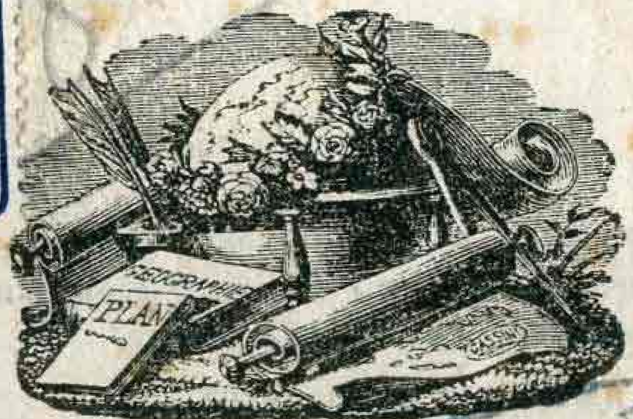
УНИВ. БИБЛИОТЕКА
И. Бр. 54058

РУКОВОДСТВО
КЪ
АРИѲМЕТИКИ
ЗА
КНЯЖЕСКО-СЕРБСКЕ ШКОЛЕ.

ПБ 5 177

196



СОСТАВІО
ГЕОРГІЙ Л. ЗОРИЋЪ,
ВОСПИТАТЕЛЬ КНЯЖЕВИЋА СЕРБСКІЙ.

ЧАСТЬ ПРВА

У БѢОГРАДУ,
У Княжеско-Србской Кньигопечатньи
1837.

Допуштасе, да се може печатати, съ тимъ примѣчаніємъ, да се, после печатаня, шесть екземплара ове кньиге на расположеніє ценсуре даду.

У Пожаревцу 21. Декемвра 1832.

КНЯЖЕСКА КАНЦЕЛЛАРІЯ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕО

СОДРЖАНІЄ

ПРВЕ ЧАСТИ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ОТДѢЛЕНІЄ II.

О ИМЕНОВАНИМЪ ЧИСЛАМА.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

РУКОВОДСТВО
КЪ
АРИѲМЕТИКИ.

ПРВОНАЧАЛНА ПОНЯТІЯ.

§. 1. Опредѣленіє Ариѳметике.

Ариѳметика или Численица єсть наука, коя учи насъ рачунати.

§. 2. Опредѣленіе єдинице.

Свака стварь поособъ узета єсть єдиница. На примѣръ: єданъ аршинъ, єсть єдиница одъ аршина; єдно перо, єсть єдиница одъ пера; єдна кућа, єсть єдиница одъ куће.

§. 3, Опредѣленіє числа.

Совокупленіє нѣколико єднородны єдиница зовесе число. На пр. два аршина, єсть число одъ аршина; три пера, єсть число одъ пера; десетъ кућа, єсть число одъ кућа.

§. 4. Раздѣленіє числа на проста и именована.

Число, ако се безъ названія вида или рода изговара, називасе просто (отвлеченно); на пр. петъ, десетъ, сто и т. д. єсу проста числа; ако ли се пакъ съ названіємъ вида или рода изражава, зовесе именовано; на пр. два аршина, петъ гроша, десетъ ока — єсу именована числа.

§. 5. Раздѣленіє чисала на цела и дробна.

Свака стварь има части; тако на примѣръ фунта може быти раздроблѣна на двѣ, четири и т. д. равне части, и ове части зову се половина, четверть и прч. Одъ овогъ раздроблѣнія произлази новый родъ чисала, коя се називаю дробна числа, или ти просто дробь; єдиница пакъ, коя ніє раздроблѣна, и содржава у себи све своє части, зовесе цела, а целе єдинице составляю цело число.

И тако изъ вишереченогъ явствує, да

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
ОЗАР МАРКОВИЋ У БЕО

числа бывао двоякогъ рода: проста и именована, и да како єдна, тако и друга могу быти цела и дробна.

ОТДѢЛЕНІЄ І.

О

ЦЕЛИМА ЧИСЛАМА.

ГЛАВА І.

О НАЧИНУ ПИСАТИ И ИЗГОВАРАТИ ЧИСЛА. — НУМЕРАЦІЯ.

§. 6. Начинъ писати числа.

Ариѳметика има десетъ знака, коима се свако число може написати, и сва Ариѳметическа изчисленія савршивати, т. є. рачунати. Знацы ови зовусе цифре, и пишусе овако:

0 1 2 3 4 5
нула, єданъ, два, три, четири, петъ,
6 7 8 9
шестъ, седамъ, осамъ, деветъ,

Првый знакъ, т. є. нула сама по себи не-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

има никаквогъ значенія; сви прочи имаю своє известно значеніє.

Садъ да разсмотримо, каквимъ се начиномъ пишу числа већа одъ деветъ, на примѣръ число десетъ (єдиница).

Число десетъ состои изъ єдногъ десетка, и зато оно може такођеръ быти изображено цифромъ 1; но будући да се и єдна єдиница пише са томъ истомъ цифромъ, зато дакле къ ньой морамо додати нулу. Чрезъ овай додатакъ получавамо две цифре, изъ кои прва 1 занимава второ мѣсто, броєћи одъ десне руке къ левой, и зато означава єдну єдиницу второгъ реда, или єданъ десетакъ; а нула (0), неимаюћи никаквогъ значенія, показує, да у даномъ числу заключавасе само єданъ десетакъ, а єдинице нейма.

Число двадесетъ кадъ бы тели изобразити, валя написати овако: 20, єръ у нѣму содржаваюсе два десетка, а єдинице нейма. Число тридесетъ и два, состоєће изъ 3 десетка и 2 єдинице, пишесе овакимъ начиномъ: 32. Подобнимъ начиномъ, т. є. са двема цифрама можемо изобразити свако число до стотине. Памтити само треба, да на пр-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

вомъ месту, броєћи одъ десне руке къ левой, стоє єдинице, на второмъ десетице.

За написати число сто употреблявасе такођеръ цифра 1, и къ ньой додаєсе две нуле: дакле изображавасе овако: 100. Изъ овога се види, да на трећемъ месту стоє стотине.

Подобнимъ начиномъ изображаваюсе сва числа, состоєћа само изъ стотина. Садъ да видимо способъ, како се изображавају числа, состоєћа изъ стотина, десетица и єдиница.

Некъ є одъ потребе изобразити са цифрама число: двеста седамъ. Ово число состои изъ две стотине и седамъ єдиница, а десетица нейма; и тако надлежи поставити цифру 2 на трећемъ месту, и цифру 7 на првомъ, а на второмъ цифру 0, за показати, да у даномъ числу десетица нейма; зато дакле вышеречено число мора се изобразити овако: 207.

Іошъ некъ буде одъ потребе изобразити число триста четрдесетъ. Оно состои изъ три стотине и четири десетка; зато дакле надлежи поставити на трећемъ месту цифру 3, на второмъ 4, а на первомъ 0, за показати, да у даномъ числу нейма єдиница; и тако дано число мора быти изображено слѣдуюћимъ начиномъ: 340.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
ЗАР МАРКОВИЋ У БЕО

Овде опетъ валя приметити, да на првомъ месту, све броєћи одъ десне руке къ левой, стоє єдинице, на второмъ десетице, на трећемъ стотине. Изъ овогъ явствуе, да свако число до десетъ можемо написати са єдномъ, десетъ и до стотине са двема, а сто и до иляде съ трима цифрама.

Знаюћи дакле како се изображаваю числа до иляде, треба примѣтити, да за иляду морамо узети четири цифре; и тако на четвртомъ месту стоє єдинице одъ иляда: дакле єдна иляда пишесе овако: 1000; на петомъ месту стоє десетице одъ иляда: дакле тридесетъ и две иляде изображавамо овако: 32.000; на шестомъ месту стоє стотине одъ иляда: дакле шестъ стотина шесдесетъ и шестъ иляда морамо овако написати: 666.000; на седмомъ месту стоє єдинице одъ миліона: дакле петъ миліона пишесе овако: 5,000.000. Наравно да на осмомъ месту стоє опетъ десетице, а на деветомъ стотине одъ миліона. И тако число: Две стотине педесетъ миліона, сто шесдесетъ и петъ иляда и сто, изображавасе овако — 250,165.100.

Изъ вишепоказаны примера видисе, да свака цифра (осимъ нуле) има двоструко значе-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

ніє: єдно неизменяваюће, а друго изменяваюће заєдно съ пременомъ места нѣногъ.

§. 7. Изговаранѣ числа.

Знаюћи начинъ изображавати числа цифрама, іошъ є лакше ньи изговарати. На примѣръ; число кое є написано слѣдуюћимъ начиномъ: 23, заключава у себи 2 десетка и 3 єдинице, зато, єръ на место десетица поставлѣна є цифра 2, а на место єдиница цифра 3; и тако горенаписано число изговарасе: двадесетъ и три.

Цифре: 300, означаваю число триста равно зато, єръ цифра 3 стои на трећемъ месту, на второмъ и првомъ месту стоє нуле: дакле неима ни десетица, ни єдиница.

Ако є за изговаранѣ задано велико число, то удобногъ ради обгледа оно може се разделити на отделенія одъ десне руке къ левой, полагаюћи у свако отделеніє по три цифре; последнѣ отделеніє може имати єдну само, или две цифре. Некъ буде дано за изговорити число:

2140721

Разделивши га одъ десне руке къ левой точкама или запятама, полагаюћи у свакомъ отделенію по три цифре, имаћемо:

ТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
МАРКОВИЋ У БЕО

2,140.721

коє се изговара — два миліона, сто четрдесетъ иляда, седамъ стотина двадесетъ и єданъ.

§. 8. Разделеніє чисала по числу знакова.

Число, ако є изображено єдномъ цифромъ, зовесе єдночлено, ако двема цифрама двоєчлено, ако є трима цифрама троєчлено и т. д.; а часть Ариѳметике, у коіой се излажу правила изображавати и изговарати числа, називасе Нумерація.

ГЛАВА II.

СОБРАНІЄ ЦЕЛЫ ЧИСАЛА.

§. 9. Предварителна обясненія.

Знаюћи начинъ изображавати числа цифрама, можемо приступити къ различнимъ дѣйствамъ ариѳметическимъ.

Прво и найлакше ариѳметическо дѣйство єсть совокупленіє два или выше чисала у єдно. Дѣйство ово називасе Собраніє. Некъ буде, на примѣръ, куплѣно две кньиге; за єдну плаћено є 5, а за другу 3 цванцигера;

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

пытасе: колико є плаћено за обадве кньиге? Очевидно є, да къ 5 цванцигамъ морамо додати іошъ 3 цванцигера. И тако 5 и 1 6, іошъ 1 - 7, и іошъ 1 быће 8; дакле 8 цванц. плаћено є за обадве кньиге.

Числа, коя собирамо, називаюсе собираєма; а число, кое одъ собранія произходи, зовесе сумма.

За означити, да два или выше чисала имаю быти собрана, употреблявасе особитый знакъ: +, кои се зове плусъ (выше); и тако израженіє 5 + 3 означава, да къ 5 валя додати 3.

Слѣдуюћа таблица, кадъ се научи наизустъ, дає намъ способъ налазити таки сумму свію єдночлены чисала.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

Првый редъ съ леве руке и горный єсу собираєма числа, а сумме стоє спрама ньи.

§. 10. Собраніє двоєчлены чисала са єдночленима.

У таблицы собранія показане су сумме єдночлены чисала; садъ надлежи знати: каквимъ начиномъ находесе сумме, произходеће одъ собранія двоєчлены чисала са єдночленима. Некъ се има собрати 25 и 9.

Число 25 состои изъ 2 десетка и 5 єдиница; собравши 5 єдиница и 9 єдиница добыямо 14 єдиница, или 1 десетакъ и 4 єдинице; собравши овай 1 десетакъ съ двама десеткама, получавамо 3 десетка и 4 єдинице, или число 34.

На даски или на артіи оваки задатцы рѣшаваюсе такимъ истимъ начиномъ; надлежи само написати числа, єдно подъ другимъ, тако да єдинице стоє подъ єдиницама, и после поступати, као што є показано. Дѣйство ово представлясе у овакомъ виду:

$$\begin{array}{r} 25 \\ 9 \\ \hline 34 \end{array}$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

§. 11. Собраніє двоєчлены чисала са двоєчленима.

Собраніє двоєчлены чисала са двоєчленима производисе такимъ истимъ начиномъ. Некъ є одъ потребе собрати 34 и 19.

Число 34 состои изъ 3 десетка и 4 єдинице, а 19 изъ I десетка и 9 єдиница; 4 єдинице и 9 єдиница составляю 13 єдиница, или 1 десетакъ и 3 єдинице, а 3 десетка и I десетакъ 4 десетка; додавши къ овимъ 1 десетакъ и 3 єдиннице, получићемо 5 десетка и 3 єдинице, или число 53.

За рѣшити овай задатакъ на даски, надлежи найпре написати собираєма числа тако, да бы єдинице стояле подъ єдиницама, а десетице подъ десетицама:

$$\begin{array}{r} 34 \\ 19 \\ \hline 53 \end{array}$$

и после тога поступати слѣдуюћимъ начиномъ: 4 єдинице и 9 єдиница составляю 13 єдиница, или 1 десетакъ и 3 єдинице; 3 єдинице валя подписати подъ єдиницама, а 1 десетакъ зрджати у памети; 3 десетка и 1 десетакъ составляю 4 десетка; додавши къ ньимъ задржаный у памети 1 десетакъ, получићемо 5 десетка; и тако подъ десетицама валя написати 5; слѣдователно тражено число быће 5 десетка и 3 єдинице, или 53.

Ако задано буде неколико двоєчлены чисала, у такомъ случаю поступати валя такимъ истимъ начиномъ, т. є. подписавши єдинице подъ єдиницама, десетице подъ десетицама, собрати найпре єдинице, после десетице.

§. 12. Собраніє троєчлены и млогочлены чисала.

Кадъ се имаю собрати млогочлена числа, треба найпре подписати собираєма числа, као што є горе показано, т. є. да єдинице буду подъ єдиницама, десетице подъ десетицама, стотине подъ стотинама, иляде подъ илядама и т. д. и собрати найпре єдинице, после десетице, стотине, иляде и проч.

Да обяснимо то примѣромъ. Одъ потребе є собрати: 143†372†768.

Подписавши познатимъ начиномъ:

$$\begin{array}{r}143\\372\\768\\\hline 1283\end{array}$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

Валя найпре собрати єдинице: 3 єдин. и 2 єдин., 5 єдиница, и іошъ 8 єдин., 13 єдиница, или 1 десетакъ и 3 єдинице; пишемъ 3 подъ єдиницама, а 1 десетакъ додаємъ къ десетицамъ; 1 десетакъ и 4 десет. 5 десетка; 5 десетка и 7 десет., 12 десетка, и 6 десет. 18 десет., или 1 стотина и 8 десетка; поставлямъ 8 на место десетица, а 1 стотину додаємъ къ стотинамъ; 1 стотина и 1, 2 стотине и 3, 5 стотина; 5 стотина и 7, 12 стотина, или 1 иляда и 2 стотине; пишемъ 2 подъ стотинама, а 1 ставимъ на место иляда.

Задатакъ на Собраніє.

Некій трговацъ има 5 дућана; у 1-омъ дућану налазисе еспапа на 60000 форинтій; у 2-омъ дућану има еспапа на 48505 фор.; у 3-емъ дућану на 42682 фор. у 4-омъ на 36756 фор.; у 5-омъ на 25800 фор.; пытасе: у свы 5 дућана тай трговацъ на какву сумму има еспапа?

$$\begin{array}{r}60000\\48505\\42682\\36756\\25800\\\hline 213743\end{array}$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

Одговоръ: на 213743 форинта.

§. 13. Обща правила за собраніє.

За собраніє целы просты числа ово єсу обща правила:

I. Найпре собираєма числа валя подписати надлежећимъ начиномъ, т. є. єдинице свакогъ числа мораю быти подписане єдна подъ другомъ, десетице подъ десетицама, и т. д., и подъ последньимъ собираємимъ числомъ подвући черту.

II. После тога собираюсе єдинице, и сумма подписуєсе подъ ньима.

III. Ако сумма одъ єдиница буде имала 2 или више знака, то првый съ десне руке принадлежи къ єдиницамъ, а проче валя додати къ десетицамъ. То исто правило наблюдавасе и при собранію десетица, стотина и т. д.

ГЛАВА III.

ОТЯТІЄ ЦЕЛЫ ЧИСАЛА.

§. 14. Предварителна обясненія.

Показавши каквимъ се начиномъ собираю числа, садъ треба показати противно дѣй-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

ство, т. є. како се одузима одъ веђегъ числа друго манѣ число. На примѣръ: некъ буде у єдномъ комаду чое 12 аршина, изъ когъ кадъ отсечемо 4 аршина, пытасе, колико є аршина остало у комаду? Очевидно є, да за опредѣлити тражено число, надлежи изъ 12 аршина одузети 4 аршина; и тако кадъ одузмемо 1 аршинъ, остађе 11 аршина; іошъ 1, 10; іошъ 1, 9; и напоследакъ іошъ 1, нађиђемо тражено число 8 аршина.

Дѣйство ово зовесе Отятіє. Веђе число, одъ коєгъ одузимамо, називасе умаляємо; манѣ число, коє одузима, зовесе умаляюђе; а число, показуюђе колико остає, називасе остатакъ или разность. Изъ овогъ слѣдуе, да кадъ сложимо остатакъ съ умаляюђимъ числомъ, сумма мора быти равна умаляємоме числу.

За означити ово дѣйство употреблявасе знакъ: —, кои се зове минусъ (манѣ); и тако израженіє 8 — 3 означава, да изъ 8 валя одузети 3.

§. 15. Отятіє двоєчленогъ числа изъ двоєчленогъ.

Примеръ I. Изъ 48 одузети 23.

Умаляємо число 48 состои изъ 4 десет-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

ка и 8 єдиница, а умаляюће 23 изъ 2 десетка и 3 єдинице. Одузевши 3 єдинице изъ 8 єдин., остає 5 єдиница; одузевши 2 десетка изъ 4, остає 2 десетка; дакле савъ остатакъ состои изъ 2 десетка и 5 єдиница, или 25.

Примѣръ 2. Изъ 40 одузети 17.

Умаляємо число 40 состои изъ 4 десетка, а умаляваюће 17 изъ 1 десетка и 7 єдиница; 7 єдиница изъ 0 єдиница одузети не можемо, зато дакле узаймлюємо 1 десетакъ (10) одъ 4 десетка; садъ одузевши 7 єдиница одъ 10 єдин., остаће 3 єдинице; а одузевши 1 десетакъ одъ оставша 3 десетка, имаћемо у остатку 2 десетка; и тако савъ остатакъ состои изъ 2 десетка и 3 єдинице, или 23.

Примѣръ 3. Изъ 53 одузети 27.

За одузети 27 изъ 53, подписуєсе 27 подъ 53, єдинице подъ єдиницама, десетице подъ десетицама, и проводисе черта:

$$\begin{array}{r}53\\27\\\hline 26\end{array}$$

7 єдиница изъ 3 єдинице одузети не можемо, и зато узаймлюємо одъ 5 десетка 1 десетакъ (10) и додаємо къ трима єдиницама, што и составля 13 єдиница горе; садъ кадъ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

одузмемо изъ 13 један. 7 единица, остаће 6 единица, коє се и подписую подъ единицама; одузевши 2 десетка изъ 4 десетка, имаћемо у остатку 2 десетка, коя такођеръ подписати треба подъ десеткама; и тако савъ остатакъ состои изъ 2 десетка и 6 единица, или 26.

§. 16. Отятіє троєчлены числа.

При отятію троєчлены чисала валя такимъ истимъ начиномъ поступати, као при отятію двоєчлены чисала.

Примѣръ I. Изъ 432 одузети 229.

Написавши дана числа надлежећимъ начиномъ:

$$\begin{array}{r}432\\229\\\hline 203\end{array}$$

Валя одузети 9 единица изъ 2 единице; но то учинити не можемо, и зато узаймлюємо одъ 3 десетка 1 десетакъ, или 10 единица, коє додаємо къ 2 единицамъ, и добыямо 12 единица; одузевши 9 един. изъ 12 ед., добыямо у остатку 3 единице, коє слѣдуе подписати подъ единицама; после одузимамо 2 десетка изъ оставша 2 десетка, остає 0 десетка, коє такођеръ пишесе подъ десеткама, и най-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

после одузимамо 2 стотине изъ 4 стот., и добыямо у остатку 2 стотине, коє валя подписати подъ стотинама; и тако савъ остатакъ состои изъ 2 стотине и 3 єдинице, или 203.

Примеръ 2. Изъ 507 одузети 329.

Подписавши умаляюће число подъ умаляємо надлежећимъ начиномъ:

507
329
178

валя найпре одузети 9 єдиница изъ 7 єдиница; ово учинити ніє могуће, зато узаймлюємо 1 десетакъ; но будући да умаляємо число нейма десетица, то узаймлюємо 1 стотину, или 10 десетка; одъ 10 десетка узаймлюємо 1 десетакъ или 10 єдиница, коє додаємо къ 7 єдиницамъ и добыямо 17 єдиница; садъ изъ 17 єдиница одузимамо 9 єдин. и остає 8 єдин., коє валя подписати подъ єдиницама; после изъ оставша 9 десетка одузимамо 2 дес., и добыямо остатакъ 7 десетка; пишемо 7 подъ десетицама; найпосле одузимамо 3 стотине изъ 4 стотине, и добыямо остатакъ 1 стотина, коя мора быти подписана подъ стотинама; и тако савъ остатакъ состои изъ 1 стотине, 7 десетка и 8 єдиница, или 178.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

Примѣчаніє. Надъ ономъ цифромъ, одъ коє узаймлюємо, валя поставити точку.

§. 17. Отятіє млогочислены числа.

Отятіє млогочислены числа изъ млогочислены производисе такимъ истимъ начиномъ, и зато овде представлямо єданъ само случай, кой заслужує особито вниманіє.

Изъ 3000 одузети 315.

Починѣмъ отятіє, као свагда, одъ единица. 5 єдиница изъ 0 єдиница одузети не могу, зато валя узаймити 1 десетакъ, но будући да и ньи нейма, то валя узаймити 1 стотину; но стотина такођеръ нейма, и зато валя узаймити 1 иляду; одъ узаймлѣне иляде остає ми 9 стотина, єръ 1 стотину морамъ дати узаямъ десетицамъ; одъ 10 десетка остаће ми опетъ само 9, кадъ узаймимъ 1 десетакъ єдиницама. Такимъ начиномъ дѣйствујући, на место 3000, имамъ 2 иляде, 9 стотина, 9 десетка и 10 єдиница, што и составля опетъ равно 3000. Садъ изъ прерађеногъ числа могу лако одузети 315. Одузимамъ 5 єдин. изъ 10 єдиница, остає 5 єдин., коє подписуємъ подъ єдиницама; одузевши 1 десетакъ изъ 9 десет., остає 8 десетка, коє подписуємъ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

подъ десетицама; 3 стотине одузимамъ изъ 9 стот., остає ми 6 стотина, коє подписуємъ подъ стотинама; изъ 2 иляде неймамъ шта одузимати, дакле остає 2 иляде, коє такођеръ мећемъ на место иляда; и тако савъ остатакъ состои изъ 2 иляде, 6 стотина, 8 десетка и 5 єдиница, или 2685.

Задатакъ на Отятіє.

Армія єдна пре сраженія состояла є изъ 250,000 людій; у сраженію погинуло є 34525 людій, пытасе: колико є людій остало после сраженія?

$$\begin{array}{r}250000\\34525\\\hline 215475\end{array}$$

Одговоръ: 215.475 людій.

§. 18. Обща правила за отятіє.

У призренію отятія целы просты числа, ово єсу обща правила:

I. Валя подписати манѣ число подъ већимъ, и свагда єдинице подъ єдиницама, десетице подъ десетицама, и т. д. после провести черту.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

II. Дѣйство отятія починѣсе съ десне руке и съ нижнѣгъ реда; свака нижня цифра одузима одъ горнѣ, коя стои управо надъ ньомъ; остатакъ пишесе подъ ономъ цифромъ, коя є одузимала.

III. Горня цифра, кадъ є маня него нижня, узаймлює одъ престоєће цифре 10; чрезъ овай заямъ предстоєћа цифра губи само.

ГЛАВА IV.

О ИСПЫТУ (ПРОБИ) СОБРАНІЯ И ОТЯТІЯ.

§. 19. Испытъ собранія.

Испытъ собранія доказує намъ, єли собраніє верно и точно учинѣно или ніє,,

Некъ буду дакле собираєма числа:

$$145 + 70 + 849$$

```
 145
  70
 849
────
1064
```

За увѣрити себе у точности рѣшенія овогъ задатка, треба само изоставити кое гођ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

изъ собираємы чисала, на прим. прво 145, и собрати остала два,

70
849
919

Будући при второмъ собранію было є изоставлѣно собираємо число 145, то втора сумма мора такођеръ имати 145 манѣ, него прва сумма; и тако кадъ одбіємо втору сумму одъ прве, и остане число 145, то можемо быти увѣрени, да є задатакъ верно рѣшенъ.

1064
919
145

Испытъ собранія представлясе у слѣдуюћемъ поредку:

145
70
849
1064 прва сумма.
919 втора сумма.
145 изоставлѣно число.

§. 20. Испытъ отятія.

Вѣрность отятія можесе такођеръ чрезъ испытъ дознати; треба само собрати остатокъ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

са умаляюћимъ числомъ, и ако є сумма равна умаляемомъ числу, то и задатакъ є верно рѣшенъ.

Примѣръ. Изъ 700 одузети 325.

700 умаляемо число.
— 325 умаляюће число.
375 остатакъ.
+ 325 умаляюће число.
700 умаляемо число.

И тако испытъ собранія производисе чрезъ отятіє; а испытъ отятія чрезъ сложеніє.

ГЛАВА V.

УМНОЖЕНІЄ ЦЕЛЫ ЧИСАЛА.

§. 21. ПРЕДВАРИТЕЛНА ОБЯСНЕНІЯ.

Умножити какво дано число съ другимъ значи — сложити то исто число толико пута, колико є оно друго число; на примѣръ, 6 умножити съ 4, значи, 6 узети 4 пута, т. є. 6 и 6 и 6 и 6. Изъ овогъ можемо се увѣрити, да умноженіє ніє ништа друго него повторително собраніє.

Но велика числа ніє могуће млогократно повторити, и зато има се другій способъ,

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

коимъ свако число може быти умножено безъ затрудненія. Числа, коя се имаю умножити, пишусе найпре єдно поредъ другогъ и међу ньима мећесе знакъ умноженія ×; на прим. число овако изображено: 8 × 6, значи: 8 умножити са 6. То исто число пишесе после єдно подъ другимъ; горнѣ число зовесе множимо, долнѣ множитель, а оно, коє одъ умноженія произлази, произведеніє.

8 множимо число.
6 множитель.
48 произведеніє.

§. 22. Таблица умноженія.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

У овой таблицы множительи стоє у правомъ реду на лево, а произведенія спрама њи.

§. 23. ОДЪ ИЗМЕНЯВАНЯ ПОРЕДКА МНОЖИТЕЛЯ, Т. Є. МНОЖИТЕЛЬ МОЖЕ БЫТИ МНОЖИМО, А ОВО МНОЖИТЕЛЬ, ПРОИЗВЕДЕНІЕ НЕ ИЗМЕНЯВАСЕ.

Ако умножимо какво-годъ число, на прим. 5, съ другимъ такођеръ произволнимъ числомъ на прим. 7, добыћемо произведеніє 35. То исто произведеніє произићиће и у такомъ случаю, кадъ 7 умножимо съ 5. Изъ овогъ можемо заключити, да два произволно узета числа могу се произволно и соумножавати, т. є. множимо число може быти множитель, а овай множимо число, нѣгово произведеніє быће свагда то исто.

§. 24. УМНОЖЕНІЕ ДВОЄЧЛЕНЫ ЧИСАЛА СА ЄДНОЧЛЕНИМА.

Некъ є одъ потребе умножити 12 съ 3. Тражено произведеніє у таблицы умноженія не налазисе; зато дакле валя дано множимо число разредити на части, и сваку часть узети 3 пута, дакле 1 десетакъ узетъ 3 пута, составля 3 десетка; 2 єдинице узете 3 пута, составляю

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

6 єдиница; и тако 3 десетка и 6 єдиница даю намъ тражено произведеніє 36.

За решити на даски подобне задатке, поступасе слѣдуюћимъ начиномъ: подписавши множителя подъ множимо число, проводисе черта.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 3 \\ \hline 36 \end{array}$$

садъ починѣмо множити 2 єдинице съ 3, и добыєно произведеніє, 6 єдиница, валя подписати подъ єдиницама; после тога умножавамо 1 десетакъ съ 3, и получено произведеніє, 3 десетка, пишесе подъ десетицама; и тако ово произведеніє быће 3 десетка и 6 єдиница, или 36.

§. 25. Продуженіє.

Некій путъ, при умноженію єдиница, произведеніє може быти веће него 10; у такомъ случаю валя поступати тако исто, као и при собранію, т, є. изключити десетке, коє и додати после къ десетицамъ, а оставше єдинице подписати подъ єдиницама.

Примѣръ. 16 × 9.

$$\begin{array}{r} 16 \\ 9 \\ \hline 144 \end{array}$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

9 пута 6, 54 єдинице; 54 єдинице состоє изъ 5 десетка и 4 єдинице; пишемъ 4 подъ єдиницама, а 5 десетка задржавамъ у памети: садъ 9 пута 1, єсть 9 десетка, и 5 задржаны у памети, составля 14 десетка, или 1 стотина и 4 десетка; пишемъ 4 подъ десетицама, а 1 на место стотина, т, є. на слѣдуюћемъ месту; и тако тражено произведеніє єсть 144.

§. 26. УМНОЖЕНІЄ МЛОГОЧИСЛЕНЫ ЧИСАЛА СА ЄДНОЧЛЕНИМА.

Умноженіє млогочислены чисала са єдночленима бива такимъ истымъ начиномъ, т, є. надлежи такођеръ дано множимо число разредити на части, и умноживши сваку часть поособъ са множителѣмъ, сложити заєдно сва добыта произведенія.

Примѣръ. 125 × 8.

$$\begin{array}{r} 125 \\ 8 \\ \hline 1000 \end{array}$$

8 путъ 5, 40 єдиница или 4 десетка; пишемъ 0 на место єдиница; 8 путъ 2 16 десетка, и 4 задржана у памети десетка, составляю 20 десетка или 2 стотине; пишемъ 0 на место де-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА • СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ • У БЕОГРАДУ

сетица; 8 путъ 1 стотина, 8 стотина и 2 стотине, кое самъ задржао у памети, 10 стотина, или 1 иляда; пишемъ 0 на место стотина и 1 на место иляда; и тако тражено произведеніе есть 1000.

§. 27. Умноженіе двоечлены числа са двоечленима.

За умножити какво годь двоечлено число са двоечленимъ, на пр. 14 са 10, валя 14 разредити на части, и умножити найпре 1 десетакъ съ 10, и после 4 единице съ 10, и получићемо 10 десетка и 40 единица, или 140.

И тако за умножити двоечлено число, или вообште какво му драго число съ 10, треба само къ ономъ числу додати 0; ово такођеръ слѣдуе и изъ тога, да значеніе сваке цифре, чрезъ додатакъ 0, увеличавасе 10 пута, тако на пр. у даномъ числу 14, цифра 4 означава 4 единице, а у 140, та иста цифра означава десетке; у даномъ числу цифра 1 означава 1 десетакъ, а у 140 1 стотину; изъ овогъ можемо дакле заключити, да и значеніе тогъ числа постало е 10 пута веће.

За умножити какво годь двоечлено число, на пр. 16 са 20, валя найпре умножити са 2,

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

а после добыєно произведеніє умножити іошъ съ 10; єръ 20 состои изъ 2, узеты 10 пута, и получићемо 320.

На овомъ разсужденію основанъ є сокраћеный способъ умноженія свакогъ числа съ двоєчленимъ, кой состои само изъ десетка; на пр. 32 съ 20. Найпре подъ множимимъ подписуєсе множитель тако, да се 3 десетка налазе подъ 2 єдинице, после валя множити, као што є показано горе, 32 съ 3, и къ произведенію додати 0.

32	40	75
20	40	80
640.	1600.	6000.

Умножити 25 съ 27.

За умножити 25 съ 27, надлежи найпре обадва числа разредити на десетице и єдинице. Число 25 состои изъ 2 десетка и 5 єдиница, а 27 изъ 2 десет. и 7 єдиница; и тако морамо найпре умножити 5 єдиница и 2 десетка са 7 єдиница, а после іошъ са 2 десетка.

Умноживши 2 десетка и 5 єдиница са 7 єдиница, добыямо 14 десетка и 35 єдиница, или 175. За умножити 25 са 2 десетка, слѣдує само 25 умножити са 2, и после увеличати іошъ 10 пута, додаюћи 0; 2 путъ 25, 50;

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

умноживши 50 съ 10, имаћемо 500; и тако ово произведеніє быће: 175 + 500, или 675.

На даски дѣйство ово производисе такимъ начиномъ: подписавши множителя подъ множимо число,

$$\begin{array}{r}25\\27\\\hline 175\\50\\\hline 675\end{array}$$

треба найпре умножити 25 са 7; 7 путъ 5 един. 35 єдиница, или 3 десетка и 5 єдиница; 5 пишесе подъ єдиницама; 7 путъ 2 десет. 14 десетка, и 3 задржана десетка у памети, 17 десет. или 1 стотина и 7 десетка; 7 пишемъ подъ десеткама, а 1 подъ стотинама. Садъ за увеличати 25 са 2 десетка, множисе само 25 са 2, и излази число 50, кое мора быти увеличено іошъ са 10; ово увеличаванѣ производисе написавши число 50 чрезъ єдну цифру далѣ къ левой руцы, єръ значеніє сваке цифре увеличавасе у 10 пута чрезъ премешћанѣ нѣно єднимъ местомъ далѣ на лево, као што є и показано у самомъ примѣру; напоследакъ, сложивши добыєна два произведенія, получићемо тражено произведеніє.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕО

§. 28. УМНОЖЕНІЕ СЪ ТРОЄЧЛЕНИМА И МЛОГОЧЛЕНИМА ЧИСЛАМА.

Умноженіє са троєчленима и млогочленима числама основано є на така иста разсужденія.

Примѣръ 1. 615 × 100.

За умножити 615 са 100, надлежи найпре число 615 разредити на части, коє га састављю, т. є. 6 стотина, 1 десетакъ и 5 єдиница; и после сваку часть особито узети 100 пута; 100 пута 5 єдиница, 500 єдиница; 100 пута 1 десетакъ, 100 десетка, или 1000 єдиница; и 100 пута 6 стотина, 600 стотина, или 60000 єдиница; и тако сво произведеніє быће 60000 + 1000 + 500, или 61500.

Изъ овога явствує, да за умножити какво годъ число са 100, надлежи само додати къ нѣму 2 нуле.

На даски ово дѣйство располажесе овако:

615
100
61500.

Примѣръ 2. 126 × 128

За умножити 126 са 128, треба найпре 126 умножити са 8, после са 20 и найпосле са 100; 8 пута 126 составля 1008, 20 пута 126

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

— 2520, 100 пута 126 — 12600; слѣдователно произведеніє быће: 1008 + 2520 + 12600, или 16128.

Рѣшеніє овогъ задатка представлясе на даски овако:

```
  126
  128
 ─────
 1008
 252
126
─────
16128
```

Примѣръ 3. 24 × 110.

За умножити 24 са 110, треба 4 умножити найпре съ 11 и после іошъ са 10, додаюћи къ добыєному произведенію 0 (§ 7).

```
  24
 110
 ────
  24
 24
 ────
2640.
```

Овомъ приликомъ валя іошъ и то применити, да кадъ се нуле налазе у среди множителя, то оне могу се прескочити, и дѣйство продуживати само са значућима цифрама; но

НИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕ
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕ

валя памтити, да произведеніє пишесе свагда подъ ономъ цифромъ, съ коіомъ се множи.

Примѣръ 4. 3146 × 206.

$$\begin{array}{r} 3146 \\ 206 \\ \hline 18876 \\ 6292 \\ \hline 648076 \end{array}$$

Задатакъ на Умноженіє.

Неко є купіо 900 аршина платна, свакій аршинъ коштує 2 гроша; пытасе: колико є онъ морао платити трговцу новаца?

$$\begin{array}{r} 900 \\ 2 \\ \hline 1800 \end{array}$$

Одговоръ: 1800 гроша.

§. 29. Обща правила за умноженіє целы числа.

I. За умножити двоєчлено или млогочлено число съ єдночленымъ, треба: а) подписати множителя подъ єдиницомъ множимогъ числа, и провести черту подъ ньимъ; множити сваку часть (цифру) множимогъ числа са мно-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

жителѣмъ, почећи одъ єдинице; б) произведеніє подписати сво, ако не превишава 9, но ако превишава, то вторый знакъ одъ десне руке задржати у памети, и додати га къ произведенію слѣдуюће цифре, и такимъ начиномъ продужавати до конца.

II. За умножити двоєчлено или млогочлено число такођеръ съ млогочленымъ, надлежи: а) множити као што є горе показано, сво множимо число са свакомъ цифромъ множителя, подписиваюћи прву цифру свакогъ частногъ произведенія подъ ономъ цифромъ, съ коіомъ множимо; б) после сложити сва частна произведенія, и сумма ньіова да ће тражено произведеніє.

III. Ако се множитель и множимо свршаваю съ єдномъ или више нула, то треба множити само са значућима цифрама, после къ произведенію додати толико нула, колико ій има множитель и множимо.

IV. Ако се случи, да множитель у среди има єдну или више нула, то валя тако исто поступати, као што є речено у II. правилу, и непосредствено множити съ слѣдуюћомъ цифромъ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ГЛАВА VI.

ДѢЛЕНІЄ ЦЕЛЫ ЧИСАЛА.

§. 30. Предварителна обясненія.

Делити єдно дано число на друго, значи — наћи колико пута єдно дано число содржава у себи друго какво число, или колико є пута веће то дано число одъ оногъ другогъ; а такођеръ ово колико є пута манѣ, него оно.

За узнати, колико пута содержава у себи єдно дано число друго какво число, или колико є пута єдно дано число веће илити манѣ него друго число, можемо употребити правило отятія; на примѣръ, оћемо да знамо: число 30 колико пута содержава у себи число 6, или число 30 колико є пута веће одъ числа 6, а такођеръ число 6 колико є пута манѣ него число 30. Ово може се наћи одузимаюћи 6 изъ 30.

$$\begin{array}{r l} 30 & \\ 6 & \text{1-нъ путъ.} \\ \hline 24 & \\ 6 & \text{2 пута.} \\ \hline 18 & \end{array}$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

18
6 3 пута.
12
6 4 пута.
6
6 5 пута.
0

И тако нашли смо, да изъ 30 можемо 6 одузимати 5 пута; слѣдователно число 30 содржава у себи число 6, 5 пута.

Изъ овогъ примѣра явствуе, да овакавъ способъ налазити — колико пута єдно дано число содржава у себи друго, врло є неудобанъ; зато дакле за рѣшити оваке задатке, употреблявасе дѣленіє. За показати дѣйство дѣленія, имасе такођеръ особитый знакъ — :, кои се стави међу числама, коя се имаю дѣлити; и тако изражєніє 30 : 6 означава, да 30 валя раздѣлити на 6.

Число, коє валя раздѣлити, зовесе дѣлимо, число, съ коимъ дѣлити треба, зовесе дѣлитель, а число, коє произходи отъ дѣленія, називасе частно.

Дѣлимо
дѣлитель 6 | 30 | 5 частно число.

И тако дѣленіє состои у томъ, да по да-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

нимъ двама числама, т. є. дѣлимому и дѣлителю, нађемо треће, коє єсть частно, и коє показує, колико пута дѣлитель заключавасе у дѣлимомъ.

§. 31. Дѣленіє на єдночлена числа.

При дѣленію єдночлены и двоєчлены чисала на єдночлена, могу быти два случая: 1, да дѣлимо число єсть єдно изъ произведенія, коя се налазе у таблицы умноженія, а дѣлитель єдно изъ множителя; 2, да дѣлимо не налазисе у таблицы умноженія.

1-вый случай. Некъ є одъ потребе знати, колико пута 8 содржавасе у 72?

Изъ оне таблице лако можемо усмотрити, да 8 валя умножити съ 9, за добыти произведеніє, равно даномъ дѣлимомъ числу 72; зато дакле 8 у 72 содржавасе 9 пута.

2-рый случай. Раздѣлити 39 на 4. Число 39 у таблицы умноженія не налазисе, но видисе да є 39 веће него 9 × 4 и манѣ него 10 × 4; дакле 4 содржавасе у 39 9 пута, и одъ дѣлимогъ оста ће іошъ 3 єдинице, єръ 9 × 4 = 36, а 36 манѣ є одъ 39 трима єдиницама.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

Ово дѣйство представлясе овако:

Дѣлимо

Дѣлитель 4 | 39 | 9 частно число

36

———

3 остатакъ.

И тако, кадъ се дѣлимо не налази у таблицы умноженія, то валя тражити тако друго число, коє бы, кадъ га умножимо съ дѣлителѣмъ, дало произведеніє манѣ, но найближе къ дѣлимомъ; овай новый множитель єсть частно число.

Садъ да извидимо іошъ и таке случає дѣленія на єдночлена числа, у коима частно состои изъ 2 знака.

Раздѣлити 39 на 3.

Очевидно є, да частно число мора быти веће одъ 10, єръ 10 пута 3, 30; и тако у таблицы умноженія тражено частно число не налазисе. За наћи оно, надлежи дѣлимо число 39 разредити на составляюће нѣга части, и сваку часть дѣлити на 3. Дакле 3 у 3 содржавасе 1 путъ, а у 9 содржавасе 3 путъ; слѣдователно 3 у 39 содржавасе 13 пута.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

Раздѣлити 64 на 4.

Дѣйство ово представлясе овако:

$$
\begin{array}{r|l|l}
4 & 64 & 16 \\
 & 4 & \\
\hline
 & 24 & \\
 & 24 & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}
$$

и рѣшеніє производисе слѣдуюћимъ начиномъ: дѣлитель 4 содржавасе у 6, 1 путъ; умножавамъ 1 съ 4 и пишемъ 4 подъ 6, одузевши 4 изъ 6, ко остатку 2 додаємъ последню цифру дѣлимогъ числа 4; ново число 24 дѣлимъ опетъ на 4, и налазимъ да дѣлитель 4 у 24 содржавасе 6 пута, єръ 4 × 6 = 24, и тако 24 одузевши изъ 24, остатокъ єсть 0: дакле частно є число 16, и толико пута 64 содржава у себи 4.

Раздѣлити 648 на 6.

$$
\begin{array}{r|l|l}
6 & 648 & 108 \\
 & 6 & \\
\hline
 & 48 & \\
 & 48 & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}
$$

6 содржавасе у 6, 1 путъ; множимъ 1 са 6,

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

и произведеніє 6 пишемъ подъ 6; у остатку не остає ништа; спуштамъ 4, и налазећи, да 6 у 4 не содржавасе, у частномъ числу пишемъ 0, а къ 4 додаємъ осталу цифру 8; садъ число 48 дѣлимъ на 6 и налазимъ, да 6 у 48 содржавасе 8 пута; 8 додаємъ къ частномъ числу, а произведеніє дѣлителя и последнѣ цифре частногъ числа пишемъ подъ 48 и налазимъ, да у остатку не остає ништа; дакле частно число 108 показує, колико пута дѣлимо число 648 содржава у себи дѣлителя 6.

§. 32. ДѢЛЕНІЄ НА ДВОЄЧЛЕНА ЧИСЛА.

Раздѣлити 3798 на 18.

Дѣйство ово има на даски овакавъ видъ:

```
18 | 3798 | 211
     36
     ——
      19
      18
      ——
       18
       18
       ——
        0
```

и производисе слѣдуюћимъ начиномъ: 18 содржавасе у 37, 2 пута; одузевши произведеніє

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

частногъ числа и дѣлителя одъ 37, остає 1, къ коємъ валя спустити 9; 18 у 19 содржисе 1 путъ; 18 одузевши одъ 19 остає опетъ 1; къ овомъ спушта се последня цифра 8; число 18 содржава у себи дѣлителя 18, 1 путъ; дакле одузевши 18 изъ 18, у остатку не остає ништа.

Примѣчаніє. За раздѣлити число, кое се окончава нулама, на 10, валя само нулу одбацити, єръ у такомъ случаю значеніє свакогъ числа умалявасе 10 пута.

Примѣри: 720 : 10 = 72.
1450 : 10 = 145.

§. 33. Дѣленіє на млогочислена числа.

Дѣленіє на троєчлена и млогочлена числа производисе такимъ истимъ начиномъ.

Примѣръ 1.

125 | 72750 | 582
625
―――
1025
1000
―――
250
250
―――
0

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

Примѣръ 2.

2345 | 124560 | 53

11725

7310

7035

275

Примѣръ 3.

2565 | 1043652 | 406

10260

17652

15390

2262

Задатакъ. 25 людій, радећи неко време заєдно, стекли су 3375 талира; пытасе: по колико талира припада на свакогъ човека?

Одговоръ: по 135 талира.

Примѣчаніє. За раздѣлити какво годь число, коєгъ последньи знацы єсу нуле, на 100 (1000 и т. д.) надлежи само подвести черту подъ 2 (3 и т. д.) нуле, єръ у такомъ случаю значеніє сваке цифре, а потому и само дѣлимо число умалявасе у 100, 1000 пута и т. д.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

§. 34. Обща правила за дѣленіє целы числа.

I. За раздѣлити веће число на манѣ, треба найпре написати дѣлимо число, и съ обадве стране поставити черту, съ леве руке написати дѣлителя, а съ десне частно число.

II. За наћи прву цифру частногъ числа, треба одъ дѣлимогъ узети число, у коємъ бы се дѣлитель заключавао; после тога тражити, колико пута дѣлитель садржавасе у оной части дѣлимогъ, и написати найђено число на место, гди стои частно число.

III. Умножити дѣлителя на ову цифру, и подписавши добыєно произведеніє подъ узетомъ частію дѣлимогъ числа, произвести отятіє.

IV. Къ остатку валя додати (спустити) слѣдуюћу цифру дѣлимогъ; съ овымъ новымъ числомъ поступасе тако исто, као што є речено пређе.

V. Такимъ начиномъ продужавасе дѣленіє, докъ не остане за спуштанѣ ни єдногъ знака.

Іощъ валя примѣтити, да кадъ дѣлитель не буде се садржавао у дѣлимомъ числу, кадъ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

смо спустили цифру, то безъ умноженія частногъ на дѣлителя, додаєсе къ частномъ 0, после слѣдує спустити другу слѣдуюћу цифру изъ дѣлимогъ числа, и продуживати дѣленіє.

ГЛАВА VII.

ИСПЫТЪ УМНОЖЕНІЯ И ДѢЛЕНІЯ.

§. 35. Испытъ умноженія.

Испытъ умноженія може се учинити двоякимъ начиномъ.

1) Ако є произведеніє раздѣлимо на множителя, частно число бы ће множимо число.

Примѣръ:

$$\begin{array}{r} 625 \\ 45 \\ \hline 3125 \\ 2500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|r|l} 45 & 28125 & 625 \\ & 270 & \\ \hline & 112 & \\ & 90 & \\ \hline & 225 & \\ & 225 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

2) Ако є произведеніє раздѣлимо на множимо число, частно мора быти множитель.

Примѣръ:

625
45
3125
2500
625 | 28125 | 45
2500
3125
3125
0

§. 36. Испытъ Дѣленія.

За уверитисе, єли дѣленіє учинѣно безъ погрешке, треба помножити частно съ дѣлителѣмъ, и ако є произведеніє ньіово равно дѣлимому, то и дѣленіє вѣрно є учинѣно.

Примѣръ:

36 | 4500 | 125 125
36 + 36
90 750
72 375
180 4500
180
0

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

Кадъ после дѣленія остає остатакъ, то нѣга треба додати къ произведенію частногъ и дѣлителя, и ако сумма буде равна дѣлимоме, то и дѣленіє верно є учинѣно.

Примѣръ:

26 | 2567 | 98	98
234	26
227	588
208	196
19	2548
	+ 19
	2567

ОТДѢЛЕНІЄ II.

О

ИМЕНОВАНИМЪ ЧИСЛАМА.

ГЛАВА I.

§. 37. Предварителна Обясненія.

Узнавши правила дѣйства съ простима целимъ числама, надлежи садъ показати, како се производе дѣйства съ именованимъ числама.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

Земальска произведенія, фабрична или мануфактурна издѣлія (еспапъ), дужина и пространство тврды и течны тела мересе различнима мерама. Разнородне мере имаю и различна наименованія; на прим. миля, фатъ, аршинъ, цента, ока, аковъ и т. д. И єднородне мере имаю различита наименованія; на пр. 2 оке и 3 литре єсу єднородна именована числа, єръ и ока и литра служе къ измереню теготе; 5 аршина и 3 четврти, премъ да имаю разна наименованія, єсу такођеръ єднородна именована числа, єръ и аршинъ и четвртъ служе къ измереню дужине. Ока, аршинъ, цента, фатъ, зовусе єдинице *великогъ наименованія*; литра, четвртъ, фунта, шухъ, зовусе єдинице малогъ наименованія.

Число, показуюће колико у 1 єдиницы великогъ наименованія содржисе єдиница малогъ наименованія, зовесе *знаменателно* число; на примѣръ, 1 литра има 100 драма, 1 цента има 100 фунтій, дакле 100 др. и 100 ф. єсу знаменателна числа.

Примѣчаніє. Свака земля или царство има своє собствене мѣре, коима се измеравaю земальска произведенія, еспапъ и вообште сва тврда и течна тѣла. — Будући да Княжество

Универзитетска библиотека „Светозар Марковић“ у Београду

Србско съ Аустрійскомъ Имперіомъ производи найважнію трговину, то овде помештена є таблица мера, весова и монете, коє се находе у овима двема землямa.

§. 38. Таблица мѣра дужине, веса, монете и пр.

I. Трговачка мѣра дужине.

У Србіи.

1 Аршинъ има 2 половине, 3 третине, 4 четврти, 8 урупа или уреза, 16 греа.

У Аустріи.

1 Рифъ има 2 половине, 3 третине, 4 четврти, 8 осмина.

Примѣчаніє. У Србіи употреблявасе платненый и чоаный аршинъ; овай послѣдный дужій є 1 греомъ.

Аустрійскій рифъ содржава у себи 1 аршинъ и 3 греа.

II. Трговачка мѣра теготе, ила ваге, весъ

У Србіи.

1 Товаръ има 100 ока.

1 ока — 4 литре.

1 литра — 100 драма.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

У Аустріи.

1 цента има 100 фунтій.

1 фунта — 32 лота.

1 лотъ — 4 квинтла.

III. Мѣра дужине, коіомъ се измѣравають зданія, дрва и пр.

У Аустріи.

1. фатъ (клафтеръ) има 6 шуха.

1. шухъ — 12 цола.

1. цолъ — 12 линія.

1. линія — 12 точкій.

IV Мѣра течны тѣла, особито вина и ракіє.

У Србіи вино и ракія мѣресе на оку.

У Аустріи.

1 аковъ има 64 олбе.

1 олба — 2 сайтлика.

V. Мѣра жита.

У Србіи жито, єчамъ, кукурузъ, овасъ и прч. продаєсе на оку.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА "СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

У Аустріи.

1. меровъ има 4 мерице.
1. мерица — 2 осмака.

VI. Апотекарска мѣра.

1. фунта има 12 унція (24 лота).
1. унціа — 8 драхмій.
1. драхма — 60 грана.

VII. Монета.

У Србіи.

1. Махмудія има 29 порезки гроша.
1. Цесарскій дукатъ има 24 — гроша.
1. грошъ има 40 пара.

У Аустріи.

1. Цес. дукатъ има 4 форинта и 30 крайцара.
1. Шпецієсъ талиръ има 2 форинта.
1. Кронталиръ има 2 фор. и 16 крайцара.
1. Форинтъ има 20 грошића или 60 крайцара.
1. Цванцигеръ има 20 крайцара.
1. Полутакъ — 10 —
1. грошићъ — 3 —
1. крайцара — 4 фенига.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

VIII. Мѣра времена.

1. година има 12 месецій, или 365 дана (а високосна година 366).
1. месецъ има 30 и 31 данъ.
1. неделя има 7 дана.
1. данъ има 24 часа.
1. часъ — 60 минута.
1. минута — 60 секунда.

IX. Мѣра артіє.

1. Ризма има 20 тестета.
1. тесте — 24 табака.

ГЛАВА. II.

РАЗДРОБЛЕНІЄ И ОБРАЋАНѢ ИМЕНОВАНЫ ЧИСАЛА.

§. 39. Раздробленіє именованы чисала.

Знаюћи колико єдиница мале мѣре садржавасе у єдиницы велике мѣре, можемо велику мѣру изобразити са єдиницама мале мѣре;

на прим. знаюћи да у 1 аршину има 4 четврти, ніє трудно 7 аршина обратити у четврти.

Будући да 1 аршинъ содржава у себи 4 четврти, то у 7 аршина быће 4 пута выше; зато дакле, за получити тражено число валя 7 умножити са 4, т. є. число великогъ наименованія умножити съ числомъ малогъ наименованія, и добыћемо 28 четвртій.

Некій путъ одъ потребе є привести неколико именованы чисала различногъ наименованія, но принадлежећа къ єдномъ роду, у число даногъ малогъ наименованія; на прим. 8 неделя, 6 дана и 2 часа обратити у часе; у такомъ случаю поступати треба овако:

Найпре валя 8 неделя обратити у дане; дакле 8 множисе са 7, єрь дана мора быти 7 пута више; къ добыєномъ числу, 56 дана, додаємо 6 дана, и налазимо, да у вишезаданомъ сложномъ именованомъ числу свію дана имасе 62. Садъ опетъ за наћи у 62 дана колико има часа, треба 62 помножити са 24, єрь часа мора быти 24 пута више, и кадъ къ произведенію 1488 додамо іошъ 2 часа, получићемо тражено число 1490 часа. Дѣйство ово производисе слѣдуюћимъ начиномъ:

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

8 неделя, 6 дана, 2 часа привести у часе.

$$\begin{array}{rl}
8 & \\
\times\ 7 & \\
\hline
56 & \\
+\ 6 & \\
\hline
62 & \text{дана.} \\
\times\ 24 & \\
\hline
248 & \\
124 & \\
\hline
1488 & \\
+\ 2 & \\
\hline
1490 & \text{часа.}
\end{array}$$

Такимъ начиномъ можемо решити свакій овоме подобный задатакъ, и овако дѣйство називасе раздробленіє, И тако раздробленіє именованы числа єсть — числа великогъ наименованія распарчати или раздробити на числа малогъ наименованія.

Изъ показаногъ горе примѣра можемо составити слѣдуюћа правила за раздробленіє:

I. Какво-годь именовано число за привести у число манѣгъ наименованія, треба само умножити то исто число са знаменателнымъ числомъ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

II. Ако є одъ потребе неколико именованы чисала различны наимонованія, но принадлежећа къ єдномъ роду, привести у число манѣгъ наименованія, треба: 1) Найпре привести число найвећегъ наименованія у число слѣдуюћегъ манѣгъ наименованія; помноживши прво са знаменателнымъ числомъ, 2) къ добыєномъ числу додати число тогъ истогъ наименованія, ако се оно у даномъ налази; 3) и такимъ начиномъ поступати до конца.

Задатцы на раздробленіє.

1. 5 фунтій, 12 лота, 3 квинтла привести у квинтле.
2. 8 ока, 3 литре 20 драма привести у драме.
3. 1 годину, 6 месецій, 10 дана и 18 часа привести у минуте.

§. 40. Обраћанѣ именованы чисала.

Обраћанѣ именованы чисала єсть раздробленію противоположно дѣйство, и учи насъ числа малогъ наименованія обраћати у число великогъ наименованія; на прим. некъ є одъ потребе 200 пара привести у гроше. Будући да грошъ већій є 40 пута него пара, зато и число гроша мора быти 40 пута манѣ, не-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

го число пара; и тако за наћи тражено число гроша, треба само раздѣлити 200 на 40.

4 | 20 | 5

20

—

0

дакле тражено число гроша єсть 5.

Іошъ єданъ овомъ подобный примѣръ обясниће намъ іошъ болѣ ово правило.

У 10000 лота колико има центій, фунтій и пр. За наћи тражено число морамо найпре привести дано именовано число у число слѣдуюћегъ већегъ наименованія, т. є. у фунте, раздѣливши горе речено число на 32. Найђено число фунтій валя опетъ раздѣлити на 100, и онда ћемо получити тражено число.

32 | 10000 | 312 фунтій.

96

—

40

32

—

80

64

—

16 лота.

100 | 312 | 3 центе.

300

—

12 фунтій.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

И тако у 10000 лота имасе 3 центе, 12 фунтій и 16 лота.

Изъ овы примѣра явствує, да за обратити число малогъ наименованія у число великогъ наименованія, треба само раздѣлити прво на знаменателно число.

Задатцы на обраћанѣ именованы числа.

1. 2, 500.000 минута обратити у часе, дане, неделѣ, месеце и годинe.
2. 1000 драма обратити у литре и оке.
3. 2500 четврти обратити у аршине.

О испыту раздробленія и обраћаня.

§. 41. Испытъ раздробленія.

Свако именовано число, ако є раздроблѣно, или приведено у число манѣгъ наименованія, кадъ га опетъ обратимо у число већегъ наименованія, мора дати пређашнѣ дано число.

Примѣръ. Привести 2 неделѣ и 5 дана у часе.

2 неделѣ, 5 дана

$\times$ 7 дана

14

$+$ 5

19 дана

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

19 дана
× 24 часа
———
76
38
———
456 часа.

За учинити испытъ треба 456 часа обратити у неделѣ.

24 | 456 | 19 дана
24
———
216
216
———
0

7 | 19 | 2 неделѣ
14
———
5 дана

И тако мы єсмо получили дано именовано число 2 неделѣ и 5 дана.

§. 42. Испытъ Обраћаня.

Повратно, ако є какво именовано число малогъ наименованія приведено у число већегъ наименованія, то кадъ га опетъ раздробимо, морамо получити пређашнѣ дано число.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

Примѣръ. Обратити 1000 секунда у минуте.

6(0 | 100(0 | 16 минута.
6
———
40
36
———
40 секунда.

Дакле у 1000 секунда, 16 минута и 40 секунда.

За учинити испытъ морамо 16 минута и 40 секунда раздробити на секунде.

16 мин. 40 секунда.
× 60
———
960 сек.
+ 40
———
1000 секун.

И тако изишло є опетъ дано именовано число 1000 секунда.

Изъ овы примѣра можемо заключити, да Раздробленіє и Обраћанѣ као противоположна дѣйства, єдно другоме служе испытомъ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ГЛАВА III.

О СОБРАНІЮ И ОТЯТІЮ ИМЕНОВАНЫ ЧИСАЛА.

§. 43. Собраніє именованы чисала.

Некъ є одъ потребе собрати слѣдуюћа сложена именована числа: 1) 4 оке, 3 литре, 20 драма; 2) 10 ока, 2 литре, 10 драма; 3) 15 ока, 1 литру, 25 драма.

Већегъ удобства ради валя найпре подписати дана числа тако, да се числа єднакогъ наименованія налазе єдно подъ другимъ.

4 оке	3 литре	20 драма
10 —	2 —	10 —
15 —	1 —	25 —
30	2	55 —

и почети собраніє чисала найманѣгъ наименованія, т. є. найпре собрати драме, после литре и найпосле оке.

У овомъ задатку имасмо суму литара 6, изъ кои 4, по правилу обраћаня именованы чисала, обраћене су у оке.

Изъ овогъ примѣра явствуе, да за собрати именована числа треба:

I. Подписати собираєма числа єдно подъ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

другимъ тако, да се числа єднакогъ наименованія налазе у єдномъ стубцу или реду, и подвуђи черту.

II. Почети собраніє чисала найманѣгъ наименованія.

III. Ако при собранію изиђе число манѣ него знаменателно число, то оно подписуєсе подъ онимъ истимъ стубцемъ.

IV. Ако изиђе число веће него знаменателно число, то оно валя обратити у число слѣдуюћегъ већегъ наименованія; остатакъ ако има, подписати подъ тимъ истимъ стубцемъ, а нађено число већегъ наименованія къ слѣдуюћемъ стубцу.

Задатцы на собраніє именованы чисала.

1. Собрати: 5 центій + 10 фунтій + 12 лота + 10 центій + 40 фунтій + 20 лота + 15 центій + 50 фунтій + 25 лота + 30 центій + 39 фунтій + 16 лота.

2. Собрати: 6 година + 3 месеца + 10 дана + 10 година + 10 месецій + 15 дана + 5 година + 8 месецій + 20 дана.

3. Собрати: 10 фатій + 4 шуха + 6 цола + 12 фатій + 5 шуха + 8 цола + 20 фатій + 3 шуха + 10 цола.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕ
ЗАР МАРКОВИЋ У БЕО

§. 44. Отятіє именованы числа.

За одузети єдно сложено именовано число одъ другогъ, валя найпре написати умаляємо число и подъ ньимъ подписати умаляюће, наблюдаваюћи то исто правило као и при сложенію, т. є. да єднородна наименованія стоє єдно подъ другимъ, и почети дѣйство одъ найманѣгъ наименованія.

На примѣръ: Трговацъ некій имао є 200 ока, 1 литру и 50 драма кафе, одъ коє прода 80 ока, 3 литре и 30 драма; пытасе: колико му є остало кафе?

Очевидно є, да за рѣшити овай задатакъ, валя одъ првогъ числа одузети второ.

Написавши обадва числа надлежећимъ начиномъ:

200 ока, 1 литра, 50 драма.
80 — 3 — 30 —

119 2 20

Валя почети отятіє одъ найманѣгъ наименованія, т. є. одъ драма. Одузевши 30 драма одъ 50, остає у остатку 20 драма, коє валя подписати подъ драмама. 3 литре одъ 1 одузети не можемо, зато треба узаймити 1 оку, раздробити ю на литре и додати къ 1 литри; садъ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

имаюћи горе 5 литрій, можесе одузети 3, и остатакъ 2 подписати на своє место. Одъ 199 ока кадъ одузмемо 80, остаће 119 ока; дакле ономе трговцу остало є кафе — 119 ока, 2 литре и 20 драма. И тако за одузети єдно именовано число одъ другогъ, треба:

I. Подписати умаляюће число подъ умаляємымъ тако, да се числа єднакогъ наименованія налазе у истомъ стубцу, и подвући черту.

II. Почети дѣйство одъ чисала найманѣгъ наименованія.

III. Ако є умаляюће число манѣ него умаляємо тогъ истогъ наименованія, то остатакъ добыясе и пишесе гди слѣдує.

IV. Ако є умаляюће число веће него умаляємо тогъ истогъ наименованія, то треба узети 1 єдиницу одъ слѣдуюћегъ већегъ наименованія, раздробити ю и додати, после одузети, а остатакъ подписати гди слѣдує.

Зататцы на отятіє именованы чисала.

1. Одъ 15 аршина и 1 четврти одузети 10 аршина и 3 четврти.

2. Одъ 150 гроша и 12 пара одузети 75 гроша и 25 пара.

3. Одъ 100 центій, 18 фун. и 16 лота одузети 60 центій, 30 фунтій и 20 лота.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИО
ОЗАР МАРКОВИЋ У БЕО

ГЛАВА IV.

О
УМНОЖЕНІЮ И ДѢЛЕНІЮ ИМЕНОВАНЫ ЧИСАЛА.

§. 45. Умноженіє именованы чисала.

При умноженію именованы чисала множитель мора быти непремено просто число, єръ показує колико пута множимо мора быти увеличено, а да є множитель именовано число, онда то показати не може. Примѣромъ можесе ово дѣйство іошъ болѣ обяснити. Воденица єдна у 1 данъ мелѣ 1 центу, 24 фунте и 15 лота брашна; пытасе: у 5 дана колико ће та иста воденица самлети брашна?

Очевидно є, да ће воденица у 5 дана 5 пута толико самлети, зато дакле 1 центу, 24 фунте и 15 лота валя съ 5 умножити. Подписавши множителя подъ множимымъ:

1 цен. 24 фун. 15 лота
5

6 — 22 — 11 —

починѣсе умноженіє одъ найманѣгъ наименованія. Умноживши 15 лота съ 5, получићемо 75 лота, коє кадъ обратимо у фунте, раздѣлив-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ши на знаменателно число 32, имаћемо 2 фунте и 11 лота; дакле 11 подписати треба подъ лотовима, а 2 фунте додаћемо къ фунтама. Умноживши 24 фунте съ 5, получићемо 120 фунтій, и додавши іошъ оне 2 фунте, коє су намъ лотови дали, имамо 122 фунте, коє кадъ раздѣлимо на знаменателно число 100, добыћемо 1 центу и 22 фунте; 22 подписуємо подъ фунтама, а 1 центу приложићемо къ центама. Напоследакъ умноживши 1 центу съ 5, имамо 5 центій, и додавши ону 1 центу, кою имамо у памети, имамо 6 центій; дакле тражено произведеніє быће: 6 центій, 22 фунте и 11 лота.

И тако при умноженію именованы чисала треба наблюдавати слѣдуюћа правила:

I. Множителя треба подписати подъ множимымъ найманѣгъ наименованія, и подвући черту.

II. Дѣйство почети одъ найманѣгъ наименованія.

III. Произведеніє ако є манѣ него знаменателно число, то оно валя подписати подъ число, коє є было умножено.

IV. Произведеніє ако є веће него знаменателно число, то оно валя обратити у число слѣдуюћегъ већегъ наименованія, и къ нѣму

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

присоединити, а остатакъ, ако има, подписати такођеръ подъ число, кое є было умножено.

Задатцы на умноженіє именованы чисала.

1. 4 године, 7 месецій и 12 дана $\times$ 6.
2. 30 ока, 3 литре и 25 драма $\times$ 10.
3. 25 рифій, 2 третине и 3 четврти $\times$ 8.

§. 46. О дѣленію именованы чисала.

У 30 мъ §. обяснено є дѣйство дѣленія просты чисала, и знамо, да чрезъ дѣленіє можесе наћи, колико пута дѣлитель содржавасе у дѣлимомъ, и знамо такођеръ, докъ дѣлитель и дѣлимо єсу проста числа, то и частно єсть такођеръ просто число; но при дѣленію именованы чисала могу быти два случая. У првомъ случаю може быти предложенъ вопросъ: колико пута у даномъ именованомъ числу содржавасе друго именовано число тогъ истогъ рода; на прим. 24 минуте колико пута содржаваюсе у 100 минута, и у овомъ случаю частно быће просто число.

У второмъ случаю може се запытати, колика ће быти свака часть даногъ именованогъ числа, кадъ га раздѣлимо на просто число; на

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

прим. 28 ока раздѣлити на 4, т. є. на 4 части; и у такомъ случаю частно (7 ока) мора быти именовано число.

Да извидимо овай вторый случай.

§. 47. Дѣленіє именованогъ числа на просто число.

Некъ є одъ потребе раздѣлити неко сложно именовано число, на прим. 125 ока, 3 литре и 60 драма на 8 части.

Згодногъ обгледа ради надлежи дана числа написати такимъ истимъ поредкомъ, као што се пишу проста числа при дѣленію.

8 | 125 ок. 3 лит. 60 др. | 15 ок. 2 лит. 95 др.
8
———
45
40
———
5 ока
× 4 литре
———
20
+ 3
———
| 23 | литре

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

$$\begin{array}{r} 23 \\ 16 \\ \hline 7 \text{ литрій} \\ \times\ 100 \text{ драма} \\ \hline 700 \\ +\ 60 \\ \hline |\,760\,| \text{ драма} \\ 72 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

Раздѣливши 125 ока на 8 частій налазимо на сваку часть 15 ока и 5 ока у остатку; у частномъ пишемъ 15 ока. Садъ валя оставши 5 ока раздробити на литре, што и составля 20 литрій, а кадъ къ ньимъ додамо іошъ 3 литре, имамо 23 литре, коє кадъ раздѣлимо на 8, получићемо на сваку часть 2 литре, и 7 литрій и остатку; 2 литре пишемо у частно. Оставши 7 литрій валя опетъ раздробити на драме, и заданы 60 драма, чини 760 драма, коє кадъ раздѣлимо на дѣлителя добыямо 95 драма; и тако у частномъ числу имамо 15 ока, 2 литре и 95 драма.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

§. 48. ДѢЛЕНІЄ ИМЕНОВАНОГЪ ЧИСЛА НА ИМЕНОВАНО.

Да извидимо садъ дѣленіє именованогъ числа на именовано; некъ буде одъ потребе раздѣлити 5 центій, 12 фунтій и 16 лота на 5 фунтій и 4 лота, т. є. оћемо да знамо, колико пута второ число содржавасе у првомъ. Тога ради треба обадва числа привести у числа єднакогъ манѣгъ наименованія, у овомъ задатку, у лоте.

5 цен. 12 фун. 16 лот.	5 фун. 4 лота
× 100 фун.	× 32 лот.
500	160
+ 12	+ 4
512 фун.	164 лота.
× 32 лота	
1024	
1536	
16384	
+ 16 лота	
16400 лота	

И тако надлежи знати, колико пута 164 лота содржаваюсе у 16400 лота; дакле 16400

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

валя раздѣлити на 164.

164 | 16400 | 100
164
―――
0

и тражено число єсть 100.

§. 49. Обща правила за дѣленіє именованы чисала.

При дѣленію именованы чисала надлежи наблюдавати слѣдуюћа правила.

А. Дѣлитель ако є просто число, то треба:

1. Расположити числа, као при дѣленію просты чисала;

2. Раздѣлити найпре число найвећегъ наименованія на дѣлителя, и нађено число написати у частномъ; ако є число найвећегъ наименованія манѣ него дѣлитель, то треба га раздробити на слѣдуюће число манѣгъ наименованія, и после раздѣлити на дѣлителя.

3. Ако после частногъ дѣленія остане остатакъ, то нѣга привести у число слѣдуюћегъ манѣгъ наименованія, и къ овоме числу додати членъ дѣлимогъ числа тогъ истогъ наименованія, и после дѣлити на дѣлителя.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

4. Соединивши сва частна числа получићемо тражено частно. Оно є именовано число, подобно дѣлимомъ, т. є. показує колика є свака часть.

Б. Дѣлитель ако є такођеръ именовано число, то надлежи:

1. Обадва именована числа привести у числа єднакогъ наименованія.

2. Раздѣлити дѣлимо на дѣлителя по правилама дѣленія просты чисала, и онда частно єсть просто число, т. є. показує колико пута манѣ именовано число содржавасе у већемъ.

Конацъ прве части.

* * *

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА • СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ • У БЕОГРАДУ

АРИѲМЕТИКА

ЧАСТЬ ВТОРА.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

СОДРЖАНІЄ

ВТОРЕ ЧАСТИ.

ОТДѢЛЕНІЄ III.

О РАЗДРОБЛЕНІЯМА.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

ОТДѢЛЕНІЄ IV.

ОТДѢЛЕНІЄ V.

О ТРОЙНИМА ПРАВИЛАМА.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

АРИѲМЕТИКА

ЧАСТЬ ВТОРА.

ОТДѢЛЕНІЄ III.

О РАЗДРОБЛЕНІЯМА.

ГЛАВА I.

ПРЕДВАРИТЕЛНА ОБЯСНЕНІЯ.

§. 50. Произхожденіє раздробленія.

Пређе у 31 §. явлѣно є, да се свако число не може раздѣлити на друго число безъ остатка; на прим. 13 ако раздѣлимо на 2, то у частномъ получићемо 6, и 1 у остатку. Частно число веће є него 6, єрбо $6 \times 2 = 12$; а манѣ є одъ 7, єрбо $7 \times 2 = 14$, коє є веће него дано дѣлимо число: и тако тражено частно число заключава се између 6 и 7, то єсть, равно є 6 єдиницамъ и іошъ части єдинице. За наћи ову часть єдинице, треба остав-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

шу одъ дѣлимога єдиницу раздѣлити на двѣ равне части, и узети єдну такову часть.

§. 51. Наименованіє частій єдинице.

Ако 1 єдиницу раздѣлимо на двѣ равне части, то свака часть зове се половина; ако 1 єдиницу раздѣлимо на 3 равне части, то свака часть зове се трећина; ако ли пакъ 1 єдиницу раздѣлимо на 4 равне части, то свака зове се четвертина, и тако далѣ.

§. 52. Сравненіє частій.

На колико выше частій будемо 1 исту єдиницу раздѣльивали, у толико ћеду нѣне части быти манѣ илити ситніє; и тако

1 половина мора быти већа него 1 трећина,
1 трећина — — — — 1 четвртина,
1 четвртина — — — — 1 петина,
и тако далѣ,

и обратно: 1 десетина мора быти маня него 1 седмина; єрбо у првомъ случаю изъ те исте єдинице добіямо 10 частій, а у второмъ само 7.

§. 53. Опредѣленіє раздробленія.

Єдна или совокупленіє неколики равны частій єдинице зове се раздробленіє. За представити точно какво ни было раздробленіє, мо-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

рамо знати колике су нѣгове части, и колико ій се у нѣму налазе.

Прво, то єсть величину частій знаћемо, кадъ видимо на колико частій дѣли се єдиница, и ово число зовесе именитель; второ пакъ число, показуюће колико частій находи се у раздробленію, назива се числитель. Обадва ова числа зовусе членови даногъ раздробленія. При изговараню раздробленія найпре валя изговорити числителя, а после именителя.

§. 54. Двоструко сматранѣ раздробленія.

Свако раздробленіє, на прим. три четвртине, може се сматрати двоякимъ начиномъ: найпре, као совокупленіє три частій єдинице, раздѣлѣне на четири равне части; єрбо, ако єдиница буде раздѣлѣна на четири части, то свака часть быће четвртина, а три такове части составиће дано раздробленіє три четвртине. Потомъ, раздробленіє три четвртине можемо сматрати као частно число, коє є произишло одъ раздѣленія числителя 3 на именителя 4; єрбо, ако раздѣлимо єдиницу на 4 равне части, то ћемо получити 1 четвртину, дакле ако 3 єдинице раздѣлимо на четири равне части, то

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ћемо получити три пута выше, то єсть три четвртине.

§. 55. Изображеніє раздробленія са цифрама.

На последнѣмъ обясненію произхожденія раздробленія основано є изображеніє ньіово са цифрама. Будући да раздробленіє єсть частно число, коє произходи одъ дѣленія числителя на именителя; зато дакле за изобразити га пише се найпре числитель, после проводи се черта, означаюћа дѣйствіє дѣленія, и подъ ньомъ подписує се именитель. На прим. раздробленіє четири деветине произлази одъ дѣленія четири єдиница на 9 равны частій, и мора быти изображено слѣдуюћимъ начиномъ:

$$\frac{4}{9}\ \begin{matrix}\text{числитель.}\\ \text{именитель.}\end{matrix}$$

§. 56. Раздробленія могу быти правилна и неправилна.

Пређе было є речено, да ако єдиница буде раздѣлѣна на двѣ равне части, то свака часть зове се половина; изъ овога слѣдує, да єдиница има 2 половине, и зато може быти представлѣна као раздробленіє: $\frac{2}{2}$. Єдиница може быти изображена такође и слѣдуюћимъ

Универзитетска библиотека „Светозар Марковић“ у Београду

начиномъ: $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$ и $\frac{10}{10}$ и проч.; єрбо у ньой заключавају се 3 трећине, 4 четвртине, или 10 десетина и проч. Сва раздробленія, о коима смо пређе говорили, имала су числителя манѣгъ одъ именителя; раздробленія, коя су равна єдиницы, имаю числителя равногъ именителю; садъ да извидимо раздробленіє, коє има числителя већегъ него именитель, на прим. $\frac{7}{4}$.

У овомъ раздробленію именитель 4 означава, да се єдиница дѣли на 4 частій, а числитель 7 являя, да таковій частій валя узети 7, за составити раздробленіє; но будући да у єдиницы има само 4 четвртине, то изъ тога слѣдує, да раздробленіє $\frac{7}{4}$ веће є одъ єдинице. Изъ свега дакле реченогъ явствує, да раздробленіє може быти манѣ, равно, и веће одъ єдинице; у првомъ случаю раздробленіє єсть правилно, а у двама последньима єсть неправилно. И тако правилно раздробленіє єсть оно, коє има числителя манѣгъ него именитель, а неправилно раздробленіє єсть оно, коє има числителя равногъ или већегъ, него што є именитель.

УНИВЕРЗИТЕТСКА
ОЗАР МАРКОВИЋ

§. 57. ИЗКЛЮЧЕНІЄ ЦѢЛОГЪ ЧИСЛА ИЗЪ НЕПРАВИЛНОГЪ РАЗДРОБЛЕНІЯ.

Знаюћи да є неправилно раздробленіє веће одъ єдинице, да видимо каквимъ ћемо начиномъ моћи опредѣлити, колико се єдиница у нѣму содржава. Некъ є одъ потребе знати, колико се єдиница содржава у раздробленію $\frac{12}{4}$. Видимо, да се єдиница дѣли на 4 четвртине; и тако за дознати колико има єдиница у 12 четвртина, треба наћи, колико се пута 4 четвртине содржавају у 12 четвртина; тога ради 12 треба раздѣлити на 4, и частно число 3, быће тражено, т. є. у, $\frac{12}{4}$ 3 єдинице.

Равнымъ начиномъ у раздробленію $\frac{15}{4}$ има 3 єдинице и 3 четвртине, коє се изображава овако: 3 $\frac{3}{4}$.

Изъ овога слѣдує, да за наћи колико се у даномъ неправилномъ раздробленію заключава єдиница, или, говорећи школскимъ єзикомъ, за изключити цѣло число изъ неправилногъ раздробленія, надлежи числителя раздѣлити на именителя, и частно число быће тражено. Ако при овомъ буде остатакъ, то нѣга додати къ частномъ, и подъ ньимъ подписати именителя.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

§. 58. Обраћанѣ мешаногъ числа и цѣлогъ у неправилно раздробленіє.

Видили смо, како се поступа, за наћи колико се єдиница содржава у неправилномъ раздробленію; садъ да предузмемо обратно дѣйство, т. є. да видимо, како се може цѣло число съ раздробленіємъ (мешано число) обратити у неправилно раздробленіє. Некъ є одъ потребе мешано число $5 \frac{1}{4}$ обратити у неправилно раздробленіє. Найпре 5 цѣли валя обратити у четвртине: у 1 єдиницы 4 четвртине; дакле у 5 єдиница мора быти 5×4, или 20 четвртина, додавши и оставшу $\frac{1}{4}$ получићемо тражено неправилно раздробленіє 21 четвртину, т. є. $\frac{21}{4}$.

Изъ овога слѣдує, да за обратити цѣло число съ раздробленіємъ у неправилно раздробленіє, надлежи цѣло число умножити на именителя раздробленія, къ добієномъ произведенію додати числителя, и подъ суммомъ подписати именителя.

§. 59. О изменяваню величине раздробленія.

Садъ слѣдує разсмотрити, какве премене происходе у величини раздробленія, кадъ се

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

ньіови числительи и именительи увеличаваю и уманяваю.

I. Ако умножимо само числителя каквогъ ни было раздробленія, на прим. $\frac{3}{12}$, на какво му драго число, да рекнемо на 3; то добіямо раздробленіє $\frac{9}{12}$, коє есть 3 пута веће, него дано раздробленіє. И тако ако само числителя каквогъ ни было раздробленія умножимо на произвольно число, а именитель остане онай исти, то раздробленіє умножава се толико пута, колико у множителю има єдиница.

II. Ако умножимо само именителя даногъ раздробленія, на прим. $\frac{5}{7}$, на произвольно число 4; то дано раздробленіє обраћамо у раздробленіє $\frac{5}{28}$, коє єсть 4 пута манѣ, него дано раздробленіє; єрбо части су постале 4 пута ситніє, него што су пре быле. И тако кадъ именителя каквогъ ни было раздробленія умножимо, а числитель остане онай исти, то раздробленіє умалява се у толико пута, колико єдиница има множитель.

III. Ако раздѣлимо числителя даногъ раздробленія $\frac{8}{12}$ на произвольно число 4, то ћемо

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

га обратити у раздробленіє $\frac{2}{12}$, коє єсть 4 пута манѣ, него дано раздробленіє; єрбо садъ имамо само 2 части, а пре смо имали 8 такови частій. И тако ако числитель каквогъ ни было раздробленія буде раздѣлѣнъ, а именитель остане онай исти, то раздробленіє умалява се у толико пута, колико єдиница има дѣлитель.

IV. Ако именитель каквогъ ни было раздробленія $\frac{2}{15}$ буде раздѣлѣнъ на произвольно число, на прим. 5, то изъ даногъ раздробленія добићемо раздробленіє $\frac{2}{3}$ и ово ново раздробленіє єсть 5 пута веће; єрбо су части нѣгове 5 пута крупніє постале. И тако кадъ именителя каквогъ ни было раздробленія раздѣлимо, а числитель остане исти, то раздробленіє увеличава се, и увеличава се онолико пута, колико єдиница има дѣлитель.

§. 60. СЛУЧАИ, У КОИМА РАЗДРОБЛЕНІЯ МОГУ САМО ВИДЪ СВОЙ ИЗМѢНИТИ, А ВЕЛИЧИНА ОСТАЄ ОНА ИСТА, КОЮ СУ ПРЕЂЕ ИЗМѢНЕНІЯ ИМАЛА.

Изъ предидућегъ §. явствує:

I. Ако числителя и именителя даногъ раздробленія умножимо на произвольно число, то

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИО
ОЗАР МАРКОВИЋ У БЕО

раздробленіє ако и промѣни видъ свой, опетъ зато сохранява свою прежню величину; єрбо у колико смо га пута найпре умножили, умноживши числителя (§ 59 I.), у толико смо га пута после уманьили, умноживши именителя са истимъ числомъ (§. 59. II). Раздробленіє $\frac{1}{4}$ кадъ умножимо на 5, добиѣемо раздробленіє $\frac{5}{20}$. Ово ново раздробленіє има 5 пута выше частій, али зато и части нѣгове єсу 5 пута манѣ; а изъ тога слѣдує, да величина нѣгова ніє се измѣнила.

II. Ако числителя и именителя даногъ раздробленія раздѣлимо на произвольно число, то раздробленіє опетъ сохранява свою величину; єрбо у колико смо га пута умножили, раздѣливши числителя (§. 59. III.), у толико смо га пута увеличили, раздѣливши именителя (§. 59. IV). Раздробленіє $\frac{18}{27}$ кадъ раздѣлимо на 9, добиѣемо раздробленіє $\frac{2}{3}$. Ово ново раздробленіє има доиста 9 пута манѣ частій, али зато части нѣгове єсу 9 пута веѣе; а изъ тога слѣдує, да величина нѣгова ніє се измѣнила.

§. 61. Сокращеніє раздробленія.

Изъ второгъ слѣдства предидуѣегъ параграфа явствує, да свако раздробленіє може бы-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ти изображено маньима числама, или приведено у простіи видъ, ако се числитель и именитель даду раздѣлити на какво годъ число, коє се онда назива общи дѣлитель. На прим. раздробленіє $\frac{18}{27}$ може имати видъ простіи или понятніи, кадъ раздѣлимо числителя и именителя на общегъ дѣлителя 3, и онда произлази раздробленіє $\frac{6}{9}$. Ово раздробленіє дає се привести іоштъ у простіи видъ, раздѣливши опетъ и числителя и именителя на общегъ ньіовогъ дѣлителя 3; и онда получићемо раздробленіє $\frac{2}{3}$, коє већъ не можемо выше сократити, єрбо 2 и 3 єсу прва числа. *Приведеніє раздробленія у маньи видъ, не измѣняваюћи ньіову величину, зове се сокращеніє раздробленія.*

Дѣйство ово представля се обычно слѣдујућимъ начиномъ.

$$\overset{\overset{3}{\smile}}{\frac{18}{27}} = \overset{\overset{3}{\smile}}{\frac{6}{9}} = \frac{2}{3}$$

Други примѣръ. Сократити раздробленіє: $\frac{64}{128}$

$$\overset{\overset{4}{\smile}}{\frac{64}{128}} = \overset{\overset{8}{\smile}}{\frac{16}{32}} = \overset{\overset{2}{\smile}}{\frac{2}{4}} = \frac{1}{2}$$

Дакле $\frac{64}{128} = \frac{1}{2}$.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

§. 62. Признацы дѣлимости чисала на први деветъ числа.

Будући да у послѣдствію често быва одъ потребе налазити дѣлителѣ чисала, тога ради врло є полезно познавати признаке, по коима безъ затрудненія можемо видити, могу ли се дана числа безъ остатка раздѣлити на прва 9 числа.

I. На 2 дѣли се свако число безъ остатка, ако єдинице состоє изъ парногъ или четногъ числа, или нуле; на прим. 22, 34, 56, 74, 48, 120 даю се раздѣлити безъ остатка на 2.

II. На 3 дає се раздѣлити свако число, когъ сумма цифара дѣли се на 3.

Свако число десетака, стотина, хиляда и т. д. може быти раздѣлѣно на 3 тако, да ће остатакъ быти раванъ самоме числу десетака, стотина, хиляда и т. д. па прим. ако 1 десетакъ раздѣлимо на 3, то у частномъ имаћемо 3, а у остатку 1; ако 2 десетка раздѣлимо на 3, то у частномъ быће 6, а у остатку 2; ако 3 десетка раздѣлимо на 3, то у частномъ имаћемо 10, или 9, но у такомъ случаю у остатку быће 3.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

Такимъ начиномъ можемо раздѣлити свако число десетака, стотина, хиляда и т. д. Удобногъ прегледа ради прилажемо слѣдуюћу таблицу.

1 десетакъ = 3 × 3 + 1.
2 десетка = 6 × 3 + 2.
3 — = 9 × 3 + 3.
4 — = 12 × 3 + 4.
и тако далѣ.

1 стотина = 33 × 3 + 1.
2 стотине = 66 × 3 + 2.
3 — = 99 × 3 + 3.
4 — = 132 × 3 + 4.
и тако далѣ.

1 хиляда = 333 × 3 + 1.
2 хиляде = 666 × 3 + 2.
3 — = 999 × 3 + 3.
4 — = 1332 × 3 + 4.

Знаюћи ово, лако се можемо увѣрити у горе реченомъ правилу, разсмотрѣвши какавъ ни было случай. Некъ буде 3252 дано число, коє оћемо да знамо, може ли се оно раздѣлити на 3. Да разложимо число десетака, стотина, хиляда и т. д. на 2 числа, изъ коій бы се єдно могло дѣлити на 3 безъ остатка, а друго

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

да буде равно самоме числу десетака, стотина хиляда. И тако:

$$
\begin{aligned}
3000 &= 999 \times 3 + 3. \\
200 &= 66 \times 3 + 2. \\
50 &= 15 \times 3 + 5. \\
2 &= + 2.
\end{aligned}
$$

Изъ овога слѣдує, да дано число 3252 состои изъ 999 × 3 + 66 × 3 + 15 × 3 и остатака 3, 2, 5, 2. Свако одъ они први чисала дѣли се на 3; дакле и сумма ньіова може се раздѣлити на 3 безъ остатка. Далѣ, будући да и сумма остатака дѣли се за цѣло на 3, то и сво дано число мора се дѣлити на 3 безъ остатка; но упоменути остатцы изражени су са онима истима цифрама, коима є изражено и дано число; а изъ тога явствує, да дѣлимость данога числа на 3, зависи єдинствено одъ тога, дѣли ли се сумма нѣгови знакова на 3.

Постараймо се ово правило іоштъ простіє истолковати. Речено є, да се на 3 може свако число раздѣлити, когъ сумма цифара дѣли се на 3. Дано число 3252 кадъ сложимо, добићемо сумму 3 + 2 + 5 + 2 = 12; дакле 12

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

можемо раздѣлити на 3 безъ остатка, слѣдователно и сво число дѣли се на 3 безъ остатка.

III. Свако число, веће одъ стотине, дѣли се на 4, ако последнѣ двѣ цифре, т. є. десетице съ єдиницама даю се раздѣлити на 4.

IV. На 5 можемо раздѣлити свако число, коє има у реду єдиница 0 или 5. У првомъ случаю дано число состои само изъ десетака; а будући да се 1 десетакъ дѣли на 5 безъ остатка, то ће се и сво число моћи раздѣлити на 5. У другомъ случаю дано число состои изъ десетака и 5 єдиница; а будући да се свака часть дѣли на 5 безъ остатка, то наравно, да ће се и сво число моћи раздѣлити.

V. Свако число може се раздѣлити на 6 коє се може дѣлити на 2 и на 3, єрбо 2 пута 3 єсть 6. И тако свако парно число, когъ сумма знакова дѣли се на 3, дѣли се на 6 безъ остатка. На прим. число 4278 дѣли се на 6, зато што є парно, и што се сумма знакова (21) дѣли на 3.

VI. Свако число веће одъ 1000 дѣли се безъ остатка на 8, ако три последня знака, т. є. єдинице, десетице и стотине, могу се раздѣлити на 8 безъ остатка. По овоме правилу

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

145, 480 моћићемо раздѣлити на 8, єрбо 480 дѣли се на 8 безъ остатка.

VII. На 9 може се свако число раздѣлити безъ остатка, ако се сумма свію знакова дѣли на 9 безъ остатка. Ово правило има оно исто основаніє, као правило дѣлимости чисала на 3. И тако 1341 дѣли се на 9; єрбо 1 + 3 + 4 + 1 = 9, а 9 дѣли се на 9 безъ остатка.

§. 63. Налазакъ общегъ великогъ дѣлителя.

У предидућемъ параграфу были су показани признаци, по коима се може познати, дѣле ли се числитель и именитель даны раздробленія на прва 9 числа (осимъ 7). Но ова правила нису достаточна, єрбо нека числа, премда се и не дѣле на прва 9 числа, но зато могу се дѣлити на велика числа. На прим. раздробленіє $\frac{51}{85}$ може быти сокраћено на 17; раздѣливши обадва члена раздробленія (§. 60.) на ово число, получићемо ново раздробленіє $\frac{3}{5}$ Изъ овога слѣдує, да за сократити раздробленія, нуждно є знати общій способъ, налазити общега дѣлителя дваа числа.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

Способъ наћи общегъ великогъ дѣлителя дваа данна числа єсть овай: треба найпре раздѣлити веће число на манѣ, после тога манѣ число на остатакъ, после први остатакъ на втори и т. д. докъ се дѣленіє не сврши безъ остатка; и овай последньи дѣлитель єсть общи велики дѣлитель данна дваа числа.

Слѣдуюћи примѣри обяснићеду іоштъ болѣ горе речена правила.

1. **Примѣръ.** Наћи общегъ великогъ дѣлителя раздробленія $\frac{169}{533}$

```
169|533|3
    507
    ———
   -26|169|6
       156
       ———
      -13|26|2
          26
          ——
          - -
```

Дакле 13 єсть общи велики дѣлитель раздробленія $\frac{169}{533}$, коє кадъ сократимо на общегъ великогъ дѣлителя нѣговогъ, добићемо раздробленіє $\frac{13}{41}$.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

II. Примѣръ. Наћи общегъ великогъ дѣлителя раздробленія $\frac{156}{432}$.

Прво дѣйство 156|432|2
312
второ дѣйство 120|156|1
120
треће дѣйство -36|120|3
108
четврто и последнѣ дѣйство -12|36|3
36
- -

Дакле 12 єсть общи велики дѣлитель раздробленія $\frac{156}{432}$ коє кадъ сократимо на общегъ великогъ дѣлителя нѣговогъ, добићемо раздробленіє $\frac{13}{36}$.

III. Примѣръ. Наћи общегъ великогъ дѣлителя раздробленія $\frac{1920}{9216}$

1920|9216|4
768
1536|1920|1
1536
384|1536|4
1536
—

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

Дакле последньи дѣлитель 384 єсть общій велики дѣлитель раздробленія $\frac{1920}{9216}$, коє кадъ сократимо на общегъ великогъ дѣлителя нѣговогъ, добићемо раздробленіє $\frac{5}{24}$.

§. 64. Раздробленіє именованогъ раздробленія.

У § 60 было є изяснѣно, да свако дробно отвлечено число може быти представлѣно у различитомъ виду, т. є. раздробленіє може измѣнити само видъ, а величина остає она иста, на прим. $\frac{6}{9} = \frac{12}{18}$, а ово равно є $\frac{2}{3}$. Да видимо, не може ли се подобна промена учинити и са дробнимъ именованимъ числомъ. Некъ є одъ потребе знати, у $\frac{7}{8}$ оке колико има драма?

У § 54 было є обяснено, да раздробленіє $\frac{7}{8}$ можемо сматрати као осму часть 7 єдиница; слѣдователно за знати колико драма има у $\frac{7}{8}$ оке, валя найпре знати у 7 ока колико има драма, и после раздѣлити на 8.

```
     7
   400
  ────
8)2800(350 драма,
  24
  ──
  - 40
    40
   ───
  -  0
```

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

дакле у $\frac{7}{8}$ оке има 350 драма.

Изъ овога примѣра явствуе, да за привести дробно именовано число у число манѣгъ наименованія, треба само числителя умножити на знаменателно число, и добіено произведеніе раздѣлити на именителя, нађено частно число быће тражено число.

§. 65. Обраћанѣ дробни именовани чисала.

Некъ є одъ потребе $\frac{3}{5}$ минуте обратити у часть часа, или дознати, какву часть часа составляю $\frac{3}{5}$ минуте.

Будући да є часъ 60 пута већи него минута, то тражена часть часа мора быти 60 пута маня него $\frac{3}{5}$ минуте; и тако тражено число быће $\frac{3}{5} \times {}_{60} = \frac{3}{300} = \frac{1}{100}$ часа.

Изъ овога слѣдуе, да за обратити дробна именована числа, надлежи само именителя умножити на знаменателно число.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

ГЛАВА II.

СЛОЖЕНІЄ ПРОСТИ РАЗДРОБЛЕНІЯ.

§. 66. Сложеніє раздробленія са єднакима именительима.

Познавши важнѣйша свойства раздробленія, садъ можемо приступити къ различнимъ изчисленіямъ са онима. Почећемо сложеніємъ.

При сложенію раздробленія могу быти два случая: $1^{\text{во}}$ раздробленія могу имати єднаке именителѣ, $2^{\text{го}}$ раздробленія могу имати неєднаке именителѣ.

I. Сложеніє раздробленія са єднакима именительима врло є лако и просто.

Некъ є одъ потребе сложити раздробленія $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{9}$; будући да су имъ именительи єднаки, то валя само числителѣ сложити, и добићемо $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$. И тако кадъ раздробленія имаю єднаке именителѣ, сложити треба ньіове числителѣ, и подъ суммомъ подписати именителя.

II. Ако ли пакъ раздробленія не имаю єднаке именителѣ, то не може се поступати по пређереченомъ правилу, зато, єрбо раздро-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

бленія не имаю єднаке части. На прим. раздробленія $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{7}$ не составляю ни $\frac{5}{7}$ ни $\frac{5}{5}$. И тако треба обадва раздробленія привести къ єднакимъ именителямъ.

§. 67. Приведеніє раздробленія къ єднакимъ именителямъ.

Будући да раздробленія имаю єднаке части онда, кадъ су имъ именитељи єднаки; зато дакле и надлежи са данимъ раздробленіяма тако поступити, ако є одъ потребе да имаю єднаке части, да добію єднаке именителѣ. Дѣйство ово зове се *приведеніє раздробленія къ єднакомъ именителю.*

Некъ є одъ потребе привести раздробленія $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{5}$ къ єднакомъ именителю.

Ако обадва члена првогъ раздробленія, т. є. $\frac{3}{4}$ умножимо на именителя второгъ раздроблебленія, то величина нѣгова не изменява се (§. 60.), и именитель полученогъ раздробленія $\frac{15}{20}$ быће раванъ произведенію изъ обадва частна именителя. Тако исто, ако обадва члена второгъ раздробленія умножимо на именителя првогъ раздробленія, то величина нѣгова не измѣнява се, а именитель добієногъ раздробленія $\frac{8}{20}$ быће такођеръ раванъ произведенію изъ о-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

бадва именителя; такимъ начиномъ получена раздробленія мораю дакле имати єднаке именителѣ. И тако за привести два раздробленія къ єднакимъ именителямъ, валя числителя и именителя свакогъ раздробленія умножити на именителя другогъ раздробенія.

За привести три раздробленія, или выше, къ єднакомъ именителю, треба, согласно са приведенимъ правиломъ, обадва члена свакогъ раздробленія умножити на именителѣ прочій раздробленія; єрбо у такомъ случаю величина дани раздробленія не изменява се (§. 60.), именитель пакъ ньіовъ быће онай исти, єрбо є раванъ произведенію изъ свію части именителя.

Привести раздробленія $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$ къ єднакомъ именителю.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5 \times 6}{3 \times 5 \times 6} = \frac{60}{90}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3 \times 6}{5 \times 3 \times 6} = \frac{72}{90}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 3 \times 5}{6 \times 3 \times 5} = \frac{75}{90}.$$

Узнавши како треба пуступити, да раздробленія, имаюћа неєднаке именителѣ, добію єднаке, безъ свакогъ затрудненія можемо сложе-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

ніе предузети. Некъ є одъ потребе сложити $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$.

Кадъ приведемо ова раздробленія къ еднакомъ именителю:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$$

имаћемо, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12}$; но $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$;

дакле $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$.

Други примѣръ. Сложити $\frac{1}{5} + \frac{3}{7} + \frac{2}{9}$.

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \times 7 \times 9}{5 \times 7 \times 9} = \frac{63}{315}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5 \times 9}{7 \times 5 \times 9} = \frac{135}{315}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{2 \times 5 \times 7}{9 \times 5 \times 7} = \frac{70}{315}.$$

И тако: $\frac{1}{5} + \frac{3}{7} + \frac{2}{9} = \frac{63}{315} + \frac{135}{315} + \frac{70}{315} = \frac{268}{315}$.

Изъ овій примѣра явствує, да раздробленія могу се онда сложити, кадъ имаю еднаке именителѣ; зато дакле кадъ раздробленія имаю нееднаке именителѣ, треба поступити по вышере-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ченомъ правилу, да получе єднаке именителѣ, и онда поступати као при сложенію раздробленія са єднакима именительима.

Ако при сложенію раздробленія получимо непревилно раздробленіє, то у такомъ случаю изъ нѣга треба изключити цѣло число.

Примѣри:

I. $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{54}{72}+\frac{48}{72}+\frac{60}{72}=\frac{162}{72}=2\frac{18}{72}$

II. $\frac{1}{4}+\frac{5}{7}+\frac{6}{9}=\frac{63}{252}\,\frac{180}{252}\,\frac{168}{252}=\frac{411}{252}=1\frac{159}{252}$.

§. 68. Сложеніє мешани чисала.

Кадкадъ треба сложити цѣла числа съ раздробленіяма. У такомъ случаю валя цѣла числа и раздробленія сложити особито; и ако одъ сложенія раздробленія изиђе неправилно раздробленіє, то треба изключити изъ нѣга цѣло число, коє треба додати къ сумми цѣли чисала.

Примѣръ 1. Сложити $3\frac{1}{4}+2\frac{1}{3}$.

$$3\frac{1}{4}+2\frac{1}{3}=5\frac{7}{12}.$$

Примѣръ 2. Сложити: $7\frac{2}{5}+5\frac{2}{3}$

$$7\frac{2}{5}+5\frac{2}{3}=12\frac{2}{5}+\frac{2}{3}=12\frac{6}{15}+\frac{10}{15}$$

$$=12\frac{16}{15}=13\frac{1}{15}.$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

Примѣръ 3. Сложити: $3\frac{2}{3} + 7\frac{3}{4} + 6\frac{4}{5} = 16 + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} = 16\frac{40}{60}\frac{45}{60}\frac{48}{60} = 16\frac{133}{60} = 18\frac{13}{60}$.

ГЛАВА III.

ОТЯТІЄ ПРОСТИ РАЗДРОБЛЕНІЯ.

§. 69. Отятіє раздробленія, имаюћи єднаке именителѣ.

При отятію раздробленія могу быти такођеръ два случая, т. є. раздробленія могу имати єднаке, или неєднаке именителѣ. Да извидимо први случай.

Некъ є одъ потребе одузети $\frac{3}{8}$ изъ $\frac{5}{8}$. Будући да умалитель има 3 онаке исте части, какве умаляємо има 5; то за наћи остатакъ, надлежи само 3 одузети одъ 5, и остатакъ 2 быће тражено число, т. є. $\frac{2}{8}$.

И тако раздробленія кадъ имаю єднаке именителѣ, одузима се мањи чи-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

слитель одъ већегъ, остатакъ са подписанимъ подъ ньимъ именителѣмъ быће тражено число.

Примѣри: $\frac{5}{12} - \frac{9}{12} = \frac{4}{12}$.

$$\frac{48}{100} - \frac{75}{100} = \frac{27}{100}.$$

§. 70. ОТЯТІЄ РАЗДРОБЛЕНІЯ СА НЕЄДНАКИМА ИМЕНИТЕЛЬИМА.

Ако раздробленія имаю различите именителѣ, то онда не можемо одузимати числителя умалителногъ раздробленія одъ числителя умаляємогъ раздробленія; єрбо у такомъ случаю части ньіове ни су єднаке. На прим. ако изъ $\frac{3}{4}$ одузмемо $\frac{2}{3}$, то остатакъ нити є $\frac{1}{4}$, нити є $\frac{1}{3}$.

Изъ овога слѣдує, да найпре валя привести раздробленія къ єднакомъ именителю, и после поступити као съ раздробленіяма, имаюћяма єднаке именителѣ; слѣдователно

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{8}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}.$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

§. 71. Отятіє цѣли чисала съ раздробленіяма.

Ако умаляємо число и умалитель заключаваю у себи цѣла числа съ раздробленіяма; то найпре валя одузети раздробленіє одъ раздробленія, па после цѣло число изъ цѣлогъ.

Примѣръ 1. Изъ $7\frac{3}{8}$ одузети $1\frac{2}{8}$

$$7\frac{3}{8} - 1\frac{2}{8} = 6\frac{1}{8}.$$

Примѣръ 2. Изъ $7\frac{4}{9}$ одузети $4\frac{3}{10}$

$$7\frac{4}{9} - 4\frac{3}{10} = 3\frac{13}{90}$$

$$\frac{4}{9} - \frac{3}{10} = \frac{40}{90} - \frac{27}{90} = \frac{13}{90}.$$

Примѣръ 3. Изъ 8 одузети $4\frac{2}{7}$.

Будући да умаляємо число состои изъ цѣли єдиница, и не има при себи раздробленія; то треба изъ 8 єдиница извадити 1 єдиницу, и обратити ю у раздробленіє, коє мора имати онакогъ истогъ именителя, као што има умалительно раздробленіє, за тимъ одузети умалителя одъ умаляємогъ раздробленія, и напоследакъ тако поступити и са цѣлима числама, памтећи, да смо изъ 8 єдиница већъ одузели 1, и обратили ю у раздробленіє.

$$8 - 4\frac{2}{7} = 7 + 1 - 4\frac{2}{7} = 7\frac{7}{7} - 4\frac{2}{7} = 3\frac{5}{7}.$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

Примѣръ 4. Изъ $7\frac{2}{3}$ — $3\frac{3}{4}$.

$$7\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{8}{12} - \frac{9}{12}.$$

У овомъ примѣру умалително раздробленіе веће є, него умаляемо, и зато морамо одъ умаляемогъ числа узаймити єдну єдиницу, кою ћемо обратити у раздробленіе, имаюће онаке исте части, као умаляемо, съ коимъ ћемо и сложити, а после тога поступити по извѣстнимъ правилама.

$$\frac{12}{12} + \frac{8}{12} - \frac{9}{12} = \frac{20}{12} - \frac{9}{12} = \frac{11}{12}.$$

дакле $7\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4} = 3\frac{11}{12}.$

ГЛАВА IV.

УМНОЖЕНІЕ ПРОСТИ РАЗДРОБЛЕНІЯ.

При умноженію раздробленія могу быти три случая: I. Умноженіе раздробленія на цѣло число; II. Умноженіе цѣлога числа на раздробленіе, и III. умноженіе раздробленія на раздробленіе.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

§. 72. УМНОЖЕНІЄ РАЗДРОБЛЕНІЯ НА ЦѢЛО ЧИСЛО.

Некъ є одъ потребе умножити раздробленіє $\frac{3}{8}$ на цѣло число 4. Умножити $\frac{3}{8}$ на 4 значи: узети раздробленіє $\frac{3}{8}$ четири пута, или увеличити га четири пута. Раздробленіє умножиће се 4 пута (§. 59.), кадъ числителя нѣговогъ умножимо на 4. И тако

$$\frac{3}{8} \times 4 = \frac{12}{8} = 1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2}.$$

Познато намъ є, да се раздробленіє и онда увеличава (§. 59.), кадъ дѣлимо именителя; зато дакле умноженіє горнѣгъ раздробленія на 4 можемо произвести и ако му именителя раздѣлимо на 4; слѣдователно

$$\frac{3}{8} \times 4 = \frac{3}{8:4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

И тако за умножити раздробленіє на цѣло число валя: I. числителя умножити на множителя, и подъ произведеніємъ подписати именителя даногъ раздробленія; или II. именителя раздѣлити на даногъ множителя, и нађено число быће именитель, а числитель остає онай исти.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

Примѣчаніє. Втори способъ умноженія може се и валя га свагда употреблявати, кадъ се именитель дає дѣлити безъ остатка.

§. 73. УМНОЖЕНІЄ ЦѢЛОГЪ ЧИСЛА НА РАЗДРОБЛЕНІЄ.

Да умножимо цѣло число 5 на раздробленіє $\frac{2}{7}$. Раздробленіє $\frac{2}{7}$ можемо сматрати као частно число, коє є произишло одъ дѣленія 2 єдинице на 7 (§. 54); зато дакле, ако умножимо 5 на 2, то добієно произведеніє 10 быће 7 пута веће, него надлежаще, єрбо множитель 2 већи є одъ данога множителя $\frac{2}{7}$ у 7 пута; и тако за получити надлежаще произведеніє, треба раздѣлити 10 на 7, слѣдователно надлежаще произведеніє мора быти $\frac{10}{7} = 1\ \frac{3}{7}$.

А изъ овога слѣдує, да *за умножити цѣло число на раздробленіє, треба цѣло число умножити на числителя, и произведеніє раздѣлити на именителя.*

Ово правило умноженія цѣлога числа на раздробленіє може се изяснити іоштъ и слѣдуюћимъ начиномъ: некъ є одъ потребе умножити 5 на $\frac{2}{7}$. Умножити вообще значи: узети

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

множимо число толико пута, колико множитель заключава у себи єдиница; и тако умножити 5 на $\frac{2}{7}$ значи: узети 5 толико пута, колико се у $\frac{2}{7}$ заключава єдиница; но у $\frac{2}{7}$ не содржава се ни єдна єдиница, а потоме и число 5 не узима се подпуно ни єданпутъ; но будући да у раздробленію $\frac{2}{7}$ содржи се двапутъ узета $\frac{1}{7}$ часть єдинице, то и слѣдує узети само двѣ седмине даногъ множимогъ числа. Єдна седма часть одъ петъ єдиница бьiће равна $\frac{5}{7}$ єдне єдинице; слѣдователно двѣ седмине тогъ истогъ числа бьiће двапутъ веће число $\frac{5 \times 2}{7}$ или $\frac{10}{7}$. Изъ овогъ рѣшенія можемо составити правило за умножити цѣло число на раздробленіє овако: треба цѣло число раздѣлити на именителя, и частно умножити на числителя.

Примѣри:

$$7 \times \frac{2}{7} = \frac{14}{7} = 2.$$

$$8 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3} = 2\ \frac{2}{3}.$$

$$20 \times \frac{3}{4} = \frac{60}{4} = 15.$$

Примѣчаніє. При умноженію цѣлога числа на раздробленіє, произведеніє свагда мо-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

ра быти манѣ одъ множимогъ, ако є множитель правилно раздробленіе; ербо у такомъ случаю множимо не узима се подпуно пута, већъ само часть нѣгова мора быти узета, и управо така часть, каква се означава дробнимъ множителѣмъ. На примѣръ, за умножити 27 на $\frac{2}{3}$, морамо узети тога числа само $\frac{2}{3}$, а изъ тога явствує, зашто произведеніе мора быти манѣ него множимо. $\frac{1}{3}$ одъ 27 быће 9; слѣдователно $\frac{2}{3}$ даногъ числа равне су 18; и тако дакле $27 \times \frac{2}{3} = 18$. Изъ гореказаногъ слѣдує, да рѣчь умножити свагда не значи увеличавати.

§. 74. Умноженіе раздробленія на раздробленіе.

Садъ слѣдує показати правило умноженія раздробленія на раздробленіе. Некъ є одъ потребе наћи произведеніе изъ $\frac{2}{5}$ на $\frac{3}{4}$.

Ово умноженіе може такођеръ быти двама способама учинѣно:

I. За наћи произведеніе изъ $\frac{2}{5}$ на $\frac{3}{4}$, да умножимо найпре $\frac{2}{5}$ на 3. Произишавше произведеніе $\frac{2 \times 3}{5}$ мора быти веће одъ надлеже-

Универзитетска библиотека Светозар Марковић у Београду

ћегъ 4 пута, ербо є множитель увеличенъ 4 пута; и тако дакле, за наћи надлежеће произведеніє, треба $\frac{2\times3}{5}$ умалити 4 пута; а раздробленіє се умалява, кадъ множимо нѣговогъ именителя: слѣдователно валя именителя 5 раздробленія $\frac{2\times3}{5}$ умножити на 4, и получићемо тражено произведеніє $\frac{2\times3}{5} = \frac{6}{20}$. Изъ овога слѣдує, да за умножити раздробленіє на раздробленіє, надлежи проиведеніє ньіови числителя раздѣлити на произведеніє ньіови именителя.

II. Умножити $\frac{2}{5}$ на $\frac{3}{4}$ значи: узети $\frac{3}{4}$ одъ $\frac{2}{5}$; за наћи $\frac{1}{4}$ одъ $\frac{2}{5}$, треба раздробленіє $\frac{2}{5}$ умалити 4 пута; а за умалити раздробленіє 4 пута, треба именителя 5 умножити на 4 (§. 59), и получићемо раздробленіє $\frac{2}{20}$; а кадъ смо нашли, да четврта часть одъ две петине равна є $\frac{2}{20}$; онда ћемо се лако увѣрити, да три четврти одъ $\frac{2}{5}$ быћеду 3 пута веће одъ $\frac{2}{20}$, т. є. $\frac{6}{20}$.

Ово рѣшеніє има она иста слѣдства, и води насъ къ заключенію пређашнѣмъ: за умножити раздробленіє на раздробленіє, валя произведеніє ньіови числителя раздѣлити на произведеніє ньіови именителя.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

§. 75. Умноженіє цѣли и мешани числа.

При умноженію цѣли и мешани числа могу быти три случая:

I. Умноженіє мешаногъ числа на цѣло.

II. Умноженіє цѣлога числа на мешано.

III. Умноженіє мешаногъ числа на мешано.

1и Случай. Да умножимо мешано число $8\frac{2}{5}$ на цѣло число 6. За умножити $8\frac{2}{5}$ на 6, треба сваку часть нѣгову, т. є. цѣло число 8 и раздробленіє $\frac{2}{5}$ умножити на 6, и онда ћемо получити: $8\frac{2}{5} \times 6 = 48 + \frac{12}{5} = 48 + 2\frac{2}{5} = 50\frac{2}{5}$.

2и Случай. Умножити цѣло число 7 на мешано число $6\frac{2}{3}$.

При овомъ умноженію треба поступати точно тако, као и у првомъ случаю; т. є. надлежи 7 умножити найпре на 6, а после на $\frac{2}{3}$.

$$7 \times 6\frac{2}{3} = 42 + \frac{14}{3} = 42 + 4\frac{2}{3} = 46\frac{2}{3}.$$

3и Случай. Умножити мешано число $4\frac{2}{3}$ на мешано число $2\frac{1}{3}$.

За рѣшити овай задатакъ, надлежи обадва числа привести найпре у неправилна раздробленія, а после поступати као при умноженію раздробленія на раздробленіє (§. 74).

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

ГЛАВА V.

ДѢЛЕНІЄ ПРОСТИ РАЗДРОБЛЕНІЯ.

При раздѣленію раздробленія могу быти такођеръ три случая: I. дѣленіє раздробленія на цѣло число; II. дѣленіє цѣлога числа на раздробленіє; III. дѣленіє раздробленія на раздробленіє.

§. 76. Дѣленіє раздробленія на цѣло число.

Раздѣлити раздробленіє $\frac{12}{25}$ на 6 значи: умалити га у 6 пута; а за умалити раздробленіє 6 пута, треба нѣговогъ именителя умножити на 6, оставляюћи му истогъ числителя (§. 59); и тако дакле тражено частно быће $\frac{12}{25 \times 6} = \frac{12}{150} = \frac{2}{25}$.

Раздробленіє можемо умалити іоштъ и другимъ начиномъ, т. є. кадъ раздѣлимо числителя нѣговогъ на дѣлителя (§. 59); у такомъ случаю тражено частно быће $\frac{12 : 6}{25} = \frac{2}{25}$.

Изъ овога слѣдує, да за раздѣлити раздробленіє на цѣло число, валя I. умножити нѣговогъ именителя на дѣлителя, а числителя не дирати, или II. раздѣлити, ако є могуће, числителя, а именителя не дирати.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

Примѣри: $\frac{3}{7} : 8 = \frac{3}{56}$; $\frac{48}{96} : 8 = \frac{6}{96}$; $\frac{24}{36} : 12 = \frac{2}{36}$.

§. 77. Дѣленіє цѣлога числа на раздробленіє.

Раздѣлити цѣло число 7 на раздробленіє $\frac{2}{5}$.

Дѣленіє, као што є было изяснѣно у §. 30, єсть тако дѣйство, посредствомъ кога може се дознати, колико пута дѣлитель заключава се у дѣлимомъ. И тако дакле за раздѣлити 7 на $\frac{2}{5}$, треба наћи, $\frac{2}{5}$ колико се пута содржава у 7 єдиница. Будући да $\frac{1}{5}$ содржава се у єдиницы 5 пута, а у 7 єдиница 5 × 7 (35) пута; то $\frac{2}{5}$, будући у двоє веће него $\frac{1}{5}$, мораће се заключавати два пута манѣ, т. є. $\frac{5 \times 7}{2} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}$ пута.

Изъ овога примѣра можемо установити слѣдуюће правило: *при дѣленію цѣлога числа на раздробленіє, валя цѣло число умножити на именителя, и произведеніє раздѣлити на числителя.*

Цѣло число на раздробленіє може се раздѣлити іоштъ и слѣдуюћимъ начиномъ: *Дѣлимо число раздѣли на числителя, и*

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

частно число умножи на именителя. Овай начинъ рѣшенія удобанъ є онда, кадъ се дѣлимо дає раздѣлити на числителя безъ остатка.

Примѣръ. Раздѣлити 18 на $\frac{6}{17} = \frac{18 \times 17}{6} = 3 \times 17 = 51$.

§. 78. ДѢЛЕНІЄ РАЗДРОБЛЕНІЯ НА РАЗДРОБЛЕНІЄ.

За раздѣлити макáръ какво раздробленіє $\frac{2}{5}$ на $\frac{3}{8}$, морамо такође дознати, колико пута $\frac{3}{8}$ содржава се у $\frac{2}{5}$. Но будући да дана раздробленія не имаю єднаке именителѣ, тога ради не можемо ій удобно сравнити; зато дакле валя ій привести къ общемъ именителю. Учинивши то, дѣлимо постає $\frac{16}{40}$, а дѣлитель $\frac{15}{40}$; $\frac{1}{40}$ содржи се у $\frac{16}{40}$, 16 пута; зато дакле раздробленіє $\frac{15}{40}$, будући 15 пута веће него $\frac{1}{40}$, мора се содржавати у дѣлимомъ 15 пута манѣ, т. є. $\frac{16}{15}$ или $1\frac{1}{15}$ пута. Дѣйство ово представля се слѣдуюћимъ начиномъ:

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{8}$$

$$\frac{16}{40} : \frac{15}{40} = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}.$$

Друго рѣшеніє. За раздѣлити $\frac{2}{5}$ на $\frac{3}{8}$: да раздѣлимо найпре $\frac{2}{5}$ на 3, и получићемо

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

$\frac{2}{5 \times 3}$ $\left(\frac{2}{15}\right)$; но ово частно манѣ є него настояще, ербо узетый дѣлитель веһій є него настоящи дѣлитель $\frac{3}{8}$; а будуһи да є 3 веһе одъ $\frac{3}{8}$ осамъ пута, то и нађено частно число манѣ є одъ настоящегъ 8 пута; и тако дакле за наһи надлежно частно число, треба $\frac{2}{5 \times 3}$ умножити на 8; слѣдователно тражено частно равно є $\frac{2 \times 8}{5 \times 3} = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$.

Изъ ова два рѣшенія можемо установити слѣдуюһе правило: **при дѣленію раздробленія на раздробленіє, валя произведеніє изъ числителя дѣлимогъ раздробленія и именителя дѣлеһегъ раздробленія, раздѣлити на произведеніє изъ именителя дѣлимогъ и числителя дѣлеһегъ.**

Примѣри:

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{7} = \frac{2 \times 7}{3 \times 3} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}.$$

$$\frac{7}{12} : \frac{4}{12} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$$

§. 79. Дѣленіє цѣли и мешани чисала.

За раздѣлити мешано число на цѣло, или цѣло на мешано, надлежи мешана числа обратити у неправилна раздробленія, и после поступати по предидуһимъ параграфамъ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

Примѣри:

I. $3\frac{1}{3} : 7 = \frac{10}{3} : 7 = \frac{10}{21}$.

II. $4\frac{1}{2} : 9 = \frac{9}{2} : 9 = \frac{1}{2}$.

III. $7 : 1\frac{1}{5} = 7 : \frac{6}{5} = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$.

IV. $9 : 1\frac{1}{2} = 9 : \frac{3}{2} = 3 \times 2 = 6$.

V. $7\frac{1}{2} : 1\frac{1}{7} = \frac{15}{2} : \frac{8}{7} = \frac{105}{16} = 6\frac{9}{16}$.

VI. $4\frac{1}{2} : 1\frac{1}{8} = \frac{9}{2} : \frac{9}{8} = \frac{8}{2} = 4$.

О ДЕСЕТИЧНИМА РАЗДРОБЛЕНІЯМА.

ГЛАВА VI.

ПРЕДВАРИТЕЛНА ОБЯСНЕНІЯ.

§. 80. Опредѣленіе десетични раздробленія.

Находи се іоштъ и други особити родъ раздробленія, коя имаю за именителя число 10, 100, 1000 и т. д. и така раздробленія зову се десетична. Слѣдуюћа раздробленія: $\frac{8}{10}$, $\frac{12}{100}$, $\frac{275}{1000}$ есу десетична.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

Очевидно є, да и ньи можемо сложити, одузети, умножити и дѣлити тако исто, као и проста раздробленія, єрбо правила за ова четири дѣйства єсу обща; но за десетична раздробленія измышлѣна су нека особита (частна) правила, служећа къ сокращенію и облакшанію свію дѣйства. Ова сокращенія и облакшанія основана су на врло удобномъ начину изображенія десетични раздробленія, и изъ тогъ узрока валя найпре познати начинъ изображенія, т. є. счисленіє или нумерацію десетични раздробленія.

§. 81. Нумерація десетични раздробленія.

I. Кадъ смо говорили о брояню или нумерацін цѣли чисала, рекли смо, да свака цифра, идући одъ десне руке къ левой, има значеніє десетъ пута веће. На примѣръ, у числу 111 прва цифра съ леве стране означава 1 стотину, втора десетину, трећа 1 единицу.

Да метнемо после горе упоменутогъ числа 111 неки знакъ, на примѣръ запятую, и да напишемо іоштъ неколико цифрій:

111,111.

По примлѣномъ условію, значеніє прве цифре после запяте мора быти у 10

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

пута манѣ одъ єдинице; слѣдователно ова цифра означава десете делове или части єдинице. Втора цифра после запяте, имаюћа іоштъ десетъ пута манѣ значеніє, мора означавати десету часть десете части, или стотиниту часть єдинице, и т. д.

И тако дакле горенаименоване цифре: 111,111 означаваю 1 стотину, 1 десетину, 1 єдиницу, и 1 десету, 1 стотиниту, 1 тисячну часть єдинице, коє се изговара овако: сто єданайстъ єдиница, и 111 тисячни одъ єдинице ($111 \frac{111}{1000}$).

Да узмемо іоштъ єданъ примѣръ: 2, 1045.

Цифра 2 означава 2 єдинице, цифра 1 єдну десету; 0 показує, да не има стотините части; цифра 4 четири тисячне; цифра 5 петъ десетотисячне части єдинице; и тако дакле горeизображено число изговара се: двѣ єдинице и 1045 десетотисячне ($2 \frac{1045}{10,000}$).

Изъ овій примѣра явствує:

I. Десетична раздробленія могу быти изображена безъ именителя, кой се подразумѣва.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

II. Величина частій десетичногъ раздробленія види се изъ числа цифрій. Ако десетично раздробленіє има єдну цифру, то єдиница дѣли се на 10 частій; ако има двѣ, на 100; ако има три, на 1000 и т. д.

III. Цифре на десно одъ запяте, коя одѣлява цѣло число одъ раздробленія, составляю числителя десетичногъ раздробленія, а подразумевани именитель состои изъ 1, и онолико нула, колико се цифрій находи у числителю.

То су правила за изговаранѣ дани десетични раздробленія, коя се изображаваю безъ именителя. Правила изображенія десетични раздробленія безъ именителя, основана су на та иста начала.

II. Некъ є одъ потребе изобразити цѣло число съ раздробленіємъ, на прим. $3\frac{23}{100}$ безъ именителя. Будући да дано число состои изъ 3 єдинице, то надлежи найпре написати цифру 3, и до нѣ поставити запятую. Раздробленіє $\frac{23}{100}$ состои изъ $\frac{20}{100} + \frac{3}{100} = \frac{2}{10} + \frac{3}{100}$. Изъ овога слѣдує, да после запяте надлежи

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

на првомъ месту написати цифру 2, а на второмъ 3; слѣдователно дано число треба представити овако: 3, 23.

Примѣръ 2. Изобразити $\frac{83}{1000}$ безъ именителя.

Будући да у даномъ числу не има єдиница, то треба написати нулу, и поредъ нѣ ставити запятую. Раздробленіє $\frac{83}{1000} = \frac{80}{1000} + \frac{3}{1000} = \frac{8}{100} + \frac{3}{1000}$. Будући да у даномъ раздробленію десетиве не има, то валя опетъ 0 поставити на првомъ месту поредъ запяте, после цифру 8 на место стотините, и 3 на место тисячне. И тако дакле $\frac{83}{1000} = 0{,}083$.

Примѣръ 3. Написати $\frac{3}{1000}$ безъ именителя.

Дано раздробленіє не заключава у себи ни єдиница, ни десети, ни стотинити, слѣдователно $\frac{3}{1000} = 0{,}003$.

Изъ овій примѣра явствуе:

I. У десетичномъ раздробленію мора быти толико знакова, колико се нула заключава у именителю данoгъ раздробленія.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

II. За написати дано десетично раздробленіє безъ именителя, надлежи само после запяте написати числителя, ако се числитель изображава са толикима знацима, колико се нула находи у именителю.

III. Ако ли се пакъ за изображеніє числителя изискуе манѣ знакова, него колико се находи нула у именителю, то треба после запяте поставити толико нула, да оне заедно съ числомъ знакова числителя составе число, равно нуламa, коє се у именителю находе.

Изъ предидуѣегъ слѣдуе, да чрезъ додатакъ єдне или неколико нула съ десне стране къ десетичнимъ раздробленіямъ, измѣнява се само видъ нѣговъ, а величина остаѥ она иста; ербо у колико се пута увеличава числитель, у толико се пута увеличава и подразумевани именитель; на прим. $3,207 = 3,2070 = 3,20700$, ербо $3,\frac{20700}{100000}$ (кадъ сократимо на 10) $= 3,\frac{2070}{10000}$ (а кадъ сократимо на 100) $= 3,\frac{207}{1000}$.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

§. 82. О ИЗМЕНЯВАНЮ ВЕЛИЧИНЕ ДЕСЕТИЧНИ РАЗДРОБЛЕНІЯ.

Будући да значеніє десетични цифрій зависи одъ места, коє заньимаваю, то съ премѣномъ места запяте, промѣнява се и величина цѣлогъ числа: на примѣръ, ако у числу 4, 27 премѣстимо запятую и напишемо є после цифре 2, онда умѣсто 4, 27, получићемо число 42, 7, коє садъ већъ има друго значеніє.

I. Ако у десетичномъ раздробленію, или цѣломъ числу съ десетичнимъ раздробленіємъ, на прим. у 0, 41 преместимо запятую чрезъ єданъ знакъ на десно, онда значеніє сваке цифре увеличава се у 10 пута. У даномъ раздробленію цифра 4 означава десете части, а у добієномъ числу после премѣштаня (4, 1) цифра 4 означава єдинице; слѣдователно има значеніє у 10 пута веће. То исто можемо рећи и о другой цифри; а изъ тога слѣдує, да се и цѣло раздробленіє у 10 пута увеличало.

Ако у десетичномъ раздробленію, или цѣломъ числу съ раздробленіємъ, на прим. у 42, 7256 запятую премѣстимо чрезъ 2 знака, онда число увеличава се у 100 пута зато, ербо

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

се значеніє сваке цифре увеличило у 100 пута; и тако дакле 4272,56 = 42,7256 × 100.

Ако се запятая премѣсти чрезъ 3 знака, на десно, онда се число увеличава у 1000 пута и т. д.

И тако дакле, за увеличити десетично раздробленіє, или цѣло число съ десетичнимъ раздробленіємъ у 10, 100, 1000 пута, и т. д. треба премѣстити запятую на десно чрезъ 1,2,3 знака и т. д., то єстъ, чрезъ толико знака, колико се у множителю находи нула после 1.

Примѣчаніє. Некъ буде 0,8 дано десетично раздробленіє. Ако избацимо запятую, оће да произиђе така иста премѣна, као онда, кадъ смо ю премѣштали чрезъ єданъ знакъ на десно; т. є. 0,8 увеличили смо у 10 пута, избацивши запятую, и получили смо 8 єдиница.

Подобнимъ начиномъ и у десетичномъ раздробленію 0, 72 ако избацимо запятую, увеличићемо га у 100 пута, и добићемо онда 72 єдинице.

II. До садъ смо говорили о премѣштаню запяте на десно; садъ да видимо каква ће пре-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

мѣна произићи, кадъ запятую будемо премѣштали на лево. Некъ буде 0,217 дано десетично раздробленіє. Ако премѣстимо запятую чрезъ єдну цифру на лево, т. є. предъ 0; то значеніє сваке цифре умалиће се у 10 пута; а изъ тогъ узрока и само раздробленіє умалиће се у 10 пута.

И тако дакле, за умалити дано раздробленіє у 10 пута, треба премѣстяти запятую чрезъ 1 знакъ на лево, и написати предъ запятомъ 0, за показати, да цѣле не содржава раздробленіє; слѣдователно, раздробленіє у 10 пута манѣ него дано быће: 0,0217.

Ако ли пакъ у десетичномъ раздробленію премѣстимо запятую чрезъ 2 знака, то ће се оно умалити у 100 пута, будући да се и значеніє сваке цифре умалило у 100 пута.

И тако дакле, за умалити десетично раздробленіє у 100 пута, треба премѣстити запятую на лево чрезъ 2 знака. Ако у даномъ раздробленію не буде толико знакова, онда валя набавити нулама, и осимъ тога додати іоштъ 0 за означити, да єдиница не има: на прим. ако умалимо 0,025 у 100 пута, получићемо 0,00025.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

И цѣла числа кадъ се налазе при десетичномъ раздробленію, премѣштанѣ запяте чрезъ 2 знака има то исто свойство, т. є. умалява раздробленіє у 100 пута.

Изъ свега реченога дакле слѣдує, да за умалити десетично раздробленіє, или цѣло число съ десетичнимъ раздробленіємъ у 10, 100, 1000 пута и т. д., валя само премѣстити запятую на лево чрезъ 1, 2, 3 ит. д. знакова, т. є. чрезъ толико знакова, колико се нула у дѣлителю налази.

За умалити цѣло число у 10, 100, 1000 пута и т. д. надлежи само, осниваюћи се на пре речена правила, ставити запятую после $1^{\text{огъ}}$ $2^{\text{огъ}}$, $3^{\text{егъ}}$ знака и т. д. єрбо у такомъ случаю значеніє сваке цифре, дакле и числа умалиће се у 10, 100, 1000 пута и т. д.

Примѣри:

14249 : 10 = 1424, 9
14249 : 100 = 142, 49
14249 : 1000 = 14, 249.

Универзитетска библиотека «Светозар Марковић» у Београду

ГЛАВА VII.

ЧЕТИРИ ДѢЙСТВА ДЕСЕТИЧНИ РАЗДРОБЛЕНІЯ.

§. 83. Сложеніє десетични раздробленія.

За сложити неколико десетични раздробленія, коя имаю при себи и цѣла числа, треба поступати као при сложенію цѣли чисала, т. є. надлежи подписати єдинице подъ єдиницама, десетице подъ десетицама, стотине подъ стотинама и т. д. Некъ є одъ потребе сложити: 4, 37 + 0, 2 + 5, 81.

Подписавши числа, као што є речено:

$$\begin{array}{r} 4,\ 37 \\ 0,\ 2 \\ 5,\ 81 \\ \hline 10,\ 38 \end{array}$$

добили смо 10 цѣли єдиница и 38 стотинити.

Примѣръ 2. Сложити 42, 012 + 3, 07 + 807 + 0, 1295 + 15, 005.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

42, 012
3, 07
807,
0, 1295
15, 005
―――――
867, 2165

Изъ овій примѣра явствує, да при сложенію десетични раздробленія треба наблюдавати она иста правила, коя се наблюдаваю при сложенію прости чисала.

§. 84. Отятіє десетични раздробленія.

При одузиманю десетичногъ раздробленія одъ такогъ истогъ, или цѣлогъ числа съ десетичнимъ раздробленіємъ одъ такогъ истогъ числа, надлежи поступити као у предидућемъ параграфу, т. є. подписати єдинице умаляюћегъ числа подъ єдиницама умаляємогъ, десетице подъ десетицама и т. д. Некъ є одъ потребе одузети 7, 28 одъ 9, 45.

Подписавши умалителя подъ умаляємимъ числомъ надлежащимъ начиномъ:

9, 45
7, 28
―――――
2, 17

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
ОЗАР МАРКОВИЋ У БЕО

имамо у остатку 2 цѣле єдинице и 17 стотинити.

Ако бы се догодило, да умаляємо число има манѣ десетични знакова, него умалитель; у такомъ случаю можемо подпунити недостатакъ десетични знакова умаляємогъ числа нулама, и онда поступати као што є речено у предидућемъ параграфу.

Примѣръ 1. Изъ 17, 23 одузети 14, 3897.

17, 2300
14, 3897
2, 8403

Примѣръ 2. Изъ 123 одузети 49, 8275.

123, 0000
49, 8275
73, 1725

Изъ овій примѣра явствує, да *отятіє десетични раздробленія производи се по истимъ правиламъ, као и отятіє цѣли чисала.*

§. 85. Умноженіє десетични раздробленія.

При умноженію могу быти два случая:

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

I. Ако само множимо число, или само множитель има десетична раздробленія; и II. ако и множимо число и множитель имаю десетична раздробленія.

I$^{\text{и}}$ Случай. **Умножити 0, 015 на 17.**

Да избацимо запятую изъ множимогъ, или 15 некъ буде цѣло число, и да га умножимо на 17.

$$\begin{array}{r} 15 \\ 17 \\ \hline 105 \\ 15 \\ \hline 255 \end{array}$$

Но число 15 цѣли веће є 1000 пута одъ 0,015, дакле и произведеніє 255 веће є 1000 пута него настояще; и тако дакле за получити настояще, валя нађено произведеніє 255 умалити у 1000 пута (§. 82), кадъ одвоимо запятомъ 3 десетична знака (управо толико, колико се у множителю пула находи); слѣдователно тражено произведеніє быће 0,255. Ово дѣйство представля се овако:

$$\begin{array}{r} 0{,}015 \\ 17 \\ \hline 105 \\ 15 \\ \hline 0{,}255 \end{array}$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

Примѣръ 2. Умножити 215 на 0,09.

215
0,09
―――
19,35

Примѣръ 3. Умножити 0,00012 на 15.

0,00012
15
―――
60
12
―――
0,00180 = 0,0018.

Изъ свію овій примѣра дає се установити слѣдуюће правило: за умножити два числа, изъ коій єдно содржава у себи десетично раздробленіє, треба поступати съ ньима као са цѣлима числама; после тога одѣлити запятомъ съ десне стране у произведенію толико десетични знакова, колико се такови налази у множимомъ числу, илити у множителю.

2^{и} **Случай.** Умножити 0,025 на 0,17.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

Узимаюћи обадва ова числа за цѣла, и множивши ій, добићемо:

$$\begin{array}{r} 25 \\ 17 \\ \hline 175 \\ 25 \\ \hline 425 \end{array}$$

Ово произведеніе было бы веће него настояще само 1000 пута, кадъ бы само множимо было узето за цѣло число; но будући да є и множитель већи 100 пута него дани, ербо смо и нѣга узели за цѣло число; зато дакле нађено произведеніе мора быти іоштъ 100 пута веће, дакле 100000 пута веће него настояще. Тражено настояще произведеніе получићемо, кадъ нађено умалимо у 100,000 пута; а умалити у 100,000 пута можемо произведеніе, кадъ поставимо запятую чрезъ 5 знакова, одъ десне руке броећи, ербо толико се десетични знакова налази у множимомъ числу и множителю. Но нађено произведеніе изражено є само са трима цифрама, и за моћи поставити запятую чрезъ 5 цифрій, валя додати 2 нуле; после запяте треба написати іоштъ 0, коя по-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

казуе, да у раздробленію не има цѣли чисала. И тако дакле тражено произведеніе быће 0,00425

Примѣръ 2. Умножити 7,25 на 0,22.

$$\begin{array}{r} 7,25 \\ \underline{0,22} \\ 1450 \\ \underline{1450} \\ 1,5950 = 1,595. \end{array}$$

Примѣръ 3. Умножити 0,0024 на 0,016.

$$\begin{array}{r} 0,0024 \\ \underline{0,016} \\ 144 \\ \underline{24} \\ 0,0000384. \end{array}$$

Изъ овій примѣра можемо заключити, да за умножити два числа, у коима се находе десетична раздробленія, узети валя речена числа за цѣла, после тога множити ій као цѣла числа, и напоследакъ у добіеномъ произведенію одъ десне руке къ левой одѣлити толико знакова за десетично раздробле-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ніє, колико се десетични знакова находи у обадва множителя.

§. 86. Дѣленіє десетични раздробленія.

Десетична раздробленія могу се тако исто дѣлити, као и цѣла числа. Некъ є одъ потребе раздѣлити 0,375 на 0,0025. За раздѣлити 0,375 на 0,0025, т. є. за наћи колико се пута 0,0025 содржава у 0,375, надлежи ова раздробленія привести къ єднакомъ именителю. Додаймо къ дѣлимомъ числу 0, и обадва раздробленія имаћеду єднаке именителѣ.

И тако,

0,375 : 0,0025

равно є 0,3750 : 0,0025.

У последня числа кадъ избацимо съ леве стране нуле, или, што є све єдно, ако речена числа узмемо за цѣла числа, увеличићемо дѣлимо и дѣлителя у 10,000 пута; слѣдователно чрезъ тако измѣняванѣ частно не премѣнявасе. И тако дакле дѣленіє дани десетични раздробленія производи се као дѣленіє цѣли чисала.

25 | 3750 | 150
25
———
125
125
———

слѣдователно тражено частно число єсть 150.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

Понекадъ дѣлитель быва веħи него дѣлимо число, и у такомъ случаю частно не содржава у себи цѣли чисала.

Некъ буде одъ потребе раздѣлити 0,017 на 42. Кадъ приведемо числа къ єднакомъ именителю и кадъ избацимо запяте, дано дѣленіє быħе слѣдуюħе:

$$17 : 42000 = \frac{17}{42000}.$$

И тако дакле за раздѣлити десетично раздробленіє на десетично, или цѣло число съ десетичнимъ раздробленіємъ на тако исто, и проч. треба: I. Привести дѣлимо и дѣлителя къ єднакомъ именителю, додаюħи къ десетичномъ раздробленію, коє има манѣ знакова, толико нула, колико є одъ потребе, за поравнити число десетични знакова у дѣлимомъ и дѣлителю.

II. Избацивши запяте, треба поступати исто тако, као при дѣленію цѣли чисала.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА * СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ГЛАВА VIII.

ОБРАЋАНЂ ПРОСТИ РАЗДРОБЛЕНІЯ У ДЕСЕТИЧНА И ОБРАТНО.

§. 87. Обраћанђ прости раздробленія у десетична.

Изъ предидући параграфа явствує, да начинъ изображавати десетична раздробленія и способъ съ ньима рачунати врло су удобни, и изъ тогъ узрока често валя просто раздробленіє обратити у десетично; зато слѣдує показати начинъ, како се проста раздробленія могу обратити у десетична.

Некъ є одъ потребе просто раздробленіє $\frac{3}{4}$ обратити у десетично, т. є. наћи, колико се у нѣму содржава десетичне, стотине, тисячне части єдинице. Изъ §. 54 знамо, да раздробленіє $\frac{3}{4}$ можемо сматрати као частно, произишавше одъ дѣленія 3 на 4. Будући да є 3 манѣ него 4, то у частномъ не може изићи цѣло число. За наћи, колико се у частномъ содржава десетични, производимо числителя 3 у десетичне части, коій ћемо имати 30; но будући да є дано раздробленіє $\frac{3}{4}$ 4 пута манѣ него 3, то надлежи само 30 (десети) раздѣлити на 4, и наћићемо, колико се десетичны содржава у частномъ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

$$\begin{array}{l} 4)\,30\,(7 \\ \;\;\;\underline{28} \\ \;\;\;\;\;2 \end{array}$$

И тако дакле у частномъ имамо 7 десети и іоштъ 2 у остатку. Ако ли є одъ потребе опредѣлити частно іоштъ точніє, т. є. и стотиниту часть да знамо, онда ћемо остатакъ 2 десете привести у стотините части, коє ћемо имати 20, и ово ћемо раздѣлити на 4. Раздѣливши 20 на 4, получићемо у частномъ 5. Видимо дакле, да осимъ 7 десети, имамо іоштъ и 5 стотинити; слѣдователно раздробленіє $\frac{3}{4}=0,75$.

Соєдинивши сва учинѣна дѣленія, дѣйство ово можемо представити у слѣдуюћемъ виду:

$$\begin{array}{l} 4)\,30\,(0,75 \\ \;\;\;\underline{28} \\ \;\;\;\;20 \\ \;\;\;\;\underline{20} \end{array}$$

Примѣръ 2. Да обратимо $\frac{3}{109}$ у десетично раздробленіє.

$$\begin{array}{l} 109)\,3,00\,(0,027 \\ \;\;\;\;\;\;\;\underline{2\,18} \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;820 \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;\underline{763} \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;57 \end{array}$$

Дано раздробленіє будући да є правилно, то у частномъ не може быти єдиница; а и де-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА * СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ * У БЕОГРАДУ

сетични не содржава се у нѣму; єрбо ако 30 десетични раздѣлимо на 109, то нећемо получити ни єдне десете, зато дакле валя метнути 0 на мѣсто єдиница и десетични. Да приведемо дакле у стотините части, и имаћемо 300 стотинични, коє кадъ раздѣлимо на 109, добићемо у частномъ 2 стотините, и т. д.

Изъ овій примѣра дає се установити слѣдуюће правило: I. За обратити просто раздробленіє у десетично, надлежи числителя умножити на 10, и добієно произведеніє раздѣлити на именителя, написати найпре 0 на мѣсто єдиница, ако є дано раздробленіє правилно.

II. Ако є числитель, кой є већъ умноженъ быо на 10, мањи него именитель, то валя метнути 0 и на мѣсто десети, и добієно произведеніє увеличиће се у 10 пута; ако є опетъ числитель мањи него именитель, то и на мѣсто стотинити валя метнути 0, и тако умножавати треба донде, докъ числитель не постане већи одъ именителя, после тога можемо дѣлити по правилама дѣленія цѣли чисала.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

У последнѣмъ примѣру у остатку было є 57. Овай остатакъ можемо опетъ умножити на 10, и после раздѣлити на 109, одъ чега десетично раздробленіє добія іоштъ єданъ знакъ. Лако се може видити, да раздробленіє $\frac{3}{109}$ не може имати точногъ частногъ числа, т. є. не може се никако раздѣлити безъ остатка: и тако дакле десетична раздробленія бываю конечна и безконечна.

Изъ овога слѣдує, да свагда не можемо получити десетично раздробленіє, коє бы было равно даномъ простомъ раздробленію; но оно приближиће се тимъ више къ даномъ, колико више буде имало десетични знакова.

§. 88. ОБРАЋАНѢ ДЕСЕТИЧНИ РАЗДРОБЛЕНІЯ У ПРОСТА.

За привести или обратити десетично раздробленіє у просто, надлежи само подписати подразумеваюћегсе именителя, и после сократити на общегъ дѣлителя.

Примѣри:

$$0,16 = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}.$$

$$0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{25}{200} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}.$$

$$0,0147 = \frac{147}{1000}.$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

ГЛАВА IX.

ПЕРІОДИЧЕСКА ДЕСЕТИЧНА РАЗДРОБЛЕНІЯ.

§. 89. Произхожденіє періодически десетични раздробленія.

Кадъ смо обраћали проста раздробленія, видили смо, да свако не можемо обратити у конечно десетично раздробленіє. Ако будемо обраћали на прим. $\frac{1}{7}$ у десетично, получићемо

$$
\begin{array}{l}
7)\,1{,}0\,(\,0{,}14285714 \\
\phantom{7)\,1{,}}7 \\
\hline
\phantom{7)\,1{,}}30 \\
\phantom{7)\,1{,}}28 \\
\hline
\phantom{7)\,1{,}0}20 \\
\phantom{7)\,1{,}0}14 \\
\hline
\phantom{7)\,1{,}0(}60 \\
\phantom{7)\,1{,}0(}56 \\
\hline
\phantom{7)\,1{,}0(\,}40 \\
\phantom{7)\,1{,}0(\,}35 \\
\hline
\phantom{7)\,1{,}0(\,0}50 \\
\phantom{7)\,1{,}0(\,0}49 \\
\hline
\phantom{7)\,1{,}0(\,0{,}}10 \\
\phantom{7)\,1{,}0(\,0{,}1}7 \\
\hline
\phantom{7)\,1{,}0(\,0{,}1}3 \text{ и проч.}
\end{array}
$$

и тако дакле $\frac{1}{7} = 0{,}14285714\,\ldots.$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

У даномъ раздробленію седми остатакъ є 3, као и први, и кадъ бы хотѣли іоштъ продужити дѣленіє, то и слѣдуюћи остатци были бы таки исти, као они кои су слѣдовали после 3; и у частномъ числу седма цифра є такоћеръ као прва, а осма као втора, дакле и у частномъ почеле су се цифре повторавати истимъ поредкомъ; а изъ тога можемо заключити, да се речено раздробленіє не може никако обратити у конечно десетично раздробленіє.

Редъ цифрій, повтораваюћи се у єднакомъ поредку, зове се *періодъ*; а тако десетично раздробленіє назива се *періодическо*.

У гореприведеномъ примѣру періодическо раздробленіє починѣ се одъ прве цифре, но то не бива свагда, на примѣръ:

$$\frac{1}{6} = 0,16666 \ldots .$$
$$\frac{1}{44} = 0,02272727 \ldots$$

У првомъ примѣру періодъ се починѣ одъ втoрога знака, а у второмъ одъ трећега.

Обраћанѣ прости раздробленія, имаюћи за именителя цифру 9, написану єданпутъ или неколико пута, у десетична, заслужує особито

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

вниманіє. Обративши раздробленія $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$ и проч. у десетична, получићемо:

$$\frac{1}{9} = 0,1111\ldots$$
$$\frac{1}{99} = 0,010101\ldots$$
$$\frac{1}{999} = 0,001001001\ldots$$

Изъ овій примѣра явствує, да проста раздробленія, имаюћа за числителя єдиницу, а за именителя знакъ 9, написани єданпутъ или неколико пута, обраћаю се у періодическа раздробленія, и ньіови періоди состоє изъ толико знакова, изъ колико цифрій состои именитель даногъ раздробленія, и у свакомъ періоду први знаци єсу 0, а последньи 1, осимъ раздробленія $\frac{1}{9}$, єрбо у нѣговъ составъ 0 не улази.

§. 90. Обраћанѣ періодически десетични раздробленія у проста.

Садъ валя показати обратно дѣйство, т. є. способъ опредѣлити проста раздробленія, одъ коій происходе дана періодическа десетична раздробленія. Узећемо найпре тако раздробле-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

ніє, у коме се періодъ починѣ одъ првога знака, на прим. 0,5555 . . . .

Ово раздробленіє можемо расположити на два множителя, изъ коій єданъ раванъ є числу составляюћемъ періодъ, т. є. 5. За наћи други, надлежи 0,5555 . . . . раздѣлити на 5, и наћићемо да онъ мора быти $= 0{,}1111$; и тако дакле $0{,}5555 \ldots = 5 \times 0{,}1111$; но раздробленіє 0,1111 . . . . происходи одъ $\frac{1}{9}$ (§. 89); слѣдователно 0,5555 . . . . происходи одъ $\frac{1}{9}$, узето 5 пута, или одъ $\frac{5}{9}$.

Такимъ точно начиномъ може се доказати, да

$$0{,}353535 \ldots = 35 \times 0{,}010101 \ldots = 35 \times \frac{1}{99} = \frac{35}{99}.$$

$$0{,}479479479 \ldots = 479 \times 0{,}001001001 \ldots = 479 \times \frac{1}{999} = \frac{479}{999}.$$

$$0{,}001{,}400140014 \ldots = 14 \times 0{,}000100010001 \ldots = 14 \times \frac{1}{9999} = \frac{14}{9999}.$$

Изъ овій примѣра явствує, да свако десетично раздробленіє, кога періоди починю се одъ првога знака, происходи одъ такогъ простогъ раздробленія, кога числитель раванъ є числу составляюћему періодъ, а именитель со-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

ставлѣнъ є изъ цифре 9, написане єдна поредъ друге толико пута, колико се у періоду налази знакова (броєћи и нуле).

Дакле: $0{,}013013013 \ldots\ldots = \frac{13}{999}$.

$0{,}01450145 \ldots\ldots = \frac{145}{9999}$ и проч.

У предидућима примѣрима періодическо раздробленіє починяло се одъ првога знака; да извидимо садъ онаки случай, кадъ се періодъ не починѣ одъ прве цифре. Некъ буде дано раздробленіє 0,42222 . . . .

Запятую валя премѣстити чрезъ єданъ знакъ на десно, за получити періодическо раздробленіє, подобно онима, коя су пре была изслѣдована, и онда умѣсто даногъ раздробленія имаћемо: 4,2222 . . . .; но $4{,}2222 \ldots\ldots = 4 + 0{,}2222 \ldots\ldots = 4 + \frac{2}{9} = 4\,\frac{2}{9}$.

Чрезъ премѣштанѣ запяте на десно чрезъ єданъ знакъ, раздробленіє увеличава се у 10 пута (§. 85); слѣдователно $4\frac{2}{9}$ веће є 10 пута него дано періодическо раздробленіє; и тако дакле за наћи просто раздробленіє, одъ коєга происходи дано періодическо десетично раздробленіє, надлежи $4\,\frac{2}{9}$ раздѣлити на 10.

$$4\,\frac{2}{9} : 10 = \frac{38}{9} : 10 = \frac{38}{90} = \frac{19}{45}.$$

слѣдователно $0{,}42222 \ldots\ldots = \frac{19}{45}$.

Универзитетска библиотека „Светозар Марковић“ у Београду

И тако дакле за обратити у просто раздробленіє періодическо десетично раздробленіє, кога періоди не починю се одъ прве цифре, надлежи:

I. Поставити запятую предъ томъ цифромъ, одъ коє се періодъ починѣ.

II. Добієно періодическо раздробленіє обратити у просто.

III. Додати га къ цѣломе числу (ако се има).

IV. Умалити сумму у толико пута, у колико пута дано число было є увеличено, кадъ смо запятую премѣштали.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ОТДѢЛЕНІЄ IV.

О

ОТНОШЕНІЯМА И ПРОПОРЦІЯМА.

ГЛАВА I.

О ОТНОШЕНІЯМА.

§. 91. О отношеніяма вообще.

За имати точно и ясно понятіє о величини макаръ каквогъ предмета, морамо исти предметъ сравньивати съ другима, нѣму єднороднима; то исто може се рећи и о числама. Сравньиванѣ чисала бывa двоструко: $1^{во}$ можемо сравньивати числа зато, да знамо коликима єдиницама єдно число є веће или манѣ одъ другога; $2^{о}$ да знамо, колико є пута єдно число веће или манѣ одъ другога. На прим. 12 є веће него 4 осамъ єдиницама,

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

или три пута веће; напротивъ, 4 є манѣ него 12 осамъ єдиницама, илити такођеръ три пута манѣ.

Слѣдство такогъ сравненія чисала назива се отношеніє, коє быва двоякога рода, по причини двоякогъ сравненія.

Изъ § 14, у коме є было показано свойство отятія прости чисала, видили смо, да за опредѣлити, чимъ є єдно число веће или манѣ него друго, треба наћи разность између дани чисала; и зато отношеніє чисала, коє происходи одъ такогъ сравненія, назива се разностно или ариѳметическо.

Такођеръ изъ § 30, гди є свойство дѣленія показано было, явствує, да за опредѣлити, колико є пута (кратъ) єдно число веће или манѣ него друго, треба раздѣлити веће число на манѣ; а отношеніє чисала, коє происходи одъ сравненія такогъ рода, назива се кратно или геометрическо.

Изъ вишереченогъ слѣдує, да отношенія чисала бываю двоякогъ рода: ариѳметическо и геометрическо. Ариѳметическо отношеніє показує, коликима є-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

диницама єдно число є веће него друго; а геометрическо отношеніє показує, колико є пута єдно число веће или манѣ него друго.

О АРИѲМЕТИЧЕСКОМЪ ОТНОШЕНІЮ.

§. 92. О свойствама ариѳметическогъ отношенія.

Будући да се ариѳметическо отношеніє међу двама числама опредѣлява ньіовомъ разносћу, коя се наћи може посредствомъ отятія, то за означити ариѳметическо отношеніє, употреблява се знакъ отятія, кой се стави међу данима числама. И тако дакле 12 — 7 єсть израженіє ариѳметическогъ отношенія међу 12 и 7.

Числа 12 и 7, међу коима се опредѣлява отношеніє, називаю се члени отношенія. Прво число 12 зове се предидући членъ, а второ 7 послѣдуюћи членъ.

При измѣняваню єдногъ изъ членова, мора се измѣнити и отношеніє међу њима. Некъ буде дано ариѳметическо отношеніє : 15 — 9 Ако къ првоме члену додамо произ-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

вольно число 2, то и разность увеличиће се у тако исто число; зато дакле и отношеніє измѣниће се међу числама. Такођеръ ако къ манѣму числу 6 додамо произвольно число 5, то и разность умалиће се у то исто число; а потоме и отношеніє међу числама измѣниће се.

Ако ли пакъ къ обадвама числама додамо єднако произвольно число, на прим. 5, то разность остаће она иста; слѣдователно отношеніє међу добієнима числама 20 и 11 быће оно исто, као и међу данима числама 15 и 6.

Изъ овога можемо и то заключити, да ариѳметическо отношеніє међу данима числама не измѣнява се и онда, кадъ изъ обадва члена одузмемо єдно макаръ какво число.

Некъ буде дано ариѳметическо отношеніє: 22 — 10, у коме разность є равна 12; одузевши изъ обадва члена произвольно число $7\frac{1}{2}$, добићемо ново ариѳметичечко отношеніє: $14\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$, у коме разность такођеръ є равна 12.

§. 93. РАЗДѢЛЕНІЄ АРИѲМЕТИЧЕСКОГЪ ОТНОШЕНІЯ НА ПРАВИЧНО И ОБРАТНО.

Изъ предидућегъ параграфа види се, да ариѳметически отношенія може быти безчи-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

слено мложество, у коима разность быће равна.

Примѣри: $$\left.\begin{array}{rcl} 11\frac{1}{2} & - & 8 \\ 9\frac{3}{4} & - & 6\frac{1}{4} \\ 7 & - & 3\frac{1}{2} \end{array}\right\} \text{разность є у свакомъ } 3\frac{1}{2}.$$

У свима овима ариѳметическима отношеніяма разности су равне, и такова отношенія називаю се равна. При томе валя примѣтити, да су числа расположена еднакимъ начиномъ, т. є. у свима отношеніяма предидући членови већи су него послѣдуюћи, и у такомъ случаю ариѳметическа отношенія називаю се правична. Но ако у два ариѳметическа отношенія разности ньіове и єсу равне, али членови ньіови ни су расположени еднакимъ начиномъ, на примѣръ:

20 — 14, разность међу членовима равна є 6,

3 — 9 разность є такођеръ 6;

у такомъ случаю отношенія називаю се обратна. И тако дакле правична ариѳметическа отношенія називаю се она, коя имаю равне разности, и членови кадъ су еднако расположени. Обратна ариѳметическа отношенія єсу она,

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

коя имаю такођеръ равне разности, но членови ньіови расположени су различнимъ начиномъ, т. є. ако є у 1мъ отношенію предидући членъ већи послѣдуюћега, то у 2мъ предидући мора быти маньи послѣдуюћегъ такимъ истимъ числомъ, и обратно: ако є у 1мъ отношенію предидући членъ маньи него послѣдуюћи, то у 2мъ предидући мора быти већи него послѣдуюћи такимъ истимъ числомъ.

О КРАТНОМЪ ИЛИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОМЪ ОТНОШЕНІЮ.

§. 94. О именителю отношенія.

Будући да геометрическо отношеніє међу двама числама опредѣлява се частнимъ числомъ, коє происходи посредствомъ дѣленія, то за означити геометрическо отношеніє, узима се знакъ дѣленія, кои се стави међу данима числама. И тако дакле израженіє, 16: 8 єсть израженіє геометрическогъ отношенія међу 16 и 8. Числа, коя составляю отношеніє, називаю се членови нѣгови; прво число назива се такођеръ **предидући** членъ, а второ **послѣдуюћи**.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

За определити именителя отношенія, валя дѣлити предидуђи членъ на послѣдуюђи. А изъ овога слѣдує, да именитель може быти цѣло число, ако се предидуђи членъ дає дѣлити на послѣдуюђи безъ остатка; быђе мешано число, ако се у предидуђемъ члену послѣдуюђи заключава неколико пута, и при томъ има остатакъ; быђе раздробленіє, ако є предидуђи членъ маньи него послѣдуюђи; на прим.

у отношеніяма 24 : 8 именитель є 3,
43 : 5 именитель є $8\frac{3}{5}$
20 : 25 именитель є $\frac{20}{25}$.

У прва два случая именитель показує, у колико є пута предидуђи членъ веђи него нѣговъ послѣдуюђи; а у последнѣмъ, какву часть предидуђегъ члена составля послѣдуюђи.

Будуђи да при опредѣленію именителя предидуђи членъ свагда се узима за дѣлимо число, послѣдуюђи за дѣлителя, а частно за именителя; то у свакомъ геометрическомъ отношенію предидуђи членъ равань є послѣдуюђему, кадъ овога умножимо на именителя.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

§. 95. О свойствама геометрическогъ отношенія.

Да извидимо садъ, какве премѣне мораю произићи у именителю отношенія, кадъ будемо множили и дѣлили членове нѣгове. Некъ буде дано отношеніє 24 : 8, у коємъ именитель раванъ є 3.

Ако умножимо први членъ на произволно число, на прим. 5, то именитель мора се увеличити у 5 пута, єрбо частно увеличава се, кадъ умножавамо само дѣлимо, а дѣлитель остає онай исти.

И у самомъ дѣлу именитель новогъ геометрическогъ отношенія (120 : 8) раванъ є 15.

Ако ли пакъ умножимо втори членъ даногъ отношенія на какво годъ число, на прим. 4, то именитель умалиће се у 4 пута; зато, єрбо частно умалява се, кадъ множимо дѣлителя, а дѣлимо остає исто. И у самомъ дѣлу именитель новогъ геометрическогъ отношенія (24 : 32) раванъ є $\frac{24}{32}$ или $\frac{3}{4}$, т. є. у 4 пута маньи него 3.

Изъ ова два случая можемо садъ ово заключеніє учинити: да именитель не измѣнява

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

се, ако обадва члена буду умножена на єдно исто число; ербо у колико се пута увеличава одъ умноженія првога члена, у толико се пута умалява одъ умноженія второгъ члена. На прим. у отношенію 20 : 5 именитель є 4; умноживши обадва члена на произволно число 7, получићемо ново отношеніе (140 : 35), у коме именитель є равanъ $\frac{140}{35}$ или 4.

Именитель не измѣнява се и онда, ако будемо дѣлили обадва члена отношенія на єдно исто число; єрбо у колико се пута умалява одъ дѣленія првога члена, у толико се пута увеличава одъ дѣленія второга члена.

§. 96. РАЗДѢЛЕНІЄ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГЪ ОТНОШЕНІЯ НА ПРАВИЧНО И ОБРАТНО.

Именительи два или неколико геометрическій отношенія могу быти равни и неравни; у првомъ случаю геометрическа отношенія називаю се равна.

На прим. геометрическа отношенія:

20 : 80

4 : 16

єсу равна зато, єрбо у свакомъ именитель равanъ є $\frac{1}{4}$.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

Изъ равенства именителя два равна геометрическа отношенія слѣдує, да предидући членъ првога отношенія мора быти у толико пута већи или мањи него нѣговъ послѣдуюћи, у колико є пута предидућя членъ второгъ отношенія већи или мањи него нѣговъ послѣдуюћи. У гореприведеномъ примѣру први членъ (20) првога отношенія мањи є одъ свога послѣдуюћегъ (80) у 4 пута, тако исто и у второмъ отношенію први членъ 4 мањи є одъ свогъ послѣдуюћегъ (16) у 4 пута. Така геометрическа отношенія називаю се правична.

Ако ли пакъ у два геометрическа отношенія предидући членъ првога отношенія у толико є пута већи одъ свогъ послѣдуюћегъ, у колико є пута предидући второгъ отношенія мањи одъ свогъ послѣдуюћегъ; или, ако є предидући членъ првога отношенія у толико пута мањи одъ свога послѣдуюћегъ, у колико є пута у другомъ отношенію већи: то такова геометрическа отношенія називаю се обратна. На прим. у геометрическомъ отношенію 30 : 5 први членъ већи є одъ второгъ у 6 пута; а у отношенію $\frac{1}{2}$: 3, први членъ мањи є одъ второгъ у 6 пута; у такомъ случа-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ю числа 30 и 5 налазе се у обратномъ отношенію съ другима числама, т. є. съ $\frac{1}{2}$ и 3.

§. 97. Сокращеніє членова геометрическогъ отношенія.

У §. 95 было є доказано, да геометрическо отношеніє међу двама числама не измѣнява се, ако обадва числа раздѣлимо на єдно исто число.

Некъ буде задано геометрическо отношеніє: 45 : 27. Обадва члена дѣле се на 9; раздѣливши ій на 9, обратићемо дано отношеніє у слѣдующе: 5 : 3, коєга именитель быће раванъ именителю даногъ отношенія. И тако дакле членови заданогъ отношенія умалили се, но задржали су пређашнѣ међу собомъ отношеніє.

Ово дѣйство назива се *сокращеніє* членова отношенія. Изъ реченогъ примѣра явствує, да *за сократити членове геометрическогъ отношенія, надлежи обадва раздѣлити на общегъ дѣлителя.*

§. 98. Изображеніє геометрическогъ отношенія међу раздробленіяма у цѣла числа.

Было є такођеръ доказано (у §. 95), да геометрическо отношеніє међу двама числама

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

не измѣнява се, ако обадва члена умножимо на єдно исто число. На овомъ свойству геометрическогъ отношенія основано є изображеніє отношенія међу раздробленіяма у цѣла числа.

Овде могу быти два случая: I. раздробленія могу имати єднаке именителѣ, и II, могу имати неєднаке именителѣ.

$1^{и}$ Случай. Некъ буде геометрическо отношеніє: $\frac{5}{8}$: $\frac{3}{8}$.

Одузевши именителѣ у обадва раздробленія, увеличићемо обадва члена у 8 пута; а потоме отношеніє међу 5 и 3 мора быти равно отношенію међу $\frac{5}{8}$ и $\frac{3}{8}$.

$2^{и}$ Случай. Раздробленія съ неєднакима именительима могу се (§. 67) свагда привести къ єднакомъ; слѣдовательно за изобразити геометрическо отношеніє међу раздробленіяма съ неєднакима именительима, надлежи само привести ій къ єднакомъ именителю, и после тога поступати као што є у $1^{мъ}$ случаю показано, т. є. одбацити именителѣ.

Примѣръ. Изобразити геометрическо отношеніє: $\frac{2}{5}$: $\frac{3}{7}$ у цѣла числа.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

Кадъ приведемо дана раздробленія къ еднакомъ именителю, быће: $\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{14}{35} : \frac{15}{35}$ $=$ (по $1^{\text{мъ}}$ случаю) **14 : 15.**

Ако дано геометрическо отношеніе состои изъ мѣшани чисала, или изъ мѣшани чисала и цѣли, и проч., то у свима овима случаима надлежи найпре привести членове у неправилна раздробленія, имаюћа еднаке именителѣ, и после поступати по показаноме правилу.

Примѣръ. Изобразити геометрическо отношеніе међу $3\frac{1}{4}$ и 2 у цѣла числа.

Кадъ приведемо обадва члена у неправилна раздробленія, получићемо:

$$3\frac{1}{4} : 2 = \frac{13}{4} : \frac{8}{4} = 13 : 8.$$

§. 99. О СЛОЖНОМЪ ГЕОМЕТРИЧЕСКОМЪ ОТНОШЕНІЮ.

Ако сходствене членове два или више геометрически отношенія будемо собирали, одузимали, множили и дѣлили, то ћемо добити сумме, разности, произведенія и частна, коя ће составити нова геометрическа отношенія, и овака отношенія зову се сложна. Да извидимо сложно отношеніе само у два случая:

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

I. Сложно отношеніє, коє происходи одъ сложенія сходствени членова два или више геометрически отношенія, и коя имаю равне именителѣ. II. Сложно отношеніє, коє происходи одъ умноженія сходствени членова два или више геометрически отношенія, и коя имаю макаръ какве именителѣ.

1и *Случай.* Некъ буду дана геометрическа отношенія, коя имаю равне именителѣ:

14 : 2

35 : 5.

Собравши сходствене членове дани отношенія, имаюћи именителя 7, получићемо ново геометрическо отношеніє: 49 : 7, у коме именитель биће такођеръ раванъ 7, т. є. именителю свакогъ даногъ отношенія — а то и мора быти тако, єрбо 2 содржава се у 14, 7 пута, и 5 содржавасе у 35, 7 пута; а изъ овога слѣдує, да и сумма први два чисала, т. є. 2 + 5 мора содржавати се у сумми последњи, т. є. у 14 + 35, 7 пута. И тако дакле, *ако соберемо сходствене членове два геометрическа равна отношенія, то произићиће ново геометрическо отношеніє, кога именитель раванъ є именителю даногъ отношенія.*

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

То исто быва и са сложнимъ отношеніємъ, состоюћимъ изъ три или више геометрически равни отношенія.

2и **Случай.** Некъ буду дана два геометрическа отношенія:,

$$3 : 8$$
$$16 : 5.$$

Помноживши сходствене членове, получићемо сложно геометрическо отношеніє: 48 : 40. Да извидимо, чему є равань именитель нѣговъ. Ако бы мы умножили само предидући членъ првога отношенія на предидућя второга, то бы именителя увеличили у 16 пута; но будући да є и послѣдуюћи членъ првога отношенія быо умноженъ на послѣдуюћи второга, то именитель умалява се у 5 пута; слѣдовательно именитель сложнога геометрическога отношенія мора быти већи одъ именителя првога отношенія у $\frac{16}{5}$ пута, т. є. у толико пута, колико єдиница има у именителю второгъ отношенія, или равань є произведенію изъ обадва именителя $\frac{3}{8} \times \frac{16}{5}$.

То исто быва и у такомъ случаю, кадъ сложно геометрическо отношеніє состои изъ три или више дани геометрически отношенія.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

ГЛАВА II.

О ПРОПОРЦІЯМА.

§. 100. О ПРОПОРЦІЯМА ВООБЩЕ.

Пре было є речено, да отношенія могу быти двоякогъ рода: ариѳметическа и геометрическа, и да отношенія и една и друга могу быти равна.

Соединеніє два равна отношенія єднога рода назива се пропорція. А будући да отношенія могу быти двоякогъ рода, то и пропорція може быти или ариѳметическа, или геометрическа. Прва составля се изъ два равна ариѳметическа, а втора изъ два равна геометрическа отношенія.

Будући да у свакомъ отношенію заключаваю се два числа, то у пропорціи, коя состои изъ два отношенія, мора быти четири числа, коя се називаю членови пропорціє. Први и четврти членови зову се крайньи, втори и трећи средньи; први и трећи предидући, а втори и четврти послѣдуюћи.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

Треба примѣтити, да у ариѳметическима пропорціяма:

$$13 - 6 = 11 - 4,$$
$$3 - 9 = 2\tfrac{1}{2} - 8\tfrac{1}{2},$$

први членъ толикима є единицама већи или мањи одъ второга, колико є трећи већи или мањи одъ четвртога, єрбо су разности обадва отношенія равне.

Тако исто и у геометрическима пропорціяма:

$$21 : 7 = 42 : 14,$$
$$5 : 20 = 3 : 12,$$

први членъ у толико є пута већи или мањи одъ второгъ, у колико є пута трећи членъ већи или мањи одъ четвртогъ, єрбо су именительи отношенія равни.

О АРИѲМЕТИЧЕСКОЙ ПРОПОРЦІИ.

§. 101. О главномъ свойству ариѳметическе пропорціе.

Познато намъ є већъ, да у ариѳметической пропорціи предидући членови могу быти већи и мањи одъ своій послѣдуюћи; зато да-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

кле, за имати найточніє о томе заключеніє, да извидимо обадва случая.

1и Случай. Ако су предидући членови већи одъ послѣдуюћи, на прим.

13 — 6 = 11 — 4.

Изъ равенства отношенія слѣдує, да први членъ такимъ є истимъ числомъ већи второга, каквимъ є четврти маньи трећега; а изъ овога опетъ слѣдує то, да сумма првога и четвртога члена мора быти равна сумми второга и трећега.

Совршенога увѣренія ради о овомъ свойству ариѳметическе пропорціє, да то іоштъ точніє извидимо.

Сумма крайньи членова состои изъ 1га и 4га; но 1и членъ, као найвећи у 1мъ отношенію, равань є 2ме и разности: и тако дакле, поставивши уместо 1га члена 2и членъ и разность, имаћемо:

Сумма крайньи членова = 2ме члену + разность + 4и членъ.

Сумма средньи членова состои изъ 2га и 3га члена; но 3ћи членъ, као найвећи у 2мъ отношенію, равань є 4ме члену и разности; слѣ-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

довательно, узевши умѣсто 3га члена 4и и разность, получићемо:

Сумма средньи членова = 2ме члену + 4ме + разность.

И тако дакле, сумма крайньи членова и сумма средньи состое изъ еднаки и исти частій; слѣдовательно морају быти равне.

2и Случай. Ако су предидући членови мањи одъ послѣдујући, на прим.

$$3 - 9 = 2\tfrac{1}{2} - 8\tfrac{1}{2}.$$

Сумма крайньи членова состои изъ 1га и 4га; но четврти членъ, као найвећи у 2мъ отношенію, состои изъ 3га члена и разности; и зато дакле, метнувши уместо 4га члена равна нѣму числа, наћићемо, да

Сумма крайньи членова = 1ме члену + 3му члену + разность.

Сумма средньи членова состои изъ 2га и 3га; но 2и членъ, као найвећи членъ у првомъ отношенію, состои изъ 1га члена и разности; узевши уместо второга члена равна нѣму числа, наћићемо, да

Сумма средньи членова = 1ме члену + разность + 3ћи членъ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

И тако дакле сумма крайньи членова и сумма средньи состои изъ еднаки и исти частій; слѣдовательно мораю быти равне.

А изъ свега тога, што є было речено, можемо дакле заключити, да у свакой ариѳметической пропорціи сумма крайньи членова равна є сумми средньи.

§. 102. Опредѣленіє неизвѣстни членова ариѳметическе пропорціє.

Оснивaюћи се на свойству ариѳметическе пропорціє, коє смо доказали у предидућемъ параграфу, лако можемо наћи єданъ неизвѣстни членъ, кадъ су прочи извѣстни.

Некъ буде у даной ариѳметической пропорціи неизвѣстанъ последньи членъ, кога да означимо са Латинскимъ писменомъ x, на прим.

$$14 - 12 = 17 - x.$$

Већъ є было доказано, да сумма крайньи членова равна є сумми средньи, коя є равна 29; слѣдовательно сумма крайньи равна є такођеръ 29. Єданъ изъ крайньи членова, т. є. први, раванъ є 14; слѣдователно други крайньи членъ, т. є. четврти, мора быти раванъ осталой части цѣле сумме. И тако дакле, за наћи

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

четврти членъ, валя изъ 29 одузети 14, и остатакъ 15 быће тражено число; слѣдовательно

$$14 - 12 = 17 - 15.$$

Можемо іоштъ и другимъ начиномъ опредѣлити последньи членъ ариѳметическе пропорціє, оснивајући се на томе, да отношенія, коя составляю пропорцію, мораю быти равна. У првомъ отношенію предидући членъ већи є одъ послѣдуюћега $2^{ма}$; слѣдовательно и у второмъ отношенію предидући членъ 17 мора быти већи одъ послѣдуюћега $2^{ма}$. И тако дакле, за опредѣлити $4^{ти}$ членъ, валя 2 одузети одъ 17, и остатакъ 15 быће тражено число.

Да рекнемо, да у даной ариѳметической пропорціи єданъ изъ средньи членова ніє извѣстанъ, на прим. трећи:

$$21 - 27 = x - 16.$$

Сумма крайньи членова равна є 37; дакле и сумма средньи равна є 37. Єданъ изъ ньи раванъ є 27; слѣдовательно други мора быти раванъ осталой сумми; и тако дакле, за опредѣлити тай неизвѣстни членъ, валя одузети 27 изъ 37, и остатакъ 10 быће тражени трећи членъ, т. є.,

$$21 - 27 = 10 - 16;$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

слѣдовательно за наћи трећи членъ ариѳметическе пропорціє, валя само изъ сумме крайньи членова одузети втори членъ.

Изъ овій примѣра можемо заключити, да ако у ариѳметической пропорціи изъ сумме крайный одузмемо трећи, получићемо втори членъ; ако ли пакъ изъ сумме средньи членова одузмемо четврти, то ћемо наћи први членъ.

И тако дакле, ако у ариѳметической пропорціи єданъ изъ крайньи членова єсть неизвѣстанъ, то за опредѣлити га, валя изъ сумме средньи членова одузети други средньи членъ; ако ли є пакъ єданъ крайньи членъ неизвѣстанъ, то за наћи га, валя изъ сумме крайньи членова одузети извѣстни средньи членъ.

§. 103. О НЕПРЕКИДНОЙ АРИѲМЕТИЧЕСКОЙ ПРОПОРЦІИ.

Понекадъ у ариѳметической пропорціи средньи членови равни бываю међу собомъ; на прим.

$$13 - 19 = 19 - 25.$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕО

У такомъ случаю пропорція назива се непрекидна; а сваки средньи членъ зове се среднѣ ариѳметическо число.

Изъ §. 102 слѣдує, да и у непрекидной ариѳметической пропорціи сумма крайньи членова равна є сумми средньи; а као што су средньи членови равни међу собомъ, то и сумма средньи членова мора быти равна макаръ коме изъ средньи членова, два пута узетоме.

А изъ овога слѣдує:

I. За наћи макаръ кой изъ крайньи членова непрекидне ариѳметическе пропорціє, валя само изъ удвоєногъ среднѣгъ члена одузети крайньи извѣстни членъ.

II. За наћи средньи членъ непрекидне ариѳметическе пропорціє, надлежи сумму крайньи раздѣлити на 2.

§. 104. НАЛАЗАКЪ СРЕДНѢГЪ АРИѲМЕТИЧЕСКОГЪ ЧИСЛА.

На овомъ последнѣмъ свойству непрекидне ариѳметическе пропорціє, оснива се налазакъ среднѣгъ ариѳметическогъ числа неколико дани чисала. Будући да опредѣленія ради среднѣга числа, ако су дана два числа, сумма

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

дани чисала дѣли се на 2, т. є. на число членова; то за опредѣлити среднѣ число неколико чисала, валя раздѣлити сумму членова на ньіово число.

Некъ буду дана числа: 23, 24, 28 и 29, и изискує се опредѣлити среднѣ число ньіово,

23
24
28
29

получићемо 104,

раздѣливши ову сумму на число членова, т. є. на 4,

4) 104 (26
8
24
24

имаћемо у частномъ 26, коє мора быти среднѣ аріѳметическо число.

О ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОПОРЦІИ.

§. 105. О главномъ свойству геометрическе пропорціє.

Прећe было є доказано, да у свакой аріѳметической пропорціи сумма крайньи члено-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ва равна є сумми средньи. Геометрическа пропорція има сходно свойство, сирѣчъ: произведеніе крайньи членова равно є произведенію средньи.

Да узмемо макаръ какву геометрическу пропорцію:

12 : 8 = 9 : 6.

Произведеніе крайнья членова состои изъ 1га умноженогъ на 4и; први пакъ членъ, као предидући првога отношенія, раванъ є своме послѣдуюћему, т. є. 2ме члену, умноженоме на именителя (§. 94); узевши уместо 1га члена обадва множителя, изъ коій є составлѣнъ, наћићемо, да

Произведеніе крайньи членова = 2ме члену × именителѣмъ × 4мъ членомъ.

Произведеніе средньи членова состои изъ 2га умноженогъ на 3ћи; 3ћи пакъ членъ, као предидући второга отношенія, раванъ є своме послѣдуюћему, т. є. 4ме, умноженомъ на именителя; слѣдовательно, узевши уместо 3га обадва множителя, изъ коій є составлѣнъ, получићемо:

Произведеніе средньи членова = 2ме члену × 4мъ членомъ × именителѣмъ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

Изъ овога слѣдує, да произведеніє крайньи членова и произведеніє средньи членова состоє изъ єднаки и исти множителя, и зато и мораю быти равни.

§. 106. ОПРЕДѢЛЕНІЄ ЧЛЕНОВА ГЕОМЕТРИЧЕСКЕ ПРОПОРЦІЄ.

На свойству геометрическе пропорціє, коє є было изяснѣно у предидућемъ параграфу, оснивасе опредѣленіє єдного изъ членова нѣній, кадъ су намъ прочи извѣстни.

Некъ буде одъ потребе наћи четврти членъ геометрическе пропорціє, у коіой прва три члена єсу извѣстна; на прим.

$$42 : 9 = 25 : x.$$

Већъ є было доказано, да произведеніє средньи членова равно є произведенію крайньи. У овой пропорціи произведеніє средньи членова равно є 225, слѣдовательно и произведеніє крайньи такођеръ є равно 225; но єданъ изъ ньи раванъ є 45, дакле други, т. є. тражени членъ мора быти раванъ 225, раздѣлѣнимъ на 45, или $x = 5$; и тако дакле

$$45 : 9 = 25 : 5,$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

слѣдователно за наћи четврти членъ, надлежи произведеніє средньи раздѣлити на први членъ.

Можемо наћи четврти членъ іоштъ и другимъ способомъ, осниваюћи се на равенству отношенія. У $1^{\text{мъ}}$ отношенію предидући членъ већи є одъ послѣдуюћегъ у 5 пута; слѣдователно и у второмъ отношенію предидући членъ мора быти већи одъ послѣдуюћега у 5 пута; слѣдовательно за наћи четврти членъ, валя 25 раздѣлити на 5, и тражено число быће 5.

Некъ є одъ потребе опредѣлити трећи членъ геометрическе пропорціє, у коіой сви прочи членови єсу извѣстни; на прим.

$$36 : 12 = x : 10.$$

Произведеніє крайньи равно є 360, дакле и произведеніє средньи равно є 360. Єданъ изъ средньи членова познатъ є, и раванъ є 12, слѣдовательно други мора быти раванъ нађеноме произведенію, раздѣлѣноме на 12, т. є. $x = 30$; и тако дакле

$$36 : 12 = 30 : 10.$$

слѣдовательно за наћи трећи членъ геометрическе пропорціє, валя произведеніє крайньи раздѣлити на втори членъ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
ТОДАР МАРКОВИЋ У БЕО

Подобнимъ начиномъ заключавамо, да прьви членъ раванъ є произведенію средньи, раздѣлѣноме на четврти, а втори раванъ є произведенію крайньи, раздѣлѣноме на трећи.

Изъ горедоказанога можемо установити слѣдуюће правило: ако у геометрической пропорціи єданъ изъ крайньи членова є непознатъ, то за наћи га, валя произведеніє средньи раздѣлити на други крайньи; ако ли є пакъ єданъ изъ средньи непознатъ, то наћићемо га, кадъ произведеніє крайньи членова раздѣлимо на познати средньи членъ.

§. 107. Сокращеніє членова геометрическе пропорціє.

Некъ буде дана геометрическа пропорція:

$$36 : 24 = 39 : x.$$

Да извидимо, кое ћемо членове моћи сократити, не нарушаваюћи пропорцію:

I. У §. 97 было є доказано, да именитель отношенія не измѣнява се, ако обадва члена раздѣлимо на єдно исто число. 36 и 24 дѣлесе на общегъ дѣлителя 12. И тако кадъ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

раздѣлимо речена числа на 12, дана пропорція имаће слѣдуюћи видъ:

$$3 : 2 = 39 : x.$$

Будући да се именитель првога отношенія ніє измѣніо, то и отношеніє између 39 и траженимъ числомъ ніє се измѣнило; слѣдовательно и неизвѣстно число ніє се такођеръ измѣнило. Очевидно є, да се неизвѣстно число изъ вторе пропорціє удобніє опредѣлява, него изъ прве.

Изъ $1^{\text{ве}}$: $x = \frac{24 \times 39}{36} = \frac{936}{36} = 26.$

Изъ $2^{\text{е}}$: $x = \frac{2 \times 39}{3} = \frac{78}{3} = 26.$

И тако дакле $1^{\text{и}}$ членъ пропорціє може быти сокраћенъ са $2^{\text{мъ}}$.

II. Ако раздѣлимо $1^{\text{и}}$ членъ, то именитель првога отношенія умалява се; онъ ће се умалити такођеръ и у второмъ отношенію у толико пута, ако трећи членъ раздѣлимо на то исто число; изъ овога слѣдує, да ако $1^{\text{и}}$ и $3^{\text{ћи}}$ членове раздѣлимо на єдно исто число, то именительи отношенія премда ћеду се измѣнити, но остаћеду равни зато, єрбо се умаляваю онолико исто пута; изъ равенства пакъ отношенія слѣдує, да се пропорція не нарушава.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

И тако дакле 1и членъ може быти іоштъ сокраћенъ съ 3мъ

Некъ буде пропорція:

$$125 : 55 = 75 : x.$$

Раздѣливши 1и и 3ћи членове на общега дѣлителя 25, получићемо:

$$5 : 55 = 3 : x.$$

Раздѣливши прва два члена на 5:

$$1 : 11 = 3 : x.$$

слѣдователно $x = \frac{11 \times 3}{1} = 33.$

А то исто изишло бы изъ дане пропорціє:

$$x = \frac{55 \times 75}{125} = \frac{4125}{125} = 33.$$

Такимъ истимъ начиномъ може се доказати, да

2и членъ сокраћава се съ 1мъ и 4мъ
3и членъ сокраћава се съ 1мъ и 4мъ
4и членъ сокраћава се са 2мъ и 3мъ.

Или вообще: сваки изъ крайньи членова може быти сокраћенъ са свакимъ изъ средньи, и обратно: сваки изъ средньи може быти сокраћенъ са свакимъ изъ крайньи.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

§. 108. Премѣштанѣ членова геометрическе пропорціє, или видоизмѣненіє геометрическе пропорціє.

Садъ валя извидити, каквимъ начиномъ членови геометрическе пропорціє могу быти премѣштани, безъ нарушенія пропорціє.

Некъ буде дана пропорція:

I. 30 : 15 = 24 : 12.

Премѣстивши среднѣ членове, пропорція добиће слѣдуюћи видъ:

II. 30 : 24 = 15 : 12.

За доказати точность ове пропорціє, валя доказати, да предидући членови дане пропорціє 30 и 24 содржаваю се међу собомъ, као ньіови послѣдуюћи (15 и 12).

Први членъ пропорціє состои изъ второга, умноженогъ на именителя, а трећи изъ четвртога, умноженогъ такођеръ на именителя. Изъ овога слѣдує, да ако први членъ раздѣлимо на именителя, то ћемо получити у частномъ втори членъ; ако ли трећи членъ раздѣлимо на именителя, то у частномъ получићемо 4^{и} членъ; но пре было є доказано, да ако два числа буду раздѣлѣна на єдно исто число,

БИБЛИОТЕКА
ЗАР МАРКОВИЋ У БЕО

то отношеніє међу добієнима числама мора быти равно отношенію међу данима; а изъ овога слѣдує, да отношеніє међу 1ть и 3ть члeновима мора быти равно отношенію међу 2ть и 4ть; слѣдовательно средньи членови могу быти премѣштани безъ нарушенія пропорціє.

У даной пропорціи именитель отношенія раванъ є 2; раздѣливши на нѣга предидуће членове 30 и 24; получићемо у частнима 15 и 12, т. є. послѣдуюће членове; слѣдовательно предидући членови 30 и 24 мораю се односити међу собомъ као послѣдуюћи 15 и 12; тако дакле изъ ньи можемо составити пропорцію.

Очевидно є, да пропорція неће се нарушити, ако прво отношеніє постане вторимъ, и второ првимъ, єрбо именительи отношенія остаћеду равни.

И тако дакле прва пропорція може быти представлѣна у слѣдуюћемъ виду:

III. 24 : 12 = 30 : 15

а втора:

IУ. 15 : 12 = 30 : 24.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

Изъ самога свойства геометрическе пропорціє слѣдує, да послѣдуюћи членъ $1^{\text{га}}$ отношенія у толико є пута већи или мањи одъ свога предидућега, у колико є пута послѣдуюћи членъ $2^{\text{га}}$ отношенія већи или мањи одъ свога предидућега, т. є. послѣдуюћи членъ $1^{\text{га}}$ отношенія мора се относити къ своме предидућемъ, као послѣдуюћи членъ $2^{\text{га}}$ отношенія къ своме предидућемъ.

Оснивајући се на овомъ, дану пропорцію можемо представити іоштъ у четири нова вида; а изъ овога явствує, да свака геометрическа пропорція може имати 8 видоизмѣненія:

I. 30 : 15 = 24 : 12.
II. 30 : 24 = 15 : 12.
III. 24 : 12 = 30 : 15.
IV. 15 : 12 = 30 : 24.
V. 15 : 30 = 12 : 24.
VI. 24 : 30 = 12 : 15.
VII. 12 : 24 = 15 : 30.
VIII. 12 : 15 = 24 : 30.

§ 109. О непрекидной геометрической пропорціи.

У геометрической пропорція, тако као и у ариѳметической, средньи членови могу быти равни; на прим.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

$$3 : 7 = 7 : 16\tfrac{1}{3}.$$

У такомъ случаю геометрическа пропорція назива се такођеръ непрекидна, а сваки изъ средньи членова средньимъ геометрическимъ числомъ.

Правила, коя су установлѣна за геометрическу пропорцію вообще, могу быти сва приложена и къ непрекидной геометрической пропорціи.

§. 110. О СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОПОРЦІИ.

I. Ако сходствене членове двѣ или више пропорція, имаюћи єднаке именителѣ, саберемо, то сумме ньіове составиће такођеръ пропорцію.

Некъ буду дане геометрическе пропорціє:

$$\begin{array}{rcrcrcr} 12 & : & 8 & = & 9 & : & 6 \\ 18 & : & 12 & = & 3 & : & 2 \\ \hline 30 & : & 20 & = & 12 & : & 8. \end{array}$$

Собравши сходствене членове, получићемо два сложна отношенія, и ньіови именительи є-су равни, ербо су равни именительима отношенія прве пропорціє; а изъ тога слѣдуе, да изъ ньи можемо саставити пропорцію.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

II. Ако сходствене членове двѣ или више геометрически пропорція умножимо, то ће произведенія ньіова такођеръ саставити пропорцію.

Некъ буду дане геометрическе пропорціє:

$$\begin{array}{r} 3 : 5 = 9 : 15 \\ 8 : 2 = 20 : 5 \\ \hline 24 : 10 = 180 : 75. \end{array}$$

Именитель првога сложнога геометрическога отношенія раванъ є произведенію изъ именителя дани геометрически отношенія; а и именитель второга сложнога отношенія раванъ є такоме истоме произведенію; зато дакле они су равни; а потоме изъ сложни отношенія дає се саставити пропорція.

Пропорціє, коє су саставлѣне изъ сумма или произведенія сходствени членова двѣ или више геометрически пропорція, зовусе *сложне*.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

ОТДѢЛЕНІЄ V.

О ТРОЙНОМЪ ПРАВИЛУ.

ГЛАВА I.

ТРОЙНО ПРАВИЛО ПРОСТО.

§. 111. О составлѣнію геометрическе пропорціє по свойству данога задатка.

У последньой глави изслѣдована су была нека свойства геометрическе пропорціє; садъ да извидимо, каквимъ се начиномъ оне употреблявају при рѣшенію задатака, коє се врло често у общежитію догађа.

Задатакъ. За 5 аршина чое плаћено є 90 гроша; питасе колико треба платити за 16 аршина?

Болѣга прегледа ради данна числа могу быти написана слѣдуюћимъ поредкомъ:

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

5 аршина 90 гроша.
16 аршина x гроша.

За наћи колико треба за 16 аршина, треба найпре дознати цѣну єдногъ аршина; єданъ ће аршинъ коштати 5 пута манѣ него 5 аршина: и тако дакле треба цѣну одъ 5 аршина, т. є. 90 гроша раздѣлити на 5, и частно 18 гроша быће тражено число. Кадъ дакле 1 аршинъ кошта 18 гроша; то ће се за 16 аршина морати платити 16 пута више; слѣдователно треба 16 умножити на 18, и произведеніє 288 гроша быће тражено число.

Ово число можемо наћи іоштъ и другимъ способомъ. За 5 аршина плаћено є 90 гроша; слѣдователно за 16 аршина валя ће више новаца, и у толико пута више, у колико є 16 аршина више него 5 аршина. 16 аршина выше є $5\frac{1}{5}$ пута, слѣдователно надлежи 90 гроша умножити на $5\frac{1}{5}$, и нађено произведеніє 288 гроша быће тражена цена за 16 аршина.

Показани способи къ рѣшенію задатака єсу прости и ясни, али ни су свагда удобни, по той причини што се могу велика раздробленія догодити при дѣленію чисала; као на примѣръ у слѣдуюћемъ задатку.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

Пароповъ може у 47 часа проћи 483 милѣ; колико ће онъ у 67 часа проћи, ако буде ишао са истомъ скоросћу?

Овай задатакъ ако будемо рѣшавали горепоказанима способима, доћићемо до велики раздробленія, коя свагда изискую особито вниманіє, и причиняваю затрудненіє.

У такомъ случаю геометрическа пропорція облакшава намъ трудъ млого. Да извидимо, каквимъ се начиномъ приспособлява геометрическа пропорція при рѣшенію овогъ задатка.

Очевидно є то, да ће пароповъ у веће число часова проћи више миля, и у толико пута више, у колико є 67 веће него 47; слѣдователно тражено число миля мора быти веће отъ 483 милѣ у толико пута, у колико є 97 веће него 47; и тако

$$\begin{array}{ccccccc} \text{м.} & & \text{м.} & & \text{ч.} & & \text{ч.} \\ x & : & 483 & = & 67 & : & 47 \end{array}$$

слѣдов. $x = \frac{483 \times 67}{47} = 688\frac{25}{47}$ миля.

Дѣйство ово представля се у слѣдуюћемъ виду:

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

$$\begin{array}{ccccccc} \text{м.} & & \text{м.} & & \text{ч.} & & \text{ч.} \\ x & : & 483 & = & 67 & : & 47 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 67 \\ \hline 3381 \\ 2898 \\ \hline 47|32361|688\,\frac{25}{47} \\ 282 \\ \hline 416 \\ 376 \\ \hline 401 \\ 376 \\ \hline 25 \end{array}$$

И тако дакле $x = 688\,\frac{25}{47}$ миляма.

§. 112. Опредѣленіє тройнога правила.

У задатцима, кое смо пре рѣшили, находило се три извѣстна числа, изъ коiй два єсу єднога рода, а треће другога рода; требало є наћи четврто число, кое быће єднакогъ рода съ трећимъ, и составиће съ нъиме отношеніє, равно отношенію првiй два чисала. Правило, по коме се рѣшаваю подобни задатци, т. є. къ данима трима числама наћи четврто пропорціонално число, зове се **тройно правило.**

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

У свима пређашньима задатцима неизвѣстно число, составляюће први членъ првога отношенія, соотвѣтствовало є првому члену второга отношенія, а єднородни съ ньиме втори членъ првога отношенія соотвѣтствовао є второму члену второга отношенія.

Да изяснимо ово примѣромъ. У првоме задатку тражено число гроша соотвѣтствовало є числу аршина (16 аршина), коє се за оне новце морало купити, точно тако, као што є втори членъ првога отношенія (90 гроша) соотвѣтствовао $2^{\text{му}}$ члену второга отношенія (5 аршинима), то єсть:

$$\overset{\text{гр.}}{x} : \overset{\text{гр.}}{90} = \overset{\text{ар.}}{16} : \overset{\text{ар.}}{5}.$$

Слѣдуюћи задатакъ изискує мало више вниманія, будући да сви членови пропорціє єсу новци; но кадъ добро промотримо, видићемо, да два єднородна члена єсу интересъ или процента, а трећи, єднороданъ са четвртимъ, єсте капиталъ. На примѣръ:

Кадъ 100 гроша даю за годину интереса 5 гроша; колики ће быти капиталъ, кой може дати за годину 5000 гроша?

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

Знаюћи да два єднородна числа составляю отношеніє, составићемо слѣдуюћу пропорцію:

ин. ин. к. к.
5 : 5000 = 100 : x
слѣдователно
ин. ин. к. к.
5 : 5000 = 100 : 100.000

Дакле капиталъ одъ 100,000 гроша даће за годину 5000 гроша интереса.

У свима досадашньима задатцима, неизвѣстно число и извѣстно тогъ истогъ рода находе се у правичномъ отношенію съ прочима числама, и у такомъ случаю имамо понятіє — колико више, толико више — или, колико манѣ, толико манѣ; но свагда не быва тако. Ево примѣръ.

Задатакъ. Оће се на єдно япунџе $6\frac{1}{2}$ аршина чоє, коя има у ширину $1\frac{7}{8}$ арш.; колико ће на тако исто япунџе требати чоє, коя има $2\frac{1}{4}$ аршина у ширину?

Очевидно є, да ће одъ шире чоє манѣ требати, и у толико манѣ, у колико є чоа шира: изъ овога слѣдує, да неизвѣстно число у толико ће быти манѣ него $6\frac{1}{2}$ аршина, у ко-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

лико є $2\frac{1}{4}$ арш. веће одъ $1\frac{7}{8}$ арш. или у колико є $1\frac{7}{8}$ арш. манѣ одъ $2\frac{1}{4}$ ар. Кадъ расположимо числа по реченомъ правилу, добићемо слѣдуюћу пропорцію:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{шир.} & & \text{шир.} & & \text{дуж.} & & \text{дуж.} \\ 2\frac{1}{4} & : & 1\frac{7}{8} & = & 6\frac{1}{2} & : & x. \end{array}$$

Кадъ обратимо мешана раздробленія у неправилна, имаћемо пропорцію:

$$\frac{9}{4} : \frac{15}{8} = \frac{13}{2} : x.$$

кадъ умножимо $2^{\text{и}}$ и $3^{\text{и}}$ членъ, добићемо произведеніє $\frac{195}{16}$, коє кадъ раздѣлимо на први $\frac{9}{4}$, наћићемо, да x равно є $5\frac{5}{12}$.

И тако дакле требаће на япунце одъ чоє, коя има у ширину $2\frac{1}{4}$ ар., $5\frac{5}{12}$ арш.

§. 113. ПРАВИЛА, КАКО ВАЛЯ ПОСТУПАТИ, КАДЪ САСТАВЛЯМО ГЕОМЕТРИЧЕСКУ ПРОПОРЦІЮ ИЗЪ ЧИСАЛА ДАНОГЪ ЗАДАТКА.

I. Найпре валя написати задатакъ, и удобногъ прегледа ради валя єднородна числа єдно подъ другимъ написати.

II. Валя разсмотрити, находели се неизвѣстно число и извѣстно тогъ истогъ рода,

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА "СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

у правичномъ или обратномъ отношенію съ прочима двама числама.

III. У єдномъ отношенію могу само єднородна числа быти.

IV. Кадъ наћемо два равна отношенія, валя изъ ньи пропорцію геометрическу саставити.

V. Напоследакъ, тражити неизвѣстни членъ по извѣстнимъ правилама.

§. 114. РАЗДѢЛЕНІЄ ТРОЙНОГА ПРАВИЛА НА ПРОСТО И СЛОЖНО.

У досадашньима задатцима неизвѣстно число зависило є само отъ три данна числа; два изъ ньи єсу єднога рода, а треће єднородно съ неизвѣстнимъ. Може се догодити, да тражено число зависи отъ већегъ числа извѣстни чисала. На примѣръ: 20 надничара за 5 дана добили су 350 гроша; за ону исту надницу, колико ће 40 надничара добити за 15 дана. Овде неизвѣстно число гроша зависи отъ два числа надничара, отъ два числа дана и отъ єднога числа гроша, слѣдователно отъ 5 чисала.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА * СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

У даномъ задатку можемо додати іоштъ єдно условіє, на прим. ако надничари буду радили различито, т. є. први су радили по 12 саати на данъ, а последньи само 9. У такомъ случаю неизвѣстно число гроша зависи отъ два числа надничара, отъ два числа дана, 2 числа саатій и єдногъ числа гроша. И тако неизвѣстно число може зависити отъ 3, 5, 7 и више чисала, ако се іоштъ каква годъ нова условія додаду, и на овомъ различію оснива се раздѣленіє тройнога правила на просто и сложно.

Ако неизвѣстно число зависи отъ 3 члена, у такомъ случаю правило, по коме се задатакъ рѣшава, зове се тройно правило просто; ако ли пакъ неизвѣстно число зависи отъ 5, 7 и више данни чисала, то правило, по коме се опредѣлява тражено число, назива се тройно правило сложно.

* * *

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕ
СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕО

ГЛАВА II.

ТРОЙНО ПРАВИЛО СЛОЖНО.

§. 115. Сложно тройно правило, коє зависи отъ 5 данни чисала.

Задатакъ. На 2500 гроша добія се у 10 месецій 350 гроша интереса: пита се, колико ће 4000 гроша дати интереса за 7 месецій?

2500 гроша 10 мес. 350 гроша
4000 гроша 7 мес. x гроша.

Да рекнемо, да су 4000 гроша были такођеръ 10 месецій подъ интересомъ; очевидно є дакле, да ће ова сумма дати интереса више одъ 250 гроша, и у толико више, у колико є 4000 гроша веће одъ 2500 гроша; слѣдователно:

$$2500 : 4000 = 350 : 560.$$

И тако дакле на 4000 гроша получићемо за 10 месецій интереса 560 гроша; но будући да су 4000 гроша были подъ интересомъ само 7 месецій, а не 10, то и проценти мораю быти мањи одъ 560 гроша, и у толико мањи, у колико є 7 манѣ него 10; слѣдователно саставићемо другу оваку пропорцію:

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

$$10 : 7 = 560 : x$$

слѣдователно

$$10 : 7 = 560 : 392.$$

Овде треба примѣтити, да отношеніє међу неизвѣстнимъ числомъ и извѣстнимъ тогъ истогъ рода, находи се у правичномъ отношенію съ прочима числама; єрбо у колико є пута капиталъ већи, у толико ће пута и интересъ быти већи, и у колико ће пута време быти манѣ, у толико ће и интересъ быти маньи.

У слѣдуюћемъ задатку лако ћемо примѣтити, да се неизвѣстно число са извѣстнимъ тогъ истогъ рода находи у обратномъ отношенію съ прочима числама.

Задатакъ. 500 радника ископали су неки шанацъ за 4 месеца, радећи сваки данъ по 12 сатій; за колико ће месецій такавъ исти шанацъ ископати 200 радника, радећи сваки данъ по $7\frac{1}{2}$ сатій?

Да рекнемо, да ће и последньи радници копати такођеръ по 12 сатій на данъ, али опетъ зато ньима валя више времена, єръ є ньи манѣ; и толико ће имъ више времена ва-

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

лати, колико є пута 200 манѣ одъ 500; слѣдователно

рад. рад. м. м.

$$200 : 500 = 4 : 10.$$

Но найђено число 10 месецій неће быти тражено число, ербо смо ми само примѣра ради рекли, да последньи радници копаю по 12 сатій на данъ; а они су копали само по $7\frac{1}{2}$ сатій на данъ; слѣдователно ньима треба више времена, и толико пута више, колико є пута 12 веће одъ $7\frac{1}{2}$. И тако дакле

ч. ч. м. м.

$$7\frac{1}{2} : 12 = 10 : x$$

слѣдователно

ч ч. м. м.

$$7\frac{1}{2} : 12 = 10 : 16.$$

У овомъ задатку отношеніє међу неизвѣстнимъ числомъ месецій и извѣстнимъ зависило є отъ два обратна отношенія, ербо колико є манѣ радника и колико су манѣ сатій они копали, толико су веће число месецій употребити морали за ископати тай исти шанацъ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

§. 116. Сложно тройно правило, коє зависи отъ 7 данни числа.

Рѣшеніє задатка, у коима неизвѣстно число зависи отъ 7, 9 и више чисала производи се тимъ истимъ начиномъ, као што є показано было у предидућимъ задатцима, съ томъ само разликомъ, што се треба више прости тройни правила саставити.

Задатакъ. 25 писара могу у 12 дана написати 2700 страница, на свакой по 28 врстій; за колико ће дана 35 писара написати 3600 страница, ако на свакой страници буде по 20 врстій?

25 пис. 12 дана 2700 страница 28 врстій.
35 — x — 3600 — 20. —

За рѣшити овай задатакъ, валя намъ составити три проста тройна правила; у првомъ тражићемо: 35 писара за колико ће дана написати 2700 страница, на свакой по 28 страница. Очевидно є, да ће они за манѣ времена написати 2700 страница, на свакой по 28 врстій, и у толико пута манѣ, у колико є 35 веће него 25.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

пис. пис. дан.

$35 : 25 = 12 : x$

$35 : 25 = 12 : 8\frac{4}{7}$ дана.

Нашли смо дакле, да 35 писара мораю употребити $8\frac{4}{7}$ дана за написати 2700 страница, на свакой по 28 врстій; но они мораю написати 3600 страница; зато дакле ньима ће више времена на то требати, и у толико више, колико є пута 3600 веће одъ 2700. Садъ валя саставити друго просто тройно правило, коимъ ћемо наћи, 35 писара за колико ће времена написати 3600 страница, на свакой по 28 врстій, кадъ су 2700 стр. свршили за $8\frac{4}{7}$ дана.

стр. стр. дап. дан.

$2700 : 3600 = 8\frac{4}{7} : x$

дакле

$2700 : 3600 = 8\frac{4}{7} : 11\frac{3}{7}$.

И тако дакле 35 писара написаће за $11\frac{3}{7}$ дана 3600 страница, и по 28 врстій на свакой; но ньима слѣдує написати на свакой страници по 20 врстій, и по той причини они ће манѣ времена на то употребити, и у толико манѣ, у колико є пута 20 манѣ него 28. Кадъ

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

составимо треће и последнѣ просто тройно правило, наћићемо за колико ће времена 35 писара написати онолико страница и по онолико врстій, колико по условію треба да напишу; дакле

вр. вр. д. д.

$$28 : 20 = 11\frac{3}{7} : x$$

и

$$28 : 20 = 11\frac{3}{7} : 8\frac{8}{49} \text{ дана.}$$

И тако дакле 35 писара свршиће данни имъ посао за $8\frac{8}{49}$ дана.

§. 117. Сокраћени способъ рѣшавати сложна тройна правила.

У §. 110 доказано є, да ако сходствене членове двѣ или више геометрически пропорція међу собомъ умножимо, да ће ново произведеніе такође составити пропорцію; и овимъ способомъ можемо найвеће задатке лако сократити и рѣшити. На примѣръ.

Кирайція подватіо се за 7 талира возити 3150 ока у варошъ, коя одстои одъ Београда 15 саатій; колико ће тай кирайція возити ока

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

за 10 талира у варошь, коя одстои 45 саатій одъ Београда?

Поступаюћи по пре реченоме правилу, за рѣшити овай задатакъ валя составити двѣ пропорціє; у првой ћемо тражити, за 10 талира колико ће ока возити кирайція на разстояніє одъ 15 саатій; дакле имаћемо пропорцію:

т. т. ок. ок. ок.
7 : 10 = 315 : x = 4500.

И тако за 10 талира возиће 4500 ока; но ми знамо, да онъ мора возити у варошь, коя одстои 45 саатій, а не 15 саатій; слѣдователно морамо садъ составити другу пропорцію, и узети у разсужденіє разстояніє; дакле

саа. саа. ок. ок. ок.
45 : 15 = 4500 : x = 1500.

И тако дакле за 10 талира возиће кирайція 1500 ока у варошь, коя одстои 45 саатій.

Овай исти задатакъ можемо сократити, ако сходствене членове напишемо єданъ подъ другимъ; кадъ то учинимо, валя те сходствене членове међу собомъ умножити; у новой пропорціи тражићемо неизвѣстно число по извѣстномъ правилу; дакле

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

$$\begin{array}{ccccccc} \text{та.} & & \text{та.} & & \text{ока} & & \text{ок.} \\ 7 & : & 10 & = & 3150 & : & x \\ \text{саа.} & & \text{саа.} & & & & \\ 45 & : & 15 & = & x & : & x' \\ \hline \end{array}$$

$$45 \times 7 : 15 \times 10 = 3150 \times x : x x x'$$

или

$$315 : 150 = 3150 : x = 1500.$$

И тако дакле и сокраћенимъ способомъ нашли смо, да ће кирайџія за 10 талира возити 1500 ока у варошь, коя одстои 45 саатій.

Задатакъ. Београдски трговацъ купіо є на кредитъ у Лондону еспапа на сумму 2000 фунти штерлинга; пита се, колико ће гроша трговацъ морати послати у Лондонъ, кадъ 1 фунта штерлинга вреди 25 цванцига, а 1 цванцигъ 3 гроша 12 пара?

По свойству овогъ задатка, членове пропорціє валя тако расположити:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ф. с.} & & \text{ф. с.} & & \text{ц.} & & \text{ц.} \\ 1 & : & 2000 & = & 25 & : & x \\ \text{ц.} & & \text{гр.} & & & & \\ 1 & : & 3\frac{12}{40} & = & x & : & x' \\ \hline \end{array}$$

$$1 \times 1 : 2000 \times 3\frac{12}{40} = 25 \times x : x : x'$$

или

$$1 : 6600 = 25 : 165{,}000.$$

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ" У БЕОГРАДУ

И тако дакле за 2000 ф. штерлинга валя 165,000 гроша.

ГЛАВА III.

ПРАВИЛА, КОЯ СУ ОСНОВАНА НА СВОЙСТВУ ТРОЙНОГЪ ПРАВИЛА.

§. 118. Правило дисконта или одбиваня.

У общежитію, а особито у трговини често се догађа, да се вексле и облигаціє продаю по погодби. У такомъ случаю онай, кои продає векслу или облигацію, штетує, а онай кой купує векслу или облигацію добія. Штета, кою векслопродавацъ соглашава се трпити, и добитъ, кой векслокупацъ има одъ купованя вексле, зову се у трговини дисконтъ или одбитакъ. Валя знати, да добити на 100, и губити одъ 100 ніє све єдно. На примѣръ: Петаръ ако дає у заямъ Павлу 100 талира, са условіємъ по 10 на 100 на годину; то ће Павле по истеченію године морати вратити Петру 110 талира. Но ако Петаръ купує одъ Павла векслу или облигацію одъ 100 талира,

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

са условіємъ по 10 одъ стотине; то Петаръ, исплаћиваюћи векслу, нейма право одбити 10 одъ 100, и дати Павлу само 90 талира; єръ у такомъ случаю Павле штетує 10 на 90, а Петаръ добія 10 на 90, а не на 100.

При рѣшенію дисконтни задатака, први членъ пропорціє валя да буде составлѣнъ изъ капитала са дисконтомъ; други членъ быће главна сумма вексле или облигаціє, а трећи членъ быће капиталъ 100.

Задатакъ. Трговацъ продає банкиру векслу одъ 12000 фор. среб., са условіємъ по 5 одъ стотине; пита се, колико ће банкиръ дати трговцу фор. среб. Речено є было, да при рѣшенію овакогъ рода задатка први членъ состои изъ капитала са дисконтомъ, други изъ главногъ капитала, а трећи изъ капитала 100, слѣдователно пропорцію составићемо овако:

кап. и дис. к. к.

$$105 : 12000 = 100 : x$$

или

$$105 : 12000 = 100 : 11428\tfrac{12}{21}.$$

Слѣдователно банкиръ валя да исплати трговцу 11428 $\frac{12}{21}$ фор. сребра.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

§. 119. ПРАВИЛО СОДРУЖЕСТВА, ИЛИ ПРОПОРЦІОНАЛНОГЪ ДѢЛЕНІЯ.

У трговини быва, да се двоица, троица и више ньи уортаче, да заєдно тргую. Они могу уложити у трговину єднаке и неєднаке капитале; и кадъ време наступи да се прорачунаю, то добитъ или штету дѣле они међу собомъ соразмѣрно капиталу, какавъ є ко уложіо.

Задатакъ I$^{\text{и}}$. Три трговца трговали су заєдно и добили 15,600 гроша. Први є уложіо у трговину 30,000 гр., други 37,500 гр., а трећи 22,500 гроша; пита се колико ће сваки изъ ньи примити изъ общегъ добитка?

Будући да є общи добитъ добивенъ на общи ньіовъ капиталъ, тога ради одъ потребе є найпре наћи сумму ньіови капитала:

$$\begin{array}{rl} 30.000 & \text{гроша} \\ 37.500 & — \\ 22.500 & — \\ \hline 90.000 & \end{array}$$

Добитъ првога трговца мора быти маньи него общи добитъ, и у толико пута маньи, у колико є капиталъ нѣговъ маньи него общи капиталъ;

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

ч. д. об. д. ч. к. об. к.
слѣдоветелно x : 15.600 = 30.000 : 90.000

дакле добитъ првога єсте 5.200 гр.

Добитъ второгъ трговца такођеръ мора быти мањи него общи добитъ, и у толико пута мањи, у колико є нѣговъ капиталъ мањи одъ общегъ; дакле

ч. д. об. до. ч. к. об к.
x : 15.600 = 37.500 : 90.000
добитъ второга дакле быће 6.500 гр.

И добитъ трећега быће мањи него общи добитъ, и у толико мањи, у колико є нѣговъ капиталъ мањи одъ общега.

ч. д. об. д. ч. к. об. к.
x : 15.600 = 22.500 : 90.000.
дакле трећи добія 3,900 гр.

Ако є задатакъ вѣрно рѣшенъ, то кадъ саберемо све частне добитке, изићиће общя добитъ.

Добитакъ првога трговца	5.200 гр.
— вторoга —	6.500 —
— трећега —	3.900 —
	15,600

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

Задатакъ $\text{II}^{\text{и}}$. Три ортака продали су 212 центій воска, сваку центу по 32 фор. сребра; питасе, колико добія први ортакъ, кой є уложіо у трговину 1342 фор., колико други, кой є уложіо 1178 фор., колико трећи, кой є уложіо 630 фор.?

Сва сумма за продани восакъ износи дакле 212 × 32 = 6784 фор., а сумма свію уложени капитала єсте 3150 фор.; слѣдователно добитакъ єсте 6784 — 3150 = 3634; а изъ свега овога составићемо слѣдующе три пропорціє:

об. к. об. д.	ч. к.	ч. д. фор.	
	1342 : x'	= 1548, 19	добія први
3150 : 3634 =	1178 : x''	= 1359, 01	— други
	630 : x'''	= 726, 80	— трећи.
		3634, 00	

Задатакъ $\text{III}^{\text{и}}$. Три зидара добили су 480 гроша. Први є радіо 60 дана, сваки данъ по 6 саатій; други є радіо 40 дана, по 8 саатій на данъ, а трећи є радіо 10 дана, по 12 саатій на данъ; пита се, колико валя свакоме дати плате, да буде соразмѣрна времену, коє су они на радъ употребили?

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

Овде частна плата не може быти пропорціонална числу дана, ербо зидари ни су равно число саатій радили на данъ. И тако валя найпре дознати, колико є саатій сваки за себе радіо, и после поступати по правилу првога задатка.

1и радіо є 60 дана по 6 саатій или 360 саатій
2и — 40 — — 8 — — 320 —
3и — 10 — — 12 — — 120 —
800 саатій.

дакле

$360 = 480 : x' = 216$ првоме
$800 : 320 = 480 : x'' = 192$ другоме
$120 = 480 : x''' = 72$ трећему.

Кадъ све частне плате сложимо, добићемо общу.

$$\begin{array}{r} 216 \\ 192 \\ 72 \\ \hline 480 \end{array}$$

Правило, коимъ се рѣшавају овима подобни задатци, зовесе *правило содружества* или *пропорціоналногъ дѣленія*. И тако дакле правило содружества показує, како валя число едно дѣлити на части, пропорціонално другимъ данимъ числамъ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

При рѣшенію задатака по правилу содружества валя наблюдавати слѣдуюће:

I. Сложити частне сумме, т. є. знати общи капиталъ.

II. Наћи общи добитакъ.

III. Составити прву пропорцію и тражити прво пропорціонално число, узимаюћи у разсужденіє, да се частни добитакъ или плата односи къ общему добитку, као частни капиталъ къ общему.

IV. Второ и проча пропорціонална числа налазити као прво.

Задатакъ IV. На неки посао употреблѣно є три радника, изъ коій 1и свршіо бы тай посао за 12 дана, радећи сваки данъ по 10 саатій; 2и свршіо бы за 15 дана, радећи на данъ по 6 саатій; 3и свршіо бы за 9 дана, радећи на данъ по 8 саатій; питасе: 1°, за колико ће дана ова три радника, радећи заедно, свршити тай посао? 2°, какву ће часть тогъ посла сваки направити? и 3е, колико ће сваки заслужити, кадъ за савъ посао валя платити 108 гроша?

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

Рѣшеніе I. Први свршиће савъ посао за 12 дана, радећи на данъ по 10 саатій, т. є. за 120 саатій; слѣдователно за 1 сатъ може онъ само $\frac{1}{120}$ часть свега посла свршити; $2^{\text{и}}$ употребиће на савъ посао 15 × 6 или 90 саатій, слѣд. за 1 саатъ може онъ само $\frac{1}{90}$ часть свега посла израдити; а $3^{\text{и}}$, кои мора употребити (9 × 8) 72 сата на савъ посао, свршиће за сатъ $\frac{1}{72}$ часть посла.

И тако дакле сва троица заєдно свршиће за єданъ сатъ $\frac{1}{120} + \frac{1}{90} + \frac{1}{72}$ свега посла, но $\frac{1}{120} + \frac{1}{90} + \frac{1}{72} = \frac{3}{360} + \frac{4}{360} + \frac{5}{360} = \frac{12}{360} = \frac{1}{30}$; слѣдователно за сатъ сва три радника могу израдити $\frac{1}{30}$ свегъ посла; а изъ овога явствує, да на савъ овай посао валя имъ 30 пута више времена, т. є. 30 саатій.

Рѣшеніе II. Садъ валя наћи, какву ће часть свегъ посла сваки моћи израдити:

$1^{\text{и}}$ за сатъ свршиће $\frac{1}{120}$ часть свегъ посла; дакле за 30 саатій, $30 \times \frac{1}{120}$ или $\frac{30}{120}$ или $\frac{1}{4}$.

$2^{\text{и}}$ за єданъ сатъ израдиће $\frac{1}{90}$ часть свегъ посла; дакле за 30 саатій, $30 \times \frac{1}{90}$ или $\frac{30}{90}$ или $\frac{1}{3}$.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА „СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕОГРАДУ

$3^{и}$ за сатъ може израдити $\frac{1}{72}$ часть свегъ посла; дакле за 30 саатій 30 × $\frac{1}{72}$ или $\frac{30}{72}$ или $\frac{5}{12}$.

Сложивши $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{5}{12}$, добићемо $\frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{5}{12}$ или $\frac{12}{12}$ или 1; а изъ овога слѣдує, да є рѣшеніє ово вѣрно.

Рѣшеніє III. Садъ остає само раздѣлити међу ньи 108 гроша, коє мора быти пропорціонално ньіовомъ раду. Први видили смо, да є $\frac{1}{4}$ часть свега посла израдіо, дакле мора примити $\frac{1}{4}$ часть одъ 108 гроша, т. є. 27 гр.; втори є израдіо $\frac{1}{3}$ часть свегъ посла, мора дакле добити $\frac{1}{3}$ часть одъ 108 гр. или 36 гр.; трећи є израдіо $\frac{5}{12}$ свегъ посла, зато валя да прими $\frac{5}{12}$ одъ 108 гроша или 45 гр. Кадъ сложимо 27 гр. 36 гр. и 45 гр., добићемо сву сумму одъ 108 гр., и тимъ ћемо се увѣрити, да є рѣшеніє вѣрно.

§. 119. Правило смѣшенія.

Задатакъ. Трговацъ неки учиніо є смѣшеніє одъ три сорте кафе. На то смѣшеніє узео є онъ 3 оке по 15 гроша, 5 ока по 9 гр., и 10 ока по 7 гр. свака ока; питасе, шта ће коштати ока мѣшане кафе?

Универзитетска библиотека „Светозар Марковић" у Београду

За моћи рѣшити овай задатакъ, валя найпре дознати, шта кошта сво количество кафе.

3 оке по 15 гроша кошта 15 гр. × 3 или 45 гр.
5 — — 9 — — 9 гр. × 5 — 45 —
10 — — 7 — — 7 гр. × 10 — 70 —
18 ока 160 гр.

$$
\begin{array}{l}
18)160(8\frac{16}{18} \\
\underline{144} \\
16.
\end{array}
$$

И тако єдна́ ока смѣшане кафе кошта $8\frac{16}{18}$ или 8 гр. и 35 $\frac{5}{9}$ паре. Правило, коимъ се рѣшавају овоме подобни задатци, зове се правило смѣшенія. И тако, као што изъ рѣшенія задатка явствує, правило смѣшенія єсте способъ опредѣлити цѣну извѣстне мѣре некаквогъ смѣшенія, кадъ знамо цѣну вещій, коє то смѣшеніє састављаю.

За опредѣлити цѣну извѣстногъ количества некогъ смѣшенія, знаюћи количество и цѣну свакогъ рода вещій, коє то смѣшеніє составляю, валя:

I. Дознати сумму вещій и цѣну ньіову.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
...ОЗАР МАРКОВИЋ У БЕО...

II. Раздѣлити второ число на прво, и найђено частно число быће тражено число.

Да рѣшимо задатакъ другога рода, кой се такође односи къ правилу смѣшенія.

Трговацъ неки има две сорте пиринча, прву сорту продає по 120 пара оку, а другу сорту по 90 пара. Онъ жели изъ те две сорте составити смѣшеніє одъ 10 ока, тако да може оку треће сорте пиринча продавати по 100 пара; пита се, колико му валя узети одъ сваке сорте, за моћи составити то смѣшеніє одъ 10 ока по 100 пара?

По условію овога задатка видимо, да за смѣшеніє морамо узети пиринча одъ обадве сорте; слѣдователно валя опредѣлити, колико треба узети одъ єдне сорте пиринча, и колико одъ друге. Знаюћи, да ће се смѣшани пириначъ продавати по 100 пара ока, видимо дакле, да ће се на свакой оки прве сорте штетовати по 20 пара, а на свакой оки друге сорте добіяћесе по 10 пара. Изъ овога явствує, да ће пиринча одъ прве сорте морати

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА «СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ» У БЕОГРАДУ

манѣ ући у смѣшеніє, него одъ друге сорте, зато єръ є штета одъ првога већа, него добитъ одъ другогъ. Будући да се на свакой оки пиринча прве сорте штетує 20 пара, а на свакой оки друге сорте добіясе само 10 пара, то изъ тога слѣдує, да се одъ прве сорте мора узети манѣ, него одъ друге, и у толико пута манѣ, у колико є 10 манѣ него 20, т. є. ако одъ друге сорте узмемо 20 ока, то одъ прве сорте валя узети само 10 ока.

Изъ овога слѣдує, да у 30 ока смѣшаногъ пиринча налазисе 10 ока пиринча одъ прве сорте и 20 ока одъ друге сорте. А будући да сво смѣшеніє пиринча треће сорте треба да има само 10 ока, то за наћи, колико одъ обадве сорте пиринча валя узети у смѣшеніє, составићемо слѣдуюће пропорціє:

$$30:10=10:x \text{ или } 30:10=10:3\tfrac{1}{3}$$

$$30:20=10:x' \text{ — } 30:20=10:6\tfrac{2}{3}.$$

Дакле x раванъ є $3\frac{1}{3}$ оки, и толико валя узети пиринча прве сорте, а x' раванъ є $6\frac{2}{3}$ оки, и толико валя у смѣшеніє узети одъ друге сорте пиринча.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ У БЕОГРАДУ

Проба. $3\frac{1}{3}$ оке $1^е$ сорте по 120 пара, 10 гроша,
$6\frac{2}{3}$ оке $2^е$ сорте по 90 пара, 15 гроша

10 ока смѣшаногъ пиринча 25 гр.

слѣдователно 10 ока смѣшаногъ пиринча коштаю 25 гроша; дакле 1 ока кошта равно 100 пара.

Изъ овога задатка слѣдуе, да къ пре реченомъ опредѣленію правила смѣшенія валя додати слѣдуюђе допуненіе: правиломъ смѣшенія називасе такође способъ опредѣлявати количества смѣшиваеми створій, знаюђи цѣну извѣстне мѣре смѣшенія и смѣшиваеми створій.

Правила, коя при рѣшенію подобни задатака наблюдавати валя, есу:

I. Сравнити цѣне двію смѣшиваеми створій съ изискуемомъ средньомъ цѣномъ и опредѣлити ньіове разности.

II. Опредѣленія ради прве смѣшиваеме створи валя составити слѣдуюђу пропорцію: количество прве смѣшиваеме створи относисе ко второй разности, као сво количество смѣшенія къ сумми разности.

ОЗАР МАРКОВИЋ“ У БЕО

III. Определенія ради второе смѣшиваеме ствари треба составити слѣдуюћу пропорцію: количество второе смѣшиваеме ствари относисе къ првой разности, као сво количество смѣшенія къ сумми разности.

Конацъ.

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
ОЗАР МАРКОВИЋ У БЕО