Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 31 – 45

ИНСТРУМЕНТСКЕ КОНСТАНТЕ РЕФРАКТОРА Цајс 650/10550 mm БЕОГРАДСКЕ ОПСЕРВАТОРИЈЕ

ВЕРА ЕРЦЕГ

Астрономска опсерваторија, Волгина 7, 11050 Београд

Резиме. Дају се вредности инструментских констаната рефрактора Zeiss 650/10550 mm, одређених из мерења 20 звезда.

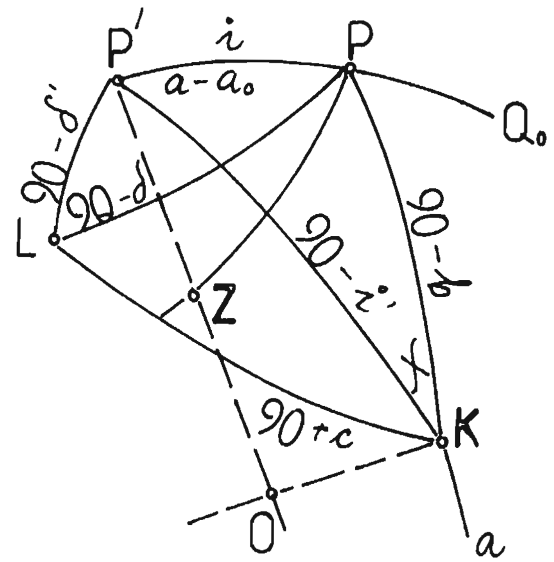
I.1. Екваторијал. Теорија инструмента

Рефрактор Цајс 650/10550 mm Београдске опсерваторије је према својој монтажи прави екваторијал. Екваторијална монтажа инструмента састоји се у следећем: на осовини која се поставља паралелно светској оси и која према томе и носи назив поларна или часовна осовина, управно је постављена деклинацијска осовина, која при обртању око прве описује раван паралелну равни небеског екватора. Најзад, управно на деклинацијској осовини монтиран је дурбин који је покретан око деклинацијске осовине.

Оваквом монтажом инструмента, уз додатни часовни механизам, који остварује праћење дневног кретања, омогућена су дуготрајна астрометријска и астрофизичка посматрања на целом видљивом делу полусфере.

Нека су P', K и L тачке у којима поларна осовина, деклинацијска осовина управљена од часовне осовине према деклинацијском кругу, и оптичка оса продиру небеску сферу. Нека је затим P небески пол а Z зенит. На слици 1. дат је приказ ових пет тачака: P, P', L, K и Z, као и одговарајућих страна, при чему су i, i', b и χ мале величине.

Лукови $P'K$ и KL би требало да буду 90°. Међутим постоје одступања од управности: а/ двеју осовина, б/ оптичке осе и деклинацијске осовине. Тада



Слика 1.

може да се напише да су лукови:

$$P'K = 90° - i'$$

$$PK = 90° - b$$

$$KL = 90° + c,$$

где је c колимација оптичке осе. P' је инструментски пол и његово одступање од правог пола је дефинисано његовим поларним растојањем i, и часовним углом H_0. Најзад, нека је a_0 читање на часовном кругу када се лукови $P'P$ и $P'K$ налазе на истом часовном полукругу, а d_0 читање на деклинацијском кругу када се равни OKP' и OKP поклапају (O је пресек деклинацијске и поларне осовине).

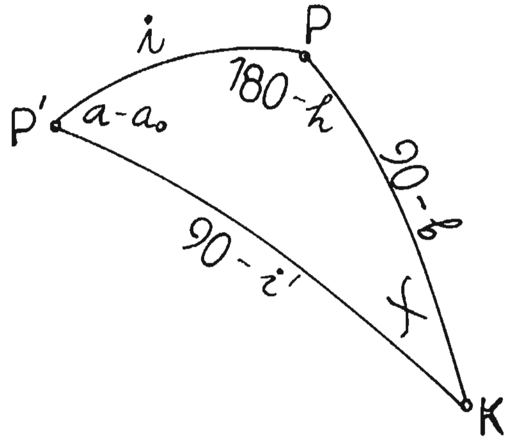
На тај начин дефинисано је шест констаната инструмента: три мала угла i, i', c и три угла било које величине H_0, a_0, d_0.

Ако се са a и d означе читања на часовном односно деклинацијском кругу када је дурбин уперен ка тачки L, тада су углови:

$$\angle KP'P = a - a_0$$

$$\angle P'KL = d_0 - d.$$

Посматрајмо троугао $P'PK$:



Слика 2.

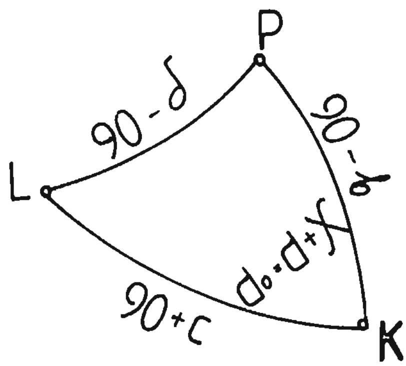
Ако са h означимо часовни угао деклинацијске осовине, тада је угао код P једнак $(180° - h)$. Нека је мали угао код K означен са χ. Применом познатих образаца сферне тригонометрије на троугао $P'PK$, добијају се следећи изрази:

$$\cos(90° - b) = \cos i \cos(90° - i') + \sin i \sin(90° - i') \cos(a - a_0)$$
$$\frac{\sin(180° - h)}{\sin(90° - i')} = \frac{\sin(a - a_0)}{\sin(90° - b)}$$
$$\sin(90° - b) \cos(180° - h) = \cos(90° - i') \sin i - \sin(90° - i') \cos i \cos(a - a_0)$$
$$\frac{\sin \chi}{\sin i} = \frac{\sin(a - a_0)}{\sin(90° - b)} \ .$$

Како су i, i', b и χ мали углови, задржавајући чланове првог реда има се:

$$\begin{aligned} b &= i' + i \cos(a - a_0) \\ h &= a - a_0 \\ \chi &= i \sin(a - a_0) \ . \end{aligned} \qquad (1)$$

Са друге стране, из троугла PKL могу се добити изрази за H (часовни угао посматране тачке L) и деклинацију δ.



Слика 3.

$$\begin{aligned}\angle KPL = (PK, PP') - (PL, PP') &= 180^\circ - h - [(PZ, PP') - (PZ, PL)]\\ &= 180^\circ - h - [H_0 - H]\\ &= 180^\circ - h - H_0 + H\ .\end{aligned}$$

Угао $(PK, PL) = \angle KPL$ је близак 90°. Од 90° се разликује за малу величину ε, тако да је у зависности од положаја инструмента тај угао једнак $\pm(90^\circ + \varepsilon)$. Значи:

$$\pm(90^\circ + \varepsilon) = 180^\circ - h - H_0 + H.$$

Одатле, узимајући у обзир раније изведени израз за h добија се:

$$H = a - a_0 + H_0 \mp 90^\circ \pm \varepsilon \begin{cases} \text{положај I инструмента} \\ \text{положај II инструмента} \end{cases} . \tag{2}$$

У положају I часовни угао деклинацијске осовине је за 90° већи од часовног угла оптичке осе, у положају II је обратно.

Угао код K је $\pm(90^\circ - \delta)$, јер је K приближно пол лука PL; δ се мало разликује од δ', па се може ставити да је:

$$\pm(90^\circ - \delta') = d_0 - d + \chi,$$

одакле се уношењем вредности за χ из израза (1) добија да је:

$$\delta' = 90^\circ \pm [d - d_0 - i \sin(a - a_0)]. \tag{3}$$

У изразу (2) фигурише величина ε, израз (3) даје вредност δ', па знајући разлику $\delta - \delta'$ и вредност за ε, могу се добити коначни изрази за H и δ. Из истог троугла PKL, применом косинусног обрасца имаће се:

$$\cos(90^\circ + c) = \cos(90^\circ - b)\cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - b)\sin(90^\circ - \delta)\cos(90^\circ + \varepsilon).$$

Одатле, после сређивања и решавања једначине по $\sin\varepsilon$, добиће се:

$$\sin\varepsilon = \operatorname{tg} b \operatorname{tg}\delta + \sec b \sin c \sec\delta.$$

Знајући да се при развијању малих величина у редове, за ε и $\sin c$ добијају изрази:

$$\varepsilon = \sin\varepsilon + \frac{1}{6}\sin^3\varepsilon$$

$$\sin c = c - \frac{1}{6}c^3,$$

и задржавајући чланове првог реда по b, а заустављајући се са c^3 добија се:

$$\varepsilon = b\operatorname{tg}\delta + (c - \frac{c^3}{6})\sec\delta + \frac{1}{6}[b\operatorname{tg}\delta + (c - \frac{c^3}{6})\sec\delta]^3$$

и коначно:

$$\varepsilon = b\operatorname{tg}\delta + c\sec\delta + \frac{c^3}{6}\sec\delta\operatorname{tg}^2\delta, \tag{4}$$

јер од трећег члана остаје само $\frac{1}{6}c^3\sec^3\delta$, па је:

$$\varepsilon = b\operatorname{tg}\delta + c\sec\delta + \frac{c^3}{6}\sec\delta(\sec^2\delta - 1),$$

а

$$\sec^2\delta - 1 = \operatorname{tg}^2\delta.$$

Примена косинусног обрасца на исти троугао, сада на страну $(90^\circ - \delta)$, даће релацију:

$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(90^\circ + c)\cos(90^\circ - b) + \sin(90^\circ + c)\sin(90^\circ - b)\cos(90^\circ - \delta).$$

Знајући да је:

$$\sin b = b, \quad \cos b = 1 - \frac{b^2}{2}$$

$$\sin c = c - \frac{c^3}{6}, \quad \cos c = 1 - \frac{c^2}{2},$$

имаће се задржавајући први степен по b, а трећи по c:

$$\sin\delta = -bc + \sin\delta' - \frac{b^2+c^2}{2}\sin\delta'$$

или:

$$\sin\delta - \sin\delta' = -bc - \frac{b^2+c^2}{2}\sin\delta'.$$

$\sin\delta - \sin\delta' = (\delta - \delta')\cos\delta$, јер је разлика $(\delta - \delta')$ мала величина другог реда у односу на b и c, због тога што је $\delta \approx \delta'$, па се најзад добија:

$$\delta - \delta' = -bc\sec\delta - \frac{b^2+c^2}{2}\mathrm{tg}\,\delta$$

одакле је:

$$\delta = \delta' - bc\sec\delta - \frac{b^2+c^2}{2}\mathrm{tg}\,\delta. \tag{5}$$

На тај начин добијени су сви елементи за изражавање часовног угла и деклинације у функцији малих величина, читаних величина a и d и деклинације посматране звезде.

Уносећи у израз (2) вредност за ε, а у израз (5) раније изведену вредност за δ', дату изразом (3), добиће се:

$$\left.\begin{aligned} b &= i' + i\cos(a - a_0) \\ H &= a - a_0 + H_0 \mp 90^\circ \pm (b\mathrm{tg}\,\delta + c\sec\delta + \frac{c^3}{6}\sec\delta\mathrm{tg}^2\delta) \\ \delta &= 90^\circ \pm [d - d_0 - i\sin(a - a_0)] - bc\sec\delta - \frac{b^2+c^2}{2}\mathrm{tg}\,\delta, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

при чему горњи знаци одговарају положају I, а доњи положају II, инструмента.

I.2. Флексија

Велике размере екваторијала узрокују савијање појединих његових делова. Најзначајнија су савијања дурбинове цеви и деклинацијске осовине. Флексије кругова овде се могу занемарити с обзиром на то да сама мерења помоћу очитавања кругова не подлежу високој прецизности.

Услед савијања деклинацијске осовине и дурбинове цеви, величине i', $(a - a_0)$ и $(d - d_0)$ биће измењене. Претпоставља се да су те промене доста мале, тако да се могу сматрати диференцијалним.

I.2a. Флексија деклинацијске осовине

Нека су редом A_K, h_K, H_K и δ_K, азимут, висина, часовни угао и деклинација тачке K (продора на небеској сфери деклинацијске осовине усмерене од пресека са часовном осовином у правцу цеви дурбина). Претпоставка је да је утицај флексије на азимут увек једнак нули, јер делује у равни вертикала. Зато је $dA_K = 0$.

С друге стране флексија мења висину тачке K за величину пропорционалну њеном зенитском одстојању:

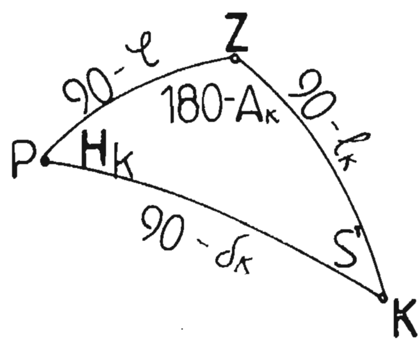
$$dh_K = -f' \sin Z$$

или:

$$dh_K = -f' \cos h_K ,$$

где је са f' означен коефицијенат флексије деклинацијске осовине.

Да би се дошло до везе између промена di', $d(a - a_0)$, с једне, и $d\delta_K$, dH_K са друге стране, посматрајмо троугао PZK:



Слика 4.

За овај троугао важе диференцијалне једначине:

$$\cos\delta_K dH_K = \cos S' \cos h_K dA_K - \sin S' dh_K + \sin\delta_K \sin H_K d\varphi$$
$$d\delta_K = \sin S' \cos h_K dA_K + \cos S' dh_K + \cos H_K d\varphi \ .$$

Стављајући овде $dA_K = 0$ и $d\varphi = 0$, добијамо:

$$\cos\delta_K dH_K = -\sin S' dh_K = +f' \sin S' \cos h_K ,$$
$$d\delta_K = \cos S' dh_K = -f' \cos S' \cos h_K ,$$

при чему је (сл. 1.):

$$\delta_K = b = i' + i\cos(a - a_0), \tag{7}$$

док се H_K разликује од H за $\mp 90°$, и занемарујући мале величине у једначини (6) добијамо:

$$
\begin{aligned}
H_K &= H \mp 90^\circ = a - a_0 + H_0 \mp 90^\circ \mp 90^\circ \\
H_K &= a - a_0 + H_0 + 180^\circ . \qquad (8)
\end{aligned}
$$

Диференцирањем (7) и (8) следи:

$$
\begin{aligned}
d\delta_K &= db = di', \quad \text{јер се занемарује} \quad -i\sin(a-a_0)d(a-a_0) \\
dH_K &= d(a-a_0) \ . \qquad (9)
\end{aligned}
$$

Из једначине (7) следи да је δ_K мала величина, па се може узети да је на слици 4. $PK = 90^\circ$. Тада из ΔPZK следи:

$$
\begin{aligned}
\cos h_K \sin S' &= \cos\varphi \sin H_K \\
\cos h_K \cos S' &= \sin\varphi \ .
\end{aligned}
$$

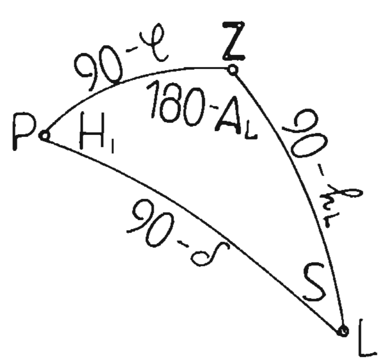
Стављајући да је $\cos\delta_K = 1$, и с обзиром на (9) имамо:

$$
\begin{aligned}
d(a-a_0) &= -f'\cos\varphi\sin(a-a_0+H_0) = \mp f'\cos\varphi\cos H, \quad \text{с обзиром на (6)} \\
db &= -f'\sin\varphi \ . \qquad (10)
\end{aligned}
$$

I.2б. Флексија цеви дурбина

Полазећи од троугла PZL (слика 5.) и претпоставке да флексија дурбина не делује на азимут посматране тачке L, добиће се сличним поступком као код флексије деклинацијске осовине, диференцијалне једначине промена, сада часовног угла и деклинације тачке L:

$$
\begin{aligned}
dH &= f\cos h_L sinS \sec\delta \\
d\delta &= -f\cos h_L cosS \ .
\end{aligned}
$$



Слика 5.

Из истог троугла је:

$$\cos h_L \sin S = \sin H \cos\varphi,$$
$$\cos h_L cos S = \sin\varphi \; cos\delta - \cos\varphi \sin\delta \cos H,$$

тако да су промене часовног угла и деклинације услед флексије цеви дурбина:

$$\begin{aligned} dH &= f \sin H \cos\varphi \sec\delta \\ d\delta &= -f[\sin\varphi \cos\delta - \cos\varphi \sin\delta \cos H] \; . \end{aligned} \tag{11}$$

II.1. Одређивање инструментских констаната

Изрази (6) у које су унете вредности промена часовног угла и деклинације због деловања флексије деклинацијске осовине и цеви дурбина (релације (10) и (11)), имају, задржавајући први степен по i и i', а други по c, следећи облик:

$$\begin{aligned} H =& a - a_0 + H_0 \mp 90^\circ \pm i' \mathrm{tg}\,\delta - i \sin(H - H_0) \mathrm{tg}\,\delta \pm c \sec\delta \\ & + f \cos\varphi \sin H \sec\delta \mp f'(\cos\varphi \cos H + \sin\varphi \mathrm{tg}\,\delta), \end{aligned} \tag{12a}$$

$$\begin{aligned} \delta =& 90^\circ \pm (d - d_0) - i \cos(H - H_0) - \frac{c^2}{2} \mathrm{tg}\,\delta \\ & - f(\sin\varphi \cos\delta - \cos\varphi \sin\delta \cos H). \end{aligned} \tag{12б}$$

Полазећи од ових релација, посматрањем познатих звезда из два положаја инструмента на часовним угловима $H = 0^\circ$, $H = 180^\circ$ или $H = \pm 90^\circ$, могу се одредити инструментске константе. Да би се избегли утицаји рефракције потребно је посматрати звезде које кулминирају око зенита (за $H = 0^\circ$ и $H = 180^\circ$); у случају $H = \pm 90^\circ$ због истог разлога морале би се бирати близу поларне звезде. Зато овај други случај у пракси и не примењујемо.

Нека су d_1 и d_2 читања на деклинацијском кругу. Тада ћемо за два различита положаја инструмента, посматрањем у меридијану имати из једначине (12б):

$$\begin{aligned} \text{положај I}: \quad & \delta = 90^\circ + (d_1 - d_0) - i \cos H_0 - f \sin(\varphi - \delta) \\ \text{положај II}: \quad & \delta = 90^\circ - (d_2 - d_0) - i \cos H_0 - f \sin(\varphi - \delta) \end{aligned} \tag{13}$$

Разлика ових двеју једначина ће дати вредност за d_0:

$$d_0 = \frac{d_1 + d_2}{2}.$$

Збир ће дати:

$$m = 90^\circ - \delta + \frac{d_1 - d_2}{2} = i \cos H_0 + f \sin(\varphi - \delta) \quad .$$

Посматрањем више звезда имаће се низ једначина таквог облика, у којима су непознате $i \cos H_0$ и f. Решава њем методом најмањих квадрата добиће се:

$$i \cos H_0 \quad \text{и} \quad f.$$

Из релације (12а), посматрањем у меридијану из два положаја инструмента добиће се следеће две једначине:

$$0 = a_1 - a_0 + H_0 - 90^\circ + i' \mathrm{tg}\,\delta + i \sin H_0 \mathrm{tg}\,\delta + c \sec\delta - f'(\cos\varphi + \sin\varphi \mathrm{tg}\,\delta)$$
$$0 = a_2 - a_0 + H_0 + 90^\circ - i' \mathrm{tg}\,\delta + i \sin H_0 \mathrm{tg}\,\delta - c \sec\delta + f'(\cos\varphi + \sin\varphi \mathrm{tg}\,\delta) \quad (14)$$

за положаје I и II, респективно.
Њихов збир ће дати:

$$n = \frac{a_1 + a_2}{2} = a_0 - H_0 - i \sin H_0 \mathrm{tg}\,\delta.$$

Посматрањем више звезда добиће се систем условних једначина, чијим ће се решавањем добити непознате $a_0 - H_0$ и $i \sin H_0$. При том ће условне једначине имати следећи облик:

$$n_1 = (a_0 - H_0) - i \sin H_0 \mathrm{tg}\,\delta_1$$
$$n_2 = (a_0 - H_0) - i \sin H_0 \mathrm{tg}\,\delta_2$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$n_n = (a_0 - H_0) - i \sin H_0 \mathrm{tg}\,\delta_n.$$

Знајући $i \cos H_0$ и $i \sin H_0$, можемо одредити i, а затим H_0 и a_0. С друге стране, разлика једначина (14) даће:

$$l = \frac{a_2 - a_1}{2} + 90^\circ = i' \mathrm{tg}\,\delta + c \sec\delta - f'(\cos\varphi + \sin\varphi \mathrm{tg}\,\delta).$$

Посматрањем више звезда добиће се систем једначина са три непознате. За решавање се примењује метод најмањих квадрата, тако да добијамо непознате: i', c и f'.

На тај начин ће бити одређено свих шест константаната, као и коефицијенти флексија деклинацијске осовине односно цеви дурбина.

III.1. Списак одабраних звезда и мерења

	име	п. вел.	α	δ	a_1	d_1	a_2	d_2
1.	1H Draconis	4.6	9^h $33^m.3$	+81° 27′	0^h $0^m.0$	81° 24′	–	–
2.	O Leonis	3.8	39.6	10 01	+0.3	10 01	12^h $0^m.0$	178° 06′
3.	BD+19° 2254	6.9	44.3	18 49	+0.2	18 49	+0.2	161 18
4.	μ Leonis	4.1	51.1	26 09	+0.2	26 08	−0.3	153 59
5.	Groo.1586	6.0	55.9	73 01	−0.1	72 59	–	–
6.	Piazzi9^h229	5.7	10 02.7	53 59	+0.2	54 01	–	–
7.	ζ Leonis	3.6	15.1	23 34	+0.3	23 29	+0.1	156 32
8.	27 Leo Min.	5.8	21.5	34 03	+0.1	34 01	+0.1	145 59
9.	β Leo Min.	4.4	26.2	36 51	+0.1	36 49	+0.1	143 17
10.	9 H Drac.	5.0	32.8	75 52	+0.6	75 47	−0.2	104 17
11.	35 HU. Maj.	5.2	41.1	69 14	−0.2	69 11	0.0	110 56
12.	47 U. Maj.	5.1	57.9	40 35	0.0	40 32	+0.1	139 32
13.	ψ U. Maj.	3.2	11 08.0	44 39	0.0	44 38	–	–
14.	Groo.1757	6.0	15.1	49 38	0.0	49 34	0.0	130 29
15.	Groo.1771	6.0	21.2	64 29	−0.1	64 27	0.0	115 39
16.	58 U. Maj.	5.9	29.0	43 20	0.0	43 18	+0.1	136 50
17.	3 Draconis	5.5	40.9	66 54	−0.1	66 49	0.0	113 14
18.	β Leonis	2.2	47.6	14 44	+0.1	14 42	+0.1	165 21
19.	Piazzi11^h202	6.3	56.7	32 26	−0.3	32 24	0.0	147 42
20.	δ U. Maj.	3.4	12 14.0	+57 11	0.0	57 09	−0.1	122 58

III.2. Системи једначина са решењима

1.	(10°	01′	+	170°	06′)	:	2	= 90°	03′
2.	(18	49	+	161	18)	:	2	=	03
3.	(26	08	+	153	59)	:	2	=	03
4.	(23	29	+	156	32)	:	2	=	00
5.	(34	01	+	145	59)	:	2	=	00
6.	(36	49	+	143	17)	:	2	=	02
7.	(75	47	+	104	17)	:	2	=	02
8.	(69	11	+	110	56)	:	2	=	03
9.	(40	32	+	139	32)	:	2	=	02
10.	(49	34	+	130	29)	:	2	=	02
11.	(64	27	+	115	39)	:	2	=	03
12.	(43	18	+	136	50)	:	2	=	04
13.	(66	49	+	113	14)	:	2	=	02
14.	(14	42	+	165	21)	:	2	=	02
15.	(32	24	+	147	42)	:	2	=	03
16.	(57	09	+	122	58)	:	2	= 90°	03′

$$d_0 = 90°02' \pm 0'.3$$

1. $-03' = i\cos H_0 + f\ 0.57047$
2. $-03 = i\cos H_0 + f\ 0.43811$
3. $-04 = i\cos H_0 + f\ 0.31979$
4. $-06 = i\cos H_0 + f\ 0.36217$
5. $-02 = i\cos H_0 + f\ 0.18652$
6. $-05 = i\cos H_0 + f\ 0.13831$
7. $-07 = i\cos H_0 - f\ 0.51604$
8. $-06 = i\cos H_0 - f\ 0.41363$
9. $-05 = i\cos H_0 + f\ 0.07353$
10. $-06 = i\cos H_0 - f\ 0.08426$
11. $-05 = i\cos H_0 - f\ 0.33682$
12. $-06 = i\cos H_0 + f\ 0.02560$
13. $-06 = i\cos H_0 - f\ 0.37622$
14. $-04 = i\cos H_0 + f\ 0.50101$
15. $-05 = i\cos H_0 + f\ 0.21417$
16. $-05 = i\cos H_0 - f\ 0.21445$

Систем нормалних једначина је:

$$16\ i\cos H_0 + 1.02349\ f + 78\overset{\prime}{.}0 = 0$$
$$1.02349\ i\cos H_0 + 2.18993 - 0\overset{\prime}{.}08 = 0$$

решења:

$$f = 2\overset{\prime}{.}6 \pm 0\overset{\prime}{.}5$$
$$i\cos H_0 = -5\overset{\prime}{.}03812 \pm 0\overset{\prime}{.}5$$

1. $+0\overset{m}{.}15 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.17663$
2. $+0.20 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.34075$
3. $-0.05 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.49098$
4. $+0.20 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.43620$
5. $+0.10 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.67578$
6. $+0.10 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.74946$
7. $+0.20 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 3.97140$
8. $-0.10 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 2.63710$
9. $+0.05 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.85660$
10. $0.00 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 1.17640$
11. $-0.05 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 2.09500$
12. $+0.05 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.94345$
13. $-0.05 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 2.34450$
14. $+0.10 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.26297$
15. $-0.15 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 0.63544$
16. $-0.05 = (a_0 - H_0) - i\sin H_0\ 1.55070$

Систем нормалних једначина:

$$16(a_0 - H_0) - 19.34336\ i \sin H_0 + 0^m\!.70 = 0$$
$$-19.34336(a_0 - H_0) + 40.09437\ i \sin H_0 + 0^m\!.761 = 0$$

решења:

$$a_0 - H_0 = -0^m\!.160 = -2'\!.4 \pm 0'\!.5$$
$$i \sin H_0 = -0^m\!.0962 = -1'\!.4 \pm 0'\!.5 \quad .$$

Из система:

$$i \cos H_0 = -5'\!.038$$
$$i \sin H_0 = -1'\!.443$$

добијене су вредности:

$$i = 5'\!.2$$
$$H_0 = 195^\circ\, 58'$$

а затим из познате разлике $a_0 - H_0 = -2'\!.4$, одређена је вредност a_0.

$$a_0 = 195^\circ\, 56'$$

1. $-2.25 = 0.17663i' + 1.01548c - 0.83403f'$
2. $0.00 = 0.34075i' + 1.05646c - 0.94967f'$
3. $-3.75 = 0.49098i' + 1.11403c - 1.05553f'$
4. $-1.50 = 0.43620i' + 1.09099c - 1.01693f'$
5. $0.00 = 0.67578i' + 1.20693c - 1.18574f'$
6. $0.00 = 0.74946i' + 1.24967c - 1.23766f'$
7. $-6.00 = 3.97140i' + 4.09540c - 3.50794f'$
8. $+1.50 = 2.63710i' + 2.82040c - 2.56775f'$
9. $+0.75 = 0.85660i' + 1.31672c - 1.31316f'$
10. $0.00 = 1.17640i' + 1.54400c - 1.53850f'$
11. $+0.75 = 2.09500i' + 2.32140c - 0.85719f'$
12. $+0.75 = 0.94345i' + 1.37481c - 1.37435f'$
13. $+0.75 = 2.34450i' + 2.54880c - 2.36158f'$
14. $0.00 = 0.26297i' + 1.03400c - 0.89487f'$
15. $+2.25 = 0.63544i' + 1.18481c - 1.15732f'$
16. $-0.25 = 1.55070i' + 1.84520c - 1.80224f'$

Систем нормалних једначина:

$$+40.09442i' + 45.98301c - 39.19332f' + 17\overset{\prime}{.}81927 = 0$$
$$+45.98301i' + 56.09671c - 48.34690f' + 21\overset{\prime}{.}48751 = 0$$
$$-39.19332i' - 48.34690c + 43.26282f' - 18\overset{\prime}{.}87423 = 0$$

решења:

$$i' = -0\overset{\prime}{.}2$$
$$c = +0\overset{\prime}{.}4$$
$$f' = 0\overset{\prime}{.}8$$

КОНАЧНЕ ВРЕДНОСТИ КОНСТАНАТА

1. $d_0 = 90°02' \pm 0\overset{\prime}{.}3$
2. $f = 2\overset{\prime}{.}6 \pm 0\overset{\prime}{.}5$
3. $i = 5\overset{\prime}{.}2 \pm 0\overset{\prime}{.}5$
4. $H_0 = 195°58' \pm 0\overset{\prime}{.}1$
5. $a_0 = 195°56' \pm 0\overset{\prime}{.}5$
6. $i' = -0\overset{\prime}{.}2 \pm 0\overset{\prime}{.}4$
7. $c = +0\overset{\prime}{.}4 \pm 0\overset{\prime}{.}4$
8. $f' = \quad 0\overset{\prime}{.}8 \pm 0\overset{\prime}{.}4$

THE INSTRUMENTAL CONSTANTS OF THE Zeiss 650/10550 mm REFRACTOR OF BELGRADE OBSERVATORY

VERA ERCEG

Astronomical Observatory, Volgina 7, 11050 Belgrade

Abstract. This paper contains a determination of the instrumental constants of the Zeiss 650/10550 mm refractor of Belgrade observatory, performed from measurements of 20 stars.