

ТЕОРИЈСКО ЗАСНИВАЊЕ КЛАСИЧНЕ АСТРОФОТОГРАФИЈЕ – ПРОБЛЕМИ КАЛИБРАЦИЈЕ ФОТОМАТЕРИЈАЛА У АСТРОНОМИЈИ

АЛЕКСАНДАР ТОМИЋ

Народна опсерваторија, Калемегдан, 11000 Београд

Резиме. У овом раду начињен је покушај систематског прегледа развоја астрофотографије, са становишта њеног теоријског заснивања. Тражена је веза фотометријских и сензитометријских величина, на нивоу геометријске оптике и класичне црно-беле сензитометрије, са параметрима телескопа, атмосферским условима и фотометријским карактеристикама посматраног објекта. Посебна пажња посвећена је физички заснованом аналитичком представљању карактеристичне криве.*

Увод

Откриће дагеротипије 1839. г. (J. Niepce, L. Dageugre) захваљујући Ф. Араго-у (Arago) прихваћено је као откриће са далекосежним значајем. С правом, јер само 35 година касније оно је изнедрило фотографију какву и данас знамо. Целовит приказ развоја морао би почети од мрачне коморе римског архитекте Vitruvius-a, па преко J. H. Schulze-a који открива дејство светлости на сребро у раствору сребронитрата 1727. г, Н. Ф. Talbota и J. Herschel-a који 1819. г. откривају и користе фиксирајуће дејство хипосулфита (Miller, 1978), а само до 1900. г. око сто истраживача је допринело технолошком развоју фотографије доприносима вредним помена и данас. (James, 1977)

Историјски гледано, астрономи су у примени и развоју фотографије у целини дали знатне доприносе, теоријске и технолошке. Коначно, развојем електрон-

* Граничне области су испуштене да би се избегла обимност.

ике и теорије информација развили су и квантну теорију за домет телескопа (Jones, 1947) и нашли израз за шум у класи којој као детектор припада фотоматеријал (Havens, 1946). Неки од параметара који се појављују у тим формулама карактеришу микропроцесе и немају очигледну везу са сензитометријским параметрима фотоматеријала. Осим тога, добија се (неочекивано) да гранични домет не зависи код телескопа-камере од пречника објектива него само од жижне даљине, сјаја неба, контраста и инструменталног фона неба.

За случај подекспонираних фотоматеријала "квантна" достигнута звездана величина одређена је формулом:

$$m_0 = \frac{M}{2} - 2,5 \log \Delta + 2,5 \log D + 2,5 \log \sqrt{qt/(1+R)b^2} \quad (1.1)$$

док за случај преекспонираног фотоматеријала "крајња граница" – домет има облик:

$$m_L = M - 2,5 \log \Delta + 2,5 \log F + 2,5 \log \sqrt{G_0/(1+R)b^2} \quad (1.2)$$

Овде је M [$m/''^2$] – сјај неба, Δ (") – атмосферско ширење лика, D (cm) – и F (cm) – пречник и жижна даљина објектива. Остале величине представљају квантне параметре: R – однос инструменталног фона и фона неба, q – средњи ефективни квантни излаз, t – ефективно време експозиције, G_0 – број зрна емулзије по cm^2 , b – коефицијент који карактерише однос прага осетљивости и стандардног одступања – статистичке неодређености. (Видети гл. 1 у Hiltner, 1962, одн. Baum, 1955)

Ови резултати обично се користе за веће телескопе. "Иако је тешко тачно одредити вредности домета, резултати као да су у сагласности са теоријом, мада нпр. телескопи опсерваторије MtWilson фактички никада не дају предвиђене вредности, вероватно због сјаја неба који дају блиска Пасадена и Лос Анђелес." (Баум, 1962) Савремена одређивања совјетских аутора наводно дају боље слагање. (Lengauer, 1979)

Шта насупрот овој, квантној, теорији даје "класична теорија"?

1. Основе научне фотографије

1.1. Основне сензитометријске величине

Поједностављено речено, фотографска сензитометрија би се могла свести на неколико основних формула (ако је посматрамо само као теорију). Прво је откривен "закон заменљивости" интензитета светлости (I) и времена осветљавања (t) у фотохемијским процесима (Fizeau, Foucault, 1856):

$$I_1 t_1 = I_2 t_2 \quad (1.1, 1)$$

Применом на фотографски процес (Bunsen, Roscoe, 1862) добијено је да зацрњење у слоју остаје исто уколико количина осветљености остаје непромењена.

Тако се појављује "експозиција" (H), где је интензитет светлости у формули Бунзена и Рошка замењена осветљеношћу (E):

$$H = E t \quad (1.1, 2)$$

Основ савремене фотографске сензитометрије постављен је у раду Хартера и Дрифилда (Hurter, Driffield, 1980, в. Altman, 1977), где је осим експозиције уведено и графичко представљање реакције фотоматеријала-густина зацрњења, D_e , у облику:

$$D_e = f(\log H) \quad (1.1, 3)$$

тзв. карактеристична крива фотоматеријала, као и дефиниција опште светлосне осетљивости — "сензитивност" фотоматеријала (S):

$$S = k/H \quad (1.1, 4)$$

k — константа. Из облика карактеристичне криве и спектралне зависности изводе се многобројне специфичности, битне како за количину пренете инфорације, тако и за уметничке примене, строга фотометријска и коначно положајна мерења, значајна за науку. Коefицијент контраста представља тангенс нагиба линеарног дела карактеристичне криве, "хало" или "вуал" — густину неосветљеног и развијеног фотоматеријала, а фактор зрнатости је количник:

$$G = 100/n \quad (1.1, 5)$$

где је n — увећање при којем се уочава зрно.

Пре него приступимо актуелним питањима у вези калибрације астронегатива, осврнимо се на историјски развој важнијих поставки у теоријском описивању астрофотографије. Тако ће уједно бити целовитије представљени поједини аспекти фотографске фотометрије.

1.2 Једнозначност пресликавања

Почетним кораком у научној примени астрофотографије могао би се назвати доказ који је 1864-6. г. извео L. Rutherford користећи снимак звезданог јата Плејаде, по којем довољно квалитетан објектив врши довољно тачно пресликавање небеске сфере на раван фотоплочу, што је основ свих положајних-астрометријских мерења у астрофотографији. (Rutherford, 1865; Vaucouleurs, 1961; Hoffleit, 1950)

Други корак је примена на снимање звезда у циљу израде звездане карте, а начинио га је 1861. г. Ворен Деларју (Warren de la Rue) што је иначе идеја Г. Бонда из 1857. г. (Muller, 1897)

2. Фотографска фотометрија тачкастих извора

Свако теоријско заснивање фотографије мора почети од карактеристичне криве фотоматеријала. Опис карактеристичне криве сребро-бромидног фотоматеријала развијао се у два правца:

- као теорија кинетике хемијских реакција (Schaum, 1909), и
- као статистичка (информациона) теорија (Silberstein, 1922).

Како други опис не садржи време као фактор, није могао објаснити Шварцшилдов закон зацрњења (в. даље). Тако је за развој класичне астрофотографије кинетички приступ онај који ћемо даље пратити. Он може да се третира у ужем и у ширем смислу. Уже — то је строго дефинисање једначине и параметара карактеристичне криве. Шири смисао је повезивање са параметрима карактеристичне криве екстерних елемената као што су: параметри објектива камере, параметри светлосног извора, величине које повезују међусобно кретање извора и камере, коначно и утицај филтара у најширем смислу речи.

Снимање спектра високог раздвајања је задатак који носи нове теоријске проблеме, па га треба третирати издвојено. Методе испитивања квалитета оптике, који су развили Хартман, Ричи, Фуко и други (в. нпр. Vigourdan, 1919), такође чине целину са нашом темом, али у овом приказу се њима нећемо бавити, иако се оне стално обогаћују новим поступцима. Нека то остане у оптици.

Коначно, питање хиперсензибилизације емулзија, а до неког степена и хемијске обраде у целини, значајно је са практичног становишта, али не и са становишта конституисања теорије астрофотографије, па га овде нећемо разматрати.

2.1. Фотометрија мерењем пречника лика звезде

Прве кораке у формулисању класичне теорије, како смо је овде конципирали, учинили су Шajнер и Шарлије (Scheiner, 1889, Charlier, 1889) потом Шеберле (Schäberle, 1898). Полази се од дефиниције звездане величине:

$$m = 2,5 \log E \quad (2.1, 1)$$

E — осветљеност. Шарлије претпоставља да постоји веза између осветљености (E) и пречника лика звезде (d) на плочи/филму, облика:

$$E = pd^\alpha (1 + \beta_1 d + \beta_2 d^2 + \dots) \quad (2.1, 2)$$

p , α , β_i — константе. Даље остаје на првој апроксимацији, узима да је:

$$E = pd^\alpha \quad (2.1, 3)$$

и доказује везу између звездане величине (m) и пречника лика:

$$m = a - b \log d, \quad (2.1, 4)$$

уз $b = 2,5$ и $a = -2,5 \log p$. Касније многи аутори користе ову формулу у приближном облику:

$$m = a - b\sqrt{d} \quad (2.1, 5)$$

што је чест случај и данас. (нпр. Мартинов, 1977). Претпостављајући да константе a, b – садрже карактеристике плоче и поступка обраде, као и временску зависност $a(t)$ и $d(t)$ Шарлије експериментално налази везу:

$$d = d_0 t^k, \quad k = \text{const.} \quad (2.1, 6)$$

d_0 – минимална вредност пречника lika на филму, па из услова да звездана величина не зависи од начина мерења добија:

$$\frac{\partial a}{\partial t} - b \frac{\partial \log d}{\partial t} = 0 \quad (2.1, 7)$$

где је $\partial/\partial t$ парцијални извод по времену, и налази:

$$a = a_0 + kb \log t \quad (2.1, 8)$$

За константу k мерењем добија вредност $1/4$. Уврштавањем овог израза у претходну формулу добија коначно:

$$m = a_0 - b \log d + c \log t \quad (2.1, 9)$$

a_0, b, c – су константе за дату плочу, а m – достигнута звездана величина на плочи. Развој по осталим објективно постојећим утицајима, као, што су осетљивост фотоматеријала, прозачност атмосфере и објектива, зрнатост фотоматеријала, геометријски параметри објектива, у то време – крај прошлог века, није било реално извести.

На истом филму за однос пречника два lika d_1, d_2 уз исте остале услове добијене су две једначине на којима почива релативна фотометрија звезда на бази мерења пречника lika исте звезде:

$$(d_1/d_2)^{2,5b} = (t_1/t_2)^p \quad (2.1, 10)$$

и за два lika од две различите звезде привидних величина m_1 и m_2 :

$$(d_1/d_2)^{2,5b} = 10^{-0,4(m_1 - m_2)} \quad (2.1, 11)$$

Одавде па до укидања закона заменљивости у снимању звезда остаје само корак. Управо претпоставка да је аргумент карактеристичне криве величина у којој време није равноправно осветљености (Schwarzschild, 1900) показала се као адекватнија за дефинисање карактеристичне криве. Занимљиво је да крива фотографске ирадијације тачкастог извора, у координатама "log d" –

"log (Et^P)" веома сличи на карактеристичну криву фотоматеријала. У одређеном опсегу крива има линеарни део за који је:

$$\log d = a_1 \log (Et^P) + b_1 \quad (2.1, 12)$$

a₁, b₁ — константе, па је употребљива за мерење. Одавде такође следи формула (2.1,9). Занимљиво је да још 1858. г. Бонд износи идеју да се сјај звезда одређује фотографским поступком (Бонд, 1858), а потом да је и емпиријски однос пречника лика звезде и времена осветљавања (Бонд, 1859):

$$d^2 = Pt + Q \quad (2.1, 13)$$

P, Q — константе плоче, који у одређеним условима представља апроксимацију Шварцшилдовога обрасца. Бондова формула погодна је за калибрацију негатива, јер варирањем само једне величине — времена, уз претпоставку занемарљиве варијације атмосферских и осталих услова (за релативно кратко време осветљавања) користи исту звезду као извор. Такође, за разне спектралне класе звезда, довољно је наћи само једну довољно сјајну звезду и калибрација је изводљива. Даље се цео процес своди на дефинисање лика звезде и његово мерење.

Звучи готово невероватно али Бондови резултати остали су незапажени готово четири деценије, све док нису поново откривени. Ипак, тада ни Милер (Müller, 1897) не види у тим формулама никакав физички садржај, него само погодност за примену!

Пречник лика звезде обично је довољно осетљив за мерење интензитета упадне светлости од звезде. Постоји низ емпиријских или полуемпиријских релација, од којих се често користи она коју је предложио Рос (Ross, 1936):

$$d = a' + \Gamma \log I \quad (2.1, 14)$$

a', Γ — константе, од којих се друга назива астрогамом. И нешто општија варијанта ове формуле:

$$d^p = a + b \log I \quad (2.1, 15)$$

ν, a, b — константе, I — интензитет светлости, наводи се у литератури (Eberhard, 1931, Edwards, 1942). Знатан број фактора компликује ситуацију и стварање теорије лика, па овакве формуле јесу применљиве када се ради са истим инструментом у константним посматрачким условима. Због реалне могућности појаве систематске грешке, свака плоча мора да има своју калибрациону криву.

2.2 Фотографска ирадијација

Утицај фотографске ирадијације — расејања унутар фотографског слоја, разматрали су многи аутори. Вилт је посебно обрадио ирадијацију тачкастих

ликова (Wildt, 1928) и нашао да тзв. Кристијев емпиријски закон пречника лика (Christie, W. H. R., 1892):

$$d = a + b \log t \quad (2.2, 1)$$

a, b — константе, најбоље одговара ако се одређује фотографска звездана величина. Шаронов изводи тај образац теоријски разматрајући опште појаве на граници ликова великих димензија, узимајући све реалне утицаје у обзир (Шаронов, 1950). Он заправо полази од сагласности са експериментом претпостављене релације за осветљеност (E) расејане светлости лика ширине ξ :

$$E = cE_0\xi e^{-\alpha x} \quad \alpha, c - \text{konstante} \quad (2.2, 2)$$

као функције упадне осветљености (E_0), растојања (x) тачке у којој се мери од ивице лика и карактеристика емулзије и објектива, садржаних у константама α, c . Ток функције расејане светлости са растојањем x описује Шаронов емпиријском релацијом базираном на теорији расејања светлости: *

$$E + E_0(1 - Ge^{-\kappa x}) \quad (2.2, 3)$$

κ, G — константе, која уврштавањем у претходну једначину даје за део криве изван реалног лика:

$$E = E_0Re^{-\alpha x} \quad (2.2, 4)$$

R — константа, а за део криве близу границе лика, са унутрашње стране лика, вредност:

$$E = E_0(1 + P_1e^{-\kappa x} + Q_1e^{-\alpha x}). \quad (2.2, 5)$$

Овде су P_1, Q_1 — константе, а E може да буде и веће и мање од E_0 . Константе P_1, Q_1, R — могу се изразити преко ранијих константи α, c, κ, G . То уједно објашњава са становишта расејања светлости, а не преко хемијских реакција ефекат Костинског. (Ефекат Костинског састоји се у томе да је размак између фотографских ликова блиских тачкастих извора (као двојне звезде) већи него размак оптичких ликова. То се обично тумачи различитом концентрацијом развијача између и око ликова.) У пракси, проблем по горњем поступку је у одређивању вредности константи.

Занемаривањем свих утицаја осим сопствене ирадијације, добија се формула за проширење лика (δ) ван његових геометријских граница:

$$\delta = (1/\alpha)(\ln R - \ln E_p) \quad (2.2, 6)$$

* Молиц (Molitz, 1959) даје функције расејања тачке и линије и функцију крајева са фреквентно-контрасном карактеристиком за функције расејања цилиндричног, π и троугаоног облика.

E_p — осветљеност која даје праг зацрњења. За изофоту краја лика, која се може описати једначином:

$$Et^p = Rt^p e^{-\alpha \delta} \equiv K^* \quad (2.2, 7)$$

добија се коначно:

$$\delta = -(1/\alpha)(\ln K^* - \ln R - p \ln t) \quad (2.2, 8)$$

или Кристијева формула, у којој очигледно прва константа представља инструменталну ирадијацију (објектив, филм), тј. временски сталан члан који мора да буде функција таласне дужине светлости. Друга константа садржи параметре филма и процеса обраде значајне за дефинисање фотографске реакције, тј. зацрњења као функције времена осветљавања. Одавде се види да могући начин борбе против ирадијације представља и скраћење времена осветљавања.

У раду Онегине (Онегина, 1981) дат је (по аутору: упрошћен) математички модел фотографске ирадијације, другачији од претходно изложеног, погодан за телескопе жижних даљина три до пет метара, којим се фотографишу планете (тј. мањи нетачкасти извори) у циљу положајних одређивања. Онегина полази од тога да свака тачка пројекције диска планете услед збирног дејства расејања светлости у оптици камере и у атмосфери и других атмосферских утицаја, као и сметњи које уноси механизам за праћење, трпи трансформацију у елипасту површину. Уводећи релативни радијус ширења и релативну осветљеност, добија формулу за примену релативне осветљености близу лимба (формула 3.8. у цитираном раду) чијом анализом одређује услове за критично одступање, као функцију централног угла од екватора лика планете. Такође обрачунава се утицај фазе планете. Но вратимо се основном проблему.

2.3. Једначине изо-опаке

На одступање од закона заменљивости указује Шајнер (Scheiner, 1891) док одлучујући допринос даје Шварцшилд (Schwarzschild, 1900) уводећи величину $H = Et^p$ као варијаблу. Функција:

$$Et^p = \text{const} \quad (2.3, 1)$$

где је $p < 1$ тзв. Шварцшилдов експонент, назива се **Шварцшилдов закон** и он задовољава највећи број реалних ситуација. Следећи корак у детаљном испитивању односа између E и t чини Крон (Крон, 1913; в. Мартинов, 1977). Он добија важну релацију — "**Кронов закон**":

$$Et 10^{-a \sqrt{\log (E/E_0)^2 + 1}} = \text{const} \quad (2.3, 2)$$

(a — константа), која чини теоријски основ за објашњење "ефекта прекидности" (низ кратких времена осветљавања даје веће зацрњење него једно дуготрајно, исте укупне експозиције).

Ради поређења закона заменљивости (1.4), Шварцшилдовога (2.2,2) и Кроновог закона (2.3,2) уводи се изо-опака. То је крива изражена у координатама: " $x_1 = \log E$ ", " $y_1 = \log t$ ", или чешће у координатама: " $x = \log E$ ", " $y = \log (Et)$ ", за коју густина фотографског зацрњења остаје константна. У овим координатама изо-опака се представља једначином:

$$y = C_1, \quad \text{закон заменљивости}$$

$$py + (1-p)x = C_2, \quad \text{Шварцшилдов закон} \quad (2.3,3)$$

$$y - a\sqrt{(x - \log E_0)^2 + 1} = C_3, \quad \text{Кронов закон}$$

где су C_1, C_2, C_3 — константе. Кронов закон представља хиперболу, што се уочава преласком на нове координате: " $\xi = x - \log E_0$ ", " $\eta = y - C_3$ ", у којима има облик:

$$\frac{\eta^2}{a^2} - \frac{\xi^2}{1} = 1. \quad (2.3,4)$$

Шварцшилдов закон представља праву линију коефицијента правца: $-(1-p)/p$. Једначина асимптоте на хиперболу: $\eta = -a\xi$, за мале експозиције подудара се са Шварцшилдовим законом, што омогућава налажење односа параметара p и a из ова два закона: $p = 1/(1+a)$.

При $E = E_0$ Кронов закон се поједностављује, тј. оптимално време осветљавања (t_0) повезано је са оптималном осветљеношћу (E_0) односом:

$$\log t_0 = (a + C_2) - \log E_0 \quad (2.3,5)$$

То пружа могућност одређивања Шварцшилдовога експонента варирањем E и t , тако да се добије исти фотографски ефекат. (За фотоматеријале који нису посебно препарирани вредности t су из интервала 1/1000 s до 10 s.) То се постиже снимањем "временског клина", тј. снимањем карактеристичних кривих за $E = E_0 = \text{const}$, и "апертурног клина" за $t = t_0 = \text{const}$. У одељку 4. бавићемо се карактеристичном кривом, али с другог аспекта.

2.4. Достигнута звездана величина

Минок (Mineur, 1934) дефинише граничну (исправно је: достигнуту на снимку) звездану величину за дати телескоп, повезујући формуле Шарлијеа и Шварцшилда (2.9,9) и (2.3,1) у једну:

$$m = -2,5 \log H_0 + 5 \log D + 2,5p \log t \quad (2.4,1)$$

где је за звезде — тачкасте изворе Минок увео минималну експозицију (H_0) којом се постиже праг зацрњења:

$$H_0 = D^2 10^{-0,4m/p} \quad (2.4,2)$$

а која одговара звезде магнитуде m , граничне достигнуте на датом снимку. H_0 је величина која зависи и од параметара емулзије и раздвајања објектива, дакле

константна је за дату плочу/филм. Тако се може добити образац погоднији за примену, уз $p = 0,8$ у облику:

$$m = 5 \log D + 2 \log t + C \quad (2.4, 3)$$

Описујући ширење тачкастог лика у телескопу преко бездимензионе величине (2ε), која представља количник радијуса лика и жижне даљине објектива, у формулу улази и жижна даљина, па је:

$$m' = 5 \log D - 5 \log F + 2 \log t + C \quad (2.4, 4)$$

Атмосферско ширење лика Минор уноси преко бездимензионог множитеља $\lambda' \leq 1$ релацијом

$$m_L = \lambda' m' + (1 - \lambda') m \quad (2.4, 5)$$

што коначно даје "граничну" (тј. достигнуту на том снимку) звездану величину:

$$m_L = 5 \log D + 2 \log t - 5\lambda' \log F + C \quad (2.4, 6)$$

у којем константе C , λ' зависе од прозрачности атмосфере, особина емулзије и квалитета објектива. Радећи на Cart du Ciel Минор добија $C = 7,1$ и $\lambda' = 0,2$, за D у центиметрима, t у минутима и F у центиметрима. Он даје и формулу за гранично време осветљавања:

$$T = K'(F/D)^{2,5} \quad (2.4, 7)$$

Константа K' одређује се експериментално, а Минор добија у својим условима рада ($F/D = 10$) да је $K' = 1,50$ и $T = 8$ h.

У савременој литератури ове једначине се налазе и данас. Мартинов (1977) их понавља, као што даје и сличну формулу за граничну експозицију:

$$\log t_{\max} = 0,6 - 2,325 \log (D/F) \quad (2.4, 8)$$

Исте једначине налазимо и у књизи Мартинеза (1983). Мање развијени обрасци налазе се код Алена (Allen, 1973). Светлосни флуks (Φ) који даје звезда у фокусу телескопа одређен је као:

$$\log \Phi = 2 \log D - 0,4m - 9,05 \quad (2.4, 9)$$

а за густину зацрњења (D_e) Ален наводи:

$$\log D_e = 2 \log D - 2 \log d_L - 0,4m - 0,7 \quad (2.4, 10)$$

У обе једначине апертура D је у инчима, а пречник лика на филму (d_L) у центиметрима.

У свим тим разматрањима осетљивост фотоматеријала (S) улази у неку од константи, што је донекле разумљиво, обзиром да је реч о 1934. години (Минор,

1934). Користећи једн. (1.1,4) и уводећи ширење лика тачкастог извора преко ефективне жижне даљине F^c , $c \geq 0$, добија се (Томић, 1979, стр. 47):

$$m = 5 \log D + 2,5 \log S + 2,15 \log t - 5c \log F - 2,50 \quad (2.4, 11)$$

за D , F – у центиметрима, t – у секундама и S-ASA. За гранично време осветљавања добија:

$$\log T(s) = 2,325 \log (F/D) - 1,163 \log S + 5,38 \quad (2.4, 12)$$

За камере и мање телескопе ово се показало веома добрим, нарочито ако се обрачунава и атмосферска екстинкција.

3. Режим рада астрокамере

Употреба различитих камера за фотографисање метеора стимулисала је кориснике да испитају њихову ефикасност. Тако се дошло до појма "домет" за снимање метеора. Обзиром да су узимани само неки параметри у обзир, добијени резултати уносили су извесну конфузију. Док неки аутори за домет камере експериментално добијају величине сразмерне D^2/F (Гришин, 1950; Максотов, 1934; Астапович, 1958), други добијају величину сразмерну $(D/F)^2$, (Fisher, Olmsted, 1931, Millman, Hoffleit, 1937, Henize, 1957). Како су сличне камере давале различите резултате, појавио се проблем режима рада камере. Како режим рада одређује широк круг параметара, проблем је решаван етапно и дуготрајно. Први део проблема решен је у оквиру раздвајања, а други је фотометријске природе.

3.1. Раздвајање

Питање раздвајања фотоматеријала разматрали су многи аутори са различитих аспеката. "Константно раздвајање филма, једнако четворострукој величини зрна", представља први налаз. (Wadsworth, 1896) Утицај таласне дужине светлости на раздвајање, као несумњив, утврђен је убрзо (Tugman, 1915). Исти аутор утврђује фотометријским мерењем ирадијације "оштрог лика" ножа притиснутог уз емулзију колика је вредност раздвајања.

Максимално раздвајање постиже се уз благо пре-експонирање и кратко развијање фотоматеријала (Huse, 1917) и по мишљењу аутора на то треба обратити пажњу. (Занимљива констатација и данас.) Раздвојна моћ (или реципрочна вредност раздвајања), R_1 одређена је величином зрна (d), контрастом (γ) и фактором замућености средине (κ_1), једначином (Ross, 1924):

$$R_1 = \frac{250\kappa_1\gamma}{\sqrt{a + bd^2}} \quad (3.1, 1)$$

a, b – константе. Фотографску развојну моћ Бартон дели на следеће категорије (Burton, 1951, Hansson, 1954):

- развојна моћ оптичког система (тј. објектива),
- развојна моћ емулзије и развијача и
- развојна моћ комбинације емулзија-објектив

Фактичка "развојна способност", R, по Сендвiku дефинише се преко њене максимално могуће вредности R_{∞} и контраста γ (Sandvik, 1929):

$$R = R_{\infty}(1 - 1/\gamma) = R_{\infty}(1 - 10^{-\Delta D_e}) \quad (3.1, 2)$$

Δ, D_e – је изабрани интервал густине зацрњења на линеарном делу криве. Ова величина, иако дуго употребљавана, замењена је бољом – тзв. оштрином, A_c , (Higgins, Jones, 1952):

$$A_c = DS/H^2 \quad (3.1, 3)$$

где је DS – разлика густине на границама линеарног дела карактеристичне криве, одговарајуће "ширине" експозиције H.

Раздвајање објектива, као функцију жижне даљине (F), пречника објектива (D) и таласне дужине светлости (λ) извео је још 1835. г. Airy (Airy, 1835; Born, Wolf, 1964):

$$L = \frac{D}{1, 22F\lambda} \quad (3.1, 4)$$

L – је максимална вредност раздвајања. Изражава се као и раздвајање филма (N) у mm^{-1} . Горња једначина може се заменити са две друге:

$$L(\text{mm}^{-1}) = 206\,265(")/[F(\text{mm}^{-1})\delta_L(")] \quad (3.1, 5)$$

$$\delta_L(") = \lambda(\text{nm})/3, 973D(\text{mm}) . \quad (3.1, 6)$$

Раздвајање ефективно зависи и од контраста (k – фотометријски контраст, за разлику од γ – које представља фотографски контраст), дефинисаног преко екстремних вредности осветљености (E_{\min}, E_{\max}):

$$k = (E_{\max} - E_{\min})/(E_{\max} + E_{\min}) . \quad (3.1, 7)$$

Раздвајање N_1 које се односи на апсолутни контраст (k = 1) ефективно се умањује приближно као (Кулагин, 1976):

$$N_{ef} = N_1\sqrt{k} \quad (3.1, 8)$$

а за већа угаона растојања θ од оптичке осе још као:

$$N = N_{ef} \cos \theta . \quad (3.1, 9)$$

Често се комбинују утицаји објектива и филма приближном формулом коју је дао Кац (Katz, в. Кулагин, 1976; Бегунов и др. 1981):

$$1/R = 1/L + 1/N \quad (3.1, 10)$$

која се може проширити тако да садржи и кварење изазвано атмосферским сметњама (Томић, 1992):

$$1/R = 1/L + 1/N + 1/A \quad (3.1, 11)$$

где је:

$$A(\text{mm}^{-1}) = 206\,265(\prime\prime)/[\Delta(\prime\prime)F(\text{mm})] \quad (3.1, 12)$$

а $\Delta(\prime\prime)$ је атмосферско ширење lika. Овај проблем разматран је и у оквиру теорије информација (Нпр. Frieser, 1975; Latham, Furenlid, 1978; Kriss, 1977).

За астрономску праксу је најпогодније ако се користи раздвајање објектива δ_L (3.1,6) и уведе фактор његовог кварења филмом:

$$C_L = 1 + L/N \quad (3.1, 13)$$

тако да систем објектив-филм има раздвајање:

$$\delta_s(\prime\prime) = C_L \delta_L(\prime\prime) . \quad (3.1, 14)$$

Критеријум за режим рада камере може се увести односом:

$$C_0 = \Delta(\prime\prime)/\delta_s(\prime\prime) \quad (3.1, 15)$$

који се даље своди на однос атмосферског ширења и раздвајања објектива:

$$\Delta/\delta_L = C_0 C_L \quad (3.1, 16)$$

Овде је C_0 параметар који се може одредити *aposteriori* и затим користити као вероватна вредност у оцени стања атмосфере (Томић, ***). Тачкаст извор за камеру имаће се у случају $\Delta \leq \delta_L$, што из очигледних физичких разлога даје $C_0 C_L = 1$. За случај када је $C_0 C_L > 1$ објекат (или светлосни извор) за камеру није тачкаст. Зависно од избора камере и фотоматеријала, као и од услова стања атмосфере, C_0 може имати вредност из широког интервала.

3.2. Класификација објеката према условима рада камере

Проблем одређивања оптималне експозиције и у обичној фотографији је од значаја. Сасвим је природно да он у астрофотографији добије и више у значају, посебно у фотометријским снимањима. Примена фотоелектричних фотометара за одређивање експозиције је у знатној мери проблематична и због начина усредњавања по видном пољу. У астрофотографији снима се управо изабрани

Споменимо још да је идеја разликовања режима рада камере за тачкасте изворе/објекте (point source) и нетачкасте (extended) присутна мање-више експлицитно код многих аутора. Гордон (Гордон, 1985) укупно слабљење од атмосфере и оптичког система описује еквивалентном густином неутралног филтра, D_e , и за нетачкасте изворе-објекте као полазну користи следећу формулу:

$$B S t = (F/D)^2 10^{D_e} \quad (3.2, 4)$$

где је B сјај објекта, $S(ASA)$ осетљивост фотоматеријала, $t(s)$ време осветљавања. Величина 10^{D_e} еквивалентна је са $1/a(z)$, за $a(z)$ видети формулу (4.12), тј. одговара реципрочной вредности фактора продужења времена осветљавања због апсорпције.

За тачкасте изворе магнитуде m , он користи једначину:

$$S t D^2 = 100^{(2m+5D_e+16)/10} \quad (3.2, 5)$$

у којој треба пречник објектива изразити у милиметрима, $D(mm)$.

Гордон је дао и оригинални систем ефективних експозиција (назван f_x , по другим словима енглеских речи) прилагођен за аматере. Он представља елементе експозиције по следећој схеми:

луминозност извора + удаљеност извора = упадна светлост
 упадна светлост + албеда (или луминозност, ако зрачи) = сјај објекта
 сјај објекта + слабљење + отвор објектива = сјај лика
 сјај лика + време осветљавања + осетљивост емулзије = ефективна експозиција

Величине ефективне експозиције f_x повезује са реалним величинама које егзистирају у процесу, следећим релацијама за:

– време осветљавања: $t(s) = 2^{f_x-12}$ (3.2,6)

– "фокални број": $F/D = \sqrt{2}^{10-f_x}$ (3.2,7)

– пречник објектива: $D(cm) = \sqrt{2}^{f_x+10}$ (3.2,8)

– осетљивост филма: $S(ASA) = 2^{f_x+4}$ (3.2,9)

– густина укупног слабљења: $D_e = -0,3 f_x$ (3.2,10)

а за велики број објеката разних врста наводи вредности f_x , које треба користити у прорачунима по горњим формулама.

3.3. Домет астрографа

Под дометом подразумева се најслабији извор који се може достићи датим телескопом-камером, а обично се подразумева да је то тачкасти извор. Како астрокамеру по правилу чини телескоп са филмом наведимо изразе за визуални домет телескопа.

Гранична звездана величина – визуална (m_{Lo}) као функција сјаја неба $B(nt)$ по испитивањима Мељникова (1973) јесте:

$B(nt)$	10^4	10^2	10^0	10^{-2}	10^{-4}
m_{L0}	-4,3	-0,3	+3,2	+5,8	+7,4

Ова вредност при посматрању кроз телескоп увећава се за добитак који у односу на око даје телескоп са објективом пречника $D(\text{cm})$:

$$m_{Lv} = m_{L0} + 2,5 \log \left(\frac{D}{d_0} \right)^2 \quad (3.3, 1)$$

где се за пречник зенице d_0 обично узима вредност 1 cm. Кичин (Kitchin, 1984) даје за граничну звездану величину практично исту формулу:

$$m_L = 16,8 + 5 \log D(\text{m}) \quad (3.3, 2)$$

где је у претходној формули D – пречник објектива. Кичин напомиње да фотографија може додати још две до четири звездане величине (Kitchin, Ibid, стр. 226). Боуен (Bowen, 1947, 1961) и Колман (Kolman, 1967) испитали су утицај контраста на достигнуту звездану величину. Како веће увећање (U) значи и мањи сјај неба, налазе формулу за граничну звездану величину (в. Баум, 1962):

$$m_L = C + 2,5 \log D(\text{mm}) + 2,5 \log U \quad (3.3, 3)$$

због претварања лика звезде у мали диск са порастом увећања налазе да је максимално увећање приближно 1,2 пута по милиметру пречника објектива. Константа C може имати вредност и већу од 5 у бољим посматрачким условима, али и мању од 2, у лошијим.

За фотографску звездану величину обично се наводи Уиплова формула (Whipple, 1951, Мељников, 1973, Сикорук, Шпољскиј, 1986):

$$m_L = M + 2,5 \log F - 2,5 \log \Delta - 7,5 \quad (3.3, 4)$$

где је $M[m/(\prime)^2]$ – сјај неба, $F(\text{cm})$ – жижна даљина и $\Delta(\prime)$ – пречник лика звезде. Обично се сматра да M није веће од 22^m .

Гордон (1985) наводи за граничну звездану величину следећи израз:

$$M = \frac{3}{4} f_x + 5 \log F(\text{mm}) - 27 \quad (3.3, 4')$$

где је f_x – "ефективна експозиција" за сјај неба (в. §3.2).

За гранично време осветљавања Сикорук и Шпољскиј дају такође формулу (2.4,8) уз нове бројне вредности константи (0,4 и 2), истина за обичне фотоапарате. И овде време је у минутима. Формула за достигнуту звездану величину тачкастих извора (Томић, 1983, 1992) има облик:

$$m = 2,5 \log \left[\tau_0 (D/F)^2 S_{0,1} t^p \left(\frac{L F}{C_0 C_L} \right)^2 \right] - 15,44 \quad (3.3, 5)$$

а за граничну звездану величину која се може достићи:

$$m_L = M + 2,5 \log \left[\frac{S_{0,1}}{S_{0,85}} \left(\frac{L F}{C_0 C_L} \right)^2 \right] - 25,07. \quad (3.3,6)$$

За покретне тачкасте изворе (метеори, сателити у случају када њихов траг није шири од раздвајања камере), ако је њихова угаона брзина кружења ω ("/s) уместо према центру Земље, изражена нормално на осу камере (угаона брзина пролетања попречно кроз видно поље), има се:

$$m_L = 2,5 \log \left[\tau_0 (D/F)^2 S_{0,1} \left(\frac{206\ 265''}{\omega''/s} \right) \left(\frac{L F}{C_0 C_L} \right) \right] - 15,44 \quad (3.3,7)$$

Овде су N, L – раздвајање објектива и филма (mm^{-1}), $S_{0,1}, S_{0,85}$ – осетљивости фотоматеријала (ASA) на нивоима зацрњења 0,1 и 0,85 изнад халоа, τ_0 – коефицијент пропусности оптике. Рецимо и то да формула за дomet покретних извора обухвата оба експериментална резултата за метеоре, као посебне случајеве режима рада камере, зависно од тога прелази ли или не ширина трага вредност раздвајања камере. Иста формула (3.3,5) за случај када је атмосферско ширење лика мање од раздвајања система R , формула (3.1,10), гранична (достигнута) звездана величина износи:

$$m = 2,5 \log (\tau_0 D^2) + 2,5 \log (R^2 S) + 2,5 \log t^P - 13,94 \quad (3.3,8)$$

што оправдава или потврђује Пецолдову идеју (Paetzold, 1953) да је стварна осетљивост (или општије: карактеристика) фотоматеријала заправо величина $R^2 S$ – производ квадрата раздвајања и осетљивости.

Време постизања граничне звездане величине одређено је сјајем неба $M[m/('')^2]$, (стр. 136, у Томић, 1983):

$$T^P(s) = \frac{(F/D)^2}{\tau_0 S_{0,1}} 10^{0,4M-4,90} \quad (3.3,9)$$

Када је атмосферско ширење лика Δ (") мање од раздвајања камере δ_s ($\delta_s = \delta_L C_0 C_L = \delta_L C_s$) може се достићи и звезда чији сјај је мањи од сјаја неба за време

$$t^P(s) = \frac{(F/D)^2 C_s^2 10^{0,4M+5,67}}{\tau_0 D^2(\text{mm}) S \kappa^2 \Delta^2''} \quad (3.3,10)$$

(Све величине имају раније наведени смисао.) Овај захтев, очигледно лакше је остварити са камером мање апертуре, јер за њих је лакше испунити предуслов да буде $\Delta \leq \delta_L C_0 C_L$.

4. Фотографисање нетачкастих извора

4.1. Општи приступ

Обзиром на дефиницију режима рада камере (в. §3.1), у овој класи се налазе веома различити објекти — извори, којима је заједничко то да се "виде" под већим углом него што је раздвајање камере. Како се веза између површинског сјаја и осветљености може успоставити, није неопходно коришћење искључиво површинског сјаја за одређивање експозиције. За размазан лик звезде погодније за рад је задржавање осветљености, односно звездане величине, па ће се појавити одговарајући множител за усклађивање димензија и бројно усаглашавање. То је уједно разлог за необично широк спектар формула, које су мање више емпиријски извели разни истраживачи.

Уз то, за сјајне нетачкасте изворе попут Сунца и Месеца, обрасци који се користе слични су обрасцима у аерофотографији. (нпр. Fairte-Duraigre и др. 1930) или у новијим (нпр. Богунов и др. 1981), где је осветљеност лика у фокусу (F) повезана са параметрима објектива (D , F — пречник и жижна даљина, τ — пропусност) релацијом:

$$E = \tau \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{F}\right)^2 E_0 \quad (4.1)$$

E_0 — осветљеност испред објектива. Формула за експозицију (нпр. §86, у Богунов и др. 1981) прилагођена је објектима који рефлектују, а виде се под великим углом.

Линч (Lynch, 1973) за снимање планета као објеката који рефлектују Сунчеву светлост изводи формулу за време осветљавања за релативни отвор $D/F = 1/16$:

$$t(s) = F^2/NS \quad (4.2)$$

где је: $N = 655 A/r^2$ тзв. "фотографски број", A — алbedo, r — растојање планете од Сунца (a_j) и $S(ASA)$ — осетљивост фотоматеријала.

Мартинез (1983) полази од формуле:

$$E S t (D/F)^2 = \text{const.} \quad (4.3)$$

за снимање нетачкастих објеката, а Гордон (1985) користи већ поменути једначину са површинским сјајем (B):

$$B S t = (F/D)^2 10^{D_e} \quad (4.4)$$

за прорачун оптималне експозиције и усваја: $D_e = 0$, ради лакшег рачуна и уједно остаје у близини прага осетљивости. Гордон напомиње да не претендује на тачну експозицију (за коју наводи низ аргумената да не постоји као "тачна" у општем смислу речи), него на ону која ће дати поуздано резултат. (Ибид, стр. 21) За астрометријска мерења то је у реду.

За снимање Месеца и планета Рекам (Rackham, 1972) је у свим фазисама развио формулу за време осветљавања:

$$t(s) = k_c(D/F)^2 \frac{q(\Psi)}{BS} \quad (4.5)$$

$q(\Psi)$ – фазни фактор, за који су мерења извршили разни аутори (Russell, 1916, Rougier, 1937, Bullrich, 1948) (видети и Шаронов, 1954), k_c – фактор за конверзију јединица осветлености и јединице сјаја. Исти аутор уводи кориговани фазни фактор w :

$$w = q(\Psi) / \cos \Psi \quad (4.6)$$

Ψ – фазни угао Месеца, као фактор продужења времена осветљавања, па уз "фокални број": $N = D/F$ практично користи образац:

$$t(s) = \frac{k_c N^2 w}{BS} \quad (4.7)$$

За снимање помрачења Сунца користи формулу коју је дао Коул (Cole, 1963)

$$t = \frac{N^2}{S 10^{7-D_f}} \quad (4.8)$$

где је D_f – густина неутралног филтра који се користи у снимању.

4.2. Специфичности појединих објеката

Полазећи од општих једначина (1.1,2 - 4) и (3.2,1 - 3) и специфичности појединих објеката – извора (Томић, 1979, 1981, 1983) изведени су обрасци за времена осветљавања свих подгрупа нетачкастих објеката за астрометријска ($H = 0,8/S$) или фотометријска ($H = 10/S$, H – експозиција) снимања. За слабе нетачкасте изворе познате звездане величине (m) и угаоног пречника (Δ'):

$$t^P(s) = \frac{(F/D)^2 (\Delta')^2}{\tau_0 S} 10^{0,4m-0,4} \quad (4.9)$$

за фотографско одређивање сјаја неба $M[m/(")^2]$:

$$t^P(s) = \frac{(F/D)^2}{\tau_0 S} 10^{0,4M-3,852} \quad (4.10)$$

овде као и даље p – представља Шварцшилдов експонент ($p = 0,86$). За слабе нетачкасте изворе површинског сјаја B :

$$t^P(s) = \frac{12,7 (F/D)^2 a(z) k(w)}{\tau_0 \tau_a B S} \quad (4.11)$$

где је:

$$a(z) = 10^{0,4\Delta m(z)} \quad (4.12)$$

фактор продужења експозиције због компензовања атмосферске апсорпције, Δm , z – зенитска даљина, $k(w)$ – фактор вињетирања објектива. За пепељасту светлост, Сунчеву корону, Месечев хало, поларну светлост и опозитну светлост:

$$t^P(s) = \frac{40 (F/D)^2 a(z)}{\pi \tau_0 \tau_a S B} \quad (4.13)$$

а за Месец и планете:

$$t^P(s) = \frac{(F/D)^2 r^2 a(z)}{1600 \tau_0 \tau_a S A C} \quad (4.14)$$

где је $r(a_j)$ – растојање од Сунца. Параметар C за различите потребе има различите вредности. За снимање целог Месеца: $C = q(\Psi)$, Ψ – фазни угао, који се може са снимака и одредити (Томић, 1987). За снимање детаља на Месецу са селенографским координатама λ , ϕ , $C = b(\lambda, \Psi)$ где је уместо теоријски јасније Ломел-Зелигерове формуле (E. Lommel, H. Seeliger):

$$b(\lambda, \Psi) = \cos(\lambda - \Psi) / [\cos \lambda + \cos(\lambda - \Psi)] \quad (4.15)$$

тачнија формула (Акимов, 1975):

$$b(\lambda, \Psi) = [\cos(\lambda - \frac{\Psi}{2}) - \sin(\frac{\Psi}{2})] / \cos \lambda \quad (4.16)$$

У претходним формулама за $q(\Psi)$ се узима табелисана вредност према Ружијеу (Rougier, 1937) или Булриху (Bullrich, 1948).

За детаље на лимбу (што је значајно за астрометријска снимања Месеца): $C = b(\Psi, 90^\circ)$. За мале фазне углове Месеца мерене вредности $q(\Psi)$ дате су такође (Willey, 1976). Ефекат затамљења крајева код снимања Јупитера може се обрачунати формулом Биндера (Биндер, 1972):

$$C = b(\Psi, \theta) = \cos^k(\Psi - \theta) \cos^{k-1} \theta \quad (4.17)$$

За снимање појасева угао θ замењује се јовиграфском ширином, φ . (Вербић, 1986) Вредности k зависе од таласне дужине светлости и дате су табелисане у истом раду. За снимање Сунца:

$$t^P(s) = \frac{(F/D)^2 a(z) k_f}{\tau_0 \tau_a S B K} \quad (4.18)$$

k_f – фактор продужења осветљавања због употребе филтра, $B = 0,476 B_0$, $B_0 = 2 \cdot 10^9 nt$ – интегрални површински сјај Сунца ван Земљине атмосфере. За снимање целог лика Сунца: $K = 1$; за обрачун ефекта затамљења крајева као функцију боје светлости (Houtgast, 1942; в. Waldmeier, 1955):

$$K = (1 + \beta) / (1 + \beta \cos \theta). \quad (4.19)$$

Вредности β (од 4,8 до 0,75) – су табелисане за опсег 370 - 860 nm. За белу светлост фактор K је функција хелиоцентричног угла изабраног детаља, Θ :

$$K = 0,44 + 0,56 \cos \Theta \quad (4.20)$$

За сенку перге (Wittmann A, Schröter E. H, 1969) је:

$$K = 0,24 + 0,09(1 - \cos \Theta) \quad (4.21)$$

а за полусенку:

$$K = 0,77 + 0,02(1 - \cos \Theta) \quad (4.22)$$

За плаву светлост ефекат је израженији:

$$K = 0,2 + 0,8 \cos \Theta. \quad (4.23)$$

За снимање окултација (Томић и др., 1988) формула за време осветљавања Месеца (4.14) у којој је $r = 1$, комбинује се са формулом за време осветљавања за звезде:

$$t(s) = \frac{(F/D)^2}{\tau_0 S} (C_0 C_L/L F)^2 10^{0,4m+0,67} \quad (4.24)$$

тако да буду усаглашене. Тада се може достићи звезда звездане величине:

$$m = 1,875 - 2,5 \log [Ab(\lambda, \Psi)] - 2,5 \log [\tau_a C_0^2 \delta^2 (1 + kD/FN)^2] \quad (4.25)$$

где је δ – Ејријев радијус (3.1.6), $k = 1500 \text{ mm}^{-1}$, $C_0 = \Delta/(1 + kD/FN)$, $C_L = 1 + L/N$, Δ (") – атмосферско ширење лика (в. §3.1.)

4.3. Општа осетљивост фотоматеријала

Овде би требало нешто рећи о закону адитивности (Van Kreveld, 1934). Наиме осетљивост фотоматеријала, S , је адитивна величина свих S_λ , строго речено, само ако је испуњен услов константности коефицијента контраста (Гороховскиј, 1943) – за зрачења разних таласних дужина, λ . По Крефелду је:

$$S = \frac{k_1 \int_0^\infty I_\lambda S_\lambda d\lambda}{0,68 \int_0^\infty I_\lambda V_\lambda d\lambda} \quad (4.26)$$

Ако се експозиција изражава у лукс-секундама, а материјал је црнобели, узима се: $k_1 = 0,8$, што даје зацрњење: $0,1 + D_0$. Овде су V_λ и S_λ спектралне осетљивости ока и фотоматеријала (ока, због начина дефинисања осетљивости

у односу на око). I_{λ} — је спектрална зависност интензитета израчене светлости — зрачена објекта. У астрономским условима овај закон је од велике користи, јер за одређене фотоматеријале овако рачуната општа осетљивост знатно се разликује од оне назначене у техничким карактеристикама материјала. Вредности V_{λ} дате су нпр. код Алена (Allen, 1973), а S_{λ} узима се из техничке документације фотоматеријала. То је нарочито значајно за фотометријску калибрацију.

5. Карактеристична крива

5.1. Описивање карактеристичне криве

Детаљи описа карактеристичне криве разликују се зависно од параметара који се желе узети у обзир. У случају када се ради са експозицијама у области око прага, веома је погодна формула за густину зацрњења коју је извео Лутер (Luther, 1923. в. Frieser, 1954):

$$D_e = \frac{\omega\gamma}{0,6} \log (10^{\frac{0,63-\xi}{\omega}} + 1), \quad \xi = \log (H/H_i) \quad (5.1, 1)$$

H_i — експозиција у тачки инверзије, γ — контраст, ω — растојање од $\log H_i$ до пресека са $\log H$ осом тангенте карактеристичне криве у тачки инерције. Ова последња величина, названа и "мекост", има вредност из интервала 0,1 до 0,4. Потребне вредности параметара за примену ове формуле даје и Frieser (1975. §2.2.2.)

Видели смо да Шварцшилдов закон у облику: $Et^p = \text{const.}$ и данас игра значајну улогу у астрофотографији. Величина Et^p је код Шварцшила независна променљива. Међутим и Герт (Gerth, 1965) узима овај израз као варијаблу, коју заснива у оквиру кинетичке теорије, као вишестепену кинетичку реакцију у којој се формира латентни лик.

Концентрација електрона у емулзији (c), и време (t), играју улогу тоталне вероватноће за прелазе који у n -корака обезбеђују константан ефекат зацрњења, тј. испуњење релације:

$$c^n t^n = \text{const.} \quad (5.1, 2)$$

Ако се равнотежа постиже у првом кораку, време се редукује за један степен (корак):

$$c^n t^{n-1} = \text{const.} \quad (5.1, 3)$$

У опсегу експозиција за који је концентрација електрона сразмерна интензитету светлости, што је свакако испуњено у астрономској фотографији, одавде следи Шварцшилдов закон:

$$E t^p = \text{const.}, \quad p = 1 - 1/n. \quad (5.1, 4)$$

За четири корака је $p = 0,75$. Параметром n одређен је ред реакције центара, а начин одређивања n дат је у раду Кребера и Герта (Kröber, Gerth, 1969). Тако се коначно добија да је фотографски ефекат сразмеран експозицији, тј:

$$H = E t^p. \quad (5.1, 5)$$

Увођењем средњег броја центара активности по зрну (\bar{x}), Герт (Gerth, 1987) показује да је овај број повезан са ефективном експозицијом H^n релацијом:

$$\bar{x} = \epsilon H^n \quad (5.1, 6)$$

Овде је ϵ параметар зависан од запремине коју заузима емулзија и од њене густине осетљивости. Преко Пуасонове статистике то води до релације између густине зацрњења (D_e) и густине зрна у области на филму (ρ_i) и површине зрна (\bar{a}), коју је нашао Nutting (1913):

$$D_e = \rho_i \bar{a} \log e, \quad e = 2,71... \quad (5.1, 7)$$

После поновног увођења Пуасонове вероватноће, као функција експозиције, добија се формула за густину (Gerth, 1987):

$$D_e = D_\infty [1 - \exp(-\epsilon H^n)] \quad (5.1, 8)$$

која сасвим одговара раније добијеној формули (Svedberg, 1922). Овде је D_∞ густина максималног зацрњења, која одговара бесконачној експозицији. Узимањем у обзир расподеле величине зрна и ефекта проласка зрачења (Ламбертово слабљење: $E_{ef} = E_0[\exp(-\bar{a}x)]$), Герт изводи општу формулу за густину која уз важење Шварцшилдовога закона и неке друге претпоставке (осетљивост сразмерна величини зрна и Ламбертово слабљења зрачења), даје следећи образац за карактеристичну криву, односно густину зацрњења у функцији експозиције:

$$D_e = \frac{D_\infty}{n\rho} \ln \frac{1 + \epsilon H^n}{1 + \epsilon H \exp(-n\rho)} \quad (5.1, 9)$$

Овде је ρ – оптичка густина емулзије. Ова Гертова формула веома добро прати област око прага, задовољавајуће у квази-линеарном делу, а нешто лошије у области засићења. Уз то, она је теоријски веома добро заснована, иако садржи само четири параметра: сатурациону густину (D_∞), густину зацрњења (ρ), осетљивост (ϵ) и ред корака (n). Тако су само четири вредности густине у целој области довољне за интерполацију целе криве.

Карактеристична крива представља најчешће коришћени облик графичког приказивања зацрњења као функције узрока његовог настанка, али не и једини.

Како се мери транспаренција (τ) фотоматеријала или његов коефицијент рефлексије (r), угодно је њих изразити као функцију експозиције (H). Квази-линеарни део карактеристичне криве $D_e(\log H)$ задовољава однос:

$$D_e = \gamma(\log H - \log H_i) \quad (5.1, 10)$$

$\log H_i$ – тачка инерције, који се може представити и у облику:

$$\tau = c H^{-\gamma} \quad (5.1, 11)$$

који за $\gamma = -1$ (реч је о позитиву) даје:

$$\tau = c H. \quad (5.1, 12)$$

За разлику од линеарног дела карактеристичне криве, који не значи обавезно и линеарни однос самих величина, овде је могућа (у одређеном динамичком опсегу) истинска линеаризација. Реакција материјала на светлост, изражена преко амплитуде транспаренције $\sqrt{\tau}$ може се линеаризовати ако је $\gamma = -2$. То се користи у холографији и рендгенској фотографији.

У астрономији се понекад користи Бејкерова формула (Backer, 1925):

$$V_d = \log \left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \quad (5.1, 13)$$

која даје негативно V_d за τ у интервалу $(0,5 - 1)$, јер је по дефиницији $D_e \geq 0$. Бејкерова формула линеаризује искривљени део на почетку криве. Тиме се постиже смањење броја параметара и добра линеарност. (de Vaucouleurs, 1968).

5.2. Математичко моделирање

Коначно могли бисмо завршити на традиционалан начин: "фитовањем" карактеристичне криве, у облику (Frieser, 1975):

$$\log E = y, \quad D_e = D_e(y). \quad (5.2, 1)$$

За рад је практичнија крива:

$$y = f(D_e) \quad (5.2, 2)$$

јер из мерења на филму "улаз" претставља густина D_e , а не осветљеност у снимању. Било је више покушаја линеаризације карактеристичне криве. Кључни помак је учинио Де Вокулер (DeVaucouleurs, 1968), у већ поменутом раду, који користи Бејкерову густину у облику:

$$V_d = \log (10^{D_e} - 1) \quad (5.2, 3)$$

и успешно налази константе C_1, C_2 линеарне функције:

$$y = C_1 + C_2 V \quad (5.2, 4)$$

за подекспонирани и за линеарни део криве. Многи су истраживачи покушали логично уопштење на полиноме вишег реда, како би проширили слагање и на преосталу област криве. Предложена је формула:

$$y = C_1 + C_2 \cdot D_e + C_3 \cdot \log [\exp(C_5 \cdot D_e^{C_4}) - 1] + C_4 \cdot \exp(C_5 \cdot D_e^{C_7}) \quad (5.2, 5)$$

(Honeycutt, Chaldu, 1970), и доказано је да се она може ускладити са експериментом (Tsubaki, Engvold, 1975). Међутим, то се може извести успешно и са само четири параметра, једначином облика (Lehman, Häupl, 1987):

$$y = C_1 + C_2 \log D_e + C_3 D_e^{C_4} \quad (5.2, 6)$$

Први члан са десне стране одређује положај на оси $\log H$, други област подекспозиције, трећи — област преекспозиције. За линеарни део и област прага ова формула сасвим задовољава. За сасвим тачан опис целе криве једначина ипак захтева још један члан:

$$y = C_1 + C_2 \log D_e + C_3 D_e^{C_4} + C_5 D_e \quad (5.2, 7)$$

с којим даје исту тачност као много сложенија формула (5.2,5). На овај начин успева се постићи спољна тачност астрографске плоче од 0,08^m (Hömborg, 1987).

Ови теоријски проблеми директно су повезани са питањима "практичне" калибрације фотоматеријала, па отуда и велики њихов значај за астрофотографију. О калибрацији и стандардизацији снимака са становишта праксе нећемо говорити, само спомињемо књигу Конопљеве и др. (1977), која садржи и богату библиографију (223 референце) о фотографској фотометрији уопште.

Напомена

Аутор сматра овај преглед првим покушајем систематизације са становишта теоријског заснивања астрофотографије, којем је посебно корисно послужило рад Hanssona (1954). Преглед обухвата већину најважнијих резултата, али не претендује на потпуност, јер нека класична дела (пре свега Rossa, Selvyna и Edera), као и многе свеске часописа J.O.S.A. и Phot. Bull. AAS није успео да обухвати.

Овај рад треба схватити као користан преглед за практичаре и основ за даља истраживања у овој области.

Аутор захваљује др Александру Кубичели за низ корисних сугестија и примедби које су допринеле да рад буде бољи.

Референце

- Airy, G. B.: 1835, *Trans. Cambr. Phil. Soc.*, 5, 283.
 Акимов, Л. А.: 1975, *Астрон. Ж.*, 52, 635.
 Allen, C. W.: 1973, *Astrophysical Quantities*, Atlone, London.
 Altman, J.: 1977, gl. 17 u *The Theory of the photographic Process*, Ed. T. H. James, McMillan, New York - London.

- Arago, F.: 1859, *Le Daguerrotype, Oeuvres completes*, том 7, Paris.
- Астапович, И. С.: 1958, *Метеорные явления в атмосфере Земли*, ГИМФЛ, Москва, (§§92, 93).
- Backer, E. A.: 1925, *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, **45**, 166.
- Baum, W. A.: 1955, *Transc. IAU*, **9**, 681.
- Baum, W. A.: 1962, Gl. 1 u *Astronomical Techniques*, Ed. W. A. Hiltner, Chicago Univ. Press, Shicago.
- Бегунов, Б. Н., Заказнов, Н. П., Кирюшин, С. И., Кузичев, В. И.: 1981, *Теория оптических систем*, Машиностроение, Москва.
- Bigourdan, M. G.: 1919, *Les Methodes d'Examen des Lunettes et des Telescopes*, Gauthier-Villars, Paris.
- Binder, A. B.: 1972, *Astron. J.*, **77**, 93.
- Bond, G. P.: 1858, *Astr. Nachr.*, **47**, Nr 1105.
- Bond, G. P.: 1859, *Astr. Nachr.*, **48**, Nr 1109; **49**, Nr 1158-9.
- Born, M., Wolf, E.: 1964, *Principles of Optics*, Pergamon Press.
- Bowen, I. S.: 1947, *Publ. Astr. Soc. Pac.*, **59**, 253.
- Bowen, I. S.: 1961, *ibid*, **73**, 114.
- Bullrich, K.: 1948, *Berichte Deutch. Wetterd. US-Zone*, No 4. (Такође в. Шаронов, В. В.: 1954, *Учн. Астр. Наук*, VI, 181.)
- Bunsen, R. W., Roscoe, H. E.: 1862, *Ann. Phys. Chem.*, **117**, 529. (takode *Phil. Trans.* **147**, 355, 381, 601 (1857); **149**, 879 (1859), **153**, 139 (1863).
- Burton, P. C.: 1951, *Progress in Photography 1940-1950.*, p. 110, Focal.
- Charlier, C. V. L.: 1889, *Über die Anwendung der Sternphotographie zu Helligkeitsmessungen der Sterne*, Publ. Astr. Ges. XIX, Leipzig.
- Christie, W. H. M.: 1892, *M.N.R.A.S.*, **52**, 125.
- Cole Ch, H.: 1963, *Eastman Kodak Sales Services Pamphlet Mo M-10*.
- Eberhard, G.: 1931, *Hanbuch der Astrophysik*, Bd 2, 431.
- Edwards, D. L.: 1942, *M.N.R.A.S.*, **102**, 242.
- Faivre-Dupaigre, J., Laminard, J., Brizard, L.: 1930, *Cours de Physique - I: Optique*, Masson, Paris.
- Ferguson, W. B. (Ed.): 1920, *The Photographic Researches of Ferdinand Hurter and Vero C. Driffild*, Royal Phot. Soc., London.
- Fisher, W. J., Olmsted, J. M.: 1931, *Harv. Annales*, **87**, 233.
- Frieser, H.: 1954, *Phot. Korr.*, **90**, 95 i 123.
- Frieser, H.: 1975, *Photographische Informationsaufzeichnung*, Focal, London.
- Gerth, E.: 1965, *Zeitschr. Wiss. Phot.*, **59**, 1.
- Gerth, E.: 1987, str. 87 u (Ed.) Marx, K.: *Astrophotography*, Procc. IAU Workshop, Astrophotography 87', Jena; Springer.
- Gordon, B.: 1985, *Astrophotography*, Sec. Ed., Willman-Bell, Richmond.
- Гороховский, Ю. Н.: 1943, *ЖТФ*, **13**, 345.
- Gray, D.: 1976, *The Observation and Analysis of Stellar Photosphere*, Univ. Western Ontario, J. Willey. (gl. V)
- Гришин, Н. И.: 1950, *Бул. ВАГО*, No 8(15), 14.
- Hansson, N.: 1954, *Archiv for Astronomi*, Bd 1, Nr 35, 531.
- Hartmann, J.: 1891, *Astroph. J.*, **8**, 218.

- Havens, R.: 1946, *J.O.S.A.*, **36**, 355.
- Henize, K. G.: 1957, *Sky and Telesc.*, **16**, 110.
- Higgins, G. C., Jones, A.: 1952, *J.S.M.P.T.E.*, **58**, 277.
- Hiltner, W. A. (Ed.): 1962, *Astronomical Techniques*, Univ. of Chicago Press.
- Hoffleit, D.: 1950, *Sky and Telesc.*, **IX**, 207.
- Hömbert, D.: 1987, str. 77 u Marx, K. (Ed.): *Astrophotography*, Springer.
- Honeycutt, R. C., Chaldu, R. S.: 1970, *AAS Photobull.*, No 2, 14.
- Houtgast, J.: 1942, *Diss. Univ. Utrecht.* (v. Waldmeier, 1955)
- Huse, K.: 1917, *J.O.S.A.*, **1**, 119.
- Hurter, F., Driffild, V. C.: 1890, *J. Soc. Chem. Ind.*, **9**, 455. (London).
- James, T. H.: 1977, *The Theory of the Photographic Process*, IV Ed. (Ed.), MacMillan, New York – London.
- Jones, R. C.: 1947, *J.O.S.A.*, **37**, 879.
- Jones, R. C.: 1949, *ibid*, **39**, 327 i 344.
- Joubert, A.: 1979, *l'Astronomie*, **93**, 3.
- Kitchin, C. R.: 1984, *Astrophysical Techniques*, A. Hilger, Bristol.
- Kolman, R. S.: 1967, *Rev. Pop. Astron.*, **61**, 28.
- Коноплева, В. П., Назарчук, Г. К., Шульман, Л. М.: 1977, *Поверхностная фотометрия комет*, Наукова думка, Киев.
- Krevelde, A. van.: 1934, *Physica*, **1**, 60. (takode: *Zeitschr. Wiss. Phot.*, **32**, 222.)
- Kriss, M. A.: 1977, gl. 21 u (Ed.) James, T. H.: *Theory of Photographic Process*, McMillan, New York – London.
- Kron, E.: 1913, *Publ. Astr. Obs. Potsdam*, **22**, 1. (*Ann. der Physik*, **41**, 751.)
- Kröber, K., Gerth, E.: 1969, *Zeitschr. Wiss. Phot.*, **63**, 119.
- Кулагин, С. В.: 1976, *Проектированные фото и кино – приборов*, Машиностроение, Москва, (стр. 304).
- Latham, D., Furenlid, I.: 1978, str. 141 i 153 u (Eds.) R. West, J. L. Heudier: *Modern Techniques in Astronomical Photography*, ESO.
- Lehmann, H., Häupl, W.: 1987, str. 64 u (Ed.) Marx, K.: *Astrophotography*, Springer.)
- Ленгауер, Г. Г.: 1979, *Новая техника в астрономии*, Наука, Москва, **6**, 53.
- Luther, R.: 1923, *Trans. Farad. Soc.*, **19**, 340.
- Lynch, D.: 1973, *Sky and Telescope*, **45**, 127.
- Максутов, Д. Д.: 1934, *Булл. Кол. Наб. ВАГО*, No 29, 31.
- Martinez, P.: 1983, *Astrophotographie – les techniques de l'amateur*, Soc. d'Astron. Populaire, Toulouse.
- Мартынов, Д. Я.: 1977, *Курс практической астрофизики*, Наука, Москва.
- Марх, К. (Ed.): 1987, *Astrophotography*, Procc. IAU Workshop Jena, Springer.
- Мельников, О. А.: 1973, гл. 1 у (Ред.) А. А. Михайлов: *Курс астрофизики и звездной астрономии*, I, Наука, Москва.
- Miller, W. C.: 1978, str. 1 u (Eds.) R. West, J. L. Heudier: *Modern Techniques in Astronomical Photographie*, ESO.
- Mineur, H.: 1934, *Exposes d'Astronomie Stellaire*, III: *Photographie Stellaire*, Herman, Paris.
- Millman, F. M., Hoffleit, D.: 1937, *Harv. Annales*, **105**, 601.

- Molitz, H.: 1959, *Phot. Korr.*, **95**, 3-7, , 19-28. (takode u: Frieser, H. (1975), §7.2.)
- Müller, G.: 1897, *Die Photometrie der Gestirne*, W. Engelmann, Leipzig.
- Nutting, P. G.: 1913, *Phil. Magg.*, **26**, 423.
- Онегина, А. Б.: 1981, *Определенные положений больших планет фотографическим методом*, Наукова думка, Киев.
- Paetzold, H. K.: 1953, *Sterne*, **29**, 10.
- Rackham, T.: 1972, *Astronomical Photography at the Telescope*, Faber, London.
- Ross, F. E.: 1924, *The Physics of Developed Photographic Image*, Eastman Kodak, Monographs, 5.
- Ross, F. E.: 1936, *Astrophys. J.*, **84**, 241.
- Rougier, G.: 1937, *l'Astronomie*, **51**, 165.
- Russel, H. M.: 1916, *Astrophysic. J.*, **43**, No 7, 103.
- Rutherford, L.: 1865, *Am. Journ. Sci.*, 308.
- Sandvik, O.: 1927, *J.O.S.A.*, **14**, 169.
- Sandvik, O.: 1929,a, *Phot. J.*, **68**, 313.
- Sandvik, O.: 1929,b, *Zeitschr. Wiss. Phot.*, **27**, 60.
- Schaeberle, J. M.: 1898, *P.A.S.P.*, **1**, 51.
- Schaum, K.: 1909, *Zeitschr. Wiss. Phot.*, **7**, 401.
- Scheiner, J.: 1889, *Astr. Nachr.* Bd. **121**, Nr 2884, Bd **124**, Nr 2969.
- Scheiner, J.: 1891, *ibid*, Bd **128**, No 3064.
- Schwarzschild, K.: 1900, *Astrophys. J.*, **11**, 89.
- Сикорук, Л. Л. Шпольский, М. Р.: 1986, *Любительская астрофотография*, Наука, Москва.
- Silberstein, L.: 1922, *Phot. J.*, **5**, 464.
- Stock, J., Williams, R. C.: 1962, gl. 17 u (Ed.) W. A. Hiltner: *Astronomical Techniques*, Chicago Univ. Pres.
- Svedenborg, T.: 1922, *Phot. J.*, **62**, 186.
- Шаронов, В. В.: 1950, *Астрон. Ж.*, **27**, 2, 153.
- Шаронов, В. В.: 1954, *Усп. Астр. Наук*, VI, 181.
- Шевченко, В. В.: 1974, *Астрон. Ж.*, **51**, 1066.
- Tomić, A.: 1979, *Vasiona*, **27**, 47 i 73.
- Tomić, A.: 1981, *ibid*, **29**, 50 i 76.
- Tomić, A.: 1983, *Astrofotografija*, Univ. Astr. Dr. Sarajevo.
- Tomić, A.: 1987, *Vasiona*, **35**, 151.
- Tomić, A.: ***, *Određivanje atmosferskog širenja lika zvezda i dostignute magnitude na snimcima dobijenim nepokretnom kamerom*, (biće objavljeno u Vasioni).
- Tomić, A.: 1992, *Bull. Astron. Obs. Belgrade*, **145**, 15.
- Tomić, A., Čabrić, N., Čelebonović, V.: 1988, str. 141 u (Eds.) S. Dunlop, M. Gerbaldi: *Stargazers*, Proceed. Coll. IAU No 98, Paris, 1987, Springer. (Takode videti: Publ. Obs. Astron. Belgrade, **33**, 75 (1985)).
- Tsubaki, T., Engvold, O.: 1975, *AAS Photo Bull.*, **9**, 17.
- Tugman, O.: 1915, *Astrophys. J.*, **42**, 331.
- Vaucouleurs, G. de.: 1961, *Astronomical Photography from Daguerrotipe to the Electron Camera*, McMillan, New York.

- Vaucouleurs, G. de.: 1968, *Appl. Optics*, **7**, 1513.
Verbić, S.: 1986, *Visiona*, **34**, 54.
Wadsworth, F. L. O.: 1896, *Astrophys. J.*, **3**, 188.
Waldmeier, M.: 1955, *Ergebnisse und Probleme der Sonnenforschung*, Akademie
Wiss. Verlag, Leipzig.
Whipple, F. L.: 1951, *Astron. J.*, **56**, 144.
Willey, R. A.: 1976, *Observatory*, **96**, (No 1015), 235.
Wildt, R.: 1928, *Zeitschr. Wiss. Phot.*, **25**, 153.
Wittmann, A., Schröter, E. H.: 1969, *Sol. Phys.*, **10**, 357.

THEORETICAL FOUNDATIONS OF CLASSICAL ASTROPHOTOGRAPHY – PROBLEMS OF CALIBRATION OF PHOTOGRAPHIC EMULSIONS IN ASTRONOMY

ALEKSANDAR TOMIĆ

People's Observatory, Kalemegdan, 11000 Belgrade

Abstract. This paper contains a review of the development of astrophotography. It is theoretically oriented. Connections of photometric and sensitometric quantities with telescope parameters, atmospheric conditions and photometric characteristics of the observed objects are explored in some detail. Special attention is paid to the physically founded analytical representation of the characteristic curve.