МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА СРБИЈЕ
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

РЕПУБЛИЧКИ СЕМИНАР 2003.

О НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ И РАЧУНАРСТВА
- У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ
- У СРЕДЊИМ ШКОЛАМА
- НА ВИШИМ ШКОЛАМА
- НА ФАКУЛТЕТИМА

НИШ
2003.

МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА СРБИЈЕ
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

РЕПУБЛИЧКИ СЕМИНАР 2003.
о настави математике и рачунарства
у основној школи, у средњим школама,
на вишим школама и на факултетима

Организациони одбор:

др Раде Дорословачки
др Иван Јовановић
др Зоран Каделбург
др Градимир Миловановић
др Владимир Мићић

Штампа: „ВЕДЕС“, Београд
Тираж: 600 примерака

МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА СРБИЈЕ

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
11000 БЕОГРАД, Кнеза Михаила 35/IV
телефон и телефакс 011-638 263

РЕПУБЛИЧКИ СЕМИНАР 2003.

о настави математике и рачунарства
у основној школи, у средњим школама,
на вишим школама и на факултетима

Семинар се одржава 14. и 15. фебруара 2003. године у просторијама Електронског факултета у Нишу и ради у четири секције:

I секција – настава математике у старијим разредима основне школе;

II секција – настава математике у средњим школама;

III секција – настава математике на вишим школама и факултетима;

IV секција – настава рачунарства.

Семинар почиње пленарним састанком 14.02.2003. године у 10.30 часова у Великој сали Дома Војске Југославије у Нишу, Синђелићев трг.

У оквиру Семинара је организована продајна изложба математичке литературе коју издају Друштво математичара и неки други издавачи.

У току Семинара биће одржана Скупштина Друштва математичара Србије.

У петак, 14.02. у 20.30 часова биће организовано другарско вече у хотелу „Амбасадор“.

ПРОГРАМ СЕМИНАРА

СВЕ СЕКЦИЈЕ

14.02.2003. – Велика сала Дома Војске Југославије, Синђелићев трг

10.30–10.45 Отварање Семинара

10.45–11.00 Уметнички програм

11.00–11.45 проф. др Жарко Мијајловић (Београд): *Математичке основе рачунарства*

11.45–13.15 Округли сто: **Да ли је $9+3=8+4$?**

14.02.2003. – Електронски факултет, Београдска 14, сала А1

15.00–15.30 проф. др Александар Липковски (Београд): *Реформисти и „вишак знања“ у настави математике*

15.30–16.00 доц. др Зорана Лужанин (Нови Сад): *Мотивација – демотивација ученика за математику*

18.00–19.30 *Скупштина Друштва математичара Србије*

15.02.2003. – Електронски факултет, сала А1

09.00–09.30 проф. др Ратко Тошић (Нови Сад): *Математички часописи и њихова улога у математичком образовању*

I СЕКЦИЈА

14.02.2003. – Електронски факултет, сала А1

16.20–16.50 Вера Јоцковић, проф. (Београд): *Геометрија у уџбенику за V разред*

16.50–17.20 мр Војислав Андрић, проф. (Ваљево): *Пребројавање бројевних скупова*

17.20–17.50 проф. др Војислав Петровић (Нови Сад): *Геометријске варијације*

15.02.2003. – Електронски факултет, сала А1

09.45–10.30 проф. др Владимир Мићић (Београд): *Реализација алгебарских садржаја у петом разреду основне школе*

10.30–11.00 проф. др Ђорђе Дугошија, Стојан Величковић, проф. (Београд): *Настава математике у VI разреду и приказ новог уџбеника и збирке*

11.00–11.30 Љубиша Динић, наст, Милан Башић (Ниш): *Једначине – како то уче у Интернационалној школи у Хагу*

11.45–12.15 Раде Козар, шк. надзорник (Нови Сад): *Обрада неједначина у VIII разреду*

12.15–12.45 Иванка Томић, проф. (Ваљево): *Једнакост површина*

12.45–13.25 доц. др Бранислав Поповић, асис. Марија Станић (Крагујевац): *VI Јуниорска балканска математичка олимпијада*

13.25–13.45 Суад Новић, проф. (Ниш): *О решавању проблема методом елиминације случајева*

II СЕКЦИЈА

14.02.2003. – Електронски факултет, сала А2

16.20–16.50 проф. др Раде Дорословачки (Нови Сад): *Комплексни бројеви и примене*

16.50–17.20 проф. др Павле Младеновић (Београд): *Златни пресек*

17.20–17.50 Пера Цветиновић, шк. надзорник (Лозница): *Есенцијална знања о квадратном триному са освртом на неке класе задатака*

15.02.2003. – Електронски факултет, сала А2

09.45–10.15 Богданка Јаковљев, проф, проф. др Олга Бодрожа-Пантић (Нови Сад): *Математичка индукција у геометрији*

10.15–10.45 проф. др Светлана Јанковић (Ниш): *Неки математички модели у економији и биологији – корак ка професионалној оријентацији ученика ка математици*

10.45–11.15 Миодраг Тодоровић, шк. надзорник (Зрењанин): *Геометријске конструкције двостраним лењиром*

11.30–12.00 проф. др Новица Блажић (Београд): *Улога симетрије у настави*

12.00–12.30 асис. мр Владимир Стојановић (Београд): *Вектори и колинеарност*

12.30–13.00 Вене Богославов, проф. (Београд): *Трансформисање задатка једне области у задатак друге области*

13.00–13.30 Весна Бабовић, проф. (Ниш): *У свет комбинаторике кроз путовања, без формула*

III СЕКЦИЈА

14.02.2003. – Електронски факултет, сала А3

16.20–16.50 проф. др Иван Јовановић (Ниш): *О експоненцијалној функцији*

16.50–17.20 проф. др Весна Јевремовић (Београд): *Математика за нематематичаре, или – како научити кинески?*

17.20–17.50 проф. др Владимир Ракочевић (Ниш): *Ортогонална декомпозиција и пројектори*

15.02.2003. – Електронски факултет, сала А3

09.45–10.15 проф. др Новица Блажић (Београд): *Полиедри са целобројним теменима*

10.15–10.45 акад. др Војислав Марић (Нови Сад): *Како сам учио?*

10.45–11.05 доц. др Иван Аранђеловић (Београд): *Горња и доња гранична вредност низа скупова*

11.05–11.25 др Драгана Цветковић-Илић (Ниш): *Отвори између Банахових простора*

11.40–12.10 асис. Владимир Балтић (Београд): *Неке смернице факултетске наставе математике*

12.10–12.40 проф. др Милош Чанак (Београд): *Хармонијски аспект у комплексној анализи*

12.40–13.00 проф. др Јулка Кнежевић-Миљановић (Београд): *Динамичка интерпретација диференцијалних једначина*

13.00–13.30 др Дејан Илић (Ниш): *Аналитичке апроксимације решења стохастичких диференцијалних једначина*

13.30–14.00 prof. dr Eberhard Malkowsky (Giessen), Весна Величковић (Ниш): *Софтвер за визуализацију и анимацију у настави математике*

IV СЕКЦИЈА

14.02.2003.

Ради са II секцијом

15.02.2003. – Електронски факултет, сала А4

09.45–10.15 проф. др Драгослав Херцег (Нови Сад): *Како користити рачунар у настави математике*

10.15–10.45 проф. др Никола Клем (Београд): *Обрада цртежа и слика на рачунару*

10.45–11.15 проф. др Катарина Сурла, асис. Ивана Радека (Нови Сад): *Mathematica за студенте физике и хемије*

11.30–12.00 проф. др Ђура Паунић (Нови Сад): *Генерисање основних комбинаторних објеката*

12.00–12.30 Мирослав Михаиловић, проф. (Шабац): *Један образовни програмски пакет за учење програмирања*

12.30–13.00 проф. др Никола Клем, асис. Милош Ковачевић: *Претраживање Web-a*

13.00–13.30 Весна Величковић, Марија Цветковић (Ниш): *Визуално програмирање у Delphi-ју*

13.30–14.00 Небојша Лазовић (Београд): *Оптичко прегледање тестова*

Проф. др Жарко Мијајловић (Београд)

МАТЕМАТИЧКЕ ОСНОВЕ РАЧУНАРСТВА

Постоји неколико апстрактних али кључних питања од интереса у области рачунарства. Ова питања су апстрактна утолико што се не односе на конкретне програмске имплементације, нити на одређене апаратуре – рачунарске инсталације помоћу којих се врше конкретна израчунавања. Теорије у оквиру којих се она расправљају припадају основама рачунарства, док су сама питања заправо математичког карактера. У овом предавању покушаћу да представим неколико питања из ове области и да објасним зашто су она важна за теорију и праксу рачунарства.

Појам ефективне израчунљивости. Овај појам се расправља у оквиру теорије ефективне (или формалне) израчунљивости. Главно место ове теорије јесте појам алгоритма или ефективног поступка. Ова теорија даје опис израчунљивих (алгоритамски решивих) проблема, али и критеријуме помоћу којих можемо доказати да неки задатак нема алгоритамско решење. На пример, у оквиру ове теорије доказује се да не постоји ефективни поступак помоћу којег би се елиминисале „бесконачне петље" у конкретним рачунарским програмима. Постоји више система израчунљивости у оквиру којих се расправља појам алгоритма. Неки од ових система су: Систем рекурзивних функција (K. Gödel), Тјурингове машине (A. Turing), λ-рачун (A. Church).

Сложеност алгоритама. Рачунање према датом алгоритму састоји се из коначног низа рачунски елементарних корака. За сложеност датог алгоритма можемо узети, на пример, дужину овог низа. С друге стране, један задатак може се решити помоћу више различитих алгоритама, и у томе нас занимају алгоритми најмање сложености. Најпознатији пример ове врсте је “Основни проблем теоријског рачунарства: $P = NP$”. Позитивно решење овог проблема изнело би ефикасније алгоритме у многим областима математике од великог интереса у практичним применама.

Тешко израчунљиви проблеми. Познати алгоритми за решавање одређених задатака могу имати велику сложеност, на пример, може бити да је потребно експоненцијално време за његово извршење у односу на величину улазног податка. Ипак, за неке од ових задатака није искључено да постоје алгоритми мање сложености (решивост у полиномном времену). Најпознатији пример ове врсте је 3-SAT проблем (Cook). Овај проблем је универзалног карактера с обзиром да је NP-комплетан, тј. његово ефикасно решење довело би до ефикаснијих решења читаве класе проблема и истовремено решило би проблем $P = NP$. Посебно су занимљиве ефикасно израчунљиве функције (проблеми) за које су познати поступци израчунавања инверзних функција веома сложени уколико нису познати одређени параметри („кључеви"). Типичан задатак ове врсте је израчунавање производа два природна броја (са већим бројем цифара, на пример 100), и њему инверзан проблем факторизације природних бројева. Теорија оваквих проблема нашла је велике примене у теорији кодирања (заштите података), у такозваним криптолошким системима са јавним кључем.

Коректност и семантика програма. Како можемо доказати да је неки рачунарски програм коректан, тј. да заиста израчунава функцију за коју је дизајниран? У ту сврху развијају се формални системи засновани на идејама теорије доказа, у којима је бар за неке класе програма овај задатак решив. С друге стране добро дефинисана семантика и њено поштовање у имплементацији, обезбеђује истоветне резултате израчунавања, независно од програмске имплементације и програмске платформе.

Проф. др Александар Липковски (Београд)

РЕФОРМИСТИ И „ВИШАК ЗНАЊА“ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Боље је научити непотребно, него ништа
Луције Енеј Сенека (3–65 г.), римски философ-стоик

Изрека чувеног римског философа постала је веома актуелна данас, када реформисти просвете покушавају да уклоне тзв. „вишак знања“ који се стиче у нашим школама. Критеријум прагматичности, употребљивости знања, ставља се изнад свих осталих принципа. Да ли је „вишак“ заиста вишак? Аутор ће приказати енглески национални план и програм (National curriculum) из математике за 7, 8. и 9. разред основне школе, са освртом на његове делимичне предности и сигурне мањкавости. Један од основних недостатака таквог, минималистичког приступа настави математике огледа се у његовој подршци просечности и недостатку суштинске стимулације скривених талената. Ако спортиста не може да прескочи одређену висину, да ли ћете спуштати летвицу све док је не прескочи или ћете га увежбати до његових крајњих могућности?

Доц. др Зорана Лужанин (Нови Сад)

МОТИВАЦИЈА – ДЕМОТИВАЦИЈА УЧЕНИКА ЗА МАТЕМАТИКУ

У првом разреду основне школе ђаци упознају многе важне појмове из математике (број, скуп, дуж, површ). У том узрасту деца могу стећи љубав или одбојност према математици, па је одабир тема уџбеника и методолошког приступа од великог значаја. Сличан проблем постоји и у првом разреду средње школе где ђаци, у неким школама, упознају претерано сложен математички апарат као што су, на пример, аксиоме геометрије.

Проф. др Ратко Тошић (Нови Сад)

МАТЕМАТИЧКИ ЧАСОПИСИ И ЊИХОВА УЛОГА У МАТЕМАТИЧКОМ ОБРАЗОВАЊУ

Један од циљева реформе образовања је да школе и наставници добију више слободе у креирању и интерпретацији наставних садржаја. У таквим условима математички часописи намењени ученицима и наставницима могу имати значајну улогу у настојањима да се настава математике унапреди и да се спречи њено срозавање на ниво који одговара само просечним (или чак подпросечним ученицима).

Вера Јоцковић, проф. (Београд)

ГЕОМЕТРИЈА У УЏБЕНИКУ ЗА ПЕТИ РАЗРЕД

Тешкоће које су ученици имали са учењем геометрије у V разреду основне школе су један од разлога промене уџбеника. Да ли је то новим уџбеником превазиђено? Или то и не зависи толико од уџбеника?

Мр Војислав Андрић, проф. (Ваљево)

ПРЕБРОЈАВАЊЕ БРОЈЕВНИХ СКУПОВА

У програмима редовне наставе математике у основној школи комбинаторика није експлицитно заступљена, али су зато елементи комбинаторике веома присутни у темама и проблемима у додатној настави. Циљ овог саопштења је да укаже на основне принципе пребројавања бројевних скупова и примену комбинаторике у пребројавању бројевних скупова.

Излагање ће бити илустровано следећим примерима.

1. Да ли међу природним бројевима мањим од 1000 има више оних чији је збир цифара 12, или је више оних чији је збир цифара 14?
2. Из места A у место B воде 3 пута, из места B у место C 4 пута, а из места C у место D 5 путева. На колико се начина може доћи: (а) из места A у место C идући преко места B; (б) из места A у место D идући преко места B и C?
3. Колико има троцифрених бројева чија је прва цифра паран број, друга цифра прост број, а трећа цифра сложен број. Колико је међу тим бројевима парних, а колико непарних бројева?
4. Колико петоцифрених природних бројева има исту декадну вредност без обзира да ли се чита с лева удесно или с десна улево?

5. Да ли је више четвороцифрених бројева чије су све цифре парне или је више оних чије су све цифре непарне? Да ли је више приодних бројева чије су све цифре парне или је више оних чије су све цифре непарне?
6. Колико шестоцифренних бројева у свом декадном запису има бар једну цифру 6?
7. Колико има шестоцифрених бројева код којих су цифре узастопни природни бројеви, било у растућем, било у опадајућем поретку?
8. Колико има седмоцифрених природних бројева са различитим цифрама у којима су цифре 8 и 9 суседне?
9. Ако се лист хартије заротира за 180°, онда се цифре 0, 1, 8 не мењају, а цифре 6 и 9 прелазе једна у другу, док остале цифре губе смисао. Колико нма седмоцифрених бројева који не мењају своју декадну вредност када се лист хартије заротира за 180°?
10. Да ли је више природних бројева који имају збир цнфара једнак 2 или је више оних чији је производ цифара једнак 2?
11. Колнко има n-тоцифрених природних бројева чије су све цифре различите код којих је збир цифара једнак 45?
12. Да ли је међу четвороцифреним бројевима који имају збир цифара непаран више парних или непарних бројева?
13. Колико има n-тоцифрених природних бројева код којих је производ цифара једнак 4?
14. Колико нма n-тоцифрених природних бројева код којих је производ цифара паран број?
15. Колнко делилаца има природан број $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$?
16. Крокодил може имати највише 68 зуба. Колико крокодила треба имати да би са сигурношћу тврдили да међу њима постоје два са истим распоредом зуба?
17. Колико нма осмоцифрених бројева са разлнчитим цифрама у којима је цифра 1 записана (не обавезно непосредно) пре цифре 2?
18. У колико деветоцифрених природних бројева са различитим цифрама се између цифара 7 и 8 налазе тачно три друге цифре?
19. Колико има десетоцифрених бројева за које важи да је свака наредна цифра већа или једнака од претходне?
20. На колико начина се у низ могу поређати 4 једннице и 8 нула, тако да никоје две јединице нису суседне?

Проф. др Војислав Петровић (Нови Сад)

ГЕОМЕТРИЈСКЕ ВАРИЈАЦИЈЕ

Полазећи од једноставног тврђења, разумљивог ученицнма виших разреда основне школе, може се методом „корак по корак“ стићи до релативно сложених теорема чији је садржај и даље схватљив ученицима. Неколико таквих примера из геометрије чине садржај саопштења.

Проф. др Владимир Мићић (Београд)

РЕАЛИЗАЦИЈА АЛГЕБАРСКИХ САДРЖАЈА У ПЕТОМ РАЗРЕДУ ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

Алгебарским смо назвали оне садржаје који су предвиђени Наставним програмом и нису геометријски. Дакле, имамо у виду реализацију садржаја из три поглавља: Скупови; Дељивост бројева; Разломци. Указаћемо на неке, по нашем мишљењу битне, карактеристике реализације наставе из наведених садржаја уз помоћ новог уџбеника: МАТЕМАТИКА 5, аутора Владимира Мићића и Вере Јоцковић.

Проф. др Ђорђе Дугошија, Стојан Величковић, проф. (Београд)

НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ У 6. РАЗРЕДУ – ПРИКАЗ НОВОГ УЏБЕНИКА И ЗБИРКЕ

У раду се анализирају проблеми наставе математике у 6. разреду основне школе. Приказаће се реализација наставе у новом уџбенику и пропратној збирци.

Љубиша Динић, наставник, Милан Башић (Ниш)

ЈЕДНАЧИНЕ – КАКО ТО УЧЕ У ИНТЕРНАЦИОНАЛНОЈ ШКОЛИ У ХАГУ?

Прилог новом приступу решавања једначина

Инспирисани вишегодишњим искуством у раду са младима различитог узраста, затим континуираним прикупљањем и применом идеја у настави, аутори овог рада покушали су да предоче предности на изглед мање формалног симболичког увођења математичких појмова у једначинама у односу на досадашњи устаљени начин. Наиме, упознавањем са радом Интернационалне школе у Хагу ("International School of Hague") по програму Кембриџског универзитета (Cambridge University), на основу уџбеника "Active Mathematics" (од стране аутора B.V. Hony у издању "Longman") долази се до закључка да се тема једначина обрађује на један природан, активан и за децу тог узраста (IV, V или VI разред зависно од способности детета) мотивацијски изазован и садржајан начин. Овде се, дакле, ради о томе да се једначина са свим својим елементима (знак =, стране једнакости, познате, непознате (променљиве)) симболички интерпретира као теразије где сваки од елемената има свој симболички еквивалент (непозната тежина вреће је променљива x, дате тежине тегова су познате величиве итд.).

Оваквим методом излагања дате теме, неодољнво се намеће утисак да је исти исувише баналан и као такав непотребан. Међутим, овим поступком изучавања једначина ученици уочавају својства једначнна која се у нашем основном образовању сусрећу тек у VIII разреду (подсећамо да се једначине решавају преко својстава рачунских операција и таблично).

Раде Козар, шк. надзорник (Нови Сад)

ОБРАДА НЕЈЕДНАЧИНА У ОСМОМ РАЗРЕДУ ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

Пречишћеним текстом Наставног програма математнке за основну школу, ради растерећења ученика и сажимања и скраћивања програма, одређени типови неједначина избачени су из програма другог и трећег разреда. (Измене и допуне Плана и програма основног образовања н васпитања објављене су у „Службеном гласнику Републике Србије – Просветном гласнику“ број 4/2001.) Пречишћени програм математнке примењује се већ другу школску годину.

Са појмом неједначина и решавањем у скупу природних бројева учевик се сусреће у четвртом разреду. У петом разреду, према важећем програму, одређенн типови неједначина решавају се у скупу $\mathbf{Q}^+$, а у шестом у скупу $\mathbf{Q}$. У седмом разреду ученици се упознају са скупом реалних бројева, а у осмом решавају линеарне неједначине у том скупу.

У овом раду биће приказан један начин обраде линеарне неједначине у осмом разреду основне школе.

За обраду неједначина (без часова увежбавања) потребно је најмање 3-4 часа. Подразумева се да се н на обради раде задаци и указује на начин решавања неједначина и правилно записивање решења. У укупни фонд часова (10) може се урачунатн 1 час тематског понављања и 1 час писмене провере знања.

Задаци

1. Нађи неколико решења неједначине $5x-3>11$.
2. Решнти неједначину $2x+1>7-x$ користећи особине бројевних неједнакости.
3. Одреди скуп решења неједначине $\dfrac{x}{6}-\dfrac{x-5}{2}\geqslant\dfrac{x-1}{3}+3$ и тај скуп прикажи на бројевној правој.
4. За које x је задовољена неједначина $2(5x-1)+9>5-(2-10x)$?
5. Решити иеједначину $11(1-x)-7>7-11x$.

Иванка Томић, проф. (Ваљево)

ЈЕДНАКОСТ ПОВРШИНА

Тема „Површине" изучава се у редовној настави у основној школи, али се користи и знатно касније. Искуство је показало да ученици имају одређених потешкоћа у израчунавању и коришћењу површина, било да се ради о конкретном проблему израчунавања, или коришћењу површине као метода за решавање других проблема.

Циљ овог саопштења је да још једном подсети на значај теме, а излагање ће бити илустровано следећим примерима.

1. Дат је троугао ABC и права p која га сече. На праву p повучене су нормале из темена троугла AD, BE, CF, а затим су спојена средишта M, N и P ових нормала. Доказати да је површина троугла MNP једнака половини површине троугла ABC.
2. Дат је квадрат $ABCD$, E, F, G и H су средишта страница AB, BC, CD и DA. Доказати да праве DE, AF, BG и CH одређују квадрат чија је површина петина површине почетног квадрата.
3. Површина четвороугла чије се дијагонале секу под углом од $30°$ једнака је четвртини производа дијагонала.
4. Дат је конвексан четвороугао $ABCD$ и у њему тачка M. Из тачке M конструисане су нормале на странице и на њих пренете дужи једнаке одговарајућим страницама. Доказати да је површина четвороугла чија су темена крајње тачке пренетих дужи, два пута већа од површине четвороугла $ABCD$.
5. Површина правоуглог троугла једнака је површини правоугаоника чије су странице одсечци хипотенузе које на њој одређује додирна тачка уписаног круга. Доказати.

Доц. др Бранислав З. Поповић, асис. Марија Станић (Крагујевац)

VI ЈУНИОРСКА БАЛКАНСКА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА

У првом делу саопштења ће бити дата анализа организације Јуниорских балканских математичких олимпијада и резултата наше екипе, као и неки нови предлози за евентуално будућу припрему наших такмичара. У другом делу саопштења биће презентирани задаци са VI Јуниорске балканске математичке олимпијаде.

Суад Новић, проф. (Ниш)

О РЕШАВАЊУ ПРОБЛЕМА МЕТОДОМ ЕЛИМИНАЦИЈЕ СЛУЧАЈЕВА

Водећи се мишљу „Предмет математике је толико важан да не треба пропустити ниједну прилику учинити га занимљивим“ у излагању се, на неколико интересантних примера из теорије бројева, одређују подскупови од $\mathbb{N}$ на основу заданих ограничења.

Пример 1. Одредити скуп A на основу података:

i) $A = \{x_1, x_2, \ldots, x_p) \subset \mathbb{N}$, $p \geq 8$,

ii) $S(x_1, x_2, \ldots, x_p) = 462$,

iii) $S(x_i, x_j) < 250$, $i \neq j$,

iv) $(\exists k \in \mathbb{N})\ (9x_1 x_2 \cdots x_p = k^3)$.

Пример 2. Штампарија има неколико преса које штампају укупно 6480 плаката дневно. Модернизацијом оне су замењене продуктивнијим и број им је повећан за три, те се сада штампа 11200 плаката дневно. Ако су учинци свих преса једнаки, колико је било преса у почетку?

Оба задатка су „детективског“ типа, где се коришћењем услова у њима поступно одређују „сумњива лица“. Мењањем „кореографије“ уз подизање или смањење услова „детектовања“, наставник може да организује занимљив час, добије више информација о способности ученика и тако по потреби коригује свој рад са ученицима.

Са стручне стране, пак, поставља се питање „легитимности“ оваквих задатака јер се у њиховом решавању, у суштини, користи закон свођења на апсурд.

Пример 3. Ученик је на табли написао неколико природних бројева. Њихов збир поделио је њиховим производом. Затим је избрисао најмањи број и поново збир преосталих бројева поделио њиховим производом. Показало се да је први количник три пута већи од другог. Који је број избрисан?

Анализом овог примера показује се шта све може да се деси ако су приступи решавању задатка различити. Резултат је „фризирана“ варијанта задатка, која у много чему подсећа на невероватне задатке проф. G. Polya-е; јер се чини да је премало података да би се добило решење. „Фризирање“ се, под горњим условима, састоји у питању: који су бројеви могли бити написани у почетку?

Проф. др Раде Дорословачки (Нови Сад)

КОМПЛЕКСНИ БРОЈЕВИ И ПРИМЕНЕ

У овом раду прво се дају еквивалентне дефиниције комплексних бројева и образлаже која је најпримеренија ученицима средњих школа. Указује се на битну разлику између реалног и комплексног корена. Дају се формуле, тј. аналитички изрази комплексних функција које репрезентују сваку од геометријских трансформација у равни, а то су: транслација, ротација око произвољне тачке за произвољан угао, осна симетрија око произвољне осе, хомотетија око произвољног центра са произвољним коефицијентом и инверзија (инверзија се ради само у Математичким гимназијама). Примерима ће бити илустровано колико је ефикаснији рад у решавању геометријских задатака, ако се користе напред наведене функције. за разлику од класичних метода аналитичке геометрије у равни, па чак и вектора.

Проф. др Павле Младеновић (Београд)

ЗЛАТНИ ПРЕСЕК

Златни пресек је подела дужи на два различита дела, тако да је однос целе дужи према већем делу једнак односу већег према мањем делу. Златни пресек се јавља као однос одређених величина у многим геометријским фигурама и у природним формама, а из естетских разлога се још од античких времена користи у уметности. На предавању ће бити речи о вези златног пресека са појмовима и тврђењима у геометрији (што је добро познато), али и са многим тврђењима у теорији игара, теорији бројева, вероватноћи ... (што је мање познато).

Пера Цветиновић, шк. надзорник (Лозница)

ЕСЕНЦИЈАЛНА ЗНАЊА О КВАДРАТНОМ ТРИНОМУ СА ОСВРТОМ НА НЕКЕ КЛАСЕ ЗАДАТАКА

За квадратни трином по променљивој x, ax^2+bx+c ($a, b, c \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$), поред елементарних знања свођења на канонски облик, одређивања решења, растављања на линеарне факторе и уочавање Вијетових веза (уз доказе тих чињеница у оба смера), неопходно је и познавање услова када је квадратни трином потпун квадрат, када је ненегативан за све $x \in \mathbf{R}$. Још су суптилнија знања када су оба решења (корена) x_1, x_2 позитивни бројеви, када је бар једно од решења позитивно, како одредити да се оба решења налазе у задатом интервалу $[p, q]$, а када је бар једно од решења у том интервалу. У предавању ће бити апострофиране и коментарисане наведене чињенице уз истицање шта је за који ниво знања.

Задаци

I.1. Решити једначину $5x^2+5y^2+8xy+2y-2x+2=0$ у скупу реалних бројева.

2. Нека су a, b и c дужине страница троугла, а x, y и z реални бројеви такви да је $x+y+z=0$. Доказати да је тада $a^2yz+b^2zx+c^2xy \leqslant 0$.

II.1. Израчунати $\left(\frac{1+\sqrt{7}}{2}\right)^7+\left(\frac{1-\sqrt{7}}{2}\right)^7$.

2. Применом Вијетових формула одредити вредности реалног параметра k за које ће решења једначине $x^2-4x+2(k-3)=0$ бити позитивна.

III.1. За које вредности параметра m су оба решења једначине $(1-m)x^2 - 4x(2-m) + 2(2-m) = 0$ садржана између -1 и 6?

2. Одредити све вредности реалног параметра a тако да је за све x из интервала $[-1, 1]$ тачна неједнакост $ax^2 + 2(a+1)x + a - 4 \leqslant 0$.

Богданка Јаковљев, проф, проф. др Олга Бодрожа-Пантић (Нови Сад)

МАТЕМАТИЧКА ИНДУКЦИЈА У ГЕОМЕТРИЈИ.

Како је математичка индукција укључена у садржај програма математике у средњим школама а како примери који се користе приликом илустровања ове методе припадају углавном аритметици, алгебри и теорији бројева, где се и иначе овај метод широко примењује, то је идеја овог излагања да се укаже на могућност илустровања ове технике путем геометрије.

С обзиром да нам је циљ да суштину математичке индукције приближимо ђацима како би стекли искуство у опсервацији, истраживању и стицању интуитивности, то је веома корисно да се у изабраним примерима најпре пружи могућност да се наслути решење проблема, дакле, да се пример проанализира за првих неколико случајева и да, можда, сами ђаци формулишу тврђење непотпуном индукцијом, а затим се то тврђење и строго докаже (потпуном математичком индукцијом).

Овде су предложени неки проблеми геометријске природе који могу да послуже за илустровање методе математичке индукције на најинструктивнији начин.

Задаци

1. На кружници $K(O, a)$ означен је низ тачака A_n, $n \geqslant 1$ које заузимају положаје темена правилног шестоугла $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ и за које важи $A_{n+6} \equiv A_n$, за $n > 6$. Такође је формиран низ тачака B_n које представљају тачке пресека дужи $[B_{n-1}A_{n+1}]$ и $[OA_n]$, за $n > 2$; $B_1 := A_1$. Одредити величину дужи $[OB_n]$.
2. Дат је трапез $ABCD$ са већом основицом $[AD]$ дужине a и мањом основицом $[BC]$ дужине b. Средишта дијагонала $[AC]$ и $[BD]$ трапеза $ABCD$ означена су са B_1 и C_1, редом. Уведена су још два низа тачака: B_n и C_n $(n \geqslant 2)$ као средишта редом дијагонала $[AC_{n-1}]$ и $[B_{n-1}D]$ четвороугла $AB_{n-1}C_{n-1}D$ $(n \geqslant 2)$.

   а) Одредити дужину $\overline{B_nC_n}$ (као функцију од n).

   б) Да ли та вредност конвергира када $n \to \infty$?

   в) За које трапезе су дужи $[B_nC_n]$ $(n \in \mathbf{N})$ међусобно подударне?
3. Дат је низ $A_1, A_2, \ldots, A_{2n+1}$ од $2n+1$ тачака у равни. Конструисати затворену изломљену линију $X_1X_2\ldots X_{2n+1}$ за коју дате тачке представљају

средишта страница, тј. A_i је средиште странице $[X_i X_{i+1}]$, за $i = 1, \dots, 2n+1$ $(X_{2n+2} := X_1)$.

Проф. др Светлана Јанковић (Ниш)

НЕКИ МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ У ЕКОНОМИЈИ И БИОЛОГИЈИ – КОРАК КА ПРОФЕСИОНАЛНОЈ ОРИЈЕНТАЦИЈИ УЧЕНИКА КА МАТЕМАТИЦИ

С обзиром на светски тренд у образовању уопште, па и у образовању ученика средњих школа, да се теоријска знања стичу да би се могла практично применити, циљ предавања је да укаже на неке новије трендове у образовању ученика, који би могли утицати на њихову будућу професионалну оријентацију ка математици.

Како научна предвиђања светске научне елите указују да ће двадесетпрви век бити век борбе за биолошки опстанак живог света, дакле, век биологије, а незаобилазно и економије, од интереса је упознати ученике са неким једноставнијим математичким моделима у овим областима. За разматрање ових математичких модела неопходно је само основно познавање диференцијалног рачуна. Такође, у оквиру овог предавања само се указује на неке стохастичке моделе, са намером да се ученици на време оријентишу ка изучавању теорије вероватноће и математичке статистике, као неопходне основе за будући рад у изузетно атрактивним пословима финансијских аналитичара у области савремених финансија и берзанског пословања, или сарадника у истраживачким биолошким лабораторијама.

Миодраг Тодоровић, шк. надзорник (Зрењанин)

ГЕОМЕТРИЈСКЕ КОНСТРУКЦИЈЕ ДВОСТРАНИМ ЛЕЊИРОМ

У геометријске конструктивне задатке са ограниченим условима спадају конструктивни задаци само шестаром, само лењиром, а такође само двостраним лењиром.

Двострани лењир ширине h је лењир са паралелним странама помоћу кога се врше геометријске конструкције:

- произвољне праве,
- праве кроз две тачке,
- две паралелне праве удаљене једна од друге за h.

Основне конструкције помоћу којих се изводе сложенији задаци су конструкције: 1. симетрале угла, 2. двоструког угла, 3. нормале на дату праву која пролази кроз дату тачку (тачка припада или не припада датој правој), 4. симетричне тачке датој тачки у односу на дату праву, 5. паралелне праве, 6. средишта дужи.

Проф. др Новица Блажић (Београд)

УЛОГА СИМЕТРИЈЕ У НАСТАВИ

Симетрија игра врло важну улогу у природи и математици. Посебно, у настави геометрије симетрија може и треба помоћи приликом увођења и усвајања многих појмова. Ослањајући се на нашу интуицију, примерима се то и илуструје. Користе се разне методе и технике (елементарно-геометријска, аналитичка, уопштавања, кинематичка, дискретизација, ...) да би се што боље сагледале улоге и могућности симетрије. При томе се може указати да геометријски проблеми често проистичу из конкретних практичних проблема.

Такође, анализирају се разни интересантни (и лепи) задаци којима се лако може привући ученичка пажња.

Асис. мр Владимир Стојановић (Београд)

ВЕКТОРИ И КОЛИНЕАРНОСТ

Евидентно је да се вектори не користе довољно у средњошколској настави. Кроз практичне примере показује се предност коришћења вектора, при чему „тешки" проблеми постају тривијални.

Мр Вене Богославов, проф. (Београд)

ТРАНСФОРМИСАЊЕ ЗАДАТКА ЈЕДНЕ ОБЛАСТИ У ЗАДАТАК ДРУГЕ ОБЛАСТИ

Пример 1. Упростити израз $\left(\frac{y}{y^2-1}+\frac{3y}{1-y}-\frac{2y}{1+y}\right):\frac{y^2}{1-y^2}$; резултат: 5.

(а) Ако y заменимо са $a+b$, тада израз гласи:

$$\left(\frac{a+b}{(a+b)^2-1}+\frac{3(a+b)}{1-(a+b)}-\frac{2(a+b)}{1+(a+b)}\right):\frac{(a+b)^2}{1-(a+b)};$$

резултат: 5;

(б) сменом y са 5^{-x} (или a^{-x}) опет је резултат 5, а задатак је из области степена;

(в) слично је ако се y смени са $\sqrt[5]{5}$ (или $\sqrt[x]{a}$), задатак припада кореновању;

(г) даље, сменом y са $\operatorname{tg} x$ или $\ln x$, задатак је из тригонометрије, односно логаритмовања;

(д) на крају, ако се y смени, на пример, са $y=7$, $y=0{,}333\ldots$ или $y=3/4$, задатак се своди на примере из основне школе.

ПРИМЕР 2. Упростити израз

$$\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\frac{1}{(x+3)(x+4)}+\frac{1}{(x+4)(x+5)},$$

решење је $\dfrac{5}{x(x+5)}$.

Из овог задатка можемо конструисати нове задатке, на пример:

(а) $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\cdots+\dfrac{1}{(x+n-1)(x+n)}$, резултат: $\dfrac{n}{x(x+n)}$;

(б) заменом x са 2^{-x}, задатак је из области степеновања;

(в) заменом x са $\sqrt[3]{3}$, задатак је из области кореновања;

(г) заменом x са $\operatorname{tg} x$, задатак је из области тригонометрије;

(д) заменом x са $\log a$, задатак је из области логаритама;

(ђ) заменом x бројем 1 и стављањем $n=10$, задатак је за основну школу.

Весна Бабовић, проф. (Ниш)

У СВЕТ КОМБИНАТОРИКЕ КРОЗ ПУТОВАЊА, БЕЗ ФОРМУЛА

На основу два различита туристичка аранжмана у која се укључују ученици из одељења, долазимо до основних појмова и правила у комбинаторици: полазни скуп, комбинаторни објекти, број могућности за одређивање комбинаторних објеката, правило производа, ... и до у свему најбитније шеме:

Коначан скуп:	A	
Комбинаторни објекти:	$(a_1, a_2, \dots, a_k)$	$\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$
Број могућности:	(1) $m = n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k$	(2) $m = \dfrac{n_1 n_2 \cdots n_k}{m_1}$

Број m у (1) добија се из правила производа. Помоћу њега можемо решити најразноврсније задатке из варијација (са или без понављања) и пермутација (без понављања) а да не користимо ниједну од познатих формула.

Број m_1 у (2) представља одговор на питање: „колико пута нам редослед у изабраном комбинаторном објекту није битан?“ и углавном се може одредити помоћу правила производа. Тако да су изразом (2) обухваћене не само комбинације (без понављања) већ и пермутације са понављањем, као и многи други заадци из света комбинаторике.

Проф. др Иван Јовановић (Ниш)

О ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНОЈ ФУНКЦИЈИ

Експоненцијална функција, $\exp(z)$, једна је од важнијих функција у математици. Обично се уводи лимесом $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{z}{n}\right)^n$, $z\in\mathbb{C}$. Овде ћемо је дефинисати помоћу реда $\exp(z)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{z^n}{n!}$, а затим дати неке њене особине. Помоћу ове функције могу се дефинисати бројеви e, π, као и тригонометријске функције. Како се при томе користи елементарно знање из редова, то би ово могло да буде интересантно како за студенте математике, тако и за студенте техничких факултета.

Проф. др Весна Јевремовић (Београд)

МАТЕМАТИКА ЗА НЕМАТЕМАТИЧАРЕ, ИЛИ — КАКО НАУЧИТИ КИНЕСКИ

Разноврсност и неуједначеност при избору математичких термина и симбола на различитим нивоима наставе су један од узрока неуспешног праћења наставе односно недовољног разумевања градива и један од разлога неуспеха на испиту. Тако се нематематичар, али и математичар почетник, суочава са терминима који су наизглед различити, али значе исто, са терминима који су слични, али значе различито, и са великим бројем симбола којима се сви ти термини записују математичким језиком. Зато је за писање уџбеника из математике неопходно наћи праву меру, тако да се наведени проблеми умање, очува математичка прецизност, а читаоцу обезбеди знање потребно у применама. Уз то одговарајућим примерима и у уџбенику и непосредно у настави треба премостити разлику коју студенти постављају између писменог и усменог дела испита, што ће допринети бољем разумевању градива, а тиме и бољем успеху.

Проф. др Владимир Ракочевић (Ниш)

ОРТОГОНАЛНА ДЕКОМПОЗИЦИЈА И ПРОЈЕКТОРИ

Теорема о ортогоналној декомпозицији на Хилбертовом простору одређује ортогоналан пројектор. Уколико пројектор није ортогоналан, тада постоје „природни“ ортогонални пројектори на слику и језгро тог пројектора. Изложићемо неке резултате који се односе на „природне пројекторе“. Резултати су погодни за семинарске и дипломске радове студената.

Проф. др Новица Блажић (Београд)

ПОЛИЕДРИ СА ЦЕЛОБРОЈНИМ ТЕМЕНИМА

У настави математике, а посебно у раду са студентима, истраживачка питања, проблеми и пројекти су врло важни. Погодно изабрани проблеми могу бити погодни за илустрацију различитих идеја и техника као и веза између њих.

У раду се дискутује теорема Минковског која даје услов да скуп вектора у простору представља векторе страна неког конвексног полиедра. Наводе се проблеми који нас могу приближити тој теореми (и њеном доказу). Та проблематика је такође интересантна и са становишта везе са неким проблемима који се тичу оптимизације и целобројних тачака.

У том духу са колегом Срђаном Вукмировићем студентима прве године Математичког факултета у Београду (у оквиру курса Аналитичке геометрије) поставили смо следећи проблем:

Проблем. *Одредити конвексан полиедар са целобројним теменима и задатим бројем врхова тако да му је површина најмања могућа.*

Како проблем није једноставан, организовали смо „такмичење“:

Такмичарски проблем. *Наћи конвексан полиедар са целобројним теменима и што мањом површином за задати број темена.*

Како и сама провера понуђених резултата није једноставна, поједини студенти су се ангажовали да визуелизују понуђене полиедре, имплементирају алгоритме за проверу њихове конвексности и одреде површину. Идеја је да се при томе користе програмски пакети *Mathematica* и *Java View*.

Рад на овим проблемима је у току.

Акад. проф. др Војислав Марић (Нови Сад)

КАКО САМ УЧИО

У овом саопштењу се излаже како сам прошао пут од дипломираног математичара до научног радника и прошао кроз докторат и фазе које се на том путу претпостављају.

Доц. др Иван Аранђеловић (Београд)

ГОРЊА И ДОЊА ГРАНИЧНА ВРЕДНОСТ НИЗА СКУПОВА

Појмови горње и доње граничне вредности низа скупова имају велики значај у Лебеговој теорији мерљивих скупова и Колмогоровљевој теорији случајних догађаја. Овде ћемо коришћењем елементарне неједнакости

$$\mu(\underline{\lim}\, A_n) \leqslant \underline{\lim}\, \mu(A_n) \leqslant \overline{\lim}\, \mu(A_n) \leqslant \mu(\overline{\lim}\, A_n),$$

доказати Траутнеров принцип покривања: ако је A скуп позитивне мере и $\{x_n\}$ ограничен низ реалних бројева, онда постоји реалан број t такав да скуп $t + A$ садржи бесконачно много чланова низа. Коришћењем Принципа покривања доказаћемо да су сва мерљива решења Кошијеве функционалне једначине непрекидна и да: ако је A скуп позитивне мере, онда постоји интервал I такав да је $I \subseteq A - A$.

Асис. мр Драгана Цветковић-Илић (Ниш)

ОТВОРИ ИЗМЕЂУ БАНАХОВИХ ПРОСТОРА И ПРИМЕНЕ

Појам отвора између потпростора Хилбертовог простора увели су 1947. године, М. Г. Крејн и М. А. Красносељски. Годину дана касније, појам геометријског отвора проширен је на произвољан Банахов простор. Главни циљ увођења појма отвора било је конструисање одговарајућег апарата за уопштавање Карлеман-фон Нојманове теорије дефектних бројева хермитских оператора, за операторе на Хилбертовом и Банаховом простору. Доказане су значајне неједнакости које дају везу између отвора и неких особина потпростора. Изучавање отвора је од великог значаја у теорији оператора. Растојање између затворених оператора, као и појам конвергенције могу се разматрати веома успешно користећи појам отвора.

Асис. Владимир Балтић (Београд)

НЕКЕ СМЕРНИЦЕ РАЗВОЈА ФАКУЛТЕТСКЕ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

На Математичким факултетима осавремењавање наставе би требало спроводити у правцу што већег коришћења модерне технике: рачунарских пакета (TeX и LaTeX су стандард обраде математичких текстова; програмски пакети Matlab, Mathematica и Maple се користе у разним аспектима решавања математичких проблема) и интернета (од тражења основних појмова и теорије до најновијих чланака у електронском формату).

На великом броју осталих факултета математички предмети су базични и налазе се на првим годинама студија. Акцент би требало да буде на оспособљавању будућих инжењера, економиста, итд. за коришћење математичке литературе при решавању одговарајућих проблема које срећу у даљој стручној пракси.

На првој години студија мора се посветити пажња проблему различите количине знања коју студенти доносе из средње школе. Поред све веће употребе компјутера, извођење наставе је могуће побољшати и олакшати и другим средствима аудио-визуелне технике. Ипак поред свега тога, живу реч ништа не може заменити, тако да је потребно водити рачуна о што бољем разумевању градива код студената, што се може постићи смањивањем група за предавања и вежбе (то је предвиђено Болоњским споразумом), као и побољшањем комуникације на релацији предавач–студент. Важна је и интеракција студената са колегама из света, било путем интернета, студентских размена и пракси или студентских такмичења.

Проф. др Милош Чанак (Београд)

ХАРМОНИЈСКИ АСПЕКТ У КОМПЛЕКСНОЈ АНАЛИЗИ

Када се говори о математици као хармонијској науци, онда се обично разликује спољна и унутрашња хармонија. Под спољном хармонијом се подразумева њено преливање, утицај и присуство у другим наукама, уметностима и областима људског деловања, као и повратно деловање ових на математику. Када се говори о унутрашњој хармонији математике, могло би се размишљати на сличан начин, па посматрати различите математичке дисциплине као што су геометрија, алгебра, анализа и друге и доста лако уочити чврсту међусобну повезаност. И већ на том првом нивоу посматрања уочавамо један од основних хармонијских принципа у математици, а то је холографски принцип.

У предавању се после уводног разматрања посебно скреће пажња на холографски принцип у теорији аналитичких функција комплексне променљиве и код комплексних диференцијалних једначина.

Проф. др Јулка Кнежевић-Миљановић (Београд)

ДИНАМИЧКА ИНТЕРПРЕТАЦИЈА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИХ ЈЕДНАЧИНА

У овом раду је дат фазни портрет неких диференцијалних једначина другог реда које се своде на еквивалентни систем диференцијалних једначина.

Асис. мр Дејан Илић (Ниш)

АНАЛИТИЧКЕ АПРОКСИМАЦИЈЕ РЕШЕЊА СТОХАСТИЧКИХ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИХ ЈЕДНАЧИНА

Први радови о стохастичким диференцијалним једначинама су се јавили педесетих година прошлог века, у разматрањима руског математичара И.И. Гихмана и јапанског математичара К. Итоа. Данас је међутим опште прихваћен Итоов приступ овој проблематици, настао из дефиниције случајног интеграла као интеграла случајне функције по Винеровом процесу.

У многим пољима науке и технике постоји велики број проблема који су суштински нелинеарни и комплексни по природи, укључујући стохастичке побуде типа Гаусовог белог шума. Сви такви проблеми су математички моделирани стохастичким диференцијалним једначинама или, у компликованијим случајевима, стохастичким интегродиференцијалним једначинама Итоовог типа. Како ове једначине нису решиве у највећем броју случајева, важно је наћи њихово апроксимативно решење у експлицитној форми или у форми погодној за примену у нумеричким методама. Један од начина за решавање таквих једначина је и аналитичка апроксимација решења стохастичких диференцијалних једначина.

Prof. dr Eberhard Malkowsky (Giessen), Весна Величковић (Ниш)

СОФТВЕР ЗА ВИЗУАЛИЗАЦИЈУ И АНИМАЦИЈУ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Визуализација и анимација су од виталног значаја за модерне методе математичког образовања. Оне умногоме помажу студентима при разумевању математичких концепата. Више него у другим гранама математике ово се односи на геометрију и анализу.

Сматрамо да концепција комерцијалних графичких пакета не одговара илустровању теоријских концепата па не могу бити примењени на задовољавајући начин у математици. Циљ образовања у области математике не треба да буде подучавање студената за коришћење готових софтверских пакета простим учењем инструкција које дугме треба притиснути и како померати миша, без обзира колико је лако и удобно радити у њима. Нагласак треба ставити на учење фундаменталних теоријских чињеница.

Такође треба охрабривати студенте да изводе своја сопствена математичка израчунавања и да пишу своје сопствене програме за визуализацију решења тих проблема. Успешан завршетак тог задатка неће само доказати тачност решења и добро разумевање материје већ ће и доста придонети мотивацији студената. Осим тога студенти ће значајно побољшати своје знање програмирања и његових техника.

У том светлу смо развили *отворен софтверски пакет* у PASCAL-у који на програмерском нивоу даје основне алате компјутерске графике. Овај пакет обезбеђује алтернативни алат у одвосу на постојеће графичке софтверске пакете.

У овом предавању ћемо дати преглед нашег софтвера. Такође ћемо приказати неколико примена да бисмо представили неке интересантне класичне математичке резултате уз помоћ слика и анимација.

Проф. др Драгослав Херцег (Нови Сад)

КАКО КОРИСТИТИ РАЧУНАР У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Разматрају се неки проблеми везани за организацију часа математике уз коришћење рачунара. На примеру наставе математике у специјализованим одељењима гимназије „J. J. Змај“ из Новог Сада износе се искуства и нека решења поменутог проблема.

Проф. др Никола Клем (Београд)

ОБРАДА ЦРТЕЖА И СЛИКА НА РАЧУНАРУ

Предлогом новог програма за предмет Рачунарство и информатика за II разред гимназије предвиђено је и упознавање ученика са принципима представљања и обраде цртежа и слика на рачунару и оспособљавање ученика за најосновније коришћење једног од графичких програма. У раду се разматрају могућности коришћења различитих апликативних програма за извођење овог дела наставног програма, избор могућности одабраних програма које треба приказати ученицима као и начин на који се то може урадити.

Проф. др Катарина Сурла, асис. Ивана Радека (Нови Сад)

MATHEMATICA ЗА СТУДЕНТЕ ФИЗИКЕ И ХЕМИЈЕ

У раду су приказана искуства у примени програмског пакета *Mathematica* у настави нумеричке математике за студенте физике и хемије.

Полази се од конкретног проблема из физике или хемије. Анализом проблема долази се до математичког модела. Наводе се методе помоћу којих се модел може решити, а затим се даје њихова интерпретација у *Mathematica*-и. Проблем се решава, а затим се врави анализа резултата са становишта природе самог проблема, а затим са нумеричког становишта (степен тачности, могућности побољшања и смисао побољшања). Упоређивање различитих метода и указивање на њихове специфичности се ради кад год је то могуће.

Резултати указују да студенти много озбиљније прихватају математичке поступке и боље их памте када се они интерпретирају као апарат (алат) којим се решавају одређени проблеми, а поготову кад су они пропраћени моћним софтвером. На крају студент види да је о свом проблему много више сазнао и на врло лак начин.

Проф. др Ђура Паунић (Нови Сад)

ГЕНЕРИСАЊЕ ОСНОВНИХ КОМБИНАТОРНИХ ОБЈЕКАТА

Основни комбинаторни објекти (комбинације, варијације и пермутације са или без понављања) представљају погодне програмерске садржаје за илустрацију итеративних и рекурзивних алгоритама који нису очигледни, а с друге стране су довољно једноставни да их је могуће објаснити и испрограмирати за један школски час. Биће презентиран и општи бектрек алгоритам који омогућује да се ови алгоритми сагледају у ширем контексту.

Мирослав Михаиловић, проф. (Шабац)

ОБРАЗОВНИ ПРОГРАМСКИ ПАКЕТ ЗА УЧЕЊЕ ПРОГРАМИРАЊА

У овом излагању биће представљена нова верзија програмског пакета "Algor" и концепт наставе програмирања заснован на Алгору.

Алгор је алгоритамски графичко-текстуални програмски језик, намењен учењу програмирања. Ученицима омогућава да брзо схвате суштину програмирања, не оптерећујући их при том сложеним синтаксним правилима и службеним речима самог програмског језика. Захваљујући графичким алгоритамским симболима, синтаксна правила скоро да и не постоје, а ученици су подстакнути да самостално истражују и експериментишу. Алгор за разлику од класичних алгоритама форсира структурно програмирање, развијајући тако код почетника навику да пише стилски исправне алгоритме које је касније могуће шаблонски превести на било који програмски језик. Главна предност Алгора је могућност извршавања алгоритма корак по корак, са аутоматским приказом вредности свих променљивих и чланова низова у сваком тренутку извршавања. Ученик на тај начин самостално може анализирати своје или унапред снимљене алгоритме, откривати и исправљати грешке и остварити јасан увид у начин на који се извршава алгоритам, односно програм. Улога предавача је да усмерава ученике на примере алгоритама из колекције која се добија уз програмски пакет, или које је сам припремио и снимио помоћу Алгора. Више није неопходно да предавач објашњава и исписује на табли начин на који се програм извршава. Такође више није потребно да помаже ученицима у исправљању синтаксних грешака, јер Алгор прецизно означава место настанка грешке уз исписивање одговарајуће поруке на српском језику и помоћно објашњење како исправити грешку.

Упоредо са Алгором усавршава се и концепт наставе који форсира активно ангажовање ученика, самостално или у пажљиво формираним, мањим групама. Концепт је поред своје основне примене у основним и средњим школама од недавно почео да се примењује на почетним курсевима програмирања у вишим школама.

Проф. др Никола Клем, асис. Милош Ковачевић (Београд)

ПРЕТРАЖИВАЊЕ WEB-A

У раду се разматрају различите стратегије претраживања које користе аутоматизовани претраживачи. Прво ће бити размотрена класа претраживача која се базира на breath-first методи (Google), а потом и класа фокусираних претраживача која користи depth-first стратегију. Биће изложене предности и мане оба приступа, како са апликативног тако и са системског становишта.

Весна Величковић, Марија Цветковић, проф. (Ниш)

ВИЗУАЛНО ПРОГРАМИРАЊЕ У DELPHI-ЈУ

У гимназијама у Србији се учи програмски језик Pascal. То је добар методолошки језик са разумљивом синтаксом који подстиче добре програмерске навике. Он има добар компајлер који доста проверава синтаксу тако да већ сам компајлер упозорава ученике на почетничке грешке у синтакси. Због тога сматрамо да Pascal треба задржати као први програмски језик у школама.

Pascal ради под оперативним системом MS-DOS. У ситуацији у којој је генерално прихваћен оперативни систем Windows, то му је мана. Сви остали садржаји који се уче у предмету *Основи рачунарства и програмирања* раде под оперативним системом Windows и сви програмски пакети који се изучавају личе један на другога по општој концепцији и начину рада. Сваки следећи програмски пакет се све лакше учи и после неког времена ученик очекује да сваки следећи пакет има све стандардне функције на које је навикао.

А програмирање је само по себи много теже од употребе Интернета или готових програмских пакета. Због саме тежине програмирања и апстрактног размишљања просечан ученик осећа одбојност према овој области. А ако је посао који обавља у другачијем окружењу од онога на који је навикао, та одбојност се појачава.

Ми желимо да размотримо увођење Delphi-ја у наставу програмирања у гимназијама. Delphi ради под Windows-ом, тако да је ученику, у општим цртама, познато радно окружење и општи принципи рада. Програмски језик Delphi-ја је Object Pascal, објектно оријентисани Pascal, тако да бисмо у настави задржали методолошке предности Pascal-а. У изучавању Delphi-ја бисмо се задржали на његовим основним визуалним алаткама, јер их ученик очекује.

Али треба нагласити да су визуалне алатке само помоћ ученику да превазиђе одбојност према програмирању, а не саме себи сврха. Циљ предмета *Основи програмирања* и даље треба да остане развијање систематичног програмерског размишљања и стицање добрих навика у програмирању.

Небојша Лазовић, саветник Министарства просвете (Београд)

ОПТИЧКО ПРЕГЛЕДАЊЕ ТЕСТОВА

23. јануара ове године је одржано тестирање ученика средњих школа из математике. Преглед је обављен на потпуно нови начин – применом посебног софтвера и коришћењем оптичког читача. У саопштењу ће бити приказана нова искуства с тим у вези.

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
РЕПУБЛИЧКЕ КОМИСИЈЕ ЗА ТАКМИЧЕЊА

КАЛЕНДАР ТАКМИЧЕЊА

Такмичења ученика основних школа из математике

Школско такмичење	18.01.2003.
Општинско такмичење	22.02.2003.
Окружно такмичење	15.03.2003.
Републичко такмичење	12.04.2003.
Савезно такмичење	24.05.2003.
Балканијада	средина јуна

Такмичења ученика средњих школа из математике

Општинско такмичење	18.01.2003.
Окружно такмичење	01.03.2003.
Републичко такмичење	29.03.2003.
Савезно такмичење	19.04.2003.
Балканијада	почетак маја
Олимпијада	почетак јула

Такмичења ученика основних школа из рачунарства

Окружно такмичење	19.04.2003.
Републичко такмичење	17.05.2003.

Такмичења ученика средњих школа из рачунарства

Окружно такмичење	08.03.2003.
Републичко такмичење	05.04.2003.
Савезно такмичење	10.05.2003.
Међународна такмичења	крајем маја и касније

ПРОГРАМ ТАКМИЧЕЊА ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

За све разреде и све ступњеве такмичења:

- Градиво из програма редовне и додатне наставе у претходним разредима
- Логичко-комбинаторни задаци

Школско такмичење

- Наставни садржаји реализовани у оквиру редовне и додатне наставе у првом полугодишту

Општинско такмичење

- Материја предвиђена за школско такмичење и још:

IV разред: Сабирање, одузимање и множење природних бројева. Квадрат и правоугаоник. Магични квадрат. Пребројавање скупова.

V разред: Скупови. Скупови тачака. Угао. Дељивост. Разломци – упоређивање, сабирање и одузимање.

VI разред: Рационални бројеви. Апсолутна вредност. Сабирање и одузимање рационалних бројева. Троугао. Дирихлеов принцип

VII разред: Површина троугла и четвороугла. Квадрирање и кореновање. Питагорина теорема. Ирационални бројеви. Степени и операције са степенима

VIII разред: Круг. Сличност. Тачка, права и раван. Линеарне једначине и неједначине. Призма. Једначине с апсолутним вредностима

Окружно такмичење

- Материја предвиђена за претходне ступњеве такмичења и још:

IV разред: Дељење природних бројева. Решавање задатака помоћу једначина и дијаграма. Дешифровање рачунских операција. Коцка и квадар

V разред: Множење и дељење разломака. Симетрија. Графови. Решавање задатака помоћу једначина и дијаграма

VI разред: Множење и дељење рационалних бројева. Паралелограм. Дељивост и прости бројеви. Конструктивни задаци

VII разред: Многоугао. Полиноми. Основи комбинаторике

VIII разред: Пирамида. Линеарна функција. Диофантске једначине

Републичко такмичење

- Материја предвиђена за претходне ступњеве такмичења и још:

VI разред: Проценти. Четвороугао. Нестандардни конструктивни задаци

VII разред: Директна и обрнута пропорционалност. Круг. Низови. Нестандардни конструктивни задаци. Дељивост

VIII разред: Системи линеарних једначина. Конгруенције по модулу. Елементарни проблеми екстремних вредности

Савезно такмичење

За Савезно такмичење младих математичара из основних школа постоји посебан програм који ће бити достављен школама чији се ученици пласирају за то такмичење.

ИЗВОД ИЗ ПРАВИЛНИКА МАТЕМАТИЧКИХ ТАКМИЧЕЊА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

Ученици се такмиче по категоријама и разредима.

У А категорији такмиче се ученици Математичке гимназије, специјализованих одељења која раде по програму Математичке гимназије и остали ученици гимназија и других школа који то желе.

У Б категорији такмиче се ученици гимназија и других школа који не раде по програму Математичке гимназије.

У свакој категорији ученици се такмиче у свом разреду (првом, другом, трећем или четвртом).

Број ученика који се квалификују за Републичко такмичење одређује се пропорционално броју редовних ученика у округу, као и на основу резултата ученика одговарајућег округа на такмичењима претходних година. Те бројеве одређује Републичка комисија за сваку годину.

За Савезно такмичење квалификују се, према квоти Савезног такмичења, најбоље пласирани ученици А категорије и првопласирани ученик из сваког разреда Б категорије.

ПРОГРАМ

А категорија

I разред

Општинско такмичење:

1. Логика, скупови, функције. 2. Комбинаторика и задаци логичко-комбинаторног карактера. 3. Елементарна теорија бројева (дељивост, прости бројеви, Диофантове једначине). 4. Реални бројеви, апсолутна вредност. 5. Полиноми. 6. Међусобни односи правих и равни. 7. Подударност. Примена у задацима о троуглу, четвороуглу и кругу. 8. Вектори и њихова примена на задатке елементарне геометрије.

Окружно такмичење:

још и: 9. Рационални алгебарски изрази. 10. Конструктивни геометријски задаци.

Републичко такмичење:

још и: 11. Неједнакости. 12. Линеарне једначине и неједначине.

II разред

1. Подразумевају се теме I разреда

Општинско такмичење:

још и: 2. Изометријске трансформације. 3. Хомотетија и сличност. 4. Тригонометрија. 5. Степеновање и кореновање. 6. Комплексни бројеви. 7. Квадратне једначине, неједначине и функције. 8. Ирационалне једначине и неједначине.

Окружно такмичење:

још и: 9. Експоненцијалне и логаритамске функције, једначине и неједначине.

Републичко такмичење:

још и: 10. Полиедри. 11. Математичка индукција.

III разред

1. Подразумевају се теме I и II разреда

Општинско такмичење:

још и: 2. Обртна тела. 3. Елементарна теорија бројева (конгруенције, Ојлерова и Вилсонова теорема). 4. Тригонометријски облик комплексног броја. 5. Полиноми (нуле полинома, Виетове формуле). 6. Системи линеарних једначина; детерминанте.

Окружно такмичење:

још и: 7. Низови; диференцне једначине.

Републичко такмичење:

још и: 8. Вектори (скаларни, векторски и мешовити производ).

IV разред

Видети програм Савезног такмичења који следи.

Б категорија

I разред

Општинско такмичење:

1. Логика, скупови, функције. 2. Комбинаторика и задаци логичко-комбинаторног карактера. 3. Елементарна теорија бројева (дељивост, прости бројеви, Диофантове једначине). 4. Реални бројеви, апсолутна вредност.

Окружно такмичење:

још и: 5. Међусобни односи правих и равни. 6. Вектори и њихова примена на задатке елементарне геометрије. 7. Подударност. Примена у задацима о троуглу, четвороуглу и кругу.

Републичко такмичење:

још и: 8. Цели и рационални алгебарски изрази. 9. Линеарне једначине и неједначине.

II разред

1. Подразумевају се теме I разреда

Општинско такмичење:

још и: 2. Неједнакости. 3. Хомотетија и сличност. 4. Тригонометрија правоуглог троугла. 5. Степеновање и кореновање. 6. Комплексни бројеви. 7. Квадратне једначине, неједначине и функције.

Окружно такмичење:

још и: 8. Ирационалне једначине и неједначине.

Републичко такмичење:

још и: 9. Експоненцијалне и логаритамске функције, једначине и неједначине.

III разред

1. Подразумевају се теме I и II разреда

Општинско такмичење:

још и: 2. Тригонометрија. 3. Полиедри. 4. Обртна тела. 5. Системи линеарних једначина.

Окружно такмичење:

још и: 6. Вектори (скаларни, векторски и мешовити производ).

Републичко такмичење:

још и: 7. Аналитичка геометрија у равни.

IV разред

Видети програм Савезног такмичења који следи.

САВЕЗНА КОМИСИЈА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ

ПРОГРАМ
САВЕЗНОГ ТАКМИЧЕЊА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

I разред

1. Логика, скупови, функције; 2. Елементарна теорија бројева (дељивост, прости бројеви, Диофантове једначине); 3. Дирихлеов принцип; 4. Трансформације рационалннх алгебарских израза; 5. Линеарне једначине и неједначине, системи; 6. Неједнакости; 7. Основне теореме о троуглу и четвороуглу, конструктивии задаци; 8. Круг – основне теореме, конструктивнн задаци; 9. Вектори – примена на задатке елементарне геометрије; 10. Изометријске трансформације равни.

II разред

1. Градиво I разреда; 2. Степеновање и кореновање; 3. Квадратне једначине и неједначине, квадратна функција; 4. Ирационалне једначине и неједначине; 5. Планиметрија (изометријске трансформације равни); 6. Трансформације сличности; 7. Тригонометрија (трансформације, једначине и неједначине, тригонометријске и нниверзне триговометрнјске функције); 8. Експоненцнјалне и логарнтамске функције, једначнне и неједначине; 9. Математнчка индукција; 10. Комбинаторнка.

III и IV разред

1. Градиво претходннх разреда; 2. Стереометрнја; 3. Елементасрна теорија бројева (конгруенцнје, Ојлерова и Вилсонова теорема); 4. Низовн, диференцне једначине, гранична вредност нnза; 5. Комплексни бројеви; 6. Полиномн; 7. Системи лннеарннх једначина, детермннанте; 8. Векторн (скаларни, векторски и мешовити производ); 9. Аналитичка геометрнја у равни; 10. Вероватноћа (класнчна дефиницнја, условна вероватноћа, геометријска вероватноћа).

ПРОГРАМ ТАКМИЧЕЊА ИЗ РАЧУНАРСТВА
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

1. Алгоритми н програмн линијске структуре (аритметика реалних и целнх бројева, нзрачунавање на основу формула)
2. Алгоритми и програмн разгранате структуре
3. Алгоритми н програми цикличне структуре
4. Алгоритми и програми за обраду низова
5. Рад са стрннговнма

ПРОГРАМ ТАКМИЧЕЊА ИЗ РАЧУНАРСТВА
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

Решавају се проблеми за које су потребни алгоритмн са:

- линијском
- разгранатом и
- цикличном структуром.

Могуће је н комбнновање претходннх врста алгорнтама.