MATEMATIČKI LIST

ZA UČENIKE OSNOVNE ŠKOLE

IV

4

BEOGRAD
1970.

SAVEZ DRUŠTAVA MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA JUGOSLAVIJE

MATEMATIČKI LIST

za učenike osnovne škole

God. IV, broj 4 (1969/70)
Izlazi pet puta godišnje

IZDAJE DRUŠTVO MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA SR SRBIJE

Beograd, Knez Mihailova 35/IV, p. p. 791,

Uređuje Redakcioni odbor

Glavni urednik *prof. dr M. ILIĆ-DAJOVIĆ*

Odgovorni urednik *B. MARINKOVIĆ, prof.*

Štampa: **Beogradski grafički zavod, Beograd, Bul. vojvode Mišića br. 17**

J. Вукадиновић (Београд)

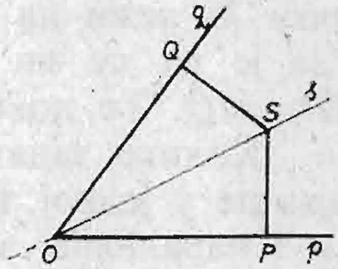
РЕШАВАЊЕ КОНСТРУКТИВНИХ ЗАДАТАКА

III

У претходна два чланка (МЛ, IV. 1—2, 3) показан је начин решавања конструктивних задатака помоћу висине на основицу једнакокраког троугла и особине симетрале дужи. У овом чланку биће решено неколико задатака помоћу особине симетрале угла.

Шта је симетрала угла и коју особину имају тачке на њој?

Симетрала угла је права која пролази кроз теме угла и полови га. Нека је pOq ма који угао (слика 1) и права s његова симетрала. Тада по дефиницији симетрале угла права s пролази кроз теме угла O и $\sphericalangle(p, s) = \sphericalangle(s, q)$.



Сл. 1

Може се показати *да је свака тачка симетрале угла на једнаком растојању од кракова угла.* Из ма које тачке S праве s повуцимо нормале SP и SQ на праве p и q, где су P и Q тачке на овим правама. Тада су правоугли троугли OPS и OQS подударни, јер имају заједничку хипотенузу OS и једнаке оштре углове POS и QOS. Одатле следи да је $SP = SQ$, тј. тачка S је на једнаком растојању од кракова угла pOq. То је особина свих тачака праве s.

На основу поменуте особине симетрале угла може се решити више конструктивних задатака.

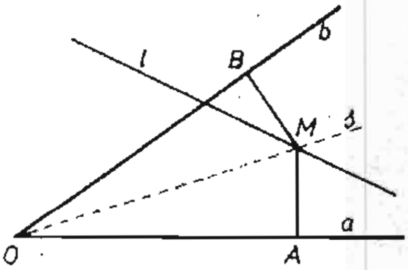
Изложићемо пет таквих задатака.

Задатак 1. — *На датој правој одредити тачку која је на једнаком растојању од кракова датог угла.*

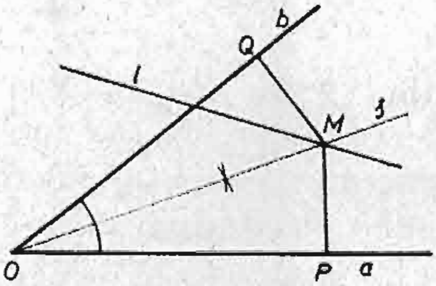
Решење. — Прво мора да се испита како се може одредити тражена тачка. Нека је l дата права, $\sphericalangle aOb$ дати угао, а M тражена тачка (слика 2). Из тачке M повуку се нормале MA и MB на праве a и b, где је A тачка на правој a, и B тачка на правој b. Тачка M мора да задовољава услов $MA = MB$, а све тачке које имају ту исту особину леже на симетрали угла. Значи тачка M се може добити као пресек симетрале датог угла и дате приве. Овај закључак се користи у извођењу *конструкције:*

1) конструише се симеорала s угла aOb;

2) одреди се заједничка тачка правих s и l; нека је то тачка M (слика 3). — Доказаћемо да је M тражена тачка, тј. да су њена растојања од кракова угла једнака. Обележимо са P и Q



Сл. 2



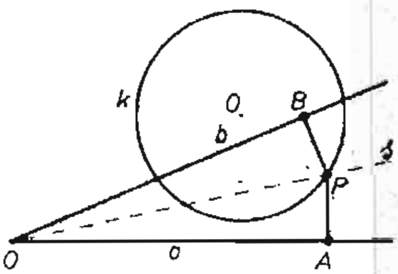
Сл. 3

подножја нормала спуштених из тачке M на праве a и b. Како тачка M лежи на симетрали s, а особина свих тачака симетрале угла је да су на једнаком растојању од кракова угла, то је $MP = MQ$. То показује да је тачка M тражена тачка.

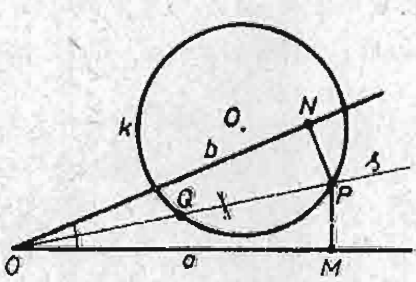
Колико задатак има решења? Пошто се две праве секу највише у једној тачки задатак има једно решење. Ако су праве s и l паралелне, задатак нема решења. Ако се праве s и l поклапају задатак има безброј решења.

Задатак 2. — *На датом кругу наћи тачку која је на једнаком растојању од кракова датог угла.*

Решење. — Обележимо са k дати круг, са aOb дати угао и са P тражену тачку (слика 4). Нека је $PA \perp a$, $PB \perp b$, где тачка A лежи на a, тачка B на b. Тачка P има особину да је на једнаком растојању од кракова a и b датот угла, па зато припада симетрали тога угла. Зато се *конструкција* може извести на следећи начин:



Сл. 4

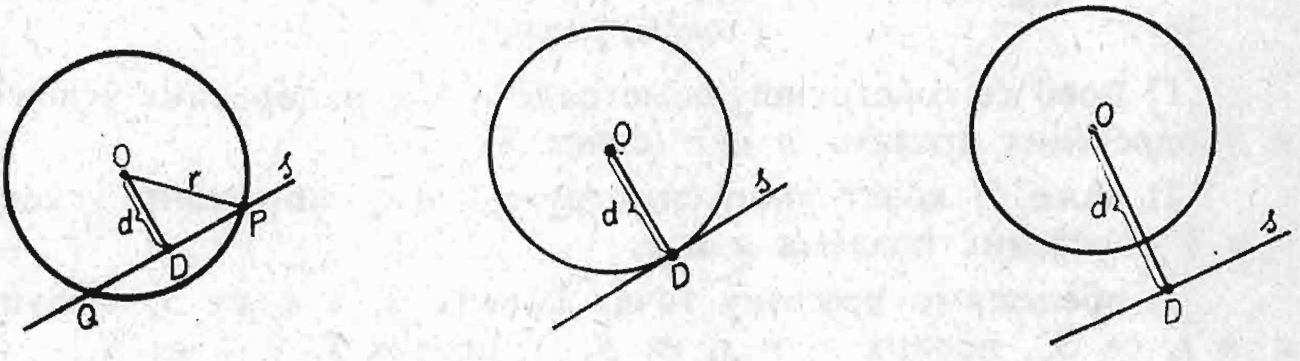


Сл. 5

1) конструише се симетрала s датог угла aOb и са њом пресече дати круг k с центром O и полупречником r (слика 5);

2) заједничке тачке симетрале s и круга k обележе се са P и Q. — Показаћимо да су то тражене тачке. Из тачке P спусте се нормале PM и PN на краке a и b. Пошто тачка P лежи на симетрали s, а све тачке ове праве су на једнаком растојању од кракова угла, то је $PM = PN$, тј. доказано је да је P тражена тачка.

При решавању овог задатка добили смо две тражене тачке, тј. кажемо да задатак има два решења. Међутим, права s не мора да сече круг k или може да има са њим само једну заједничку тачку. Обележимо са d растојање центра O круга k од праве s, тј. $d = OD$ (слика 6 а). У правоуглом троуглу ODP,



Слика 6

страница d је катета, па је мања од хипотенузе r троугла, тј. ако је $d < r$ задатак има два решења. Ако је $d = r$ (сл. 6 b) права s додирује круг k, па постоји једно решење. За $d > r$ (сл. 6 c) круг k и права s немају заједничких тачака, па задатак нема решења.

Задатак 3. — *Дате су три праве a, b и c. На правој c наћи тачку која је на једнаком растојању од правих a и b.*

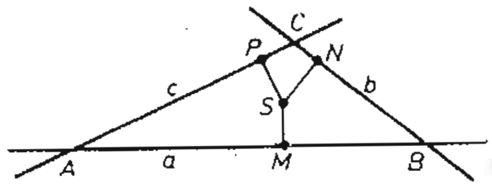
Тражена тачка добија се као пресек симетрала углова које граде праве a и b са правом c. Решење задатка своди се на задатак 1, па се оставља читаоцима.

Задатак 4. — *На датом кругу наћи тачку која је на једнаком растојању од датих правих p и q.*

Тражена тачка је заједничка тачка датог круга и симетралâ углова које образују дате праве. Зато се решење задатка своди на задатак 2.

Задатак 5. — *Одредити тачку која је на једнаком растојању од три дате праве* (слика 7).

Решење. — Дате су праве a, b и c које не пролазе кроз исту тачку, већ се секу две по две у тачкама A, B и C. Нека је S тражена тачка, а SM, SN и SP нормалне дужи повучене редом на праве a, b и c. Тачка S мора да задовољава услов да је на једнаком растојању од датих правих. Пошто је на једнаком растојању од правих a и c, она лежи на симетрали угла одређеног овим правима; а како је на једнаком растојању од правих a и b, она лежи на симетрали угла одређеног овим правама. Закључујемо да је тачка S заједничка тачка за ове две симетрале, па се на основу тога изводи следећа *конструкција*:

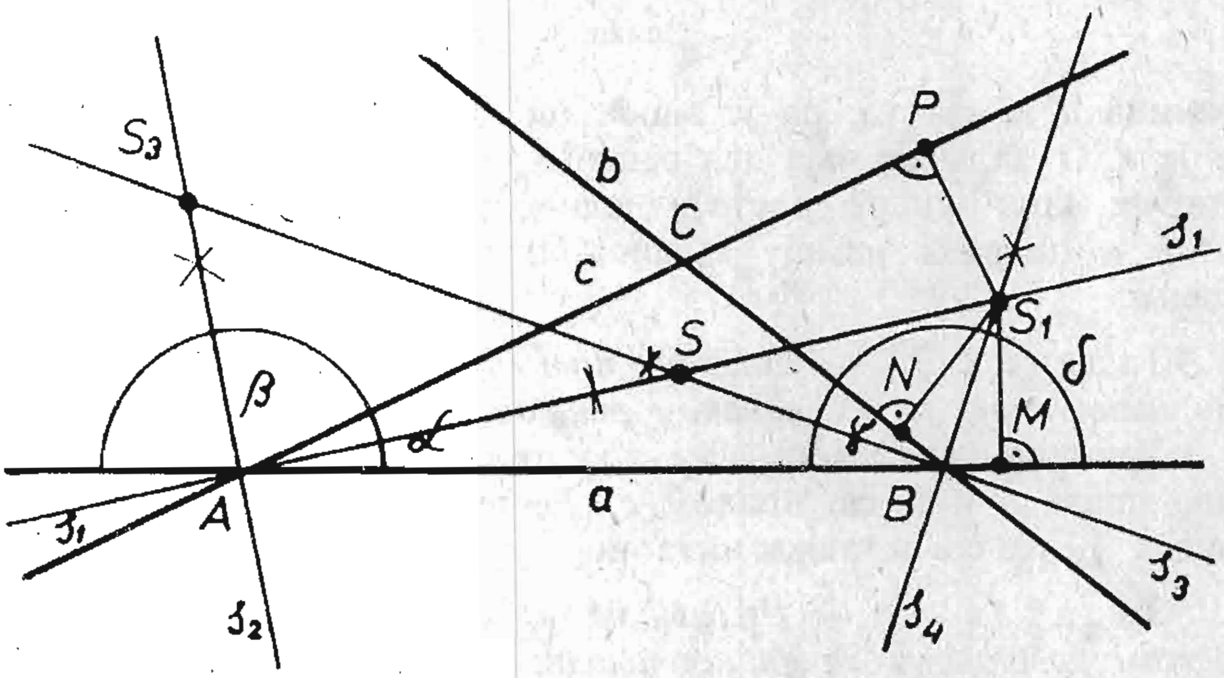


Сл. 7

1) прво се конструишу симетрале s_1 и s_2 напоредних углов α и β одређених правама a и c (слика 8);

2) даље се конструишу симетрале s_3 и s_4 напоредних углова γ и δ одређених правама a и b;

3) обележимо пресечну тачку правих s_1 и s_3 са S, правих s_1 и s_4 са S_1, правих s_2 и s_4 са S_2, а правих s_2 и s_3 са S_3.



Сл. 8

Показаћемо да су добијене тачке тражене тачке.

Нека је $S_1 M \perp a$, $S_1 N \perp b$, $S_1 P \perp c$, где тачке M, N и P припадају редом правама a, b и c.

Како тачка S_1 лежи на правој s_5 то су њена растојања од правих a и b једнака, тј. $S_1M=S_1N$; тачка S_1 лежи и на правој s_1, па су и њена растојања од правих a и c једнака, тј. $S_1M=S_1P$. На крају је $S_1M=S_1N=S_1P$, тј. тачка S_1 је на једнаком растојању од датих правих a, b и c, па је то тражена тачка. Исто се може показати и за тачке S, S_2, и S_3.

При решавању задатка добијене су *четири* тачке које су на једнаком растојању од три дате праве које се секу две по две. Ако све три дате праве пролазе кроз исту тачку не може се добити ни једна таква тачка, јер се симетрале углова које праве одређују секу само у пресечној тачки датих правих. Тада се каже да у том случају задатак *нема* решења. Ако је $a \| b \| c$ задатак такође нема решења. У случају кад су две од датих правих паралелне, тада постоје *два* решења.

(*Наставиће се*)

ШТА ЈОШ ТРЕБА ЗНАТИ О ЧЕТВОРОУГЛУ

(Одговори на постављена питања)

1. Прост четвороугао може бити конвексан или неконвексан; према томе, сваки прост четвороугао не мора бити истовремено и конвексан. — Међутим, како конвексан четвороугао нема страница које се секу, то значи да је сваки конвексан четвороугао истовремено и прост.

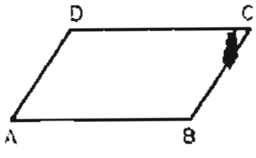
2. Знајући да је непрост онај четвороугао којем се две несуседне странице секу, а да код конвексног четвороугла то није случај, закључујемо да конвексан четвороугао не може бити непрост. — Неконвексан четвороугао може бити прост или непрост; прост је ако нема две странице које се секу, а непрост је у супротном случају.

3. Како је конвексан четвороугао истовремено и прост, довољно је уместо „конвексан прост четвороугао" рећи само „конвексан четвороугао". — Међутим, прост четвороугао може бити било конвексан било неконвексан, тако да се израз „конвексан прост четвороугао" не може заменити изразом „прост четвороугао".

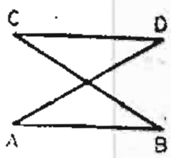
4. Полазећи од тога да је неконвексан онај четвороугао за који се може наћи права која га сече у три или четири тачке, разликујемо прост и непрост неконвексан четвороугао; при томе, несуседне странице простог неконвексног четвороугла (као и било каквог простог четвороугла) немају ниједну заједничку тачку, док две несуседне странице непростог четвороугла имају једну заједничку тачку.

5. Како у задатку није речено да ли се ради о једнаким супротним или једнаким суседним страницама четвороугла, размотрићемо обе могућности.

a) Нека су једнаке странице супротне; тада је четвороуао или прост, и то паралелограм (сл. 1, тј. није неконвексан) или непрост (сл. 2); дакле, ни у једном ни у другом случају немамо прост неконвексан четвороугао, тако да ова могућност не долази у обзир.

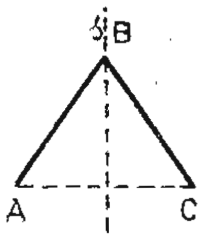


Сл. 1

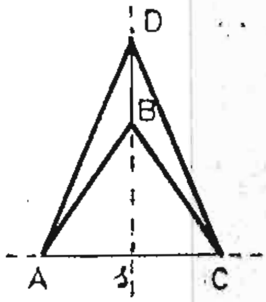


Сл. 2

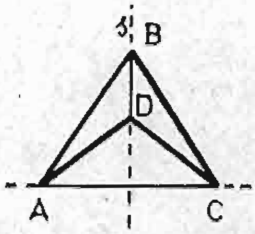
b) Преостаје да четвороугао има два пара једнаких суседних страница. Нека су AB и BC две једнаке суседне странице нашег четвороугла (сл. 3а), а AC једна његова дијагонала. Очигледно, $\triangle ABC$ је једнакокрак, што значи да се његов врх B налази на симетрали s странице AC. Као што је познато, свака тачка чија су растојања од тачака A и C једнака мора се налазити на симетрали s дужи AC; зато се четврто теме четвороугла — тачка D у којој се састаје други пар једнаких суседних страница AD и CD — мора налазити на правој s, а дијагонала BD мора лежати на правој s, то јест заиста је $BD \perp AC$.

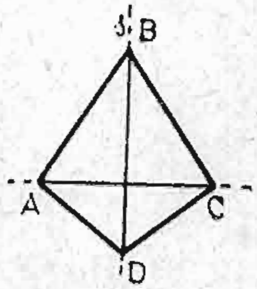


Сл. 3а



Сл. 3b





Сл. 3с

Задатак има два решења: 1) тачка D налази се са оне стране праве AC са које лежи и теме B; 2) тачка D не налази се са оне стране праве AC са које лежи теме B. У првом случају добија се неконвексан четвороугао (сл. 3 b), а у другом случају конвексан четвороугао (и то делтоид, сл. 3 с); и један и други четвороугао имају нормалне дијагонале. Једино кад су све четири странице четвороугла једнаке добија се само једно решење (које не одговара услову задатка): ромб.

6. Из одговора на претходно питање види се да неконвексан прост четвороугао са два пара једнаких суседних страница има нормалне дијагонале и да је једна од тих дијагонала на симетрали друге дијагонале. Довољно је да само овај последњи услов није испуњен, тј. да ниједна дијагонала не лежи на симетрали друге, па да задати четвороугао нема два пара суседних једнаких страница иако су му дијагонале нормалне (в. сл. 4). Према томе, ако су у простом неконвексном четвороуглу дијагонале нормалне, такав четвороугао не мора имати два пара једнаких страница.

7. На сл. 5 је антипаралелограм $ABCD$ ($AB = CD$, $AD = BC$). Повуцимо дијагоналу AC и уочимо троуглове ACB и ACD; ови троуглови су подударни јер су све три странице једног троугла једнаке одговарајућим страницама другог; стога је $\measuredangle DAC = \measuredangle BCA$. Продужимо AD и BC до пресека S; добили

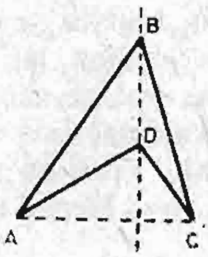
смо једнакокраки троугао ACS (једнакокрак је зато што су му углови на основици AC једнаки); то јест

$$AS=CS,$$

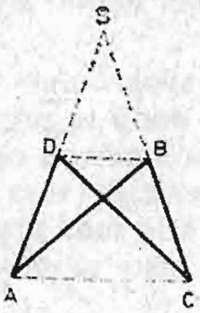
одакле произлазе да је и

$$DS=BS,$$

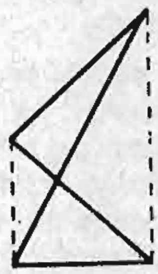
што значи да је и $\triangle DBS$ једнакокрак. С обзиром на положај тих троуглова закључујемо да су углови на основици једног једнаки угловима на основици другог, што значи да су им основице паралелне. Дакле, заиста, дијагонале AC и BD антипаралелограма су паралелне, што је и требало доказати.



Сл. 4



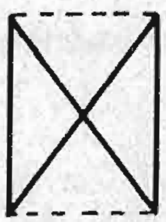
Сл. 5



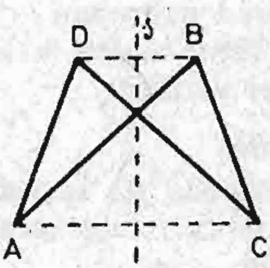
Сл. 6

8. Ако су дијагонале неког четвороугла паралелне, тај четвороугао мора пре свега бити непрост, а да не мора при том бити и антипаралелограм, показује сл. 6.

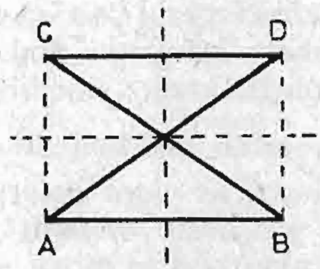
9. Четвороугао с једнаким и паралелним дијагоналама је антипаралеграм као, на пример, овај на сл. 7.



Сл. 7



Сл. 8 a



Сл. 8 b

10. Прост неконвексан и осно симетричан четвороугао мора имати нормалне дијагонале; такви су четвороуглови на сл. 3 b. Непрост и осно симетричан четвороугао мора бити антипаралелограм и као такав мора имати бар једну осу симетрије (в. сл. 8 a); ако су дијагонале антипаралелограма још и једнаке, тада такав четвороугао има две узајамно нормалне осе симетрије, а пресек двеју супротних страница је центар симетрије тог четвороугла (в. сл. 8 b).

Напомена. — У вези са одговором на ово питање видети одговоре на питања 5 и 7.

Д.

B. Marinković (Beograd)

AZBUKA KIBERNETIKE

(*nastavak*)

III. KAKO SE RAČUNA SA ISKAZIMA

(Algebra iskaza)

3. Logičke operacije

Kao što je u prethodnom nastavku bilo istaknuto, sa iskazima možemo vršiti operacije, tj. polazeći od elementarnih iskaza mogu se obrazovati novi iskazi pomoću reči (tzv. logičkih veznika) »*i*«, »*ili*«, »*ako . . . , onda*«, »*tada i samo tada, kada*«, »*ne*«; pri tome nas interesuje jedino to da li su iskazi (polazni i dobijeni) istiniti ili neistiniti.

Na taj način, pojavljuje se svojevrstan »račun« za koji bi se moglo reći da je čak jednostavniji, na primer, od onog sa prirodnim brojevima, jer prirodnih brojeva ima beskonačno mnogo, dok u logičkim operacijama imamo samo dve vrednosti: *I* i *L*, odnosno 1 i 0. Ovih operacija (veza među iskazima) ima nekoliko i one za vas i nisu sasvim nove, jer ste ih i do sada upotrebljavali i vršili na svakom koraku (posebno u matematici), samo što niste znali »da je to to«. Nema te matematičke knjige u kojima ih nema.

O kakvim se to vezama radi, nije teško utvrditi, pogotovu matematičaru, čak i kad ne zna sve svetske jezike. Treba samo uzeti matematičku knjigu napisanu na nepoznatom jeziku i obratiti pažnju na to kakve su reči koje pri čitanju najčešće treba tražiti u rečniku. I gle čuda! Posle izvesnog vremena čitalac neočekivano dolazi do zaključka: ako je čovek dobro naučio (shvatio, usvojio) već pomenute reči »i«, »ili«, »ne«, »ako . . . , onda«, »tada i samo tada, kada«, kao i reči »svaki«, »postoji«, »onaj koji« i eventualno još neke, onda on neće ni primetiti da čita knjigu napisanu na stranom jeziku, jer će skoro sve razumeti. To je i razumljivo, jer formule su internacionalne, a tekst ih samo objašnjava i u većini slučajeva i nije neophodan. A potrebni veznici praktično su svi napred nabrojani.

U daljem izlaganju podrobnije ćemo videti kako se sa iskazima »računa«, tj. kakvu ulogu imaju pojedini logički veznici.

4. Logičko množenje (*Konjunkcija*)

1. *Iskazi se mogu množiti.* — Možda ste se već zapitali: Zar se, osim brojeva, može još nešto množiti? Matematičari odgovaraju da može; čak je priličan broj »objekata« koji se mogu »množiti«.

U ovoj algebri, koju si sada počeo da upoznaješ, moguće je množiti iskaze. A kako se to radi? Evo kako.

Dogovorimo se da spoj dvaju iskaza u novi iskaz pomoću veznika »*i*« nazivamo *logičkim množenjem*. (Tek će ti kasnije biti jasno zašto se i stvari, koje na prvi pogled jedna na drugu ne liče, često nazivaju istim imenom).

Iskaz koji se dobija kada se dva data iskaza povežu veznikom »i«, naziva se logičkim proizvodom ili konjunkcijom. Ova se operacija obično označava simbolom $\cdot$ ili $\wedge$ ili &. Poslednji znak teško je pisati, pa ga nećemo ni upotrebljavati. Prema tome, $A \cdot B$ ili prosto AB (ili $A \wedge B$) jeste *konjunkcija iskaza A i B.* (Pazite! Čitajte i izgovarajte kon-junkcija, a ne ko(nj)ukcija!)

Operaciju vršimo nad iskazima i kao rezultat dobijamo opet iskaz. I, naravno, zanima nas kako istinitost logičkog proizvoda (konjunkcije) zavisi od istinitosti prostih iskaza od kojih je on sastavljen.

Primer 1. — Ako sa A označimo iskaz »Sutra će u Beogradu biti lepo vreme«, a sa B iskaz »Sutra u Beogradu neće padati kiša«, onda će iskaz $A \cdot B$ glasiti: »Sutra će u Beogradu biti lepo vreme *i* (sutra) neće padati kiša«.

Ovakvu prognozu svakako ćete smatrati netačnom ako sutra u Beogradu vreme bude hladno, ili ako bude padala kiša, ili ako istovremeno bude hladno i kišovito; smatraćete je tačnom samo u slučaju da sutra bude lepo vreme i ne bude kiše, tj. kada su oba iskaza ***A i B*** tačna.

Primer 2. — Svakako ćeš se složiti i sa sledećim zaključcima:

1. Logički proizvod (konjunkcija) ne može biti istinit (tačan) ako nisu istinita oba »činioca«; na primer:

(5 je veće od 8) ***i*** (5 je manje od 2).

Očigledno, ovaj iskaz uzet kao celina nije tačan. Iskazi od kojih je sastavljen takođe nisu tačni.

2. Očigledno da ni ovakvi logički proizvodi ne mogu biti tačni:

(5 je veće od 8) ***i*** (5 je veće od 2) ili
(5 je manje od 8) ***i*** (5 je manje od 2).

Vidimo da je u oba slučaja bio neistinit (netačan) ili prvi ili drugi od polaznih iskaza.

3. Logički proizvod (konjunkcija) dva iskaza tačan (istinit) je tada i samo tada kada su tačna oba data iskaza:

(5 je manje od 8) ***i*** (5 je veće od 2).

Primer 3. — Ako prihvatimo činjenicu da »Kroz Zagreb protiče Sava«, a takođe i činjenicu da »Bihać leži na Uni«, onda ćemo se svakako saglasiti i s tvrdnjom da »Kroz Zagreb protiče Sava ***i*** Bihać leži na Uni«. Analogno, prihvatajući da je »$2 \cdot 2 = 4$«, možemo prihvatiti kao tačno da »Bihać leži na Uni ***i*** $2 \cdot 2 = 4$«. Znači, prihvatamo da je *konjunkcija dvaju istinitih iskaza uvek istinita*, bez obzira na to što sami iskazi možda jedan s drugim i nemaju ništa zajedničko; naime, ako oba iskaza, uzeta ponaosob, smatramo istinitim, onda ćemo to smatrati i kad ih uzmemo zajedno. Štaviše, u navedenom primeru, iskaz »Bihać leži na Uni ***i*** $2 \cdot 2 = 4$« je gotovo besmislena (besciljna) konjunkcija (mada i istinita) i nema nikakvu interesantnu primenu ni u geografiji, a još manje u matematici; naprotiv, iskaz »Kroz Zagreb protiče Sava ***i*** Bihać leži na Uni« može upućivati i na neke interesantne zaključke (recimo, u turističkom smislu). Na taj način, smatraćemo istinitom konjunkciju proizvoljnih istinitih iskaza, mada su mnogi od njih strani kako nauci, tako i svakodnevnom životu.

Prema tome, *logički proizvod ili konjunkcija iskaza **A** i **B** jeste novi iskaz* $A \cdot B$ *ili* $A \wedge B$ (*čita se* »A ***i*** B«) *koji je tačan* (*istinit*) *tada i samo tada, kada je tačan* (*istinit*) *svaki od iskaza* A *i* B, tj.

$A \cdot B = I$ ako je $A = B = I$; $A \cdot B = L$ u svim ostalim slučajevima.

Naime: $I \cdot I = I$, ali $I \cdot L = L$, $L \cdot I = L$, $L \cdot L = L$.

Zapišimo gornju definiciju u drugom, veoma pogodnom i u matematičkoj logici često upotrebljavanom obliku:

A	B	A *i* B
I	I	I
I	L	L
L	I	L
L	L	L

ili

A	B	AB
I	I	I
I	O	O
O	I	O
O	O	O

ili

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Odgovarajuće vrednosti nalaze se u istoj vrsti; na primer, u trećoj vrsti čitamo: ako je A neistinito a B istinito, onda je AB neistinito.

Prethodna tablica je tzv. *tablica istinitosti* za konjunkciju (logički proizvod) iskaza A *i* B. U njoj je navedeno kako istinitost »proizvoda« AB zavisi od istinitosti prostih iskaza (»činilaca«) A i B.

Leva dva stupca (kolone) gornje tablice sadrže sve moguće istinitosne vrednosti iskaza A i B, a u desnom stupcu nalaze se odgovarajuće vrednosti konjunkcije AB.

Lako je videti da se tablica istinitosti logičkog množenja podudara sa tablicom množenja u aritmetici binarnog sistema (ML, IV. 1—2, str. 27).

Primedba. — Zanimljivo je da se poslednja tablica (kojom je određeno kako istinitosna vrednost konjunkcije AB zavisi od istinitosnih vrednosti iskaza A i B) može napisati i kraće:

$$AB = \min (A; B),$$

što treba čitati ovako: istinitosna vrednost iskaza AB (tj. konjunkcije iskaza A i B) jednaka je manjoj od istinitosnih vrednosti tih iskaza (ako su istinitosne vrednosti jednake, onda je jednaka upravo toj vrednosti): $\min (0;1) = 0$, $\min (1;1) = 1$, $\min (0;0) = 0$.

Kao što se vidi, navedena definicija konjunkcije u potpunosti odgovara smislu veznika »i«.

2. *Napomena.* — Takođe možemo imati i logički proizvod više od dva iskaza. I u tom slučaju logički proizvod (konjunkcija) iskaza $A \cdot B \cdot C \cdot \ldots \cdot X$ biće istinit onda i jedino onda kada su istiniti svi prosti iskazi A, B, C, ..., X koji u njega ulaze (a neistinit, netačan je kada je nestinit makar i jedan od tih iskaza).

P r i m e r. — Konjunkcija iskaza A: »Una je pritoka Save«, B: »Drina je pritoka Save« i C: »Morava je pritoka Dunava« biće iskaz ABC: »Una je pritoka Save *i* Drina je pritoka Save *i* Morava je pritoka Dunava«. (Naravno, ukoliko bi intervenisali razni stilski propisi, ovaj bi se iskaz mogao izreći i nešto kraće), tj. bez suvišnih ponavljanja). Poslednji iskaz, uzet kao celina, nije istinit ($ABC = 0$), jer njegov treći »činilac« nije istinit a prva dva jesu ($C = 0$, $A = 1$, $B = 1$).

3. Kao što ste primetili, ako su A i B iskazi, onda je i njihova konjunkcija AB takođe iskaz. Ako, pak, bar jedno od slova A i B označava iskaznu formu, onda će i njihova konjunkcija AB biti iskazna forma.

Neka, na primer, A označava iskaznu formu „$x - y = 2$", a B — iskaznu formu „$x + y = 4$"; tada će konjunkcija AB značiti iskaznu formu „$x - y = 2$ *i* $x + y = 4$", što se obično piše u obliku:

$$\left.\begin{array}{l} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{array}\right\}$$

Ova forma, u kojoj prepoznajemo sistem jednačina sa dve nepoznate, postaće tačan iskaz za one i samo te vrednosti promenljivih x i y, za koje svaka od formi „$x - y = 2$" i „$x + y = 4$" jeste tačan iskaz. Taj par vrednosti za x i y predstavlja rešenje datog sistema jednačina.

4. *Zadaci za vežbu.* — Pokušaj da samostalno rešiš sledeće zadatke, a onda svoje odgovore sravni sa odgovorima navedenim posle ove grupe zadataka!

1) Evo tri sastavne rečenice, koje predstavljaju iskaze određene istinitosti. Odredi koje su tačne, a koje netačne.

a) Zagreb leži na Savi *i* $5+2=7$;

b) $2<3<5$;

c) (15 je deljivo sa 3) $\wedge$ (12 je deljivo sa 5).

2) Neka je iskaz A: »Kod pravougaonika su uglovi oštri«, a iskaz B: »Kod pravougaonika su dijagonale jednake«. Kakav je iskaz $C = A \cdot B$?

3) Koju istinitosnu vrednost imaju iskazi A i B ako je: $A \wedge (2\cdot 3=6)$ — tačan iskaz, $B \wedge (2\cdot 3=6)$ — netačan iskaz?

4) Pomoću znaka $\wedge$ napiši uslove pri kojima će biti tačne (istinite) sledeće rečenice:

a) $ab \neq 0$; b) $a:b=0$; c) $2<x<5$; d) $a^2+b^2=0$; e) $|x|<3$

5) Sistem jednačina $x+y=5$, $x-3y=0$ zapiši pomoću znaka $\wedge$.

6) Iskaži pomoću veznika »*i*« i zapiši koristeći znak konjunkcije ($\wedge$) sledeću rečenicu (iskaz):

Svaki od brojeva 9, 12, 15 deljiv je sa 3;

7) Popuni tablicu istinitosti za konjunkciju tri iskaza:

A	B	C	$A \wedge B \wedge C$
1	1	1	
1	1	0	
1	0	1	
1	0	0	
0	1	1	
0	1	0	
0	0	1	
0	0	0	

Odgovori. — 1) a) tačna; b) $2<3$ i $3<5$ — tačna; c) netačna.

2) Iskaz C glasi: »Kod pravougaonika su uglovi oštri i dijagonale jednake«. Iskaz A je netačan ($A=0$), a iskaz B je tačan ($B=1$), pa je $C = A \wedge B = 0 \wedge 1 = 0$, tj. iskaz C je netačan.

3) A je tačan, a B — netačan iskaz.

4) a) $(a\neq 0)\wedge(b\neq 0)$; b) $(a=0)\wedge(b\neq 0)$; c) $(x>2)\wedge(x<5)$; d) $(a=0)\wedge(b=0)$; e) $(x<3)\wedge(-x<3)$ ili $(x<3)\wedge(x>-3)$; ustvari data nejednakost znači isto što i $-3<x<3$.

5) $(x+y=5)\wedge(x-3y=0)$.

6) (9 je deljivo sa 3) $\wedge$ (12 je deljivo sa 3) $\wedge$ (15 je delj. sa 3). Matematičari bi to zapisali ovako: $(3|9)\wedge(3|12)\wedge(3|15)$, gde na primer, $3|9$ znači: »9 je deljivo sa 3« ili »3 je delilac broja 9« i sl.

7) $A\wedge B\wedge C=1$ samo u prvoj vrsti tablice, inače $A\wedge B\wedge C=0$.

(*Nastaviće se*)

Matematika je kraljica i ropkinja nauka, ona služi drugim naukama, ali u svim prilikama njoj pripada prvo mesto.

Gaus, veliki nemački matematičar, fizičar, i astronom

ZADACI

Zadaci sa prijemnih ispita za upis u srednje škole

Beograd, 29. VIII 1969. (naknadni rok)

1. Izračunati: $(4{,}8-5)^2 : \left(3\frac{1}{4}-1\frac{1}{2} : 2\right)$ [0,016]

2. Uprostiti izraz $(a-x)^2-(a+x)^2+0{,}25\,ax$, a zatim izračunati njegovu brojnu vrednost za $a=-\frac{1}{15}$, $b=4$. [$-3{,}75\,ax$; 1]

3. Traktori su uzorali prvog dana $\frac{3}{16}$ polja, drugog dana $2\frac{2}{5}$ puta više nego prvog dana, a trećeg dana su uzorali 87 ha.

Kolika je površina tog polja? [240 ha]

4. Obim pravougaonika iznosi 28 cm, a stranice mu se razlikuju za 2 cm. Izračunati površinu kruga opisanog oko tog pravougaonika! [$25\,\pi$ cm^2]

5. Površina osnove (baze) kupe odnosi se prema površini omotača te kupe kao 3:5. Izračunati površinu i zapreminu te kupe ako prečnik osnove (baze) te kupe iznosi 12 cm. [$P=96\,\pi$ cm^2; $V=96\,\pi$ cm^3]

Одабрани задаци

Ови задаци (а има их за сваки разред) треба да вам послуже за вежбу, припремање за пријемне испите и математичка такмичења. Задатке треба самостално да решите, а наведени резултати, упутства и решења нека вам служе за контролу

Аритметика

530. Нађи све бројеве, већи од 10 000 и мања од 15 000, који при дељењу како са 453, тако и са 755, дају остатак 175.

[11 500; 13 765]

531. Нађи број који при дељењу са 7 даје остатак 5, при дељењу са 11 — остатак 9, а при дељењу са 13 — остатак 11.

532. Објасните, зашто можемо тврдити да је разлика

$$18796\cdot 123042\cdot 2073-3287\cdot 15747\cdot 8994$$ дељива са 10.

Упутство. — И умањеник и умањилац завршавају се истом цифром (6), па ће се разлика завршавати цифром нула. Дакле?

533. Нађи најмањи природан број који подељен сваким од разломака 9/35, 6/25 и 5/7 даје природан број. [90]

534. Наћи највећи број којим треба поделити сваки од разломака

$$2\frac{73}{156} \text{ и } 1\frac{101}{130}, \qquad \left[\frac{77}{780}\right]$$

да би количник био природан број.

535. Наћи све разломке с једноцифреним имениоцем од којих је сваки већи од 4/5, а мањи од 9/10. (Овај задатак је нешто тежи од 58. конкурсног задатка из „Мат. листа" III. 2)* [5/6, 6/7, 7/8, 8/9, 9/11]

Наћи x из једначина (536— 538):

536. $$4{,}98-120{,}12:\left[8{,}008\cdot\left(2{,}7475+\frac{1{,}12211-2\cdot x}{4{,}444}\right)\right]+0{,}03=1{,}01 \qquad [x=0]$$

537. $$0{,}3+\left[0{,}72-\left(10-\frac{9{,}99999}{1{,}1-x}\right)\cdot 0{,}625\right]:0{,}225=1 \qquad [x=0{,}0011]$$

538. $$\left(\frac{7}{2\cdot 9}+\frac{7}{9\cdot 16}+\frac{7}{16\cdot 23}+\frac{7}{23\cdot 30}+\frac{7}{30\cdot 37}+\frac{7}{37\cdot 44}+\frac{7}{44\cdot 51}+\frac{7}{51\cdot 58}\right)\cdot x=14$$

[$x=29$]

Упутство. — Сваки разломак у загради замените разликом два разломка! (То је примењивано више пута код задатака објављиваних у МЛ)

539. Три седмине укупног броја ученика једног одељења чине девојчице. Ако би дошле још четири девојчице, тада би у одељењу био једнак број девојчица и дечака. Одредити колико је било свих ученика у том одељењу?

Упутство. — Једна седмина првобитног броја свих ученика износи 4 (зашто?), те није тешко закључити да је свих ученика било 28.

540. а) Купљено је наколико килограма јабука исте врсте по 1,20 динара за 1 kg и исто толико по 0,80 динара. Наћи средњу цену 1 kg купљених јабука. [1 дин.]

b) Купљено је неколико килограма јабука по 1,20 динара за 1 kg и за исто толику своту новца купљене су јабуке по цени 0,80 динара за 1 kg. Наћи средњу цену 1 kg купљених јабука. [0,96 дин.]

541. Лубеница и диња теже 7,2 kp. Наћи тежину лубенице и тежину дење, ако је 45%тежине диње једнако 36% тежине лубенице [4 kp; 3,2 kp]

542. Премију добијену на лутрији, три брата поделила су на следећи начин: најстарији је добио 30% целе премије и још 80 динара; средњи —40% остатка и још 160 динара, а најмлађи —70% новог остатка и још 240 динара. Колика је била та премија и колико је добио сваки брат?

[Премија = 2400 дин; сваки по 800 дин]

---

* Доставио *А. Я. Котов*, Волгоград (СССР).

543. Израчунати на најкраћи начин;

a) $6{,}377^2-3{,}623^2$;

b) $15{,}86^2-4{,}14^2$;

c) $\left(6\frac{1}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2$

Упутство. — Примените $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

544. Зашто се може тврдити да је производ свих простих бројева мањих од 100, дељив са 10, са 899, са 3599?

Упутство:

$10=2\cdot 5$

$899=900-1=(30-1)(30+1)=29\cdot 31$

$3599=3600-1=(60-1)(60+1)=59\cdot 61$

545. Може ли се број 101 010 приказати као разлика квадрата двају целих бројева? Образложи!

Решење. — Предпоставимо да је $101\,010=a^2-b^2$, где су a и b — цели бројеви; тада $101\,010=(a+b)(a-b)$, те имамо четири случаја:

1) a — паран број, b — паран број;

2) a — паран број, b — непаран број;

3) a — непаран, број b — паран број;

4) a — непаран број b — непаран број.

У случајевима 2) и 3) бројеви $(a+b)$ и $(a-b)$ су непарни, те је и њихов производ непаран и према томе, не може бити једнак парном броју 101 010.

У случајевима 1) и 2) бројеви $(a+b)$ и $(a-b)$ су парни па ће и њихов производ бити паран и дељив са 4 и према томе, не може бити једнак броју 101 010 (који није дељив са 4)

Одговор; Не може

546. Познато је да је $x\cdot 0{,}25=0{,}0125$. Не тражећи x, одредити чему је једнак збир $x\cdot 2{,}5+x\cdot 2500$. [125, 125]

547. При решавању једначине $\frac{5x-3}{2}-\frac{3x-5}{4}=5$ један ученик је погрешно преписао коефицијент у моному $3x$, па му је решење добијене једначине било за 18 веће од стварног решења дате једначине. Који је који је коефицијент био написао тај ученик? [9]

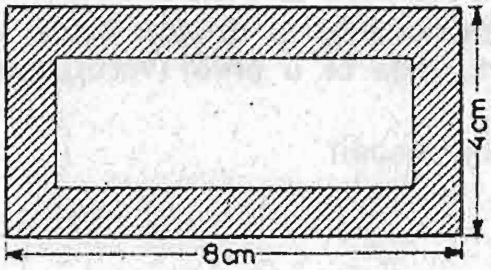
548. Неки човек може да попије буре вина за 14 дана, а ако пије заједно са својом женом попиће га за 10 дана. За колико би дана сама жена попила сво вино из тог бурета? (*Маiницкиј*) [30 дана]

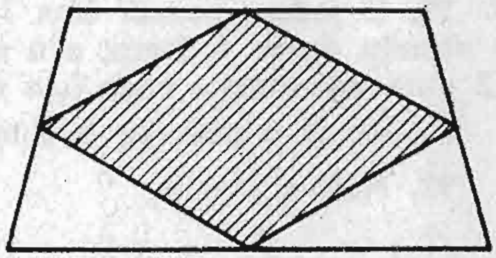
549. Доказати да у сваком правоуглом троуглу тежишна линија и висина на хипотенузу чине угао једнак разлици оштрих углова тог троугла.

550. У кружници полупречника (радијуса) R уписан је правоугаоник. Средишта његових страница су спојена. Колики је обим тако добијеног четвороугла?

Решење. — Добијени четвороугао је ромб (зашто?). Свака страница тог четвороугла, тј. ромба једнака је R, па је, према томе, његов обим једнак $4R$.

551. Од комада папира (слика доле лево) са свих страна одрезати траку исте ширине тако да остане правоугаоник који ће имати само половину површине већег правоугаоника. Колико ће бити широка та трака?





552. Израчунај површину ромба, (сл. горе десно) добивеног располовљавањем страница трапеза ($a = 44$ mm, $b = 30$ mm, $h = 20$ mm). Колико пута је већа површина трапеза? [2 пута]

553.* а) Дате су две паралелне праве и произвољна тачка ван тих правих. Кроз дату тачку повучене су три полуправе које секу дате праве.

Пресечне тачке дијагонала добијених трапеза (три трапеза!) леже на једној правој, која је уз то паралелна датим правама.

Доказати тачност овог тврђења. Уопштити задатак за случај произвољног броја полуправих.

b) На основу тога решити следећи задатак, користећи само лењир без поделака: Дате су две паралелне праве и произвољна тачка између њих. Кроз ту тачку повући праву паралелну са датим правама. (Видети одабране задатке бр. 359 и 361 у МЛ. III.1 стр. 22)

Задатке (554—556) решити само помоћу шестара.*

554. Дате су четири тачке A, B, C и D; праве AB и CD нису паралелне. Конструисати пресечну тачку тих правих.

555. У дату кружницу, чији центар није дат, уписати квадрат. [Овај задатак је нешто сложенији од 5. задатка у чланку о конструкцијама само шестаром, који је објављен у МЛ, III.2, стр. 37—38.

556. У дату кружницу уписати правилан петоугао и то:

а) ако је центар кружнице дат;

b) ако центар кружнице није дат.

---

* Задатке 553—556. доставио је *А. Я. Котов*. засл. учитель школы РСФСР, Политехнический институт. Волгоград. СССР.

Konkursni zadaci

90. Pet trkača A, B, C, D i E zauzeli su prvih pet mesta na jednoj trci. Na pitanje: koji je trkač zauzeo koje mesto, dobijeni su sledeći odgovori od pet gledalaca:

1) C je bio drugi, a B — treći;
2) E je bio treći a D — peti;
3) E je bio drugi, a D — prvi;
4) C je bio drugi, a A — četvrti;
5) B je bio prvi, a A — četvrti.

U svakom od tih odgovora (iskaza) jedan deo je tačan, a drugi netačan. Odrediti koje je mesto zauzeo svaki od trkača.

91. U jednoj posudi ima 3 puta više mleka nego u drugoj. Kada se u veću posudu dospe 6 litara, a u manju 7 litara, onda će u prvoj (većoj) posudi biti 2 puta više mleka nego li u drugoj.

Koliko je u početku bilo mleka u svakoj posudi?

92. Naći x ako je

$$\left(\frac{1}{25\cdot 26}+\frac{1}{26\cdot 27}+\frac{1}{27\cdot 28}+\frac{1}{28\cdot 29}+\frac{2}{29\cdot 30}\right)\cdot 150+10{,}8:[0{,}54\cdot(x-1)]=11.$$

93. Dat je trougao ABC i tačka D na stranici AB. Kroz tu tačku povući dve prave tako da njima trougao bude podeljen na tri dela jednaka po površini.

94. Mesta A i B nalaze se na različitim stranama od kanala čije su obale paralelne. Mesta su različito udaljena od kanala. Odrediti (konstrukcijom) gde treba izgraditi most preko kanala tako da put između tih mesta bude najkraći.

Uputstvo rešavateljima konkursnih zadataka

Rešite ove zadatke i rešenja pošaljite uredništvu „Matematičkog lista". Najbolja rešenja, a takođe i imena svih učenika koji su sve zadatke ili neke od njih sasvim tačno rešili, objaviće se u listu.

Zadaci 90—91. dostupni su za rešavanje svim učenicima V—VIII r. Zadaci 92—94. dostupni su učenicima VI—VIII razreda.

Najboljim rešavateljima za svaki razred dodeliće se ***nagrade*** na kraju školske godine.

Fond za nagrade rešavateljima konkursnih zadataka ove godine je povećan.

Svako rešenje (s tekstom i rednim brojem zadatka) treba pisati na jednoj strani papira. Svako rešenje treba čitljivo potpisati punim imenom i prezimenom, navodeći razred i odeljenje, školu i mesto, na primer: *Mirjana Rakić*, uč. VI$_1$ raz. Osnovne škole „Filip Filipović", Čačak.

Zadatke rešavajte s a m o s t a l n o ne tražeći pomoći ni od koga. Slike crtajte precizno, a rešenja pišite o b r a z l o ž e n o i č i t k o. Neuredna, nečitljiva rešenja i rešenja (rezultati, odgovori) bez obrazloženja neće se uopšte uzimati u obzir.

Rešenja zadataka iz ovog broja poslati najkasnije do 15. VI 1970. godine.

Adresa: Matematički list, Beograd, p.p. 728

Na koverti obavezno naznačiti: *Konkursni zadaci.*

Molimo rešavatelje da se u svemu pridržavaju ovog uputstva. Rešenja šaljite običnom poštom (a ne preporučeno) kako se ne biste izlagali nepotrebnim troškovima!

Rešenja konkursnih zadataka iz „Matematičkog lista“ IV.3

78. *Odrediti* x *iz* $100 : \{[(7x+24) : 5] \cdot 4+36\} = 1.$

Primenom poznatih svojstava računskih operacija imaćemo redom (ML, III. 2, str. 44—46):

$$[(7x+24) : 5] \cdot 4+36 = 100,$$
$$[(7x+24) : 5] \cdot 4 = 100-36 \quad \text{(izračunavanje nepoznatog sabirka)}$$
$$[(7x+24) : 5] \cdot 4 = 64,$$
$$(7x+24) : 5 = 64 : 4 \quad \text{(izračunavanje nepoznatog činioca)}$$
$$(7x+24) : 5 = 16,$$
$$7x+24 = 16 \cdot 5 \quad \text{(izračunavanje nepoznatog deljenika),}$$
$$7x+24 = 80,$$
$$7x = 80-24 \quad \text{(izračunavanje nepoznatog sabirka),}$$
$$7x = 56,$$
$$x = 56 : 7 \quad \text{(izračunavanje nepoznatog činioca),}$$
$$x = 8.$$

Slavica Tiosavljević, V r. OŠ „V. Karadžić“ Čačak

84. *Pogledajte rebus na desnoj strani! Umesto crnih kružića stavite odgovarajuće cifre tako da naznačene aritmetičke operacije budu tačno izvršene. Imajte na umu još i to da je zbir brojeva prve kolone (stupca) jednak rezultatu koji se dobije kad se izvrše operacije u prvom horizontalnom redu (prvoj vrsti), zbir brojeva u drugoj koloni jednak je s rezultatom u drugoj vrsti, itd. Nijedan broj u ovom rebusu nije jednak nuli niti počinje cifrom nula (mada se nulom brojevi mogu završiti). Dajte potpuno obrazloženje svog odgovora!*

●● : 5 + ● × 7 = 4●
● 4 : ● — 4 × ● = ●
●● — 1 — ● × 2 = ●●
● 3 — ● + ●● — 5 = ●●
●● + ● + ●0 + ●● = ●●

Prethodna napomena. — Prilikom rešavanja ovog zadatka mnogi rešavatelji nisu obratili pažnju na redosled vršenja računskih operacija u pojedinim vrstama ovog rebusa (po horizontalama), tj. shvatili su da rač. operacije treba vršiti onim redom kojim su napisane. Svakako ih je zavaralo i to što se tako »sve lepo dobija«. Međutim rebus je namerno tako sastavljen, a u stvari nije moguć. To je trebalo i pokazati.

I. Prema uslovu zadatka, zbir brojeva u nekoj koloni (na primer, prvoj) jednak je rezultatu dobijenom kad se izvrše operacije u odgovarajućoj vrsti (ovde: prvoj). Imajući to u vidu, rebus možemo sada napisati ovako:

●● : 5 + ● × 7 = 4●
● 4 : ● — 4 × ● = ●
●● — 1 — ● × 2 = ●0
● 3 — ● + ●● — 5 = ●●
4● + ● + ●0 + ●● = ●●

Zbir sva četiri broja prve kolone je 4●, tj. nije veći od 49, a kako nijedan ne može počinjati nulom, onda svaki od njih mora počinjati sa 1, tj. 1●, 14, 1●, 13. Prvi broj u toj koloni, pošto mora biti deljiv sa 5, može biti ili 10 ili 15. Broj 15 ne dolazi u obzir, jer bi tada zbir u prvoj koloni bio veći od 49. Znači, prvi broj u prvoj koloni je 10 (a treći je ili 12 ili 11 ili 10), tako da je zbir u prvoj koloni najmanje 47. Sada prva vrsta glasi:

$$10 : 5 + \bullet \times 7 = 4\bullet, \quad \text{tj.} \quad 2 + \bullet \times 7 = 4\bullet.$$

Drugi sabirak $\bullet \times 7$ mora biti veći od 38, ali ne veći od 49. Taj sabirak je deljiv sa 7. Između 38 i 49 samo je broj 42 deljiv sa 7. Znači, sabirak $\bullet \times 7$ glasi 6×7, pa će zbir u prvoj vrsti biti $2 + 6 \times 7$, tj. 44; ali, prema uslovu, taj zbir mora biti isti kao i zbir u prvoj koloni, za koji smo utvrdili da je najmanje 47. Prema tome, rebus, kako je postavljen, nije moguć.

Zoran Branislav, VII_2 r. OŠ »G. Delčev«, Zemun

II. Da bismo pokazali čitav postupak rešavanja ovakvih zadataka, pretpostavićemo da treba dešifrovati sledeći rebus:

$$\begin{array}{l}
(\bullet\bullet : 5 + \bullet) \cdot 7 = 4\bullet \\
(\bullet 4 : \bullet - 4) \cdot \bullet = \bullet \\
(\bullet\bullet - 1 - \bullet) \cdot 2 = \bullet\bullet \\
\;\bullet 3 - \bullet + \bullet\bullet - 5 = \bullet\bullet \\
\hline
\bullet\bullet + \bullet + \bullet 0 + \bullet\bullet = \bullet\bullet
\end{array}$$

Istim postupkom kao napred (vidi I) najpre utvrđujemo da svaki od brojeva u prvoj koloni počinja sa 1, pri čemu je prvi od tih brojeva 10. Posmatrajmo prvu vrstu: $(10 : 5 + \bullet) \cdot 7 = 4\bullet$ ili $(2 + \bullet) \cdot 7 = 4\bullet$. Umesto kružića u zagradi može biti samo 4 ili 5. Četvorka ne dolazi u obzir, jer bi u tom slučaju rezultat bio 42, a prema uslovu zadatka isti toliki bi zbir mora biti i u prvoj koloni; međutim, već smo utvrdili da je taj zbir veći od 47. Preostaje, dakle, petica, tj. prva vrsta rebusa glasiće:

$$(10 : 5 + 5) \cdot 7 = 49.$$

Prema tome, treći broj prve kolone mora biti 12. Rebus sada izgleda ovako:

$$\begin{array}{l}
(10 : 5 + 5) \cdot 7 = 49 \\
(14 : \bullet - 4) \cdot \bullet = \bullet \\
(12 - 1 - \bullet) \cdot 2 = \bullet 0 \\
\;13 - \bullet + \bullet\bullet - 5 = \bullet\bullet \\
\hline
49 + \bullet + \bullet 0 + \bullet\bullet = \bullet\bullet
\end{array}$$

Broj 14 u drugoj vrsti na celo se može podeliti jedino sa 2 i 7 (1 ne uzimamo u obzir, jer tada rezultat u drugoj vrsti ne bi bio jednocifren). Sedmica otpada, jer tada ne bismo mogli oduzeti 4 (rezultat je prirodan broj). Ostaje, znači, dvojka. Ta vrsta će sada glasiti ovako: $(14 : 2 - 4) \cdot \bullet = \bullet$ ili $3 \cdot \bullet = \bullet$. A to znači da je: $3 \cdot 1 = 3$ ili $3 \cdot 2 = 6$ ili $3 \cdot 3 = 9$.

Četvrti broj u drugoj koloni može biti samo 1 i zbir te kolone iznosi 9 (jer prva tri broja u toj koloni već daju zbir 8). Na taj način, poznata je sada i prva vrsta: $(14 : 2 - 4) \cdot 3 = 9$; takođe i četvrta kolona. Sada imamo:

$$\begin{array}{l}
(10 : 5 + 5) \cdot 7 = 49 \\
(14 : 2 - 4) \cdot 3 = 9 \\
(12 - 1 - \bullet) \cdot 2 = \bullet 0 \\
\;13 - 1 + \bullet\bullet - 5 = 17 \\
\hline
49 + 9 + \bullet 0 + 17 = \bullet\bullet
\end{array}$$

Sada je lako dešifrovati i četvrtu vrstu. Imaćemo redom: 12+●●—5 5 = 17, 12+●● = 22, ●● = 22—12, ●● = 10.

Treća kolona je tada: 5+4+ ● +10 = 0●. Odmah se vidi da umesto kružića na levoj strani ove jednakosti može biti samo cifra 1.

Prema tome, konačno bismo imali:

$$
\begin{array}{l}
(10 : 5 + 5) \cdot 7 = 49 \\
(14 : 2 - 4) \cdot 3 = 9 \\
(12 - 1 - 1) \cdot 2 = 20 \\
13 - 1 + 10 - 5 = 17 \\
\hline
49 + 7 + 20 + 17 = 95.
\end{array}
$$

(*Ur.*)

85. *Koliko se različitih prirodnih desetocifrenih brojeva može zapisati pomoću deset cifara* (1, 2, 3, . . . , 9 i 0), *upotrebivši svaku cifru samo jedanput? Odgovor obrazloži!*

Prema uslovu, brojevi će se razlikovati jedan od drugoga samo rasporedom cifara.

Prvi način. — Uzmimo jednu cifru, recimo 1. Ona može zauzeti bilo koje od deset mesta u broju. U svakome od tih brojeva (desetocifrenih) ostaje još po 9 slobodnih mesta i na svako od njih možemo staviti neku drugu cifru recimo 2. Tako će nastati već $10 \cdot 9 = 90$ brojeva, a u svakome od njih biće još po 8 slobodnih mesta za treću cifru. Popunivši ta mesta nekom novom (trećom) cifrom, recimo 3, dobićemo $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ brojeva, pri čemu u svakome od njih ima još po 7 slobodnih mesta za četvrtu cifru. Sve moguće varijante razmeštaja četvrte cifre, recimo četvorke, daće $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$ brojeva s šestim slobodnim mestom u svakome od njih.

Produžujući tako, naći ćemo da se 10 cifara na 10 mesta može razmestiti na $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3628800$ načina. Ali pošto među ciframa ima i nula, to neće u svih tih 3628800 slučajeva svaki formirani broj biti desetocifren. Naime, kada je nula na prvom mestu (na početku) sleva (recimo u broju 0123456789), onda se ona ne smatra vrednosnom cifrom, te broj ustvari nije desetocifren već devetocifren i ne udovoljava uslovu zadatka. Međutim, svaka od 10 cifara mora biti na prvom mestu isti broj puta. Prema tome, u 1/10 od 3628800 mogućih slučajeva prva cifra će biti 0, tj. broj će biti devetocifren. U ostalim, pak, slučajevima (čiji broj iznosi 9/10 od 3628800) dobićemo tražene desetocifrene brojeve.

Na taj način, upotrebivši svaku od deset cifara samo jedanput, može se obrazovati $\frac{9 \cdot 3628800}{10} = 3\,265\,920$ desetocifrenih brojeva.

Miroslav Jovanović, VIII$_1$ r. OŠ »Sv. Sava«, Beograd

Drugi način. — Ako bismo imali samo jednu cifru, onda bismo njome mogli zapisati samo jedan broj. Sa dve različite cifre (a da nijedna nije nula) mogu se napisati dva različita dvocifrena broja. Sa tri različite cifre (od kojih nijedna nije nula) može se napisati 6 različitih trocifrenih brojeva (naime, svaka od tri cifre može biti na prvom mestu, dok se cifre na drugom mestu u svakom od njih mogu razmestiti na 2 načina, te bi svih mogućnosti bilo $3 \cdot 2$, tj. 6). Ako bismo imali četiri različite cifre (različite od nule), onda bi svaka od njih mogla stojati na prvom mestu, dok bi se ostale tri cifre u svakome od tih slučajeva, kako smo već videli, mogle rasporediti na 6 raznih načina, tako da se sa četiri različite cifre može napisati ukupno $4 \cdot 6$, tj. 24 različita prirodna broja. Na sličan način, dobili bismo da se sa 5 različitih cifara (među kojima nema nule) može napisati ukupno $5 \cdot 24$, tj. 120 različitih brojeva; sa 6 cifara — moglo bi se napisati ukupno $3 \cdot 120$, tj. 720 brojeva itd. Vidimo, dakle, sledeće:

Broj različitih cifara (bez nule)	Broj različ. prir. brojeva koji se mogu napisati
1	1
2	$2 \cdot 1 = 2$
3	$3 \cdot 2 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
4	$4 \cdot 6 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
5	$5 \cdot 24 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$
6	$6 \cdot 120 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$
...	....
9	$9 \cdot 40320 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 362880$

Na osnovu toga, lako dobijamo da bi se sa svih deset cifara (1, 2, 3, ..., 9 i 0), upotrebivši svaku cifru samo jedanput, moglo napisati $10 \cdot 362880$ različitih desetocifrenih brojeva, ali pošto bi svaki deseti od tih brojeva na početku imao cifru 0 (tj. ne bi bio desetocifren), to bi ukupan broj različitih prir. brojeva napisan sa svih deset cifara (pri čemu je svaka upotrebljena samo jedanput) iznosio $9 \cdot 362880$, tj. 3 265 920.

Jovan Adžić, $VIII_6$ r. OŠ »I. Gundulić«, N. Beograd

86. *Odrediti* a, b *i* c *ako je* $\overline{abc}_7 = \overline{cba}_9$, *tj. treba naći trocifreni broj napisan u brojnom sistemu baze 7, ako se zna da se on i u sistemu baze 9 piše istim ciframa, ali samo u obrnutom poretku. Napisati taj broj i u dekadnom sistemu!*

Uslov $\overline{abc}_7 = \overline{cba}_9$ može se napisati u obliku (u dekadnom sistemu):

$$7^2a + 7b + c = 9^2c + 9b + a, \text{ tj.}$$

$$49a + 7b + c = 81c + 9b + a, \text{ odakle je}$$

$$2b = 48a - 80c \text{ ili}$$

$$b = 24a - 40c, \text{ odnosno}$$

$$b = 8(3a - 5c).$$

Pošto je b cifra u brojnom sistemu baze 7 to je $0 \leqslant b \leqslant 6$, a iz (*) vidimo da mora biti deljivo sa 8; znači: $\boldsymbol{b = 0}$, a tada $3a - 5c = 0$, odakle je $c = \frac{3}{5}a$. Pošto je $a < 7$, a mora biti deljivo sa 5 (c — ceo broj), to je $\boldsymbol{a = 5}$ i tada $\boldsymbol{c = 3}$.

Prema tome, traženi broj je 503_7, odnosno 305_9, a u dekadnom sistemu:

$$503_7 = 5 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7 + 3 = 5 \cdot 49 + 3 = 248_{10}$$

$$(\text{ili: } 305_9 = 3 \cdot 9^2 + 0 \cdot 9 + 5 = 3 \cdot 81 + 5 = 248_{10}).$$

Znači: $\boldsymbol{503_7 = 305_9 = 248_{10}}$.

Stanislava Grebović, VII_1 r. OŠ »S. Marković«, Sjenica

87. *Naći četvorocifreni broj koji je jednak kvadratu broja kojeg čine njegove zadnje dve cifre (uzete istim redom).*

Prema uslovu zadatka imamo

$$\overline{abcd} = (\overline{cd})^2,$$

što se može napisati i ovako:

$$1000a + 100b + 10c + d = (10c + d)^2 \text{ ili}$$

$$100(10a + b) + (10c + d) = (10c + d)^2, \text{ odakle:}$$

$$100(10a + b) = (10c + d)^2 - (10c + d).$$

Ako stavimo $10c + d = k$ (pri čemu je $k < 100$, tj. k—dvocifreni broj), imaćemo

$$100(10a + b) = k^2 - k \text{ ili } 100(10a + b) = k(k-1).$$

Kao što vidimo, proizvod $k(k-1)$ mora biti deljiv sa 100. Znači, od dva uzastopna broja $k-1$ i k jedan mora biti deljiv sa 4, a drugi sa 25. Imamo samo dve mogućnosti: ili je $k = 25$ ili $k = 76$.

1\. slučaj: $k = 25$, tj. $100(10a + b) = 25 \cdot 24$, odakle $10a + b = 6$, što znači da je $a = 0$, što protivreči uslovu da je broj $\overline{abcd}$ četvorocifren.

2\. slučaj: $k = 76$, tj. $100(10a + b) = 76 \cdot 75$, odakle $10a + b = 57$, što znači da je $a = 5$ i $b = 7$. Tada $76 = 10c + d$, pa je $c = 7$ i $d = 6$.

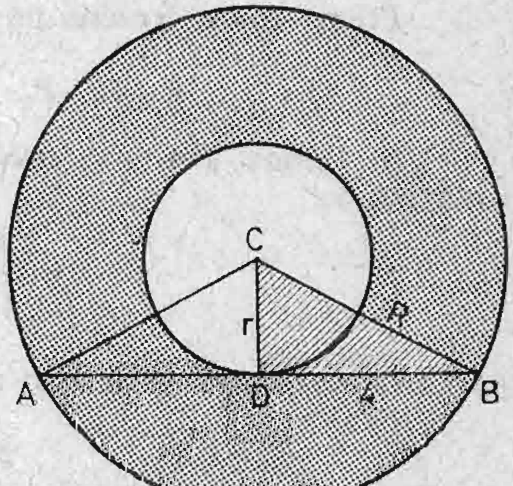
Prema tome, traženi četvorocifreni broj je $\overline{abcd} = \mathbf{5776}$.

Zaista je: $\mathbf{5776 = 76^2}$.

Marina Panišić, VIII_1 r. OŠ „B. P. Pinki“ Srem. Mitrovica

P r i m e d b a. — Neki čitaoci su zadatak rešili neposrednim zaključivanjem. Najpre su utvrdili da dolaze u obzir samo brojevi u kojima je poslednja cifra 0, 1, 5, 6 i da je pretposlednja cifra veća od 3. Utvrdivši da poslednja cifra može biti samo 6, lako su među „kandidatima“ (36, 46, ..., 96) pronašli onog pravog: 76. I tako: $5776 = 76^2$.

88. *Date su dve koncentrične kružnice; dužina tetive veće kružnice, koja dodiruje manju kružnicu, jednaka je 8 cm. Naći površinu kružnog prstena (vijenca) obrazovanog datim kružnicama.*



Po Pitagorinoj teoremi je (v. sliku!):

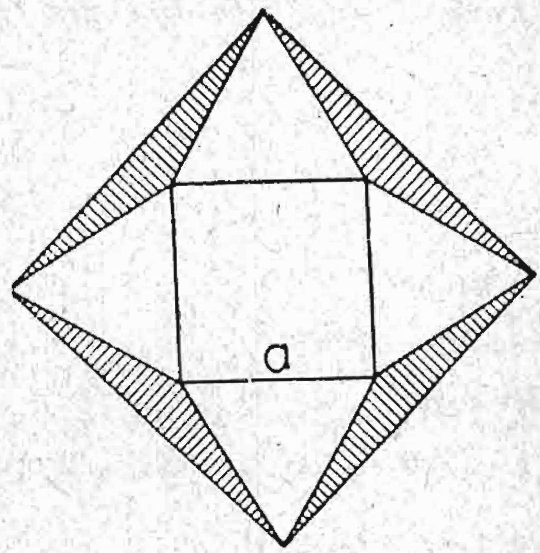
$$R^2 - r^2 = 4^2 \text{ ili } R^2 - r^2 = 16 \ldots (*).$$

Površina kružnog prstena ili vijenca (tj. figure koja je na slici prekrivena tačkicama) biće:

$$P = R^2\pi - r^2\pi = (R^2 - r^2)\pi \text{ ili, s obzirom na } (*),$$

$$P = 16\pi \text{ (cm}^2).$$

Jožek Štucin, VIII_a r. OŠ „F. Močnik“, Cerkno



89. *Nad svakom stranicom kvadrata stranice* a *konstruisani su jednakostranični trouglovi, pa su vrhovi (temena) tih trouglova spojeni (v. sliku desno!).*

a) Kolika je površina osenčenog dela slike u funkciji od a*?*

b) Koliko procenata površi većeg kvadrata je osenčeno?

c) Ako se od komada papira izreže figura koja na ovoj slici nije osenčena tako da bude $a = 6$ *cm i sastavi jednakoivična četvorostrana piramida (jednakobridna kvadratska piramida), kolika će biti njena površina (oplošje), a kolika zapremina (volumen)?*

a) Površina velikog kvadrata na slici je $P_1 = \frac{1}{2}d^2$, gde je d njegova dijagonala. Kako je $d = a + 2h = a + 2\cdot\frac{a}{2}\sqrt{3} = a + a\sqrt{3}$ (jer je $h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ — visina svakog od jednakostraničnih trouglova konstruisanih nad stranicama kvadrata), imaćemo:

$$P_1 = \frac{1}{2}(a + a\sqrt{3})^2 = \frac{1}{2}(a^2 + 2a^2\cdot a\sqrt{3} + a^2\cdot 3) = \frac{1}{2}(4a^2 + 2a^2\sqrt{3}), \text{ tj.}$$

$$P_1 = 2a^2 + a^2\sqrt{3}.$$

Površina neosenčanog dela slike (koji se sastoji iz jednog kvadrata stranice a i četiri podudarna jednakostranična trougla stranice a) je

$$P_2 = a^2 + 4\cdot\frac{a^2}{4}\sqrt{3} = a^2 + a^2\sqrt{3}.$$

Prema tome, tražena površina (tj. površina osenčenog dela slike) biće:

$$P = P_1 - P_2 = (2a^2 + a^2\sqrt{3}) - (a^2 + a^2\sqrt{3}) = a^2.$$

b) Odnos površine osečenog dela većeg kvadrata prema površini tog kvadrata je:

$$\frac{P}{P_1} = \frac{a^2}{2a^2 + a^2\sqrt{3}} = \frac{a^2}{a^2(2 + \sqrt{3})} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}.$$

Ako ovaj razlomak proširimo sa $2 - \sqrt{3}$, imaćemo

$$\frac{P}{P_1} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3} \approx 0{,}268 \text{ ili } 26{,}8\%.$$

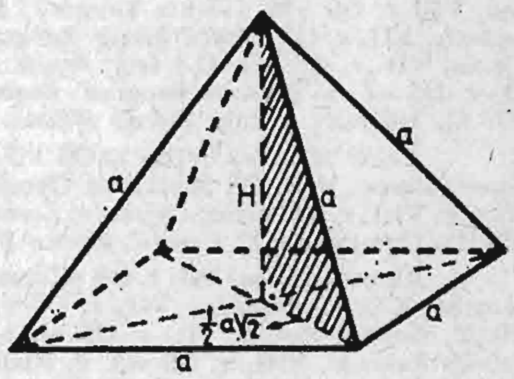
(Primedba. — Isto se dobija i bez proširivanja razlomka, tj. ako se 1 podeli sa približnom vrednošću za $2 + \sqrt{3}$, tj. sa 3,732).

c) Mreža piramide, o kojoj je reč, je neosenčeni deo slike, te će površina te piramide biti

$$P_p = P_2 = a^2 + a^2\sqrt{3} = a^2(1+\sqrt{3}),\ \text{što smo već našli pod a).}$$

Visinu piramide odredićemo uz pomoć Pitagorine teoreme (primenjene na osenčeni trougao na slici desno):

$$H^2 = a^2 - \left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\right)^2,\ \text{tj.}$$



$$H^2 = \frac{2a^2}{4},$$

odakle je:

$$H = \frac{1}{2}a\sqrt{2}.$$

Zapremina piramide biće:

$$V = \frac{1}{3}BH = \frac{1}{3}\cdot a^2\cdot\frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{1}{6}a^3\sqrt{2}.$$

Za $a = 6$ cm imaćemo:

$$P = 36(1+\sqrt{3})\ \text{cm}^2 \approx 98{,}35\ \text{cm}^2 \quad \text{i}$$

$$V = 36\sqrt{2}\ \text{cm}^3 \approx 50{,}911\ \text{cm}^3.$$

(Uzeli smo da je $\sqrt{3} \approx 1{,}732$ i $\sqrt{2} \approx 1{,}4142$, kako bismo osigurali što bolju približnost).

Radoslav Dimitrić, VIII_2 r. OŠ „Kadinjača", Loznica

Napomena uredništva: Većina rešavatelja uzimala je $\sqrt{3} \approx 1{,}73$ i $\sqrt{2} \approx 1{,}41$, te su sva rešenja u kojima je to učinjeno prihvaćena kao ispravna.

Rešili konkursni zadatak br. 78

Abazi Ćerim, VI_4 r. OŠ »3. oktobar« Bor; *Adamović Kemal*, VII_1 r. OŠ »S. Radovanović—Cana« Novi Pazar; *Adamov Milan*, VIII_1 r. OŠ »Braća Baruh« Beograd; *Adžić Jovan*, VIII_6 r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd; *Ahlin Marina*, VIII_1 r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beograd; *Aksentijević Ljubiša*, VII_1 r. OŠ »J. J. Zmaj« Obrenovac; *Aleksandrić Vesna*, VII_5 r. OŠ »J. J. Zmaj« Obrenovac; *Aleksić Nenad*, VIII_2 r. OŠ »V. Dug.« Beograd; *Aleksić Rodoljub*, VIII_3 r. OŠ »Braća Jerković« Železnik k/B.; *Aleksić Živojin*, VII r. OŠ »R. Krstić« Popina, p. Vrnjci; *Andrić Dragiša*, V_1 r. OŠ »V. Đuričin« Jarkovac; *Aničić Radovan*, VIII r. OŠ Skela kod Obrenovca; *Antanasković Dragana*, VII_1 r. OŠ »Braća Jerković« Železnik; *Antić Lalica*, VIII_3 r. OŠ »D. Stambolić« Svrljig;

Babić Gordana, VII_3 r. OŠ »Vojv. S. Stepanović« Kumodraž; *Bačvanski Radoslav*, VII r. OŠ »S. Bajić—Paja« Pećinci; *Bakalović Biljana*, VI_3 r. OŠ »V. Karadžić« Ripanj; *Bakić Nikola i Slavica*, VII r. OŠ »S. B. Paja« Pećinci; *Banjčević Branislava*, VIII_1 r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica; *Barbi Stevan*, OŠ Debeljača; *Barši Đula*, VII r. OŠ »Z. Gložanski« Bečej; *Bašić Lazar*, V r. OŠ »25. maj« Subotica; *Bašić Zemina*, V_4 r. OŠ »V. Tunjić« Lukavac; *Bečenjak Nada*, V_1 r. OŠ »V. S. S.« Kumodraž;

Bekčić Milan, VII_1 r. OŠ »J. Pančić« Baljevac (na Ibru); *Beko Vesna*, VI_3 r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd; *Bezuha Zorana*, VII_2 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd; *Blagojević Ljiljana*, $VIII_2$ r. OŠ »Čibukov. partizani« Kraljevo; *Blagojević Slobodan*, VII_1 r. OŠ »G. Delčev« Zemun; *Bogdanović Života*, $VIII_2$ r. OŠ »21. oktobar« Kragujevac; *Bogićević Živodarka*, VII_2 r. OŠ »J. J. Zmaj« Obrenovac; *Bogosavljević Ljiljana*, VII r. OŠ »S. B. Paja« Pećinci; *Bojanić Gordana*, VII_4 r. OŠ »Dr D. Mišović« Čačak; *Bojić Negrica*, $VIII_1$ r. OŠ »D. Stambolić« Svrljig; *Bojović Miroslav*, VII_2 r. OŠ »R. Žarić« Nikšić; *Boranj Janoš*, VII r. OŠ »S. M.« Bačko Gradište; *Bokalović Gordana*, $VIII_1$ r. OŠ »V. M.« Grocka; *Borisavljević Milan*, V r. OŠ »25. maj« Subotica; *Borovićanin Zlata*, VII_2 r. OŠ »Đ. J.« Konarevo kod Kraljeva; *Borovinšek Edo*, VII r. OŠ Cerkno; *Bošković Dana*, VII_3 r. OŠ »A. Š.« Gajdobra; *Bošković Marina*, VIII r. OŠ »M. Gorki« Titograd; *Bošnjaković Danica*, VII r. OŠ Husino kod Tuzle; *Božinović Radmilo*, VII_1 r. OŠ »Braća Ribar« Beograd; *Branislav Zoran*, VII_2 r. OŠ »G. Delčev« Zemun; *Brcanski Nikola*, VII r. OŠ »D. O.« Irig; *Broćić Radiša*, $VIII_3$ r. OŠ »R. Mitrović« Čačak; *Brzanović Nenad*, VI_3 r. OŠ »Ž. J. Španac« Beograd; *Bugarčić Milanka*, VII_2 r. OŠ Vrčin; *Bugarčić Milka*, VII_1 r. OŠ »Dr D. Mišović« Čačak; *Bukvić Biljana*, $VIII_1$ r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica;

Cekić Ninoslav, $VIII_2$ r. OŠ »D. S.« Svrljig; *Crnogorac Slavica*, VII_1 r. OŠ »R. Ž.« Nikšić; *Cupara Zoran*, V_2 r. OŠ Skela kod Obrenovca; *Cvejić Nada*, VII_5 r. OŠ »S. B. P.« Pećinci; *Cvetković Miomir*, $VIII_2$ r. OŠ Vrčin; *Cvetković Zoran*, $VIII_3$ r. OŠ »28. nov.« Novi Pazar; *Cvetković Zoran*, $VIII_1$ r. OŠ »D. Obradović« ?; *Cvijetić Branko* (VII_3) i *Vlado* ($VIII_a$), OŠ Husino.

Čabrilo Zlatan, VII_3 r. OŠ »Čibuk. part.« Kraljevo; *Čarnojević Vlastimir*, $VIII_2$ r. OŠ »V. Dug.« Beograd; *Čelebić Branislav*, VII_4 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik; *Čizmović Bosa*, VII_4 r. OŠ »L. Simonović« Nikšić; *Čogurić Zorica*, VII_5 r. OŠ »J. J. Z.« Obrenovac; *Čortanovački Žikica*, $VIII_2$ r. OŠ Vojka; *Čubrilo Radmila*, $VIII_1$ r. OŠ »O. P. Radišić« Vršac; *Čvorović Mirjana*, V_1 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Čorović Sabiha*, $VIII_3$ r. OŠ »28. nov.« Novi Pazar.

Damjanovski Zoran, VII_b r. OŠ »K. Misirkov« Kumanovo; *Davidović Zagorka*, VI_1 r. OŠ »Ž.J.Š.« N. Beorad; *Dedić Gordana*, V_1 r. OŠ Vrčin; *Demirović Munevera*, VI_3 r. OŠ Husino; *Demirović Muradif*, $VIII_2$ r. OŠ Husino; *Denić Nebojša*, V_1 r. OŠ »Dr D.M.« Čačak; *Dilparić Brena*, V_3 r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Dimitrić Radoslav*, $VIII_2$ r. OŠ »Kadinjača« Loznica; *Dimitrijević Zorica*, $VIII_2$ r. OŠ »V. Karadžić« Ćuprija; *Dojčinović Nenad*, $VIII_4$ r. OŠ »D.S.« Swljig; *Draganić Radoslav*, VI_3 r. OŠ Vojka; *Dragićević Slavko*, VI_2 r. OŠ »S. K.« Ljig; *Drenovac Zoran*, $VIII_2$ r. OŠ »A. A.« Aleksandrovac; *Dubljević Branka*, $VIII_a$ r. OŠ »S. B. P.« Pećinci; *Dunjić Dragan*, $VIII_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak.

Đenić Draginja, VIII r. OŠ »V. K.« Ripanj; *Đerić Anka*, $VIII_3$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Đokić Milovan*, VI_5 r. OŠ »B. J.« Železnik; *Đokić Radica*, $VIII_1$ r. OŠ »B. Nušić« Beograd; *Đorđević Mladen*, VII_3 r. OŠ »J. P.« Baljevac na Ibru; *Đorđević Seka*, VII_1 r. OŠ »Vožd Karađorđe« Niš; *Đorđević Verica*, V_4r. OŠ »B. S.« Vučje; *Đorđević Vesna*, $VIII_4$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Đorđić Slavoljub*, VII_2 r. OŠ »Ž. Popović« Loznica; *Đorđević Zorica*, VI_4 r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd; *Đukić Milena*, V_2 r. OŠ Grocka; *Đukić Zora*, V_1 r. OŠ »Ž. Zrenjanin« Vršac; *Đurđević Dragica*, VII_1 r. OŠ »NH Čajka« Trstenik; *Đurđević Miodrag*, VI_3 r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd; *Đurica Petar*, VII r. OŠ »A. Š.« Sečanj; *Đurđević Vera*, $VIII_4$ r. OŠ »V. Karadžić« Ćuprija.

Ekmedžić Nada, VI_1 r. OŠ »M. H.« Vojka; *Eržen Ervin*, $VIII_b$ r. OŠ »F. M.« Cerkno; *Fikojević Dušica*, $VIII_4$ r. OŠ »3. okt.« Bor; *Filipović Dragana*, VII_3 r. OŠ »B. S.« Vučje; *Filipović Jasminka*, VIII r. OŠ »J. K.« Varvarin; *Filipović Jasna*, VII_2 r. OŠ »S. Miletić« Zemun; *Filipović Nada*, V_5 r. OŠ »S. Novaković« Šabac; *Filipović Zoran*, VII_1 r. OŠ »V. V. Savić« Lazarevac; *Fras Metka*, $VIII_b$ r. OŠ Šmarje pri Jelšah.

Gajić Ilija, V_1 r. OŠ »V. S. S.« Kumodraž; *Gajić Jasmina*, V_2 r. OŠ »Kadinjača« Loznica; *Gajić Miodrag*, $VIII_2$ r. OŠ »B. J.« Kusadak; *Gašparević Vesna*, VII_2 r. OŠ »Ž. J. Š.« N. Beograd; *Gatić Jugoslav*, VII_1 r. OŠ »3. oktobar« Bor; *Gavrilović Mirjana*, $VIII_1$ r. OŠ »B. P. P.« Srem. Mitrovica; *Gavrilović Zoran*, V_1 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Gelevska Lepa*, VI r. OU »K. Misirkov« Kumanovo; *Georgieva Zorica*, VII_1 r. OŠ »K. M.« Kumanovo; *Georgiev Desanka*, V_1 r. OŠ »Kadinjača« Loznica; *Gilezan Silvia*, V_a r. OŠ »N. Tesla« Zrenjanin; *Glavonjić Radojka i Đajić Grozdana*, $VIII_2$ r. OŠ Radoinja; *Gobec Monika*, $VIII_b$ r. OŠ Šmarje pri Jelšah; *Gojkov Slobodan*, VII r. OŠ »D. O.« Plandište; *Gostović Dragan*, VII_b r. OŠ »Z. Gložanski« Bečej; *Gradištanac Dragana*, $VIII_3$ r. OŠ »M. T.« Medveđa k/T; *Grahovac Željko*, $VIII_d$ r. OŠ »V. Nazor« Zenica; *Grebović Slavica* (V_3), *Spomenka* (V_3) i *Stanislava* (VII_1), OŠ »S. Marković« Sjenica; *Grupa mladih matematičara VIII r.* OŠ Generalski Stol; *Gudurić Mirjana*, $VIII_a$ r. OŠ »D. Obradović« Irig (?).

Hadžimehmedović Zlatko, VII r. OŠ »Kadinjača« Loznica; *Hajdi Ana*, V_1 r. OŠ »Ž. Zrenjanin« Vršac; *Hristova Jelica*, VII r. OŠ »G. Dimitrov« Bosilegrad; *Huber Ana*, V r. OŠ »25. maj« Subotica; *Humar Edvin*, VII_a r. OŠ »Dr F. M.« Cerkno.

Igić Zoran, $VIII_2$ r. OŠ »B. K.« G. Matejevac; *Ignjatović Zorka*, $VIII_1$ r. OŠ »V. Karadžić« Ripanj; *Iličić Javorka*, $VIII_2$ r. OŠ »V. K.« Ripanj; *Ilić Dragan*, V_5 r. OŠ »IV kralj. bataljon« Kraljevo; *Ilić Mikica*, $VIII_1$ r. OŠ »V. M.« Grocka; *Ilić Mirjana*, VII_1 r. OŠ »Ž. J. Š.« N. Beograd; *Iričanin Zoran*, VII_1 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Isailović Milina*, $VIII_1$ r. OŠ »V. K.« Ripanj; *Ivanova Zorica*, VII_b r. OŠ »G. D.« Bosilegrad; *Ivanović Anđelka*, VI_4 r. OŠ »D. Obradović« Požarevac; *Ivanović Slobodan*, $VIII_2$ r. OŠ »V. M.« Grocka; *Ivanović Vera*, $VIII_1$ r. OŠ »B. Nušić« Beograd; *Ivković Milojka*, VII_2 r. OŠ »A. Š.« Sečanj.

Jakovljević Milan, VII$_2$ r. OŠ »Ž. Popović« Loznica; *Jakovljević Milena*, V$_1$ r. OŠ »V. Dugošević« Beograd; *Janićević Dragoljub*, VIII$_3$ r. OŠ »S. M.« Štrpce *Janović Pavle*, VII$_b$ r. OŠ »M. Pijade« Apatin; *Janjić Vesna*, VI$_1$ r. OŠ »S. K.« Ljig; *Jeram Branko i Rajko*, VII$_b$ r. OŠ »Dr F. M.« Cerkno; *Jeremić Gordana*, V$_4$ r. OŠ »IV kralj. bat.« Kraljevo; *Jeremić Slavka*, V$_3$ r. OŠ »G. Delčev« Zemun; *Jevremović Biserka*, VII$_2$ r. OŠ Kušiljevo; *Jevremović Ljiljana*, VIII$_3$ r. OŠ »M. T.« Medveđa k/T; *Jevtić Svetomir*,? OŠ »D. S.« Svrljig; *Jevtović Mirjana*, VII$_1$ r. OŠ »Đ. J.« Konarevo k/K; *Jocić Hristina*, VII$_1$ r. OŠ »M. Pijade« Vel. Plana; *Jolović Dragica*, VI$_5$ r. OŠ »B. J.« Železnik; *Jovančić Divna*,? OŠ »S. K.« Ljig; *Jovanić Nebojša*, VII$_3$ r. OŠ »M. Kosovac« Šabac; *Jovanović Anđelka*, VIII$_b$ r. OŠ »S. B. P.« Pećinci; *Jovanović Anica*, V$_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Jovanović Dragana*, V$_2$ r. OŠ »S. K.« Ljig; *Jovanović Elizabeta*, V$_3$ r. OŠ »IV k. bat.« Kraljevo; *Jovanović Ljubina*, VII$_1$ r. OŠ »Karađorđe« Topola; *Jovanović Miroslav*, VIII$_1$ r. OŠ »Sv. Sava« Beograd; *Jovanović Nevena*, VIII$_3$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Jovanović Živana*, VIII$_3$ r. OŠ »J. P.« Baljevac na Ibru; *Jožef Ivan*, VII$_2$ r. OŠ »V. Đ.« Jarkovac; *Jureš Zoran*,? OŠ »Dr D. M.« Čačak.

Kačarević Slavica, VII$_3$ r. OŠ »V. Karadžić« Ripanj; *Karačohai Laci*, VII r. OŠ Konak; *Kasalica Vaso*, OŠ »R. Ž.« Nikšić; *Kerošević Stjepan*, VIII$_3$ r. OŠ Husino; *Kesić Vesna*, VI$_1$ r. OŠ »R. Lakić« Beograd; *Klikovac Žarko*, VII$_2$ r. OŠ »M. Gorki« Titograd; *Kmezić Dragana*, VII r. OŠ Pećinci; *Knežević Vesna*, VII$_1$ r. OŠ »V. Dug.« Beograd; *Knežević Zorica*, OŠ »D. Vukasović« Nova Pazova; *Kokelj Ida*, VII$_a$ r. OŠ Cerkno; *Kokić Ljiljana* i *Vujović Radivojka*, VIII$_1$ r. OŠ Radoinja; *Kokotović Miodrag*, VIII r. OŠ »A. Š.« Sečanj; *Kolarov Olgica*, V$_2$ r. OŠ »J. Marinković« Novi Bečej; *Kolundžija Branko*, VI$_1$ r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd; *Konstantinović Maja*, VIII$_3$ r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd; *Koprivica Ljiljana*, VII r. OŠ »A. Š.« Sečanj; *Kostanjevac Zdenka*, VII$_c$ r. OŠ »M. Puštek« Čakovec; *Kostić Vera*, V$_3$ r. OŠ »B. S.« Vučje; *Koturović Milanko*, VII$_3$ r. OŠ »Đ. J.« Konarevo; *Kovačević Anica*, VIII r. OŠ Kneževo (Baranja); *Kovačević Marijana*, V$_3$ r. OŠ »IV k. bat.« Kraljevo; *Kovačević Milenko* (VIII$_2$) i *Mirjana* (VII$_1$), OŠ Husino; *Kovačević Stevan*, OŠ Pećinci; *Kovačević Vesna*, VII$_1$ r. OŠ »V. K« Ripanj; *Krantić Olivera*, VI$_1$ r. OŠ »M. J. C.« Vrčin; *Krnajski Ksenija*, VII$_2$ r. OŠ »F. V.« Šid; *Krsmanović Olga*, VIII$_1$ r. OŠ »Selters« Mladenovac; *Krstić Sava*, VIII$_2$ r. OŠ Stubline; *Krunić Slavica*, V$_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Kujundžić Marija*, V r. OŠ »25. maj« Subotica; *Kukin Gordana*, VIII$_1$ r. OŠ Melenci; *Kuzmanović Milica*, VIII$_3$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Kuzmanović Mladen*, VII$_1$ r. OŠ Grocka; *Kuzmanovska Snežana*, VI odd. OŠ »K. Misirkov« Kumanovo.

Lazarovska Mirjana, VI$_b$ odd. OŠ »K. Misirkov« Kumanovo; *Lazić Gordana*, VIII$_3$ r. OŠ »S. K.« Ljig; *Lazić Radmilo*, VI$_2$ r. OŠ »S. K«Ljig; *Lazin Branislav*, VII$_2$ r. OŠ »O. P. Radišić« Vršac *Lazović Dragana*, VIII$_4$ r. OŠ »Sutjeska« Zemun; *Leković Vlastimir*, VIII$_1$ r. OŠ »G. D. Radoinja *Lemešić Dubravko*, VI$_c$ r. OŠ »I. G. Kovačić« Slav. Brod; *Lemez Dubravka*, VIII$_a$ r. OŠ »I. L. R.« Bri ješće; *Liščević Vladimir*, VIII$_5$ r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beograd; *Lučić Milenko*, VI r. OŠ »Centar« Rijeka; *Luković Milan*, V$_4$ r. OŠ »Bele Vode« Žarkovo (Beograd); *Luković Zoran*, VI$_2$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Lupšić Olivera*, VI$_4$ r. OŠ »3. oktobar« Bor; *Lješević Sonja*, VI$_1$ r. OŠ »R. Dakić« Beograd

Majstorović Miša, VII$_5$ r. OŠ »R. Domanović« Kragujevac; *Maksimović Slobodanka*, VII$_1$ r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd; *Mančić Mira*, VIII$_2$ r. OŠ Grocka; *Mančić Snežana*,? OŠ »I. G. K.« Niška Banja; *Mančić Sveta*, V$_1$ r. OŠ Grocka; *Manić Snežana*, V$_2$ r. OŠ »Vožd Karađorđe« Niš; *Manojlović Slaviša*, VI$_2$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Marčetić Mile*, V$_b$ r. OŠ »25. maj« Subotica; *Maričić Štefica*, VIII$_1$ r. OŠ Generalski Stol; *Marić Milan*, V$_3$ r. OŠ »M. Gorki« Beograd; *Marić Nadica*, VII$_1$ r. OŠ Mrčajevci; *Marić Vera*, VII$_1$ r. OŠ »N. Jeličić« Šabac; *Marić Verica*, VII$_2$ r. OŠ »F. K. Fića« Beograd; *Marinkov Vera*, VIII$_1$ r. OŠ »O. P. Radišić« Vršac; *Marinović Svetlana*, OŠ »V. Dug.« Beograd; *Marjanović Slavko*, VII r. OŠ Husino; *Markov Branka*, VIII$_1$ r. OŠ Opovo; *Marković Dragan*, V$_1$ r. OŠ »Ž. A.« Trstenik; *Marković Ivica*, VII r. OŠ Husino; *Marković Katica*, VIII r. OŠ Strošinci; *Marković Madinka*, V r. OŠ Strošinci; *Marković Milena*, V$_1$ r. OŠ »T. P. O.« G. Milanovac; *Marković Milijana*, VII$_4$ r. OŠ »M. Mijalković« Svetozarevo; *Marković Miodrag*, VII$_2$ r. OŠ »M. Gorki« Titograd; *Marković Olivera*, VII$_2$ r. OŠ »F. K. Fića« Beograd; *Marović Momčilo*, OŠ »M. K.« Šabac; *Martić Aleksandar*, VIII$_1$ r. OŠ »Čibuk. part.« Kraljevo; *Maslovarić Snežana*, VII$_2$ r. OŠ »M. G.« Titograd; *Matić Zvezdan*, V$_2$ r. OŠ Grocka; *Matović Milenko*, VII$_a$ r. OŠ Vitkovići kod Goražda; *Mesarović Ljubiša*, VII$_a$ r. OŠ Pećinci; *Mićić Ljiljana*, VII$_1$ r. OŠ »N. J.« Šabac; *Mihajlović Branko*, VII$_2$ r. OŠ »D. V.« Nova Pazova; *Mihajlović Dubravka*, VI$_1$ r. OŠ »S. K.« Ljig; *Mihajlović Mirjana*, VIII$_1$ r. OŠ »B. Nušić« Beograd; *Mihajlović Mirjana*, VII$_2$ r. OŠ »V. Karadžić« Kruševac; *Mihajlović Vesna*, V$_1$ r. OŠ Grocka; *Mijajlović Radiša*, VI$_3$ r. OŠ »S. K.« Ljig; *Mijatović Ljubodrag*, VI$_2$ r. OŠ »J. J. Zmaj« Pančevo; *Mijić Vera*, VIII$_a$ r. OŠ Pećinci; *Nikić Marija*, VII$_2$ r. OŠ »M. Pavlović« Čačak; *Miladinović Nebojša*, VIII$_3$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Milanović Zorica*, VI$_2$ r. OŠ »Ž. A.« Trstenik; *Milanović Vesna*, VI$_4$ r. OŠ »Čajka« Trstenik; *Milašinović Nada*, VI$_2$ r. OŠ »Ž. A.« Trstenik; *Milenković Dragoslav*, VIII$_2$ r. OŠ »V. Dugošević« Beograd; *Milenković Zorica*, VII$_1$ r. OŠ »M. Pijade« Vel. Plana; *Milenković Ljubiša*, VIII$_2$ r. OŠ Kumodraž k/B; *Miletić Ljubiša*, OŠ Počekovina; *Miletić Ljubivoje*, VIII$_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Milić Dragica*, OŠ Boleč (Vinča); *Milijanović Zoran*, VIII$_1$ r. OŠ »J. P.« Baljevac na Ibru; *Milinčić Aleksandar*, VI$_3$ r. OŠ »Ž. J. Š.« N. Beograd; *Milinović Dragan*, OŠ »S. K.« Ljig; *Milinović Zorica* VII$_b$ r. OŠ »V. Karadžić« Vršac; *Milin Zorica*, VI$_2$ r. OŠ »Sv. Sava« Beograd; *Milojević Mirjana*, VI$_5$ r. OŠ »B. J.« Železnik; *Milojić Desanka*, VIII$_2$ r. OŠ »D. S.« Svrljig; *Milojković Suzana*, V$_4$ r. OŠ »IV kralj. bat.« Kraljevo; *Milošević Bogdan*, VIII$_1$ r. OŠ »IV k. b.« Kraljevo; *Milošević Jovanka*, VI$_2$ r. OŠ »B. J.« Železnik; *Milošević Novka*, V$_b$ r. OŠ »Đ. J.« Međa; *Milošević Slađana*, VII$_4$ r. OŠ »M. Mijalković« Svetozarevo; *Milovanović Gorica*, VIII r. OŠ »R. K.« Popina (Vrnjci); *Milovanović Malina*, VII$_1$ r. OŠ »B. J.« Železnik; *Milovanović Slobodan*, OŠ »S. K.« Ljig; *Milovanović Srboljub*, VIII r. OŠ

»D. S.« Svrljig; *Milosavljević Ljubiša*, VII$_5$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Milurović Mirjana*, V$_2$ r. OŠ »J. Popović« Obrenovac; *Milutinović Jelena*, VII$_2$ r. OŠ Počekovina; *Milutinović Snežana*, VIII$_4$ r. OŠ »D. S.« Svrljig; *Milutinović Svetlana*, VII$_1$ r. OŠ »V. K.« Kladovo; *Miljević Bojana*, VIII$_1$ r. OŠ »V. Dug.« Beograd; *Minović Zoran*, VII$_3$ r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd; *Mirčetić Dragan*, VIII$_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Mirković Angelina*, VIII$_4$ r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beograd; *Mirković Brankica* i *Jasminka*, VIII r. OŠ Pećinci; *Mirković Mira*, OŠ »S. K.« Ljig; *Mirković Slavica*, VIII$_4$ r. OŠ »V. S. S.« Kumodraž; *Mirković Uroš*, VII$_4$ r. OŠ »S. Jovanović« Pančevo; *Mitić Stanko*, VII$_3$ r. OŠ »B. S.« Vučje; *Mitrović Dušan*, VII$_4$ r. OŠ »M. Mijalković« Svetozarevo; *Mitrović Slobodan*, V$_1$ r. OŠ Kumodraž; *Mitrović Golubica*, VIII$_2$ r. OŠ Grocka; *Mitrović Vladan*, V$_4$ r. OŠ »S. K.« Ljig; *Mladenović Filip*, VII$_4$ r. OŠ »Ž. J. Š.« N. Beograd; *Mladenović Mirjana*, VII$_5$ r. OŠ »J. J. Zmaj« Obrenovac; *Mladenović Vesna*, VII$_2$ r. OŠ »V. Karadžić« Kruševac; *Mlakar Anica*, VII r. OŠ Cerkno; *Momčilović Dragana*, VII$_3$ r. OŠ »V. Dugošević« Požarevac; *Moravac Smiljana*, VIII$_2$ r. OŠ »V. Nj.« D. Vijačani; *Mović Nebojša*, V$_2$ r. OŠ »B. J.« Železnik; *Mustedanagić Ajša*, VIII$_b$ r. OŠ »V. P.« Otoka Bosanska.

Nakovski Lila, VI$_b$ r. OŠ »K. Misirkov« Kumanovo; *Negdić Bogdan*, V$_1$ r. OŠ »T. Rajić« Čačak; *Nedić Ljiljana*, VII$_5$ r. OŠ »J. J. Zmaj« Obrenovac; *Negovanović Biljana* (V$_4$) i *Negovanović Ljiljana* (VIII$_1$), OŠ »V. Karadžić« Ripanj; *Nenadić Ljubinko*, VIII$_1$ r. OŠ Mrčajevci; *Nešić Smiljana*, VI$_1$ r. OŠ »J. Marinković« N. Bečej; *Nikitović Jasminka*, VII$_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Nikodijević Zoran*, VIII$_2$ r. OŠ »D. S.« Svrljig; *Nikolajević Dušica*, VI$_1$ r. OŠ Vrčin; *Nikoličić Radica*, VII$_2$ r. OŠ Selevac; *Nikolić Dragan*, VIII$_1$ r. OŠ »M. P.« Sredska kod Prizrena; *Nikolić Elizabeta*, V$_2$ r. OŠ »Zmaj J. J.« Beograd; *Nikolić Gordana*, VI$_2$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Nikolić Ljiljana*, VIII$_4$ r. OŠ »N. Purić« Valjevo; *Nikolić Milica*, OŠ Ljig; *Nikolić Miroslava*, VI$_1$ r. OŠ »V. K.« Ripanj; *Nikolić Savka*, VI$_1$ r. OŠ Sastav Reka; *Nikolić Slobodan*, VIII$_1$ r. OŠ »B. Nušić« Beograd; *Nikolić Tatjana*, V$_3$ r. OŠ »J. J. Zmaj« Obrenovac; *Nikolić Zoran*, VI$_1$ r. OŠ Grocka; *Nikolić Zoran*, VII r. OŠ Počekovina; *Ninčić Svetlana*, V$_2$ r. OŠ Grocka.

Obućina Vesna, VIII$_2$ r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beograd; *Odri Peter*, VIII r. OŠ »B. J.« Svetozar Miletić; *Opačić Ljuba, Sanja* i *Slavna*, OŠ Pećinci; *Osojnik Bojan*, VI$_1$ r. OŠ »V. Karadžić« Beograd; *Ostojić Gordana*, V$_2$ r. OŠ »V. T.« Lukavac; *Ostojić Milka*, VII$_2$ r. OŠ »C. M.« Ralja; *Ostojić Nedeljko*, VII r. OŠ »I. G. Kovačić« Osijek;

Pajičić Stojanka, V$_5$ r. OŠ »S. Novaković« Šabac; *Pajić Milina*, VII$_5$ r. OŠ »J. J. Zmaj« Obrenovac; *Pajić Radica*, VIII r. OŠ Pećinci; *Pal Irena*, V$_2$ r. OŠ »V. Karadžić« Zrenjanin; *Panarin Marina*, VII$_2$ r. OŠ »V. Karadžić« Kruševac; *Panić Zorka*, VII r. OŠ »R. K.« Popina; *Panić Vesna*, VI r. OŠ Grljan; *Panišić Marina*, VIII$_1$ r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica; *Pantić Milena*, VI$_3$ r. OŠ »S. K.« Ljig; *Paranosić Marica*, VIII$_a$ r. OŠ Pećinci; *Parić Mirjana*, VII r. OŠ »I. K. Kovačić« Našice; *Paravina Nevenka*, V$_1$ r. OŠ Čonoplja; *Pavić Ana* (VII$_a$) i *Tunjo* (VI$_c$), OŠ Husino; *Pavković Nikola*, VII$_a$ r. OŠ Pećinci; *Pavlik Đorđe*, VII$_c$ r. OŠ »P. Kočić« Temerin; *Pavlović Gordana*, VI$_5$ r. OŠ »B. J.« Železnik; *Pavlović Milorad*, VIII$_4$ r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd; *Pavlović Snežana*, VIII$_1$ r. OŠ »B. Nušić« Beograd; *Pavlovski Tanja*, VII$_2$ r. OŠ »Ž. J. Š.« N. Beograd; *Pavlović Zoran*, VII$_2$ r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd; *Pavlović Zoran*, VIII$_1$ r. OŠ »P. I. V.« Prahovo; *Pecić Ljubodrag*, VII r. OŠ »R. K.« Popina; *Perić Boris*, VIII$_2$ r. OŠ »D. S. Visoki« Despotovac; *Perović Dragan*, VII$_2$ r. OŠ »R. Ž.« Nikšić; *Peševska Snežana*, VI r. OŠ »K. Misirkov« Kumanovo; *Pešić Dušanka*, V$_1$ r. OŠ »M. Gorki« Titograd; *Petković Ljubiša*, VI r. OŠ »S. M.« Brza Palanka; *Petković Milan*, V$_3$ r. OŠ »J. J. Z.« Obrenovac; *Petrašinović Zorica*, VIII$_3$ r. OŠ »M. T.« Medveđa; *Petrović Branka*, V$_1$ r. OŠ »V. Dugošević« Beograd; *Petrović Dobrila*, V$_4$ r. OŠ »S. K.« Ljig; *Petrović Draga*, V$_4$ r. OŠ »M. Pijade« Niš; *Petrović Milan*, VII$_a$ r. OŠ Pećinci; *Petrović Miloje*, V$_2$ r. OŠ »V. Karadžić« Kruševac; *Petrović Nenad*, VI$_3$ r. OŠ Grocka; *Petrović Slavica*, VI$_3$ r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd; *Petrović Snežana*, VIII$_5$ r. OŠ »P. B.« Vrnjačka Banja; *Petrović Vesna*, VI$_3$ r. OŠ »V. K.« Ripanj; *Petrović Zorica*, V$_2$ r. OŠ Grocka; *Petrovska Stojna*, VII$_a$ r. OŠ »K. Misirkov« Kumanovo; *Pilić Aleksandar*, VII$_2$ r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd; *Plavšić Anđelka*, VIII$_b$ r. OŠ Pećinci *Popović Gordana*, VII$_b$ r. OŠ. A. Š. Sečanj; *Popovći Milica*,?, Obrenovac; *Popović Slavica*, VII$_1$ r. OŠ „O. P. Radišić", Vršac; *Popović Mladen*, VII$_1$ r. OŠ „D. Popović"?; *Popov Jovanka*, VII$_1$ r. OŠ »Đ. J.« Perlez; *Povrenović Slavica*, VII$_3$ r. OŠ »A. F.« Visoko; *Protić Vesna*, VI$_1$ r. OŠ Grocka; *Prvujkić D.*, VIII$_1$ r. OŠ Prahovo; *Prvulović Radomir*, VIII r. OŠ »S. M.« Brza Palanka; *Puhmajer Zorica*, VI$_3$ r. OŠ »S. Jovanović« Šabac; *Purger Tibor*, VIII$_a$ r. OŠ »A. Endre« Kanjiža;

Racić Dragiša, VI$_2$ r. OŠ »V. K.« Negotin; *Racković Milisav*, VII$_2$ r. OŠ »T. Rajić« Čačak; *Radivojević Stamenka*, VI$_2$ r. OŠ »S. K.« Ljig; *Radočaj Marija*, VII r. OŠ Generalski Stol; *Radojković Ljiljana*, VIII$_3$ r. OŠ »D. S.« Svrljig; *Radosavac Blagoje*, VIII r. OŠ »V. Đ.« Jarkovac; *Radosavljević Darko*, VI$_2$ r. OŠ »M. Živojinović« Mladenovac; *Radovanović Ljiljana*, VI$_3$ r. OŠ Ljig; *Radovanović Dušanka*, VII r. OŠ Skela; *Radovanović Mirjana*, VII$_2$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Radovanović Vladan*, VI$_3$ r. OŠ »S. K.« Ljig; *Radulović Budimir* i *Momčilo*, VII$_2$ r. OŠ »T. Rajić« Čačak; *Rakić Miloš*, VII$_2$ r. OŠ »T. Rajić« Čačak; *Rašić Mirjana*, VI$_1$ r. OŠ »F. Filipović« Čačak; *Rašković Ljiljana*, VII$_1$ r. OŠ »S. Marinković« Novi Sad; *Raut Branka*, VII$_b$ r. OŠ Cerkno; *Redžepović Dijana*, VII$_2$ r. OŠ »M. G.« Titograd; *Redžić Svetlana*, VII$_2$ r. OŠ Vrčin; *Relić Pavle*, VIII$_4$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Ristanović Suzana*, V$_2$ r. OŠ »V. Dugošević« Beograd; *Ristić Dragan*, VIII$_2$ r. OŠ »R. Kovačević« Lebane; *Roganović Zoran*, VI$_3$ r. OŠ »Čibuk. part.« Kraljevo; *Rojc Jože*, VIII$_a$ r. OŠ »Dr F. M.«Močnik; *Rokać Olivera*, V$_2$ r. OŠ Skela kod Obrenovca; *Rošić Boško*, V$_6$ r. OŠ »Zmaj J. J.« Beograd; *Rupčić Ana*, VII$_b$ r. OŠ »Centar« Rijeka.

Sajić Dragica (VI$_1$), *Ljubinko* (V$_1$) i *Vlada* (V$_3$), OŠ »S. K.« Ljig; *Salatić Dragana* (V$_3$) *Sretena* (VI$_2$), OŠ »M. Bursać« Beograd; *Salatić Ljiljana* (VII) i *Nada* (VI), OŠ »A. Š.« Sečanj; *Samardžić Miroslava*, V$_3$ r. OŠ »J. J. Zmaj« Obrenovac; *Samardžić Miroslav*, VII r. OŠ »A. Š.« Sečanj; *Sa-*

vić *Marko*, VII_2 r. OŠ »Ž. Popović« Loznica; *Savić Mirjana*, $VIII_3$ r. OŠ »J. P.« Baljevac; *Savić Nada*, VII_1 r. OŠ »M. Pavlović« Čačak; *Savić Svetlana*, $VIII_4$ r. OŠ »3. okt.« Bor; *Savović Dragić*, $VIII_1$ r. OŠ »S. Sremčević« Kragujevac; *Sekulić Miodrag*, VII r. OŠ Bačko Gradište; *Simović Vesna*, V r. OŠ »M. V.« Trnava (Čačak); *Sindelić Hristina*, $VIII_1$ r. OŠ Grabovac kod Obrenovca; *Šipetić Virgil*, VII_3 r. OŠ »7. okt.« Čačak; *Sofić Viktorija*, VIII r. OŠ Mihajlovac (krajinski); *Softić Novica*, $VIII_2$ r. OŠ »M. P.« Sredska; *Spalević Danilo*, V_2 r. OŠ »V. Karadžić« Kruševac; *Spasić Zoran*, $VIII_1$ r. OŠ Medveđa k/T; *Spasojević Milutin*, $VIII_2$ r. OŠ »7. okt.« Čačak; *Srećković Milomir*, VII_3 r. OŠ »J. Veselinović« Šabac; *Srejić Ružica*, ?. OŠ Popina; *Stanačev Predrag*, VII_2 r. OŠ »V. Dug.« Beograd; *Stanić Goran*, $VIII_3$ r. OŠ »M. Milojk.« Svetozarevo; *Stanimirović Julijana*, V_2 r. OŠ Grocka; *Stanković Dragica*, $VIII_3$ r. OŠ »3. okt.« Bor; *Stanković Dušanka*, $VIII_1$ r. OŠ »Vožd Karađorđe« Niš; *Stanojević Mirjana*, VII_2 r. OŠ »V. Kar.« Kruševac; *Stanojević Sladunka*, $VIII_4$ r. OŠ »D. S.« Svrljig; *Stefanović Magdalena*, VII_2 r. OŠ »T. Rajić« Čačak; *Stefanović Miroslav*, V_6 r. r. OŠ »Zmaj J. J.« Beograd; *Stefanović Svetlana*, VI_1 r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd; *Stefanović V.*, $VIII_4$ r. OŠ »D. S.« Svrljig; *Stefanović Živana*, VI_1 r. OŠ »S. K. Ljig; *Stoiljković Dragiša*, VII_3 r. OŠ »B. R.« Vladičin Han; *Stojanović Dragan*, OŠ »S. K.« Ljig; *Sto janović Slađana*, VII_1 r. OŠ »B. S.« Vučje; *Stojanovska Slavica* (VII) i *Svetlana* (VI_a), OŠ »K. M.« Kumanovo.

Šainović Mirjana, VII r. OŠ Skela kod Obrenovca; *Šen Željko*, V r. OŠ Strošinci; *Šimon Blaženka*, VII_1 r. OŠ »J. J. Zmaj« Srem. Mitrovica; *Špehar Ljiljana*, VI_4 r. OŠ »3. okt.« Bor; *Štucin Jožek*, $VIII_a$ r. OŠ »F. M.« Cerkno; *Šušulić Živan*, VII_3 r. OŠ »S. J.« Vlasotince.

Tanić Biljana, $VIII_1$ r. OŠ »V. M.« Grocka; *Tanović Ljubodrag*, VII_4 r. OŠ »A. Đurović« T. Užice; *Tasevska Snežana*, VI_d odd. OŠ »K. M.« Kumanovo; *Tatalović Milica*, $VIII_2$ r. OŠ »V. K.« Ele mir; *Teodorović Zdenka*, V_4 r. OŠ »V. Karadžić« Čačak; *Teofilović Nada*, VII_1 r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd; *Tešić Milutin*, VII_2 r. OŠ »F. V.« Šid; *Tiosavljević Slavica*, V_3 r. OŠ »V. Karadžić« Čačak; *Todorović Nadežda*, VI_3 r. OŠ Grocka; *Todorović Milutin*, VII_1 r. OŠ »M. Mijalk.« Svetozarevo; *Todorov Todor*, VII r. OŠ »G. D.« Bosilegrad; *Toković Radosav*, VII_2 r. OŠ »T.R.« Čačak; *Tomić Jovica*, VI_1 r. OŠ Vučje; *Tomić Mirjana*, VI_3 r. OŠ Grocka; *Tomić Predrag*, VI_2 r. OŠ »S. K.« Ljig; *Tomić Zdenko*, $VIII_b$ r. OŠ Husino; *Tomić Zoran*, $VIII_2$ r. OŠ Svrljig; *Tomić Violeta*, VII_3 r. OŠ Kumodraž k/B; *Tošić Dragan*, VII_1 r. OŠ »D. S.« Svrljig; *Tošić Dragan*, VII_1 r. OŠ »B. J.« Železnik; *Trifunović Milun*, VII_2 r. OŠ »Ž. Popović« Loznica; *Turanov Jovanka*, V_a r. OŠ »25. maj« Subotica.

Ugrenović Milanko, $VIII_3$ r. OŠ »Đ. J.« Konarevo; *Urošević Milka*, $VIII_1$ r. OŠ »N. Tesla« Vinča; *Urošević Slavica*, VII_2 r. OŠ »O. P. Radišić« Vršac; *Urošević Slavomir*, $VIII_1$ r. OŠ »Đ. J.« Konarevo; *Usiljanin Mirjana*, V_4 r. OŠ »IV kralj. bat.« Kraljevo.

Veličković Dragan, VI_2 r. OŠ »V. Karadžić« Negotin; *Veličković Vladan*, VII_2 r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd; *Vidaković Zlata*, VI_3 r. OŠ »S. K.« Ljig; *Vidakov Milena*, $VIII_b$ r. OŠ »S. B. P.« Pećinci; *Vidanović Ružica*, VI_2 r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Vidović Svetlana*, VI_2 r. OŠ »B. J.« Čonoplja; *Vilušić Jozo*, VIII r. OŠ Husino kod Tuzle; *Višnjić Ljiljana*, VI_2 r. OŠ »Braća Jerković« Železnik; *Vlahović Dragica*, $VIII_2$ r. OŠ Vrčin kod Beograda; *Vlajković Srđan*, VI_1 r. OŠ »S. Nikolajević« Beograd; *Vojinović Milena*, VI_5 r. OŠ »B. J.« Železnik; *Vranešević Nikola*, VIII r. OŠ Mala Gradusa; *Vranić Dobrila*, $VIII_1$ r. OŠ »M. M. Đopo« Mrčajevci; *Vučetić Marija*, V_1 r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Vučić Dragan*, VII_2 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd; *Vučinić Miroslav*, $VIII_4$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd; *Vučković Gordana*, VII_1 r. OŠ »M. M. Đ.« Mrčajevci; *Vujović Zoran*, $VIII_3$ r. OŠ »F. K. Fića« Beograd; *Vukašinović Drago*, V_4 r. OŠ »S. K.« Ljig; *Vukčević Branko*, VII_2 r. OŠ »S. P.« Počekovina; *Vukčević Mirjana*, VII_2 r. OŠ »M. G.« Titograd; *Vukojčić Svetlana*, V_4 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik; *Vukomanović Radoš*, VII_1 r. OŠ »Ž. A.« Trstenik; *Vukosavljević Vladimir*, VII_5 r. OŠ »N. Jeličić« Šabac; *Vuković Snežana*, $VIII_4$ r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd; *Vuksanović Branislava*, VI_3 r. OŠ »V. Dugošević« Beograd.

Zdravko Magdalena, VII_d r. OŠ Bačko Gradište; *Zdravković Ljiljana*, $VIII_2$ r. OŠ »B. K.« G. Matejevac; *Zdravković Ljubica*, $VIII_3$ r. OŠ »V. Dug.« Beograd; *Zelenjak Vlada*, $VIII_1$ r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica; *Zikić Veselica*, OŠ »3. okt.« Bor; *Zlatić Mila*, V_3 r. OŠ »A. Đ.« T. Užice; *Zogorčić Zoran*, VI_3 r. OŠ »S. K.« Ljig; *Zuban Milan*, VIII r. OŠ »V. K.« Knežina (Sokolac); *Zukić Rusomira*, VI_1 r. OŠ »H. Kikić« Sanski Most; *Zulić Šefika*, $VIII_1$ r. OŠ »Ž.J. Š.« N. Beograd.

Žilović Milan, VII_2 r. OŠ »S. G. Mitraljeta« Batajnica; *Živaljević Jasna*, $VIII_3$ r. OŠ »V. P. Valter« Sarajevo; *Živanović Slobodan*, VII_2 r. OŠ »D. Vukasović« Nova Pazova; *Živković Damnjanka* $VIII_4$ r. OŠ »D. S.« Svrljig; *Živković Milan*, VII_4 r. OŠ »V. Pelagić« Leskovac; *Živković Branislav*, $VIII_3$ OŠ »M. Bursać« Beograd; *Živković Zorica*, $VIII_1$ r. OŠ »N. T.« Vinča; *Živojinović Jasmina*, $VIII_2$ OŠ »M. P.« Vel. Plana; *Žunić Mirjana*, $VIII_1$ r. OŠ »F. K. Fića« Beograd.

Napomena. — Popis rešavatelja konkursnih zadataka 84—89. objavićemo u sledećem broju „Mat. lista (IV. 5).

Matematiku treba učiti zato što ona um u harmoniju dovodi.
Lomonosov, veliki ruski naučnik

MATEMATIČKA TAKMIČENJA

Zadaci na republičkom takmičenju učenika osnovnih škola u SR Hrvatskoj školske 1968/69. godine.

VIII razred

1. U tvornici se izrađuju dvije vrste hladnjaka. Tvornička cijena jeftinijeg manja je za 1/6 od cijene skupljeg hladnjaka. Za koliko se % poveća tvornička cijena jeftinijeg hladnjaka u trgovačkoj mreži ako se tamo prodaje jeftiniji hladnjak po cijeni koja je jednaka 9/8 tvorničke cijene skupljeg hladnjaka?

2. Ako voda zauzima 3/4 volumena posude, onda težina posude zajedno s vodom iznosi 8100 p, a ako živa zauzima 5/12 volumena iste posude, onda težina posude zajedno s živom iznosi 49386 p. Izračunaj volumen posude i njezinu težinu ako je specifična težina žive 13,596 p/cm^3.

3. Baza uspravne (prave) trostrane prizme je pravokutan trokut (pravougli trougao) kome je jedna kateta 9 cm, a druga kateta za 3 cm manja od hipotenuze. Koliko je oplošje prizme (površina cele prizme) ako je najveća pobočna ploha (strana) pravokutnik kome je visina 1,4 puta veća od osnovice? Nacrtaj sliku tog tijela u kosoj projekciji u mjerilu 1:3 ako je $\alpha = 45°$, $q = 1/2$! Nacrtaj tlocrt i nacrt tog tijela u jednakom omjeru (u istoj razmeri) ako je najveća ploha tog tijela u ravnini π_1, a baza u π_2!

4. a) Zadan je pravac p i dvije tačke D i M, od kojih D pripada pravcu p, a M ne pripada. Konstruirati kružnicu koja prolazi tačkom M a dodiruje pravac p u zadanoj tački D.

b) Zadana je kružnica k i dvije tačke E i M, od kojih E pripada kružnici, a M ne pripada. Konstruirati kružnicu koja dodiruje zadanu kružnicu k u zadanoj tački E i prolazi tačkom M.

Rezultati i uputstva. — 1. Tvornička cijena jeftinijeg je 5/6 cijene skupljeg, a prodajna cijena jeft. je 9/8 prod. cijene skupljeg; povećanje cijene je $9/8 - 5/6 = 7/24$ cijene skupljeg hladnjaka, a to u odnosu sa 5/6 iznosi $7/24 : 5/6 = 7/20 = 35/100 = 0{,}35$, tj. 35%.

2. Iz $\frac{3}{4} V + T_p = 8100$ i $\frac{5}{12} V \cdot 13{,}596 + T_p = 49386$ dobijamo $\left(\frac{5}{12} \cdot 13{,}596 - \frac{3}{4}\right) V = 41286$, (oduzimanjem) odakle je $V = 8400\,\text{cm}^3 = 8{,}4\,\text{dm}^3$. Težina posude biće $T_p = 8{,}1\,\text{kp} - 6{,}3\,\text{kp} = 1{,}8\,\text{kp}$ (jer 3/4 od 8,4 iznosi (6,3).

3. Iz $9 + (c-3)^2 = c^2$ dobijamo da je hipotenuza $c = 15\,\text{cm}$. Druga kateta je $b = 12\,\text{cm}$. Oplošje prizme (površina cijele prizme) je jednako zbiru površina obeju baza i svih bočnih ploha, tj. $P = 2\,(ab/2) + v\,(a + b + c)$, tj. $P = ab + v\,(a + b + c)$, gde je $v = 1{,}4 \cdot c = 1{,}4 \cdot 15\,\text{mm} = 21\,\text{cm}$ — visina prizme. Poslije supstitucija imaćemo: $P = 108 + 21\,(9 + 12 + 15)$, tj. $P = 864\,\text{cm}^2$. Dimenzije tijela u mjerilu 1:3 su 3 cm, 4 cm, 5 cm i 7 cm, te sami možete nacrtati to tijelo u kosoj projekciji, kao i njegov tlocrt i nacrt.

4. a) Središte (centar) S kružnice nalazi se u presjeku okomice (normale) tačkom D na pravac p i simetrale duži MD, a $r = SD = SM$.

b) Neka je O središte (centar) zadane kružnice k, a s — simetrala duži ME. Središte tražene kružnice S nalazi se u presjeku pravca s i OE, a polupečnik joj je $r = SE = SM$.

VII razred

1. Izračunaj vrijednost izraza:

$$\frac{\left(5{,}127+1\frac{7}{12}+4{,}873+3\frac{5}{12}\right):0{,}5}{48{,}12:1\frac{1}{5}-0{,}2^2\cdot 2{,}51\cdot 250}$$

2. Nad svakom stranicom romba s dijagonalama e i f ($e=9$ cm, $f=6$ cm) nacrtaj polukružnice u unutrašnjosti romba. Izračunaj zatim površinu figure koju omeđuju ti kružni lukovi. (Zadatak riješi najprije u općim brojevima).

3. Konstruiraj skup središta svih kružnica koje dodiruju:

a) zadani pravac (pravu) u zadanoj tački tog pravca;

b) dva zadana pravca koja su paralelna;

c) dva zadana pravca koja se sijeku.

4. Zemljište je pripremljeno za sjetvu za 3 dana. Prvog dana je pripremljeno $\frac{3}{10}$ zemljišta, drugog dana $\frac{3}{5}$ ostatka, a treći dan — ostalo. Kolika je površina tog zemljišta ako je trećeg dana obrađeno 11,2 ha manje nego drugog dana. Koliko je obrađeno svakog dana?

Rezultati i uputstva. — 1. Pošto je $5{,}127+4{,}873=10$ i $1\frac{7}{12}+3\frac{5}{12}=5$, to će brojnik datog izraza biti jednak $15:0{,}5=30$. Nazivnik (imenilac) je jednak $48{,}12:1{,}2-0{,}04\cdot 250\cdot 2{,}51=40{,}1-10\cdot 2{,}51=40{,}1-25{,}1=15$. Prema tome, dati izraz je jednak $30:15=2$. (Koja svojstva sabiranja (zbrajanja) odnosno množenja smo primjenili?). Do istog rezultata došli bismo ako bi se najprije svi brojevi u zadanom izrazu pretvorili u obične razlomke, a zatim izvršila naznačena računanja, pazeći na redoslijed računskih operacija.

2. Vidi sliku desno! Crtaj! Tražena površina jednaka je diferenciji između 4 površine polukrugova i površine romba, tj. $P=4\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi-\frac{e\cdot f}{2}=\frac{1}{2}a^2\pi-\frac{e\cdot f}{2}=\frac{1}{2}\left(\frac{e^2}{4}+\frac{f^2}{4}\right)\pi-\frac{e\cdot f}{2}$ i konačno $P=\frac{e^2+f^2}{8}\pi-\frac{e\cdot f}{2}$. Ako e i f zamjenimo dobićemo da je $P=14{,}625\pi-27\approx 18{,}9225$ (cm²), pri čemu je uzeto $\pi\approx 3{,}14$. Ako bi se uzelo $\pi\approx 3{,}1416$, onda bi dobijeni rezultat (18,9459 cm²) bio bliži pravoj vrijednosti.

3. a) Pravac (prava) okomit (normalan) na zadani pravac u zadanoj tački. b) Pravac paralelan datim pravcima i jednako udaljen od njih — prolazi kroz središte razdaljine između zadanih pravaca. c) Simetrale kutova (uglova) između zadanih pravaca.

4. Prvog dana je pripremljeno $\frac{3}{10}$ zemljišta, drugog dana $\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{10}$, tj. $\frac{21}{50}$ zemljišta; trećeg dana je obrađen ostatak: $1-\left(\frac{3}{10}+\frac{21}{50}\right)=\frac{14}{50}$, tj. $\frac{7}{25}$ zemljišta. Razlika $\frac{21}{50}-\frac{14}{50}$, tj. $\frac{7}{50}$ zemljišta odgovara 11,2 ha. Odatle se lako dobija da $\frac{1}{50}$ zemljišta iznosi 1,6 ha, a cijelo zemljište (50/50) iznosi $1{,}6\text{ ha}\cdot 50=80$ ha. Sada je lako izračunati da je prvog dana obrađeno 24 ha (3/10 od 80 ha), drugog dana 33,6 ha (21/50 od 80 ha) i trećeg dana 22,4 ha (14/50 od 80 ha).

V. B. D.

МАТЕМАТИЧКА РАЗОНОДА

ЗАНИМЉИВОСТИ О БРОЈЕВИМА

Необична математичка архитектура

Ова множења су извршена правилно, али на својеврстан начин.

```
 ×77
  77
----
  49
4949
  49
----
5929
```

или

```
×77
 77
---
  7
777
---
847 × 7 = 5929
```

```
   ×666
    666
 ------
     36
   3636
 363636
   3636
     36
 ------
 443556
```

или

```
 ×666
  666
 ----
    6
  666
66666
-----
73926 × 6 = 443556
```

```
×777777777777
 777777777777
-------------
49
4949
494949
49494949
4949494949
494949494949
49494949494949
4949494949494949
494949494949494949
49494949494949494949
4949494949494949494949
494949494949494949494949
4949494949494949494949
49494949494949494949
494949494949494949
4949494949494949
49494949494949
494949494949
4949494949
49494949
494949
4949
49
------------------------
604938271603728395061729
```

или

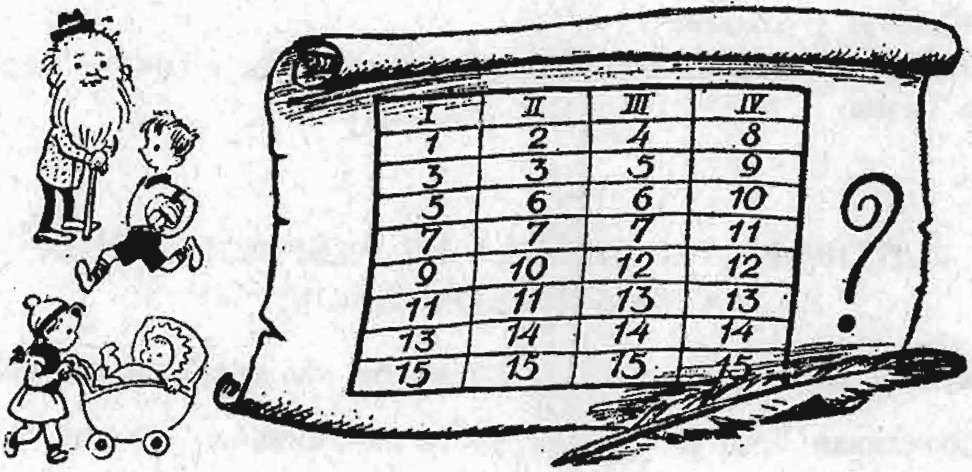
```
×777777777777
 777777777777
-------------
7
777
77777
7777777
777777777
77777777777
7777777777777
777777777777777
77777777777777777
7777777777777777777
777777777777777777777
77777777777777777777777
-----------------------
86419753086246913580247
                     ×7
------------------------
604938271603728395061729
```

MATEMATIČKE IGRE

Koliko vam je godina?

„Pomoću ove čarobne tablice mogu doznati koliko vam je godina“, reče Sonja na večeri zanimljive matematike. „Vi mi samo recite u kojim stupcima ove tablice se nalazi broj vaših godina“, produžila je ona.

„Broj mojih godina nalazi se u prvom, drugom i četvrtom stupcu“, — reče Mira. — „Ti imaš 11 godina“, — odgovori odmah Sonja. Mira je potvrdila da je to tačno. Tako je Sonja svima pogodila koliko im je godina. Kako je ona na osnovu ove tablice pogađala koliko je godina svakome od prisutnih?



I	II	III	IV
1	2	4	8
3	3	5	9
5	6	6	10
7	7	7	11
9	10	12	12
11	11	13	13
13	14	14	14
15	15	15	15

Objašnjenje. — Da bi pogodila koliko Mira ima godina, Sonja je sabrala brojeve koji stoje u prvoj vrsti ($1+2+8=11$) onih stupaca koje je Mira pomenula (I, II i IV). Tako se postupa i u drugim slučajevima, tj. *jednostavno se saberu brojevi koji stoje na početku onih stupaca koje naznači onaj kome se pogađa broj godina.*

ЗРНЦА

Брзо одговорите!

1. Угао од 5° посматрате кроз лупу која даје четвороструко повећање. Колики ће бити тај угао гледан кроз лупу?

2. Којом се цифром завршава производ свих непарних двоцифрених бројева?

3. Помоћу четири двојке и знакова рач. операција напиши број 111.

4. У којем бројном систему је $2 \cdot 2 = 10$?

Магични квадрати

Слободна поља у следећим квадратима треба попунити бројевима, тако да у сваком правцу (по хоризонталама, вертикалама и дијагоналама) збир буде једнак броју написаном испод дотичне слике.

	1	
1		
		1

Збир 9

	5	3
2		

Збир 15

10		
	7	
	11	

Збир 21

Мало статистике

1. Научници су израчунали да за 24 часа човек утроши око 750 литара чистог кисеоника.

2. За један минут кроз све поште света прође у просеку преко 5 000 000 писама.

3. Око 300 000 km мора прелетети једна пчела и посетити око 19 000 000 цветова да би сакупила 1 kg меда.

Мало хумора

— Како је у школи?

— Лоше. Наставник математике стално пита и пита. Вероватно да сам ништа незна.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА ИЗ РУБРИКЕ „ЗРНЦА" У „МАТЕМАТИЧКОМ ЛИСТУ" IV. 3

Минут за размишљање. — **1.** 3,5 литра. **2.** a) трима двојкама написан најмањи позитиван број је: $\frac{2}{22}$ или после скраћивања $\frac{1}{11}$; b) трима тројкама: $\frac{3}{33} = \frac{1}{11}$; c) трима четворкама: $4:4^4$ или $\frac{4}{4^4}$, а не $\frac{4}{44}$, као што сте можда помислили, јер је $4/4^4 = 1/64$ мање од $4/44 = 1/11$. **3.** Увек. **4.** Три.

NAGRADNI ZADATAK BR. 16

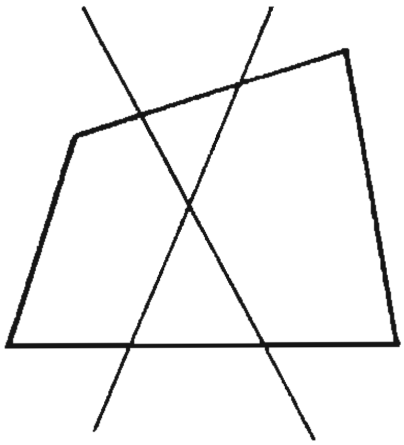
Dešifrujte ovaj rebus tako da sve naznačene operacije (sabiranja, oduzimanja, množenje i deljenje) budu tačno izvršene. Isti znak znači svuda istu cifru.

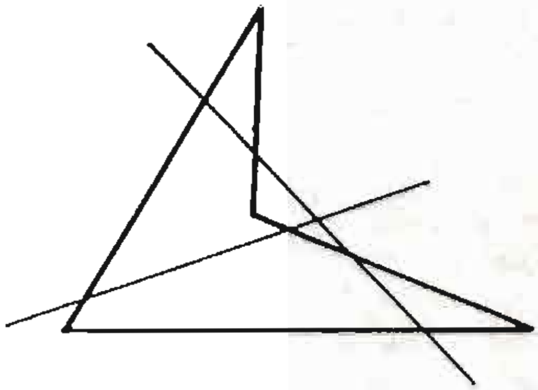
△●△▲	:	△◆	=	▲■
−		×		+
□◑□	+	□○	=	□□▲
◇△○	−	◆◇◑	=	◆●○

Za pravilno rešenje ovog zadatka biće nagrađeno 20 učenika. Po potrebi odlučiće žreb. Rešenja treba poslati najkasnije **do 11. VI 1970. godine** na adresu: **Matematički list, Beograd, p.p. 728.** Ne zaboravite da na samom radu navedete svoje ime i prezime, razred, školu i mesto (za manja mesta i poštu). Na koverti *obavezno* naznačite: »Nagradni zadatak br. 16«. Rešenje i imena nagrađenih objavićemo u »Matematičkom listu« br. V.1.

REZULTATI KONKURSA ZA NAGRADNI ZADATAK BR. 15

Sa dve prave četvorougao se može podeliti na dva trougla i dva petougla, na primer, kao što je to pokazano na sledećim slikama:





Primljeno je više od 5000 rešenja, od toga 4586 tačnih. (Uzeta su u obzir sva tačna rešenja koja su stigla do zaključenja lista, tj. do 18. 4. 1970. godine). Zbog velikog broja tačnih rešenja odlučeno je da se broj nagrada ovog puta poveća na trideset.

Uz pomoć žreba (lutrijskim izvlačenjem) odlučeno je da se između onih koji su poslali tačno rešenje nagrade sa **po 20 dinara** sledećih **30 učenika** (po 7 iz V i VIII razreda i po 8 iz VI i VII razreda):

1. *Antić Mladen*, V_4 r. Pete osnovne škole, Svetozarevo
2. *Avramović Vladan*, VII_4 r. OŠ »Nada Purić«, Valjevo
3. *Blagojević Milica*, VII_1 r. OŠ »Braća Jerković«, Železnik
4. *Bognolo Svetinka*, VIII r. OŠ »Š. Krstulović«, Split
5. *Černoša Anica*, VIII b r. OŠ Šmarje pri Jelšah
6. *Đorđević Biljana*, V_1 r. OŠ »V. Masleša«, Beograd
7. *Greblo Marica*, VIII r. OŠ »E. Nemarnik«, Roč (Istra)
8. *Jovićević Slojodan*, VI_4 r. OŠ »J. Pančić«, Baljevac (na Ibru)
9. *Kocanova Makedonka*, V a odd. OŠ »13. noemvri«, Skopje
10. *Kosanović Milan*, VI_1 r. OŠ »Bratstvo-jedinstvo«, Čonoplja
11. *Krsmanović Olga*, $VIII_1$ r. OŠ »Selters«, Mladenovac
12. *Linić Marin*, VII c r. OŠ Jelenje kod Rijeke
13. *Lisinac Saša*, V r. OŠ »P. Đukić«, G. Zleginje (kod Kruševca)
14. *Mrvić Mira*, VII_4 r. OŠ »Čibukovački partizani«, Kraljevo
15. *Pavlović Ljiljana*, VII_1 r. OŠ »V. Đuričin«, Jarkovac (Banat)
16. *Perić Boris*, $VIII_2$ r. OŠ »Despot Stevan Visoki«, Despotovac
17. *Petrović Dragana*, V_2 r. OŠ »R. Domanović«, Paraćin
18. *Petrović Vera*, VI r. OŠ »S. Bajić-Paja«, Pećinci
19. *Purić Stojanka*, V_2 r. OŠ »M. P.« Akmačići (kod Nove Varoši)
20. *Rajić Dragan*, VIII r. OŠ Brestovac kod Bora
21. *Ristić Zoran*, VI_3 r. OŠ »J. J. Zmaj«, Obrenovac
22. *Simić R. Milovan*, VI r. OŠ Donja Orovica
23. *Stevanović Nikica*, VI_1 r. OŠ Obudovac kod Bos. Šamca
24. *Suhi Danica*, VII a r. OŠ »Centar«, Tuzla
25. *Teskera Kazimir*, VI a r. OŠ »I. Brlić-Mažuranić«, Slav. Brod
26. *Tutnjević Branka*, VII b r. OŠ »I. G. Kovačić«, Našice
27. *Začiragić Nizar*, V_2 r. OŠ »V. Masleša«, Sarajevo
28. *Zdjelar Radmila*, VII d r. OŠ »R. Čajavec«, Zagreb
29. *Zivlaković Alenka*, VI r. OŠ »F. Prešeren«, Kranj
30. *Žunić Mirjana*, VIII b r. OŠ »F. Kljajić-Fića«, Beograd

Nagrade su poslate poštom.
Dobitnicima nagrada čestitamo!

VAŽNA OBAVEŠTENJA

1. Uredništvo poziva nastavnike i profesore matematike kao i ostale čitaoce da šalju svoje priloge za list: članke, odabrane zadatke, zadatke sa prijemnih ispita i matematičkih takmičenja, razne zanimljivosti. Poželjno je da svi rukopisi (osim učeničkih rešenja zadataka) budu pisani pisaćom mašinom s proredom, a crteži izrađeni na posebnoj čvršćoj hartiji. Rukopisi se ne vraćaju.

2. „Matematički list" namenjen je *svim učenicima* V—VIII raz. osnovne škole, a izlazi 5 puta u toku školske godine.

3. **Prodajna cena pojedinom broju je 1,50 dinara.** Godišnja pretplata (za svih 5 brojeva) iznosi 7,50 dinara. Naručioci za više od 10 kompleta imaju 10% *rabata* od prednje cene, a ukoliko unapred, tj. prilikom naručivanja, uplate celokupni iznos pretplate—imaju 20% *rabata* od prodajne cene (tj. plaćaju 1,20 din. po komadu, odnosno 6 dinara za komplet od pet brojeva). Nikakvi drugi odbici ne uvažavaju se.

Narudžbe se šalju na adresu lista, a novac na **žiro-račun „Matematičkog lista" broj 608-8-1433-10**. Pri tome obavezno treba navesti *tačnu adresu* na koju list treba dostavljati i jasno naznačiti na šta se narudžbina odnosno uplata odnosi (na koje brojeve i po koliko primeraka od svakog broja). Uplatnica sa navedenim podacima takođe može služiti kao narudžbenica.

4. Raspolažemo još izvesnim količinama svih brojeva lista iz šk. 1967/68. god. (br. II.1—5) i šk. 1968/69. god. (br. III.1—5) i isporučujemo ih odmah.

5. Mole se poverenici „Mat. lista" da izmire sva zaostala dugovanja.

6. Sve priloge, primedbe i narudžbe slati *isključivo* na adresu:

Matematički list, Beograd, p.p. 728.

* *
*

S A D R Ž A J

CENA 1,50 DINARA