 — negative 1094  
 — positive 1094  
 Nachhall 727  
 Nachlaß 341, 350  
 Nachweis der Rotation der Erde 177, 179  
 Nachtglas 861, 863  
 Nachtgleichen, Präzession der 173  
 Nebenwirkungsprinzip 2  
 Nebelpunkt 848, 849  
 Nasenhöhle 734  
 natürliche Prozesse 623  
 natürlicher Vorgang, mechanischer 531  
 Naturbeobachtung, mechanische 1039  
 Naturvorgänge 1  
 Nebel 466  
 Nebelbildung 647  
 Nebelbogen 1035  
 Nebelmaschine 770, 795  
 — der Sammellinse 796  
 Nebenmond 1032  
 Nebenebenen 1035  
 Nebensonne 1032

negative Nachbilder 1094  
 negativ, einachsige 1009  
 Neigung der Bahn 48  
 Neigungsmesser 284  
 Neigungswinkel 48  
 Neon 666, 896, 1093  
 Neon-Lampe 1093  
 Neon-Spektrum 896  
 Neptun 631  
 Netznetz 843, 1103  
 Netzhartrube 843  
 Neupferd 112, 657  
 neutrale Faser 184  
 — Schnitt 184  
 neutraler Punkt zwischen Erde und Sonne 260  
 Neutralisationswärme 612  
 Newtonsche Form der Grundgleichung 795, 799  
 — der Linsengleichung 767  
 — Formel 683  
 — Kurven gleicher Dichte 925  
 — Ringe 916, 919, 925, 1014, 1018  
 Newtonsches Abkühlungsgesetz 574, 1072  
 — Bewegungsgesetz 90, 97  
 — Gravitationsfeld 249  
 — Arbeit im 250  
 — Widerstandsgesetz 206  
 nicht umkehrbarer Kreisprozess 504, 608  
 Nicolaus Prisma 1008  
 Niederdruckzylinder 652  
 Niederdruckdampfmaschine 648  
 niederes Elementenpaar 211  
 Niederschlag 617, 625  
 Niedrigwasser 269  
 Nierenbaum 1043  
 Nimbus 619, 649  
 Nippflut 270  
 Nippflut 270  
 Nitrosodimethylamin 1046  
 Niveaulinien 237  
 Nockenschleife 646  
 Nominus 14  
 Nordost-Monsum 639  
 Nordost-Passat 638  
 Normalabschleimung 51, 67  
 Normale der Längeneinheit 5  
 Normalgeschwindigkeit 1007  
 Normaldruck 97, 203, 404  
 — der Oberflächenspannung 404  
 normale Dispersion 898  
 normales Spektrum 961, 1065  
 Normalglas 423  
 Normalkerze 747

Normalton 705  
 Normalwasserkraftanlage 307  
 N.P.Neupferd 112  
 Nullpunkt, absoluter 432, 434, 442, 619  
 Nullpunktdepression des Quecksilberthermometers 423  
 Nullstrahlen 767, 793, 805, 985  
 Nutation 178  
 Nutzefekt des Kreisprozesses 613, 616, 617, 620  
 — der Luftschraube 380

Oberfläche einer Flüssigkeit 267  
 Oberflächenenergie 401  
 Oberflächenkondensator 551  
 Oberflächeneffekt der Erde 255  
 Oberflächenspannung 396.  
 405, 664  
 Oberflächenwellen 664  
 Oberkante 342  
 Oberstrahlung 708  
 Oberseite 708, 724  
 Objektbene 797  
 Objektive, zusammengesetzte 875  
 offene Peifen 720  
 offenes Manometer 337  
 Öffnung, relative 839  
 — des Strahlendurchgangs 768  
 — einer Blende 839  
 — relative 839  
 Öffnungskegel 774  
 Öffnungswinkel 740, 764  
 Ohr 735  
 Ohrmuschel 735  
 Okklusion 417  
 Oktave 700  
 Okular 875  
 — Huygensches 876  
 — Ramsdensches 876  
 — terrestrisches 868, 877  
 — zusammengesetztes 876  
 Okularmikrometer 871  
 Okularmessung 878  
 Ölflümpumpe 325  
 Ölthermometer auf Wasser 409  
 Optik, geometrische 738  
 — physikalische 910  
 — physikalische 1094  
 optisch, zweiaxiale Kristalle 1009  
 optische Achse 1010  
 — Erscheinungen in der Atmosphäre 1025

Optische Invarianz 781, 785  
 — Weglänge 926  
 optisches Pyrometer 1090  
 optischer Mittelpunkt 770, 820  
 ordentlicher Strahl 1003  
 Ordnung der Beugungsbilder 991  
 Ordnungspunkte 767  
 Organ, Cortisches 736  
 Orgelpfeifen 723  
 Organ 349, 618  
 orthochromatische Platte 1060  
 Osmometer 462  
 Osmose 418, 462, 607  
 osmotische Gesetze 462  
 osmotischer Druck 418, 462  
 Ostlampe 764  
 Oszillationen 637  
 Oszillator 582, 594  
 Oculih 736  
 Panchromatische Platte 1060  
 Panzeralkalimeter 1063  
 Papierschiff 454  
 Parabolspiegel 764, 983  
 Paradoxon, hydrostatisches 275  
 Ph. T. R. 683  
 Phase 64, 658, 659  
 Phasenwinkel 673  
 Phosphorsäure 1061  
 Photograph 725  
 Photogramm 26  
 Phosphore 573, 1047  
 Phosphoreszenz 1042, 1047  
 Phosphoreszenz und Fluoreszenz 1049  
 Photographie 1057  
 —, Dreifarben- 1096  
 —, im Ultraviolett 1081  
 photographische Kamera 837  
 Photolumineszenz 1042, 1054  
 Photometer 747, 750  
 — Bunsensches 749  
 — Ritzschsches 749  
 — Rumfordsches 749  
 — Webersches 752  
 — Kugel- 764  
 Photometerbank 731  
 Photometerwürfel 750  
 Photometrie 747, 749.  
 Photothèque der Sonne 897  
 Physik, Techn. Reichsanstalt 425, 683, 1073, 1075  
 physisches Pendel 163  
 physiologische Optik 1094  
 Pigment 887  
 Pigmentdruck 1059  
 Pigmente, Gemische 888  
 Pilotballon 622









Vergrößerung des holländischen Fernrohrs 860  
 — Mikroskop 873  
 Verhältnis der spezifischen Wärmen von Gasen 447.  
 493. 584. 684. VII  
 Verdrückung 65. 672. 673  
 Verschiebung, virtuelle 298  
 Verschiebungsgesetz, Wien-  
 sches 1075. 1098  
 Verschieben 1056  
 Versuch 1  
 Versuch, Brewsterscher 929  
 Versuch, Jamnischers 931  
 — Leidnerscher 451  
 — Quinckscher 729. 931  
 Veranschaulichung der Licht-  
 wege 782  
 Verteilungsgesetz der Mole-  
 kulargeschwindigkeiten  
 586  
 Verteilungsgesetz 586. 601.  
 1079  
 Verwandlung von Wärme in  
 Arbeit 482  
 Verzerrung 831. 835. 838  
 — kissenförmige 835  
 — tonnenförmige 835  
 Verzerrungsfreiheit 837  
 verzerrungsfrei 830  
 verzerrte Bewegung 27  
 Vibrationslehre des Lichtes  
 910  
 Vickers-Doppeldecker 392  
 Viertaktmotor 545  
 Vierelwellen-Gipsplättchen  
 1092  
 Violine 705  
 virtuell 766  
 virtuelle Arbeit, Prinzip der  
 237  
 — der Zwangs- und Träg-  
 heitskräfte 240  
 — Verschiebung 238  
 virtuelles Bild 740. 766. 769.  
 773  
 Vis 86  
 Visometer 101  
 Vorkelung 384  
 Vokale 725. 734  
 Vollerregung 1052  
 vollkommen schwarz 1062  
 Vollpipette 16  
 Vollröhre 800. 804  
 Volumen 6  
 — Bestimmung des 15  
 Volumenbestimmung einer  
 Flüssigkeit 15  
 — fester Körper 17  
 — Hilfsmittel zur 16

Volumenarbeit 6  
 Volumenelastizität 265  
 Volumenkoeffizient 461  
 Volumenkoeffizient 482  
 Vorhof 736  
 Vorhofstreppe 736  
 Vortrieb 388  
 van der Waalsche Zustand-  
 gleichung 4. 4. 405. 608  
 Wage 232  
 — Berechnung des Aus-  
 schlages 235  
 — Empfindlichkeit der 234  
 — gemeine 332  
 — Fasnische 274  
 Wageballen 232  
 wagenweiser Wurf 44  
 wahrscheinlicher Zustand 32.  
 695  
 Wahrnehmlichkeit 535  
 — und Enthalpie 532  
 — des Zustandes 607. 622.  
 624. 684. 695  
 — eines Vorganges 421  
 wahrnehmlichte Geschwin-  
 digkeit 589  
 Waldhorn 723. 724  
 wählende Reibung 202  
 Wannensches Pyrometer 1091  
 Wärme, spezifische 442. IV. V  
 — der Gase usw. VII  
 — Umwandlung der in Ar-  
 beit 482  
 Wärmeäquivalent, mechani-  
 sches 475  
 — des Lichtes 747. 1040  
 Wärmeenergie, zerstreute 522  
 Wärmeentwicklung durch  
 den Strom 483  
 Wärmeleitfähigkeit 1066  
 Wärmeinhalt 414  
 — eines festen Körpers 584.  
 637  
 Wärmekapazität 444. 597  
 Wärmekonstanten IV. V  
 Wärmekraftmaschinen, Wir-  
 kungsgrad der 516. 558  
 Wärmelehre 430  
 Wärmeleitung 667. 668. 600  
 Wärmeleitungsvermögen,  
 spezifisches 569. IV  
 Wärmemenge 442  
 — reduzierte 525  
 Wärmestoff 476. 481. 482  
 Wärmestrahlen 571. 1063.  
 1065  
 — dunkle 571  
 — längste 1065

Wellenfäche des Kalkspats  
 1008  
 — Fresnel'sche 1008. 1009  
 Wellengeschwindigkeit 675.  
 908  
 Wellengleichung 674  
 Wellengruppe 676  
 Wellenlänge 662. 673. 675.  
 914 ff. XVIII  
 — Auswertung des Meßers in  
 924  
 Wellenlehre 664  
 Wellenmaschine 634. 677.  
 680. 681  
 Wellennatur des Lichtes 668.  
 910. 952. 965. 994  
 Wellenrohr 721  
 Wellenstrom, senktrales 661  
 Wellenthal 661. 662  
 Wellentheorie des Lichtes  
 668. 910. 952. 965. 994  
 Wellenzug 661. 676  
 Wellend 211. 230  
 Wetter 614  
 — heiteres 649  
 Wetterdenkstellen 631  
 Wetterkarte, synoptische 631  
 Wetterkunde 614  
 Wettertafeln 619  
 Wetterprognosen 635. 651  
 Wettervorhersage 635. 651  
 Wetterwarten 621  
 Wheatstonesche Brücke 1075  
 Wheatstonescher Spiegel-  
 stereoskop 1105  
 Whirligische Röhre 479  
 Widder, hydraulischer 297  
 Widerstand 79. 100. 340  
 — der Luft 209. 340  
 — des Mittels 205  
 — des Wassers 340  
 — spezifischer 343  
 — Trägheits- 87  
 widerstandsfähig 213  
 Widerstandstheorie 378  
 Widerstandszahl 343. 345  
 Widerstandsmessungen 348  
 Widerstand gegen Trägheits-  
 kräfte 350  
 — Abhängigkeit des von der  
 Geschwindigkeit 336  
 Widerstandskörper 314  
 Wissenschafts Verschiebung-  
 sets 1075. 1098  
 Wissenschaftliche Streifen 965  
 Wilderherger Dickenmesser 9  
 Wilmit 1044  
 Wind 618  
 Winddruck 619  
 Winde 231. 232

Wurf, flacher 47  
 — lothrecht aufwärts 44  
 — schräger 45  
 — wagenweiser 44  
 Wurfbahn 42  
 Würfel, Laibischer 573  
 Wurfbübel 230  
 Wurfbübel 46  
 Wurfpfeile 46  
 Wurfwinkel 46  
 Wurfweite 46  
 Xanthopyll 1057  
 Xenon 566  
 Young-Helmholtzsche Far-  
 bentheorie 1095



## Mathematik für Physik-Studierende

**Über den Bildungswert der Mathematik.** Ein Beitrag zur philosophischen Pädagogik. Von Dr. *W. Birkenmeier*, Berlin. [VI u. 191 S.] 8. 1923. Geb. M. 4.50, geb. M. 5.—

**Die mathematische Ausbildung der Architekten, Chemiker und Ingenieure an den deutschen Technischen Hochschulen.** Von Geh. Hofrat Dr. *P. Stäckel*, weil. Professor an der Univ. Heidelberg. [XIII u. 198 S.] gr. 8. 1915. (IMUK A. IV. Band. Heft 9.) Seif. geb. M. 3.40.

**Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung und ihrer Anwendungen.** Von Geh. Hofrat Dr. *R. Fricke*, Prof. an der Techn. Hochschule Braunschweig. gr. 8. I. Bd.: Differentialrechnung, 2. u. 3. Aufl. Mit 129 in d. Text gedr. Fig., 1. Samml. v. 253 Aufg. u. 1 Formelab. [XIII u. 388 S.] 1921. Geb. M. 4.80, geb. M. 6.30. II. Bd.: Integralrechnung, 2. u. 3. Aufl. Mit 100 in d. Text gedr. Fig., 1. Samml. v. 242 Aufg. u. 1 Formelab. [V u. 406 S.] 1921. Geb. M. 4.80, geb. M. 6.30

**Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung.** Ursprünglich Übersetzung des Lehrbuches von *J. A. Serret*, seit der 3. Aufl. gänzlich neu bearbeitet von Geh. Reg.-Rat Dr. *G. Scheffers*, Prof. an der Techn. Hochschule Berlin. gr. 8. I. Band: Differentialrechnung, 6. u. 7. Aufl. Mit 70 Fig. [XVI u. 670 S.] 1915. Geb. M. 8.—, geb. M. 9.70. II. Band: Integralrechnung, 6. u. 7. Aufl. Mit 108 Fig. [XII u. 612 S.] 1921. Geb. M. 7.80, geb. M. 9.80. III. Band: Differentialgleichungen und Variationsrechnungen, 4. u. 5. Aufl. Mit 64 Fig. [XIV u. 735 S.] 1914. Geb. M. 8.80, geb. M. 10.60

**Höhere Mathematik für Ingenieure.** Von Prof. Dr. *J. Perry*, weil. Prof. in London. Autorisierte deutsche Bearbeitung von Geh. Hofrat Dr. *R. Fricke*, Prof. a. d. Techn. Hochschule in Braunschweig in Verbindung mit *F. Stühlings*, Prof. a. d. Bergakademie in Clausthal. 4. Aufl. [Erscheint Juli 1923.]

**Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung.** Von Hofrat Dr. *E. Czuber*, Prof. an der Techn. Hochschule Wien. gr. 8. I. Bd. 5. Aufl. Mit 128 Fig. [XII u. 569 S.] 1922. Geb. M. 7.—, geb. M. 9.—. II. Bd. 5. Aufl. Mit 119 Fig. [XI u. 599 S.] 1922. Geb. M. 7.50, geb. M. 9.50

**Sammlung von Aufgaben zur Anwendung der Differential- und Integralrechnung.** Von Geh. Hofrat Dr. *F. Dingeldey*, Prof. an der Technischen Hochschule Darmstadt. I. Teil: Aufgaben zur Anwendung der Differentialrechnung, 2. Aufl. Mit 99 Fig. [V u. 202 S.] gr. 8. 1921. Geb. M. 4.20, geb. M. 6.60. II. Teil: Aufgaben zur Anwendung der Integralrechnung, 3. Aufl. Mit 96 Fig. im Text. [IV u. 387 S.] gr. 8. 1923. Geb. M. 4.50, geb. M. 6.20

**Lehrbuch der Funktionentheorie.** Von Dr. *L. Bieberbach*, Prof. an der Univ. Berlin. Bd. I: Elemente der Funktionentheorie. Mit 80 Fig. im Text. [VI u. 314 S.] gr. 8. 1921. Geb. M. 4.—, geb. M. 5.—. Bd. II. [In Vorb.]

**Lehrbuch der darstellenden Geometrie für Technische Hochschulen.** Von Hofrat Dr. *E. Müller*, Prof. a. d. Techn. Hochschule Wien. I. Bd. 3. Aufl. Mit 289 Fig. u. 3 Taf. [XIV u. 370 S.] gr. 8. 1920. Geb. M. 4.—, geb. M. 5.50. II. Bd. 3. Aufl. Mit 328 Fig. i. Text. [X u. 365 S.] gr. 8. 1923. Geb. M. 4.—, geb. M. 5.50

**Praktische Analysis.** Von Dr. *Horst v. Sanden*, Prof. an der Bergakademie Clausthal. 2., verh. Aufl. Mit 32 Abb. i. T. [XVIII u. 195 S.] 8. 1923. (Handbuch der angewandten Mathematik. I. Bd.) Kart. M. 4.60

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Anfragen ist Rückporto beizufügen

Die angegebenen Grundpreise sind mit der Schlusszahl des Börsenvereins zu vervielfältigen