

Универзитет у Београду

МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Огњановић В. Огњен

**АНАЛИЗА НАПОНСКОГ СТАЊА ЕЛЕМЕНАТА АЕРО И  
КОСМИЧКИХ ЛЕТНИХ КОНСТРУКЦИЈА И ПРОЦЕНА ЊИХОВОГ  
ВЕКА ДО ИНИЦИЈАЛНОГ ОШТЕЋЕЊА**

Магистарски рад

Београд 2011

**ЗА ПОДСТРЕК СИНОВИМА СТЕВАНУ и НЕМАЊИ**

Велику захвалност на помоћи, а посебно за подршку да истрајем, дугујем  
проф. Стевану Максимовићу

Ментор:

***Др Стево Шеган, ван. проф.***  
Математички факултет – Београд

Чланови комисије:

***Др Стеван Максимовић, ред проф.***  
Војно технички институт – Београд

***Др. Анђелка Ковачевић, доц.***  
Математички факултет - Београд

## СПИСАК СЛИКА

<i>Бр. слике</i>	<i>Назив слике</i>	<i>Бр. стране</i>
2.2.1.1	Типична (Wohler-ова) $\sigma - N$ крива	4
2.2.1.2	Статистичка расподела напона код (Wohler-ове) $\sigma - N$ криве	5
2.2.1.3.	Идеализована $\sigma - N$ крива (log скала )	6
2.2.2.1.	Типични параметри цикличног оптерећења са константном амплитудом	7
2.2.2.2	Врсте циклуса у зависности од вредности напонског и амплитудног односа ( R и A )	8
2.2.2.3	Haigh –ов дијаграм	8
2.2.2.4.	Четири подручја Haigh –овог дијаграма	9
2.2.2.5.	Поређење једначина средњег напона	10
2.2.3.1.	Шематски приказ Palmgren-Miner-овог хипотезе	11
2.2.4.1	Метод сливања кише: (а) стаза сливања; (б) бројање изостављених врхова ( максимума и минимума); (с) изабрани циклуси који се броје (рачунају)	13
2.2.4.2.	Метод укупног опсега: а) оригинална историја догађаја б) заклоњена историја	14
2.2.4.3	Метод стазе за (коњске) трке: а) оригинална историја догађаја без уклањања; б) заклоњена историја	14
2.3.1.	Типична статичка крива напон-деформација	17
2.3.1.1	Шематски приказ криве „шаблон једне петље“ и криве „шаблон двоструке петље“	18
2.3.1.2.	Идеализована хистерезисна петља са начином одређивања еластичне и пластичне компоненте релативне деформације	20
2.3.2.1.	Шематски приказ цикличног слабљења, односно ојачавања материјала изложених цикличном оптерећењу	21
2.3.2.2	Шематски приказ цикличног ојачавања (а) и цикличног слабљења материјала (б)	22
2.3.3.1а)	Пример сложеног цикличног оптерећења	24
2.3.1.1б)	Три различите затворене петље хистерезе	25
2.3.4.1.1	Генерисање средњег напона контролисаним наношењем оптерећења	26
2.3.4.1.2	Циклично нагомилавање пластичне компоненте релативне деформације	27
2.3.4.2.1.	Генерисање средњег напона контролисаним наношењем релативне деформације	28
2.3.4.2.2	Циклична релаксација напона	29
2.3.4.2.3	Шематски приказ процеса прекида релаксације напона	30
2.3.5.1	Шематски приказ формирања петље хистерезиса када је дата	

	историја оптерећења и деформација у функцији времена	31
3.1.1	Приказ номиналних напона и релативне деформације на месту концентрације напона	32
3.1.2.	Промена фактора концентрације напона и релативне деформације у функцији промене напона у зони концентрације напона	34
3.1.1.1	Утицај облика отвора на фактор концентрације напона	35
3.1.2.2.1.	Одређивање релативне деформације помоћу Neuber-овог правила	38
3.1.2.2.2	Одређивање напона и релативне деформације применом Neuber-овог правила при цикличном оптерећењу константне амплитуде	40
3.1.2.3.1.	Енергетска интерпретација теоријског фактора концентрације напона у: а) еластичној и б) еласто- пластичној области	42
3.1.2.3.2	Графичка интерпретација Neuber-овог правила и Glinka правила	44
3.2.1	Шематизовано представљање равног стања напона и равне деформације на месту извора концентрације напона	45
4.1.1	Шематски приказ једначина (4.1.1 ), (4.1.4 ) и (4.1.5 )	49
4.2.1.1.	Morrow-е криве еластичне деформације без и са утицајем средњег напона	59
4.2.3.1	Шематски приказ утицаја средњег напона на еластичну и пластичну компоненту релативне деформације	54
4.2.3.2	Графички приказ тачке једнаке вредности еластичне и пластичне компоненте деформације	56
4.3.1	Малоциклусни замор при повишеним температурама	61
5.1.1	Линеарна регресија еластичне компоненте $\epsilon$ -N криве у log-log координатном систему	64
5.1.2	Линеарна регресија пластичне компоненте $\epsilon$ -N криве у log-log координатном систему	65
5.3.1.1	Модел конзоле оптерећен моментом и смицањем на крају	70
5.3.1.2	Вертикално померање за неправилну мрежу (QUAD4) оптерећену смицањем	71
5.3.1.3	Вертикално померање за неправилну мрежу (CQUADR) оптерећену смицањем	71
5.3.2.1	Конзола оптерећена на савијање са дисторзијом мреже	72
5.3.2.2	Померања на крају конзоле за различите вредности закошења, а у односу на аналитичко решење	73
5.3.2.3	Померања на крају конзоле за закошење мреже, $a=1$ (CQUADR)	73
5.3.2.4	Померања на крају конзоле за закошење мреже, $a=2$ (CQUADR)	74
5.3.2.5	Померања на крају конзоле за закошење мреже, $a=3$ (CQUADR)	75

5.3.2.6	Померања на крају конзоле за закошење мреже, $a=4$ , (CQUADR)	75
5.3.2.7	Померања на крају конзоле за закошење мреже, $a=1$ , (CQUAD4)	75
5.3.2.8	Померања на крају конзоле за закошење мреже, $a=2$ , (CQUAD4)	76
5.3.2.9	Померања на крају конзоле за закошење мреже, $a=3$ , (CQUAD4)	76
5.3.2.10	Померања на крају конзоле за закошење мреже, $a=4$ , (CQUAD4)	77
5.3.3.1	Геометрија и оптерећење криве греде	78
5.3.4.1	Приказ расподеле и интензитета напона у епрувети са централним отвором	79
5.3.4.2	Оптерећење и напонско стање епрувете са централним отвором	80
5.3.5.1	Модел коначних елемената окова лопатице	81
5.3.5.2	Расподела напонских стања (Von Mises) у систему окова са осовиницама	81
5.3.5.3	Расподела напонских стања у окуву	82
5.3.5.4	Детаљна расподела напонских стања у ушкама окова [ $\text{daN/mm}^2$ ]	82
7.1	Епрувета за дефинисање $\epsilon$ - $N$ криве и параметара нискоцикличног замора потребних за одређивање броја циклуса до појаве прскотине	86
7.2	Радионички цртеж епрувета за дефинисање $\epsilon$ - $N$ криве и параметара нискоцикличног замора потребних за одређивање броја циклуса до појаве прскотине	86
7.3	Епрувета са отвором као репрезент структуралног елемента за одређивање броја циклуса до појаве иницијалне прскотине	87
7.4	Радионички цртеж епрувете окова за одређивање броја циклуса до појаве прскотине	87
7.5	Реална епрувета полу-окова лопатице за одређивање броја са циклуса до појаве прскотине	88
7.6	Оков у склопу прототипском лопатицом репног ротора хеликоптера	88
7.7	Рачунарски модел окова лопатице репног ротора хеликоптера ХТ40	89
7.8	Дијаграм циклуса где су на ординати дате вредности силе $F$ и деформације $\epsilon$ , а на апсциси време трајања испитивања $t$	89
7.9	Дијаграм циклуса где је на ординати дата константна вредност деформације $\epsilon$ , а на апсциси време трајања испитивања	90
7.10	Петље хистерезе дате као репрезент понашања усвојеног материјала при малоцикличном замору и задатој вредности деформације $\epsilon = 1\%$	90
7.11	Стабилисане петље хистерезе за одређивање цикличних параметара усвојеног материјала при задатој вредности деформације $\epsilon = 0.8\%$	91
7.12	Испитивање на уређају МТС-у епрувете на замор за одређивање цикличних карактеристика материјала	92

## СПИСАК ТАБЕЛА

<i>Бр. табеле</i>	<i>Назив табеле</i>	<i>Бр. стране</i>
5.1.1	Средња вредност тврдоће епрувета	63
5.1.2	Експерименталне вредности еластичне и пластичне компоненте деформације са бројем циклуса до појаве иницијалне прскотине	63
5.2.1	Упоредни преглед добијених резултата и броја циклуса до појаве прскотине	69
5.2.2	Табеларни приказ броја циклуса до појаве прскотине за три епрувете са централним отвором	69
5.3.1.1	Конвергенција резултата за оптерећену конзолу	70
5.3.2.1	Утицај дисторзије мреже на померање краја конзоле	72
5.3.3.1	Конвергенција резултата четворочворне љуске на проблему криве греде	78



## ОЗНАКЕ И СКРАЋЕНИЦЕ КОРИШЋЕНЕ У РАДУ

$S_{net}$	номинални нето напон
$S_{uku}$	укупни нормални напон
$e_{net}$	нето номинална релативна деформација
$e_{uku}$	укупна релативна деформација
$\varepsilon_e$	еластична компонента релативне деформације
$\varepsilon_p$	пластична компонента релативне деформације
$b$	Basquin-ов експонент, експонент заморне чврстоће
$\sigma$	локални напон
$\sigma_e$	границе динамичке издржљивости
$\sigma_{max}$	максимални напон
$\sigma_{min}$	минимални напон
$\sigma_m$	средњи напон
$\sigma_a$	амплитудни напон
$\sigma_y$	напон на граници еластичности
$\sigma_T$	напон на граници течења
$\sigma_M$	напон статичког лома
$n$	експонент очвршћавања релативне деформације
$R$	напонски однос
$A$	амплитудни однос
$K$	кофицијент чврстоће
$K'$	кофицијент цикличне чврстоће
$n'$	експонент цикличног деформационог очвршћавања
$\sigma_f'$	кофицијент заморне чврстоће
$\varepsilon_f'$	кофицијент заморне дуктилности
$C$	експонент заморне дуктилности.
$N_f$	број циклуса до појаве иницијалне прскотине
$2 N_f$	број полуциклуса до појаве иницијалне прскотине
$P_{SWT}$	Smith-Watson-Torrey-ов парамета
$M$	Maх-ов број

## САДРЖАЈ

### Страна

1. УВОД	1
2. ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ	3
2.1 ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ МАЛОЦИКЛУСНОГ ЗАМОРА	3
2.2 НЕОПХОДНИ ЕЛЕМЕНТИ ЗА АНАЛИЗУ НАПОНСКОГ СТАЊА И ПРОЦЕНУ ИНТЕГРИТЕТА КОНСТРУКЦИЈА ДО ПОЈАВЕ ИНИЦИЈАЛНОГ ОШТЕЋЕЊА	4
2.2.1 ДИЈАГРАМИ $\sigma$ - $N$ , ОДНОСНО $\varepsilon$ - $N$	4
2.2.2 ОПТЕРЕЋЕЊЕ И ОБЛИК ЦИКЛИЧНОГ ОПТЕРЕЋЕЊА	7
2.2.3 АНАЛИЗА ОПТЕРЕЋЕЊЕ ПРИ ПРОМЕЊЉИВОМ СПЕКТРУ ОПТЕРЕЋЕЊА	11
2.2.4 МЕТОДЕ ЗА КОРЕКЦИЈУ СПЕКТРА ОПТЕРЕЋЕЊА	12
2.2.5 ЕКВИВАЛЕНТНИ НАПОНИ	15
2.3 ПОНАШАЊЕ МАТЕРИЈАЛА ПРИ МАЛОЦИКЛУСНОМ ЗАМОРУ	15
2.3.1 МАТЕРИЈАЛИ СТАБИЛНИХ КАРАКТЕРИСТИКА	17
2.3.2 МАТЕРИЈАЛИ ПРОМЕНЉИВИХ КАРАКТЕРИСТИКА	21
2.3.3. МАТЕРИЈАЛИ ИЗЛОЖЕНИ СЛОЖЕНОМ ЦИКЛИЧНОМ ОПТЕРЕЋЕЊУ ПРОМЕНЉИВЕ АМПЛИТУДЕ	23
2.3.4 СРЕДЊИ НАПОН	25
2.3.4.1 ГЕНЕРИСАЊЕ СРЕДЊЕГ НАПОНА КОНТРОЛИСАНИМ НАНОШЕЊЕМ СИЛЕ	26
2.3.4.2 ГЕНЕРИСАЊЕ СРЕДЊЕГ НАПОНА КОНТРОЛИСАНИМ НАНОШЕЊЕМ РЕЛАТИВНЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ	28
2.3.5 СРЕДЊА ВРЕДНОСТ РЕЛАТИВНЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ	30
3. НАПОНИ И РЕЛАТИВНЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ	32
3.1 НА МЕСТИМА КОНЦЕНТРАЦИЈЕ НАПОНА	32
3.1.1 ФАКТОР КОНЦЕНТРАЦИЈЕ НАПОНА $K_T$ И ФАКТОР КОНЦЕНТРАЦИЈЕ ЗАМОРА $K_F$	34
3.1.2 ДЕФИНИСАЊЕ ПОСТУПАКА ЗА ПОВЕЗИВАЊЕ ВРЕДНОСТИ ЛОКАЛНИХ И НОМИНАЛНИХ ВРЕДНОСТИ НАПОНА И ДЕФОРМАЦИЈА	36
3.1.2.1 ЛИНЕАРНИ ПОСТУПАК НАПОНСКЕ АНАЛИЗЕ	37
3.1.2.2 NEUBER-ОВО ПРАВИЛО	37
3.1.2.3 ГУСТИНА ЕНЕРГИЈЕ РЕЛАТИВНЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ (ЕЛАСТИЧНЕ ЕНЕРГИЈЕ) ИЛИ GLINKA ПРАВИЛО	41
3.2 РАВНО СТАЊЕ НАПОНА И РАВНА РЕЛАТИВНА ДЕФОРМАЦИЈА	44
4. ЗАМОР МАТЕРИЈАЛА	48
4.1 ОСНОВНА КРИВА И МОДИФИКОВАНЕ КРИВЕ МАЛОЦИКЛУСНОГ ОПТЕРЕЋЕЊА НА ЗАМОР	48
4.2 МОДИФИКОВАНЕ КРИВЕ МАЛОЦИКЛУСНОГ ОПТЕРЕЋЕЊА НА ЗАМОР	50
4.2.1 РЕЛАЦИЈА MORROW-А	50
4.2.2 РАЗМАТРАЊЕ HALFORD-NACHTIGAL-А	52
4.2.3 MANSON-HALFORD-ОВА КРИВА	54

4.2.4 SMITH-WATSON-TORPPER-ОВА КРИВА	59
4.3. УТИЦАЈ ПОВИШЕНЕ ТЕМПЕРАТУРЕ НА ЗАМОР	60
5. ПРОЦЕДУРЕ И ПРИМЕРИ ОДРЕЂИВАЊА НАПОНСКОГ СТАЊА И ПРОЦЕНЕ БРОЈА ЦИКЛУСА ДО ПОЈАВЕ ПРСКОТИНЕ	62
5.1 ПРОЦЕДУРЕ ОДРЕЂИВАЊА ЦИКЛИЧНИХ КАРАКТЕРИСТИКА ЧЕЛИКА Č 4732	62
5.2.1 ПРИМЕР ОДРЕЂИВАЊЕ НАПОНСКОГ СТАЊА РАВНЕ ЕПРУВЕТЕ СА ЦЕНТРАЛНИМ ОТВОРОМ И БРОЈА ЦИКЛУСА ДО ПОЈАВЕ ИНИЦИЈАЛНЕ ПРСКОТИНЕ	66
<b>5.3 ПОРЕЂЕЊЕ РЕЗУЛТАТА МКЕ СА АНАЛИТИЧКИМ РЕЗУЛТАТИМА</b>	<b>69</b>
5.3.1 КОНЗОЛА ОПТЕРЕЂЕНА НА САВИЈАЊЕ	70
5.3.2 САВИЈАЊЕ КОНЗОЛЕ СПРЕГОМ ( УТИЦАЈ ДИСТОРЗИЈЕ МРЕЖЕ )	72
5.3.3 САВИЈАЊЕ КРИВЕ ГРЕДЕ	77
5.3.4 НАПОНСКО СТАЊЕ РАВНЕ ЕПРУВЕТЕ СА ЦЕНТРАЛНИМ ОТВОРОМ	79
5.3.5 СТРУКТУРАЛНА АНАЛИЗА ОКОВА ЛОПАТИЦЕ РЕПНОГ РОТОРА ХЕЛИКОПТЕРА	80
6. ЗАКЉУЧАК	83
7. ПРИЛОЗИ	86
8. ЛИТЕРАТУРА	92

## 1. УВОД

Успешно пројектовање или димензионисање елемената структуре летелица на услове које поставља оптерећење на замор, подразумева да се оствари постављени циљ, а то је, обично, 20 година поузданог и непрекидног рада при најнеповољнијим могућим условима. Термин поуздан подразумева да се у том периоду неће појавити уочљива оштећења, прскотине, које ће се јавити као последица дејства замора. Досадашње искуство је показало да проблеми које структуре летелица имају када су изложене замору могу да се групишу у четири опште и независне категорије:

- лоше пројектовани детаљи 45 %
- индуковани (секундарни) напони 24 %
- прекомерни оперативни напони 16%
- остало 15%

Побољшањем пројектовања детаља, поузданијом контролом и дефинисањем оперативних напона постигао би се бољи квалитет конструкције, а тиме и значајна економска уштеда, пошто би се смањили трошкови одржавања и експлоатације. Треба подвући да разматрање услова које поставља замор треба почети још у раној фази пројектовања и да се та активност завршава тек приликом дефинисања крајњих, ломних, вредности чврстоће конструкције.

Лом елемената структуре под дејством замора је процес који траје извесно време. Током овог процеса настају промене у елементу, које се могу дефинисати као:

- не приметно смањење димензија и карактеристика критичног попречног пресека ( $A_K, I, W$ ),
- ширење настале прскотине које је праћено приметним смањењем димензија и карактеристика критичног попречног пресека ( $A_K, I, W$ ) и
- нагли, тренутни, лом преосталог смањеног попречног пресека

Предмет магистарског рада је усмерен на успостављање методологије за процене животног века до појаве иницијалног оштећења структуралних елемената летелица под дејством цикличних оптерећења константне амплитуде и сложеног спектра оптерећења. Овакав тип оштећења, стварање *иницијалне прскотине под дејством цикличних оптерећења*, јавља се на *критичним местима*. Најчешће су то места код којих постоји концентрација напона, а која су обично последица геометријских дисконтинуитета у елементима конструкција. Појам геометријски дисконтинуитет се односи на наглу промену геометрије елемента структуре као последица разних конструктивних и функционалних потреба. При пројектовању аеро и космичких летелица није могуће избећи геометријске дисконтинуитете, а тиме и појаве концентрација напона, који су

потенцијална места иницијалних оштећења при дуготрајним цикличним оптерећењима. У овом раду пажња је усмерена управо на ову врсту проблема.

За неку конструкцију типа летелица једна од примарних анализа је што прецизнија процена века до појаве иницијалних оштећења. То са своје стране захтева прецизно одређивање критичних места у самој конструкцији летелице која у основи представљају зоне концентрације напона. За једноставније геометријске облике елемената конструкција могу се користити аналитички изрази за анализе напонских стања као и саме концентрације напона. За сложене конструктивне елементе и граничне услове ослањања, аналитичке методе имају ограничену примену па је употреба неке од нумеричких метода, најчешће метод коначних елемената (*MKE*)[14,25,26] постао незаобилазни нумерички метод за прецизно одређивање напонских стања, а тиме и самих концентрација напона.

Тежња да структурални елементи летелица имају што је могуће мању масу, лете већим брзинама, буду произведени новим технолошким поступцима од висококвалитетних материјала уз испуњавање услова задовољавајуће чврстоће, довела је до промене у дефинисању нивоа дозвољених напона. Суштинска промена се састоји у чињеници да се дозвољава да нивои напона у деловима елемента конструкције, по правилу у зони концентрације напона, пређу границу еластичности  $\sigma_y$ , односно да део структуралног елемента уђе у зону еласто-пластичног стања напона. Овај приступ је коришћен и у овом раду, тако што је комбинована линеарно еластична анализа *MKE* у спрези са цикличном кривом понашања материјала и Нојберовом (*Neuber*) кривом еласто-пластичног стања напона. *MKE* може да се користи и за одређивање стања напона и деформација и у области где се материјал понаша нелинеарно, односно еласто-пластично. У случају цикличног оптерећењења, а у циљу скраћења времена добијања резултата, дефинисани су поступци који то омогућавају међу којима су:

- линеарни поступак напонске анализе,
- Нојберово (*Neuber*) поступак[1] и
- Густина енергије релативне деформације или Глинка (*Glinka*) поступак[2]

чије ће главне карактеристике бити приказане у овом раду. Квалитет решења, које се добија линеарним, *Neuber*-овим и *Glinka* поступком ће се поредити са резултатима добијеним *MKE*, а такође и међусобно.

На *Vauschinger*-овим идејама, *Manson*[32] и *Coffin*[33] су 1954. године описали понашање металних материјала при цикличним нееластичним амплитудама деформација са 4-параметарском формулом. Они су тиме трасирали ново поље истраживања познато као малоциклусни замор МЦЗ ( *LCF –low cycle fatigue*)[7,8,9]. Од тада се МЦЗ нагло развија и користи за процене века елемената конструкција[6,12,13].

За процену века до појаве иницијалног оштећења ће се користити Смит-Вотсон-Топер-ова (*Smith-Watson-Topper, SWT*) и *Morrow*-а метода рачунања број циклуса до појаве иницијалне прскотине које се базирају на коришћењу карактеристика материјала из области малоциклусног замора који је присутан у оваквим конструкцијама. Сама процедура за процену века елемената конструкције до појаве иницијалног оштећења ће бити илустрована нумеричким примерима и упоредиће се са расположивим и сопственим експерименталним резултатима. Коначно, сва сазнања ће се применити и на конкретни елемент, на оков лопатице репног ротора.

## 2. ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ

### 2.1 ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ МАЛОЦИКЛУСНОГ ЗАМОРА

Услови разарања структуралних елемената изложених дејству цикличних оптерећења битно се разликује од услова разарања услед дејства статичких оптерећења. Код статичког оптерећења, спољашње силе расту постепено од нуле до своје максималне вредности. Брзина пораста силе је довољно мала, па се конструкција “одупире” спољњим силама својом крутошћу. Геометријски дисконтинуитети (отвори, зарези, жљебови, промене пресека и облика и т.д.) у свим, а нарочито у дуктилним, развлачивим материјалима, који изазивају концентрацију напона, не утичу битно на чврстоћу статички оптерећене конструкције.

Када је спољашње оптерећење периодично променљиво, онда се конструкција супротставља тим оптерећењима не само својом крутошћу него и својом инерцијом. До лома при оваквом типу оптерећења долази постепено, после одређеног броја циклуса и настаје при знатно нижим напонима него под дејством статичких оптерећења. **Дакле, замор материјала или разарање услед замора је појава постепеног разарања материјала структуралних елемената услед дуготрајног дејства периодично променљивих оптерећења.** У колико је највиши напон у елементу мањи, у толико је потребан већи број промена оптерећења па да се појави разарање услед замора.

Статистичке анализе различитих ломова показују да око 80% свих ломова настаје као последица замора материјала. Треба нагласити да за разлику од разарања при статичком оптерећењу, сва разарања услед замора материјала настају без претходног пластичног деформисања, без обзира да ли је материјал по својој природи крт или жилав и по правилу заморни лом почиње на месту концентрације напона појавом иницијалне прскотине која се после шири по пресеку изван зоне концентрације.

Процена века до појаве иницијалног оштећења је један од метода за анализу чврстоће на замор аеро и космичких летних конструкција и може се раздвојити на два подручја:

- Подручје малоцикласног замора (МЦЗ),
- Подручје високоцикласног замора (ВЦЗ).

Не постоји прецизно дефинисана граница ова два подручја, али се узима да је то око  $10^4$  циклуса.

Неопходни елементи за анализу напонског стања и процену века до појаве иницијалног оштећења за дати материјал су:

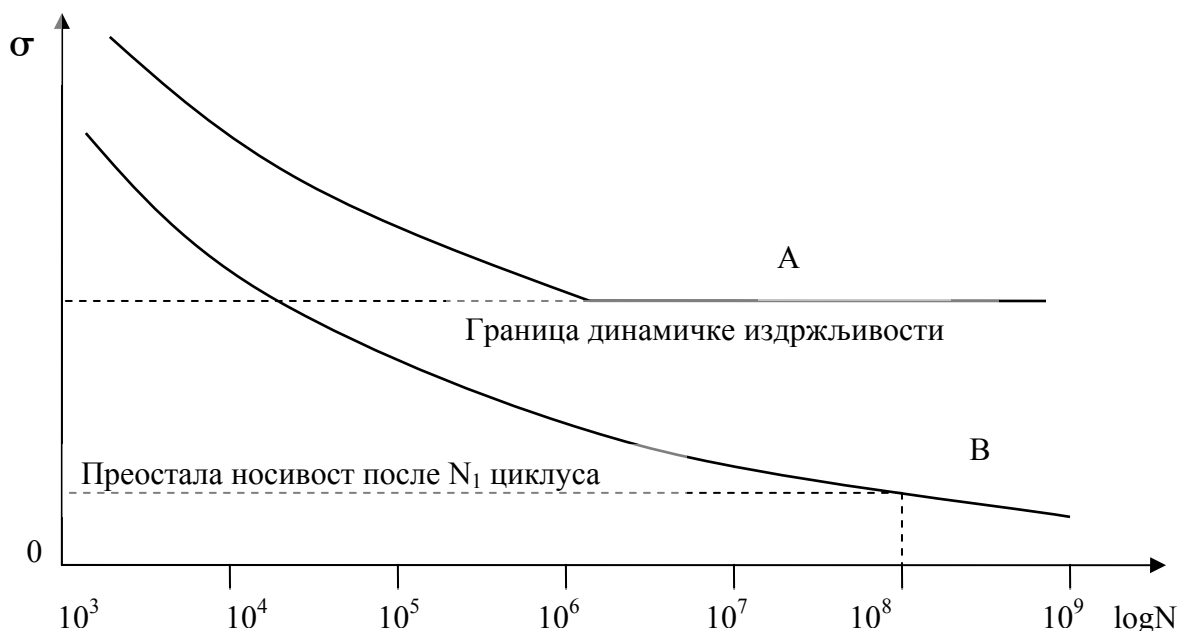
- $\sigma - N$ , односно  $\varepsilon - N$  криве замора,
- Циклично  $\sigma - N$ , односно  $\varepsilon - N$  понашање,
- Локални напони и деформације на местима геометријских дисконтинуитета,
- Величина средњих напона и амплитуде као и облик геометријских дисконтинуитета.

Сваки од ових елемената ће бити, у главним, цртама описан у следећим поглављима.

## 2.2 Неопходни елементи за анализу напонског стања и процену интегритета конструкција до појаве иницијалног оштећења

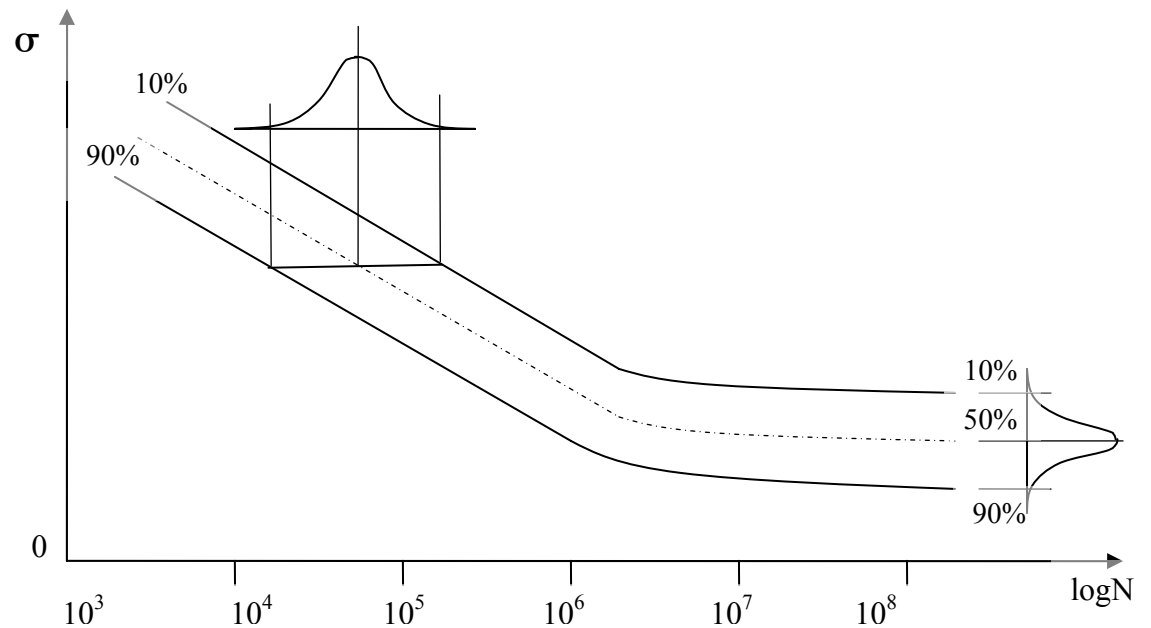
### 2.2.1 Дијаграми $\sigma$ - $N$ , односно $\varepsilon$ - $N$

При разматрању поузданог радног века, односно заморног понашања материјала Велеров (*Wohler-ов*)  $\sigma$ -  $N$  дијаграм је основа и шематски је приказан за два материјала на *Сл. 2.2.1.1*. Он приказује номиналну амплитуду напона  $\sigma$  у зависности од броја циклуса до лома. *Слика 2.2.1.1* показује да неки материјали (крива А) имају границу замора или границу динамичке издржљивости која представља ниво напона испод кога материјал неће имати оштећења и може имати неограничен број циклуса. Ако је радни напон нижи од границе динамичке издржљивости материјала, каже се да структура има неограничен радни век. Ово, наравно, важи уз услов непостојања корозије.



*Слика 2.2.1.1* Типична (*Wohler-ова*)  $\sigma$ -  $N$  крива

Потребно је извршити бројне тестове да би се добио коректан дијаграм. Испитивања се најчешће спроводе тако да се при свакој вредности номиналног напона испита већи број епрувета (обично пет или више). Понекад се  $\sigma$ -  $N$  дијаграм приказује помоћу три криве (*Сл. 2.2.1.2*). Горња крива осигурава 10% преживљавања епрувета за дати номинални напон и број циклуса  $N$ , средња крива 50%, а доња 90% преживљавања. Резултати по правилу следе Гаусову (*Gauss*) расподелу



Слика 2.2.1.2 Статистичка расподела напона код (Wohler-ове)  $\sigma-N$  криве

Челик и титанијум се понашају по кривој *A*, а многи нефероидни материјали и легуре алуминијума, магнезијума и бабра не показују јасно дефинисану границу динамичке издржљивости (крива *B*).

За овакве материјале динамичка издржљивост (*endurance limit*) се понекад дефинише као напон који проузрокује лом у интервалу од  $1 \cdot 10^8$  до  $5 \cdot 10^8$  циклуса у зависности од врсте материјала[5].

Када се при конструисању користи граница динамичке издржљивости мора се обратити пажња на:

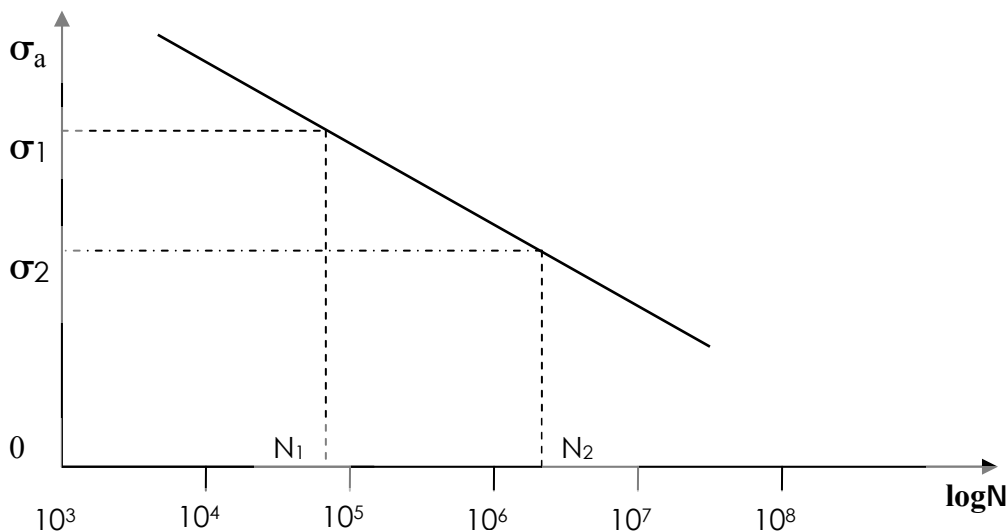
- Повремена преоптерећења.
- Корозију (интеракција замор-корозија)
- Високу или ниску температуру

Концепт динамичке издржљивости се користи за неограничен радни век (*safe stress* или *safe life*) конструкције при чему се мора узети у обзир:

- Квалитет обрађене површине
- Температура
- Концентрација напона
- Осетљивост на зарез
- Величина
- Услови околине
- Поузданост



Дијаграми  $\sigma - N$ , односно  $\varepsilon - N$  се могу представити правом линијом (Слика 2.2.1.3)



Слика 2.2.1.3. Идеализована  $\sigma - N$  крива (log скала)

Из њега је лако изразити нагиб праве  $b$  познат као Баскинов (Basquin) нагиб односно Basquin-ов експонент (експонент заморне чврстоће), коефицијент правца криве  $\sigma - N$  у  $\log - \log$  дијаграму и чија је вредност у границама  $-0.15 < b < -0.05$ :

$$b = -\frac{\log \sigma_1 - \log \sigma_2}{\log N_1 - \log N_2} \quad (2.2.1.1)$$

преко кога се може дефинисати  $\sigma - N$  релација као:

$$N_1 = N_2 \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (2.2.1.2)$$

За задати Basquin-ов нагиб и било који пар координата  $(\sigma, N)$  на кривој  $\sigma - N$  могуће је израчунати број циклуса до лома за познату напонску амплитуду. Треба навести да су године искуства дале емпиријску релацију између замора и затезних особина. Иако су те релације уопштене, корисне су у прелиминарној процени перформанси замора. Однос границе динамичке издржљивости  $\sigma_e$  и максималне носивости  $\sigma_{max}$  зове се заморни однос. Вредности овог параметра се крећу од 0.25 до 0.6. За челике динамичка издржљивост се може изразити као:  $\sigma_e = 0.5\sigma_{max}$  за челик чији је  $\sigma_{max} < 1400\text{MPa}$ , тј.  $\sigma_e = 700\text{MPa}$  за челике чији је  $\sigma_{max} > 1400\text{MPa}$ .

## 2.2.2 Оптерећење и облик цикличног оптерећења

Основни  $\sigma - N$  подаци о понашању материјала под дејством замора добијени су лабораторијски коришћењем потпуно повратног напонског циклуса. Актуелна примена оптерећења употребљава средњи напон ( $\sigma_m$ ) на који се суперпонира амплитудни напон ( $\sigma_a$ ) што је најчешћи случај код оптерећења свих летних конструкција и приказан је шематски **Слика 2.2.2.1**.

Да би се могли пратити резултати за различита напрезања потребно је дефинисати однос:

$$R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} \quad A = \sigma_a / \sigma_m \quad (2.2.2.1)$$

где је:

$R$  - напонски однос и има вредност:  $-\infty < R < +\infty$  ( $\sigma_{\max} \rightarrow 0$ , односно  $\sigma_{\max} \rightarrow 0_+$  и  $\sigma_{\min} < 0$ ), а

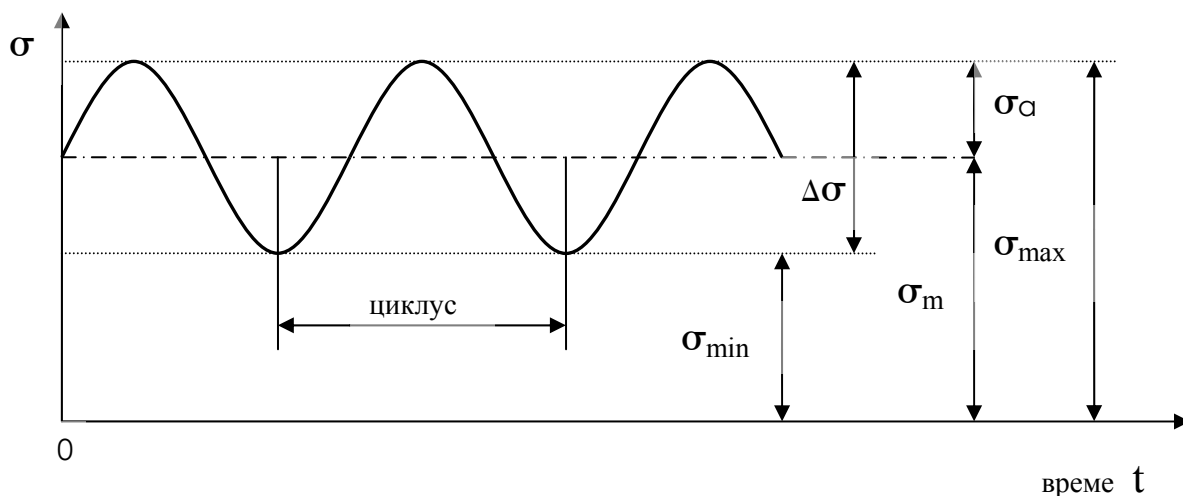
$A$  – амплитудни однос и има вредност:  $-\infty < A < +\infty$  (**Слика 2.2.2.2**).

Ако је  $R = 1$ , односно  $A = 0$  реч је о константном напону, па у том случају нема замора материјала ( монотono оптерећење ).

Између напонског и амплитудног односа постоји веза:

$$R = (1 - A) / (1 + A) \quad A = (1 - R) / (1 + R) \quad (2.2.2.2)$$

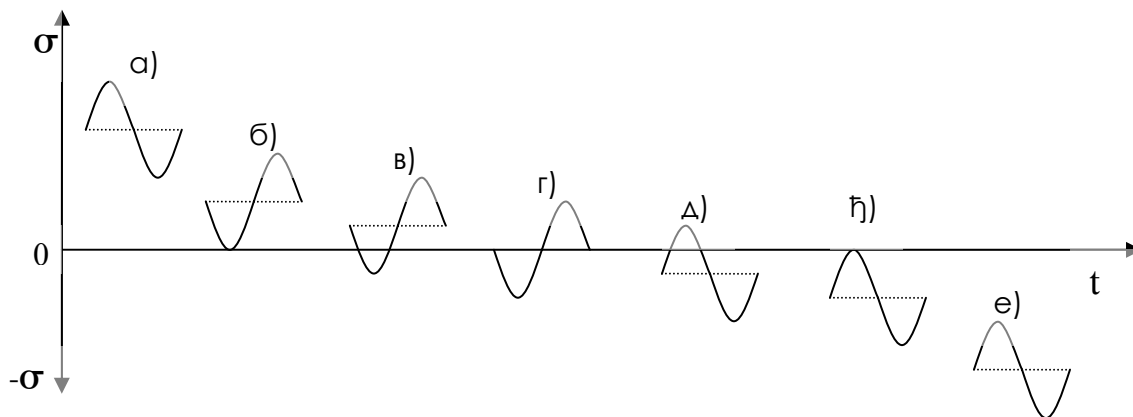
У зависности од вредности односа  $A$  и  $R$  имамо различите врсте циклуса **Слика 2.2.2.2**:



**Слика 2.2.2.1. Типични параметри цикличног оптерећења са константном амплитудом**

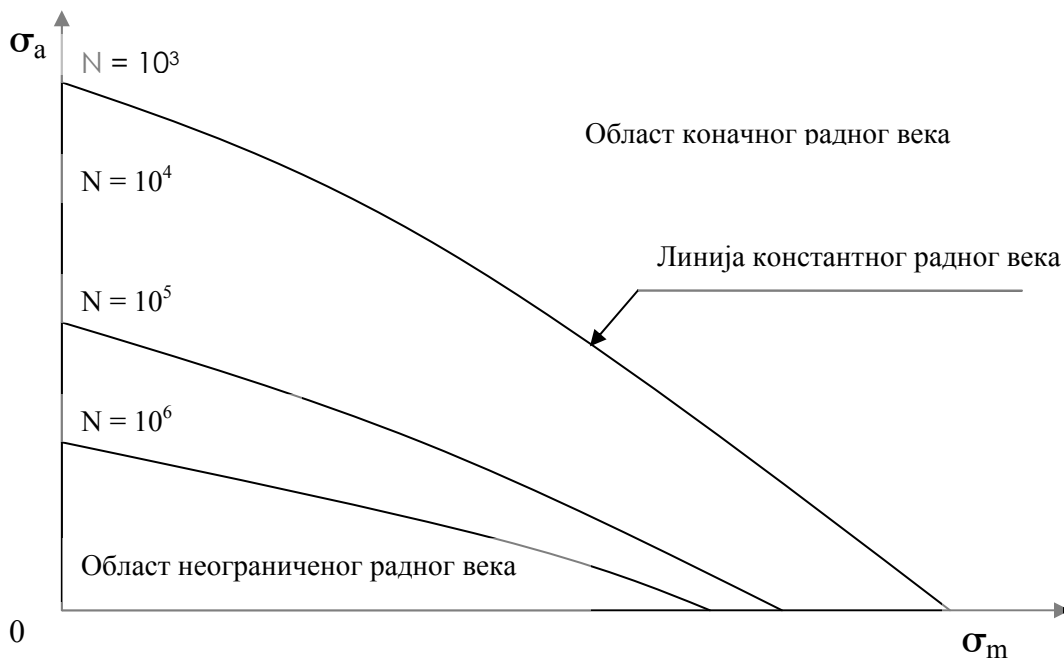
- а)  $0 < R < 1, 0 < A < 1$
- б)  $R = 0, A = 1$
- в)  $-1 < R < 0, -1 < A < 0$
- г)  $R = -1, A = \pm \infty$
- д)  $-\infty < R < -1, -\infty < A < -1,$
- ђ)  $R = -\infty, A = -1$

е)  $1 < R < -\infty, -\infty < A < -1$



**Слика 2.2.2.2** *Врсте циклуса у зависности од вредности напонског и амплитудног односа ( $R$  и  $A$ )*

За потпуно променљиво оптерећење је  $R = -1$ . За статичко оптерећење је  $R = 1$ . У случају када је средњи напон једнак амплитуди напона,  $R = 0$ . Напонски циклус  $R = 0.1$  је често коришћен у тестирању авио летелица и одговара циклусу истезање – истезање у којем је  $\sigma_{min} = 0.1 \sigma_{max}$ . Резултати теста на замор при асиметричним циклусима ( $R \neq -1$ ) као зависност амплитуде динамичке издржљивости од средњег напона  $\sigma_m$ , могу се приказати Хејговим (*Haigh*) дијаграмом **Слика 2.2.2.3**.



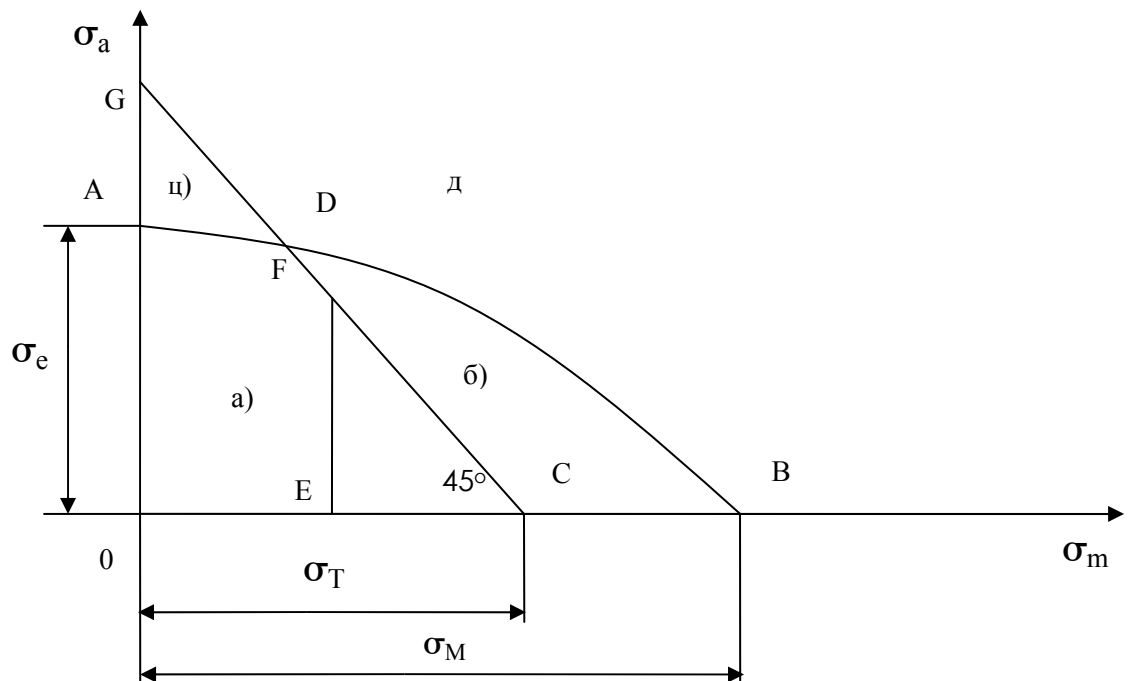
**Слика 2.2.2.3.** *Haigh –ов дијаграм*

На *Haigh* – овом дијаграму дуж  $x$  – осе се наноси средњи напон ( $\sigma_m$ ), а дуж  $y$  - осе амплитуда осциловања напона ( $\sigma_a$ ).

Линије радног века су провучене кроз добијене тачке. Област неограниченог броја циклуса или радног века је област испод криве, а област коначног радног века је област изнад криве. Из дијаграма је јасно да се тачке пресека линија коначног радног века и ординате односе на динамичку издржљивост при чисто наизменичном циклусу тј. за

случај када је  $\sigma_m = 0$ . Тачке пресека истих линија са  $x$  – осом одређују статичку чврстоћу материјала  $\sigma_M$ . Сваком задатом динамичком напону одговара једна радна тачка са координатама  $\sigma_m$  и  $\sigma_a$ . Ако тачка припада области унутар криве - неће доћи до лома, а ако падне изван области - наступиће лом. *Haigh* – ов дијаграм можемо поделити у четири дела, (Слика 2.2.2.4). Тачка  $C$  има као апсцису границу течења  $\sigma_T$  и из ње се повлачи дуж  $CD$  који са осом  $\sigma_m$  гради угао од  $45^\circ$ . Свака тачка на правцу  $CD$  има максимални напон једнак напону границе течења ( $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$ ) будући да је  $\overline{EF} = \overline{EC}$ . Дакле, може се закључити да се материјал уколико је радни напон лево од дужи  $CG$ , налази у еластичној зони. У супротном, ако су радни напони десно од дужи  $CG$ , материјал је у зони пластичних деформација. У вези са горе наведеним, подручје дијаграма се може поделити на четири области:

- област  $OCDA$  у којој нема опасности од лома, подручје у коме је материјал у зони еластичних деформација, област а),
- област  $CBD$  у којој настају пластичне деформације, али још не настаје лом, област б),
- област  $ADG$  у којој настаје лом без предходних пластичних деформација, област ц) и
- област изнад линија  $BD$  и  $DG$  у којем настаје лом уз предходне пластичне деформације, област д).



Слика 2.2.2.4. Четири подручја *Haigh* – овог дијаграма

Потребан је велики број тестова да би се направио *Haigh* – ов дијаграм, а често је и непрактично развијати криве за све комбинације средњег и амплитудног напона.

Разни емпиријски односи између средњег и амплитудног напона су развијани да реше овај проблем. Те методе дефинишу различите криве за повезивање границе динамичке издржљивости  $\sigma_e$  ( $\sigma_e$  - вредност наизменичног напона, који ће да проузрокује лом елемента за потпуно повратно оптерећење, при  $\sigma_m = 0$ , за било који број циклуса  $N$ ),

средњег напона  $\sigma_m$ , напона границе течења  $\sigma_T$ , максималног, крајњег, ломног истежућег напона  $\sigma_c$  и напона статичког лома  $\sigma_M$ , а  $\sigma_a$  амплитудни напон. На тај начин *Haigh*-ов дијаграм је могуће приказати у једној од четири могућности **Слика 2.2.2.5**.

Криве са **Сл. 2.2.2.5** имају следеће једначине:

$$\text{Goodman: } \sigma_a / \sigma_e + \sigma_m / \sigma_c = 1 \quad (2.2.2.3)$$

$$\text{Gerber: } \sigma_a / \sigma_e + \sigma_m^2 / \sigma_c^2 = 1 \quad (2.1.2.4)$$

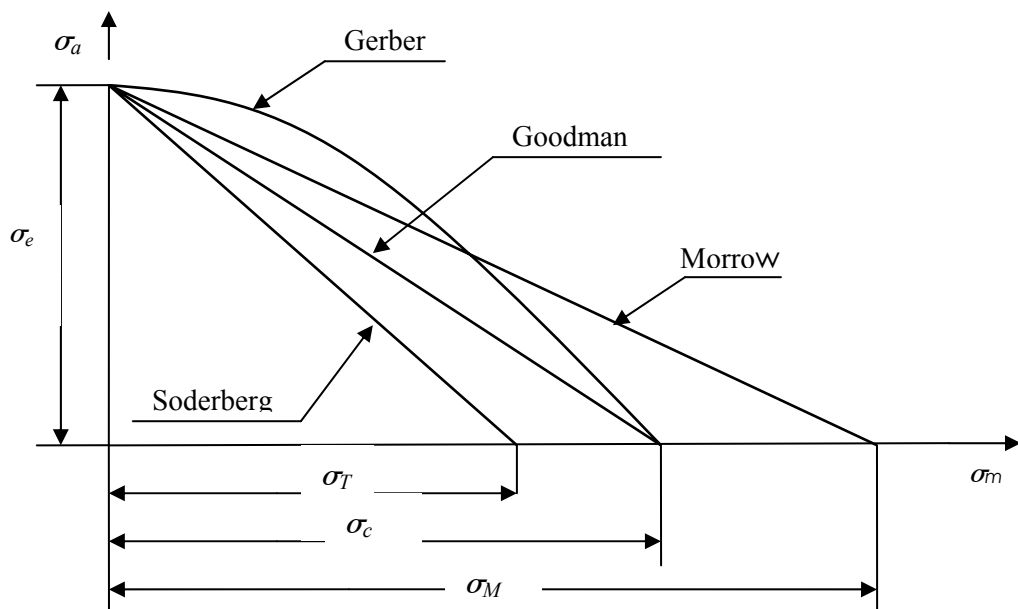
$$\text{Soderberg: } \sigma_a / \sigma_e + \sigma_m / \sigma_T = 1 \quad (2.1.2.5)$$

$$\text{Morrow: } \sigma_a / \sigma_e + \sigma_m / \sigma_M = 1 \quad (2.2.2.6)$$

Види се да дозвољена вредност наизменичног напона опада са порастом вредности средњег напона и да тежи нули када се вредност средњег напона приближава вредности ломног истежућег напона [5].

Пракса показује да подаци теста теже да падну између *Goodman*-ове и *Gerber*-ове криве. *Goodman* – ов израз се често користи због једноставности и благо конзервативних вредности. За горе наведене једначине важи:

1. у свима се користи истежући средњи напон,
2. у случајевима када је средњи напон мали у односу на наизменични напон ( $R \ll 1$ ), постоји мала разлика у методама,
3. *Soderberg* – ова метода је веома конзервативна и користи се када нису изражене ни граница лома ни граница течења,



**Слика 2.2.2.5. Поређење једначина средњег напона**

4. за тврде челике где је максимални напон близу напона лома *Morrow*-ова и *Goodman*-ова крива се поклапају. За дуктилне материјале *Morrow* модел је мање осетљив.

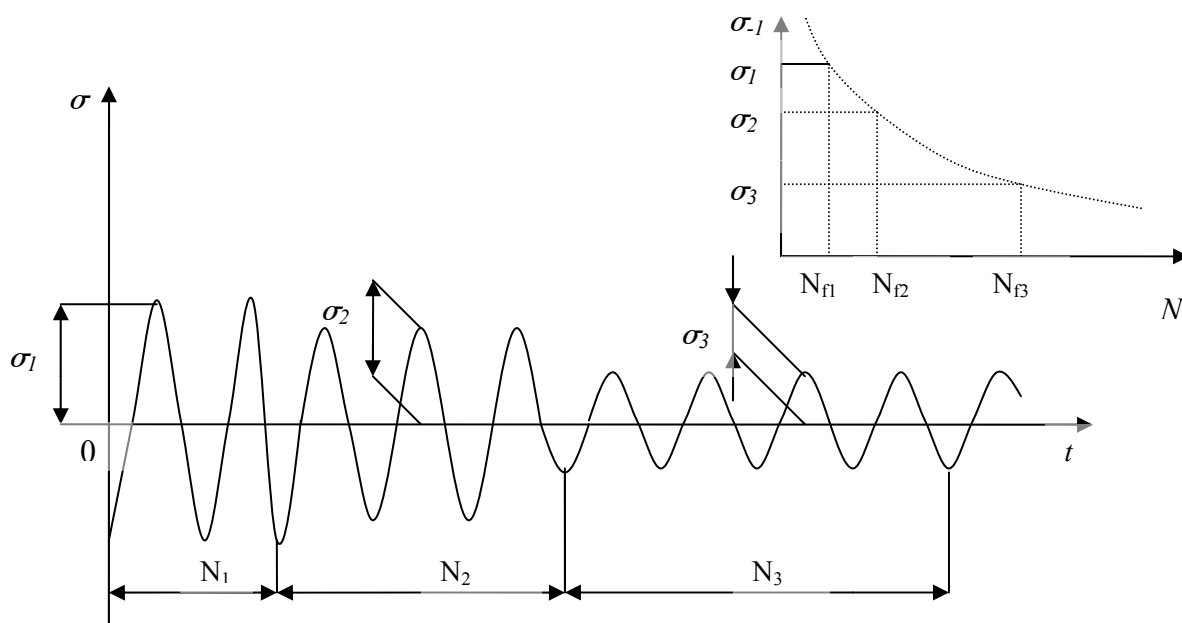
5. када  $R \rightarrow 1$  модели показују веће разлике. У недостатку експерименталних података за ове услове, критеријум границе течења може бити пројектована граница.

### 2.2.3 Анализа оптерећење при променљивом спектру оптерећења

У зависности од начина на који се врши прорачун заморног оштећења постоје и различите хипотезе о акумулацији оштећења. Једна од најпримењивијих за израчунавање трајања делова ако се амплитуда током времена мења је Палмгрен-Мајнер-ово (*Palmgren-Miner*)[4] која гласи: Ако је структурални елемент оптерећен асиметричним циклусом ( $R \neq -1, \sigma_m = 0$ ) променљиве амплитуде  $\sigma_a$ , (Слика 2.2.3.1) критично заморно оштећење, напрстина, ће наступити ако је испуњен услов:

$$\frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_2}{N_{f2}} + \dots + \frac{N_i}{N_{fi}} + \dots + \frac{N_n}{N_{fn}} = \sum_{i=1}^n \frac{N_i}{N_{fi}} = 1 \quad (2.2.3.1)$$

где је  $N_1$  број циклуса са амплитудом напона  $\sigma_1$ ,  $N_2$  број циклуса са амплитудом напона  $\sigma_2$  итд. Такође је  $N_{f1}$  број циклуса до појаве оштећења које издржи структурални елемент ако је оптерећен напрезањем  $\sigma_1$ ,  $N_{f2}$  број циклуса до појаве оштећења које издржи структурални елемент ако је оптерећен напрезањем  $\sigma_2$ , итд.



Слика 2.2.3.1. Шематски приказ *Palmgren-Miner*-овог хипотезе

Ово је такозвана оригинална Палмгрен-Мајнер-ова хипотеза која узима у поступак линеарну акумулацију оштећења, при чему сви спектри напона нижи од трајне динамичке чврстоће имају степен оштећења једнак нули, односно не доприносе акумулацији заморног оштећења по критеријуму појаве заморне напрстине. Ова оригинална Палмгрен-Мајнер-ово хипотеза ради добијања тачнијих резултата при одређеним спектрима

оптерећења претрпела је више корекција па је у литератури могуће наћи већи број варијација оригиналне Палмгрен-Мајнер-ово хипотезе.

## 2.2.4 Методе за корекцију спектра оптерећења

Да би се извршило израчунавање очекиваног века виталних елемената конструкције летелица изложених одређеном спектру оптерећења, потребно је добити вредности сваког нивоа оптерећења, број циклуса на датом нивоу и релацију са укупним бројем циклуса. Те вредности могу бити или из реалне историје оптерећења или процењени. Реалне вредности се добијају директним мерењем или у лабораторијским условима коришћењем мерних трака и тако добијени резултати дају много поузданије резултате. Пошто праћење структуралног елемента у раду захтева улагање у развијање мерне и процесне опреме, његова употреба је ограничена углавном на аеро и космичких летних конструкције као и на аутомобилску и индустрију бродоградње.

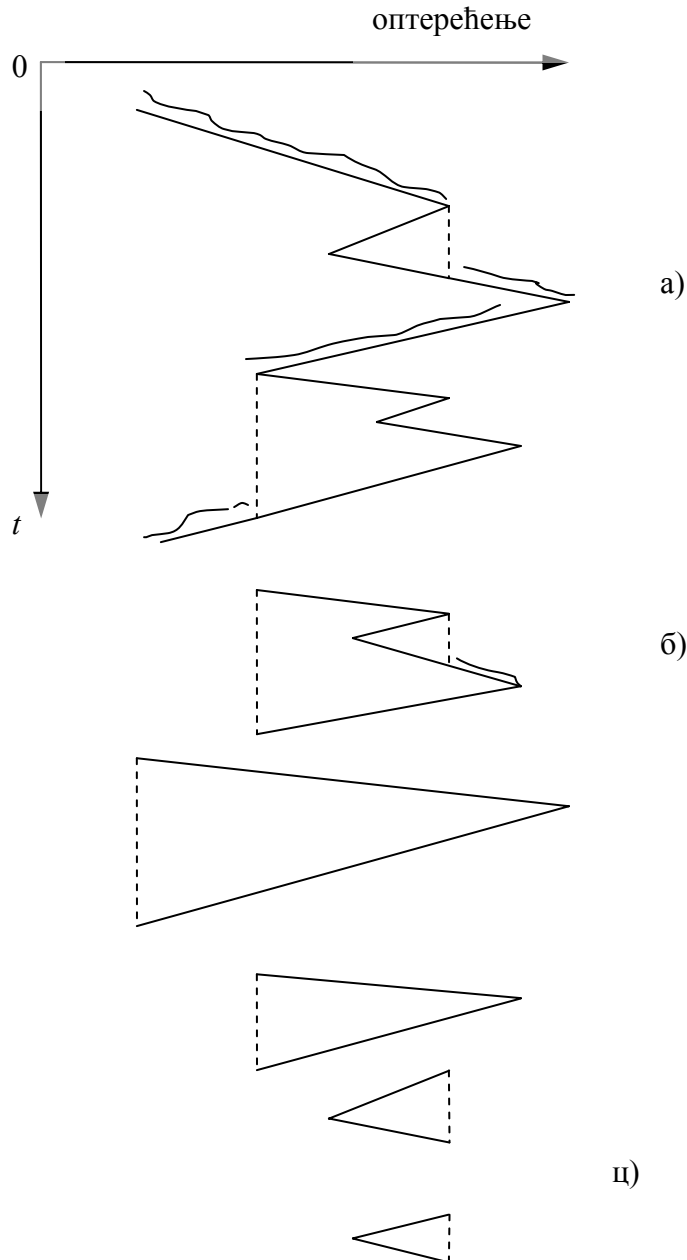
Под спектром оптерећења подразумева се познавање како појединачних интензитета оптерећења и њиховог броја циклуса тако и укупних вредности истих. Подаци једног или више репрезентативних сложених спектра су записани мерењем релативне деформације или оптерећења за време рада у коначном броју блокова, од којих је сваки на једном нивоу оптерећења. Процесирање података у два корака се састоји од бројања максимума и минимума и креирање хистограма са резултујућим факторима  $a_i$ . Модерне методе за пребројавање броја екстрема оптерећења састоје се од селективног регистровања најзначајнијих догађаја[18]. Познато је да је оштећење од замора највише проузроковано малим бројем екстремних догађаја. Модерне процедуре, доле приказане, дефинишу опсег као алгебарску разлику између узастопних минимума и максимума.

**„Rainflow method“** - метод сливања (разливања) кише[5]. Овај метод је вишестепени приступ у пребројавању екстрема, максимума и минимума. У свакој серији су изабрани за разматрање различити опсеги, почев од највећих и при сваком кораку су смањиване границе. Метод има неколико варијанти. Једна од варијанти је приказана шематски на **Сл. 2.2.4.1**. Историја оптерећења је симулирана сценариом сливања кише низ кров. Приказ оптерећења у функцији времена на слици је ротиран тако да је оса на којој се приказује време управљена директно наниже. **Слика 2.2.4.1** приказује везе врхова и долина као делове крова. Предпоставке које се односе за кров и за ток сливања кише су:

- ток сливања кише почиње на највишој тачки и наставља да тече преко крова док не дође до ивице,
- усвојено је да је горњи кров краћи од доњег,
- киша пада вертикално на онај доњи ако је доњи кров краћи,
- киша тече дуж основе нижег крова као да испод мења правац,
- горњи поступак се понавља за мање опсеге, заустављајући се на задатој величини опсега.

Пребројани циклуси су приказани (**Слика 2.2.4.1c**). Метод сливања кише је у сагласности са процесом стабилног понашања материјала при његовом цикличном деформисању. То значи да ће сваки пар размаха који образује пун циклус образовати и одговарајућу потпуну хистерезу. Размаси који одређују један полуциклус образују само

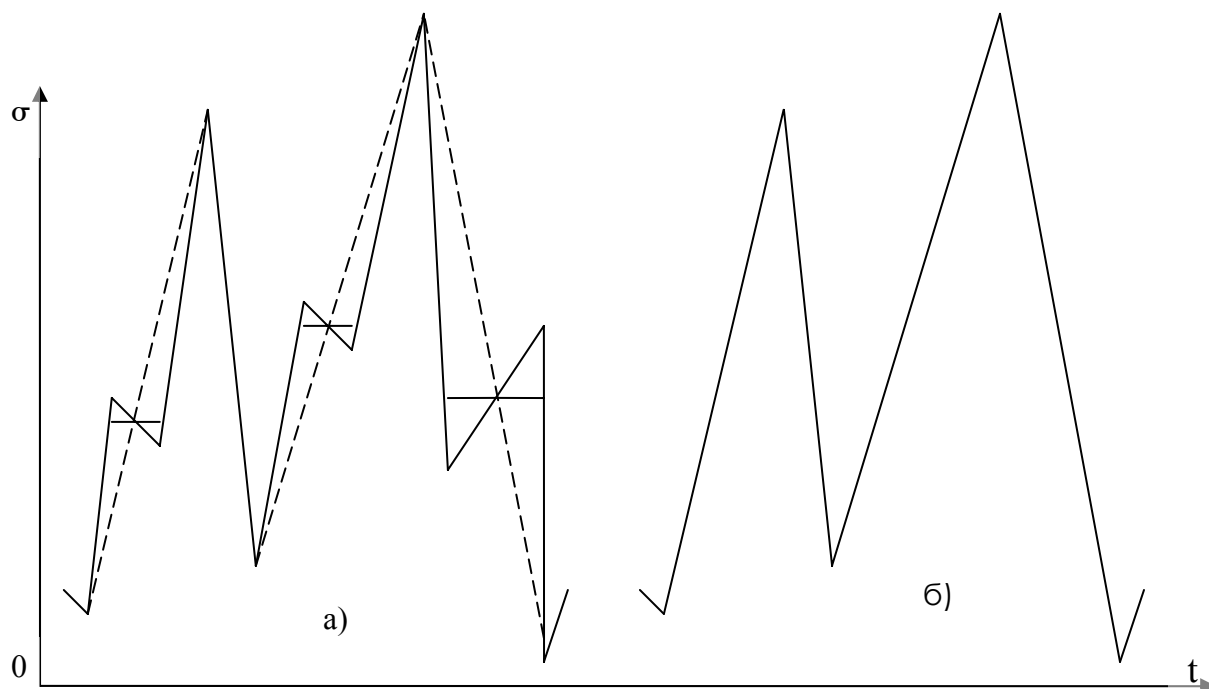
једну грану могуће хистерезе, а та хистереза ће се образовати тек када наиђе одговарајући супротан полуциклус који ће је образовати са првобитним. Овај метод је нарочито применљив код анализа замора који су у вези са методом релативне деформације и најчешће се користи у пракси.



**Слика 2.2.4.1** Метод сливања кише: (а) стаза сливања; (б) бројање изостављених врхова (максимума и минимума); (ц) избрани циклуси који се броје (рачунају)

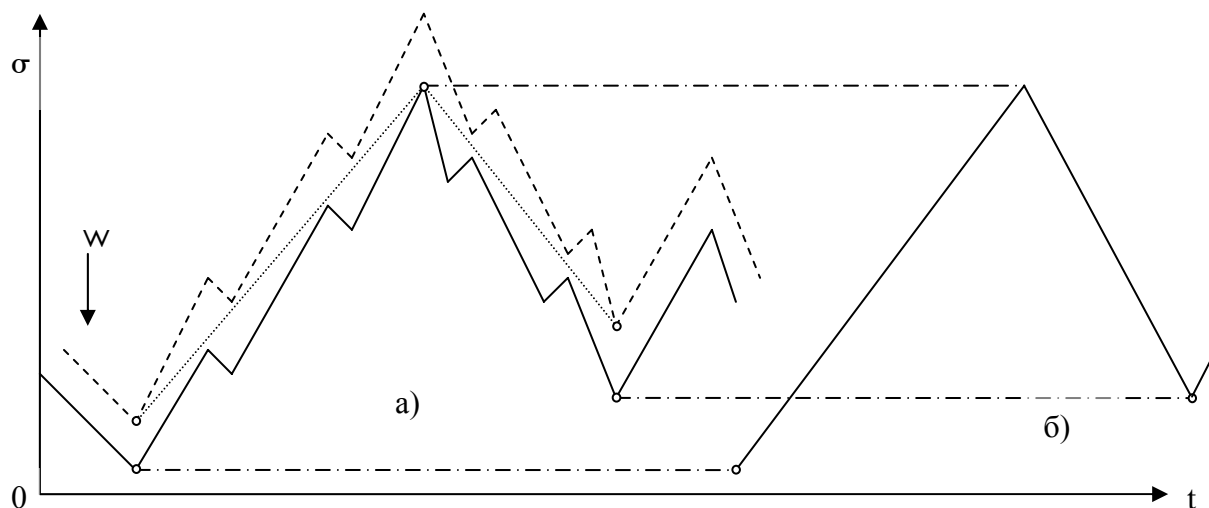
„*Ordered overall range*“ - метод уређеног укупног, општег, опсега [5]. Метод се односи на дефинисање, потом на одређивање највећег врха и најниже долине (најмањег минимума) по редоследу (Слика 2.2.4.2). Ако су мали опсези присутни између изабраних врхова и долина (минимума) они су заклоњени и одбачени. Пребројани циклуси су приказани (Слика 2.2.4.2б) са којима се улази у даљи поступак прорачуна елемената структуре на замор.





**Слика 2.2.4.2. Метод укупног опсега: а) оригинална историја догађаја б) заклоњена историја.**

„*Racetrack method*“ - метод стазе за ( дословно коњске) трке[4] **Слика 2.2.4.3**, илуструје примену методе. Историја догађаја је поједностављена коришћењем ефективне методе заклањања за елиминисање малих опсега. Овде је аналогија са тркачком стазом, чија геометрија има много скретања лево и десно. На слици је ширина тркачке стазе означена са  $w$ . Код угла тркач сече ћошкове, крећући се дуж праве неизломљене стазе. Тако, мањи опсеги су истегнути да би формирали линију. Записани циклуси су показани **Сл.2.2.4.3 б)**.



**Слика 2.2.4.3 - Метод стазе за (коњске) трке: а) оригинална историја догађаја без уклањања; б) заклоњена историја.**

### 2.2.5 Еквивалентни напони

Проблем вишеосног променљивог оптерећења, у општем случају, није једноставан јер се промена оптерећења у разним смеровима може дешавати при разним фреквенцијама што има за последицу промену правца главних напрезања. Овде ће бити речи о случају када је промена напона у три међусобно управна смера дешава с истим фреквенцама и кад су све три промене у фази или кад је разлика у фази  $\pi$ . То значи да сва три главна напона истовремено достижу максималну вредност. У случају да се промена напона дешава по симетричном циклусу у сва три смера тј. :  $\sigma_{1m} \neq \sigma_{2m} \neq \sigma_{3m} \neq 0$ , максимални еквивалентни напон се одређује једначином:

$$\sigma_{maxekv} = \sigma_{aekv} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{3a} - \sigma_{1a})^2]} \quad (2.2.5.1)$$

где су  $\sigma_{1a}$ ,  $\sigma_{2a}$  и  $\sigma_{3a}$  амплитуде напона у смеру главних праваца напрезања. Ако се промена напрезања у три главна правца дешава по асиметричном циклусу, треба посебно одредити еквивалентно средње напрезање  $\sigma_{mekv}$ , а посебно еквивалентну амплитуду  $\sigma_{aekv}$ . Еквивалентна амплитуда се одређује помоћу израза ( 2.1.5.1 ), а еквивалентни средњи напон из једначине:

$$\sigma_{mekv} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m} + \sigma_{3m} \quad (2.2.5.2)$$

Са тако одређеним вредностима улази се у процену интегритета структуре.

### 2.3. Понашање материјала при малоциклесном замору

У новије време подаци потребни за дефинисање понашања материјала при малоциклесном оптерећењу на замор најчешће се добијају на основу резултата испитивања аксијално, једноосно, циклично оптерећених епрувета. Овај тип спољњег оптерећења се скоро сасвим равномерно расподељује по целом критичном попречном пресеку, односно на читавом пресеку владају исти услови који се односе на стање напона и деформација, па се резултати, који су добијени овим путем сматрају као најмеродавнији за материјал. Претпоставка је да се са равним епруветама може симулирати оштећење под дејством замора у зони концентрације напона елемената структуре. Еквивалентно оштећење под дејством замора појављује се и на епрувети и на реалном структуралном елементу у датој зони, ако су обоје изложени идентичној напонско-деформационој историји.

Епрувете се излажу малоциклесном замору при условима:

1. контролисаних деформација,
2. коефицијенту асиметрије  $R_\epsilon = \epsilon_{min}/\epsilon_{max} = -1$ ,
3. оптерећење се понавља неколико пута,
4. на собним или дефинисаним температурама.

Савремени уређаји за испитивања овог типа имају могућности да контролисано уводе вредности напона, деформација или неке од комбинација ових параметара. Три су разлога што се у досадашњој пракси показало као најпогодније да се епрувета оптерети циклично увођењем контролисаних релативних деформација:

- то су типичнији од свих услова, који се јавља у многим ситуацијама током експлоатације, нарочито на местима појаве лома, односно на местима концентрације напона,
- релативна деформација може или да се израчуна или да се брже измери
- код испитивања где се уводе контролисане релативне деформације избегавају се компликације које могу да настану током цикличног оптерћења.

Полазну основу у цикличној анализи напон – релативна деформација чини монотона крива која се добија статичким испитивањем *Сл.2.3.1*. Укупна релативна деформација  $\varepsilon$  у свакој тачки на кривој се састоји од две компоненте:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (2.3.1)$$

где је:

- $\varepsilon_e$  - еластична компонента релативне деформације
- $\varepsilon_p$  - пластична компонента релативне деформације

Еластична компонента релативне деформације је дата једначином:

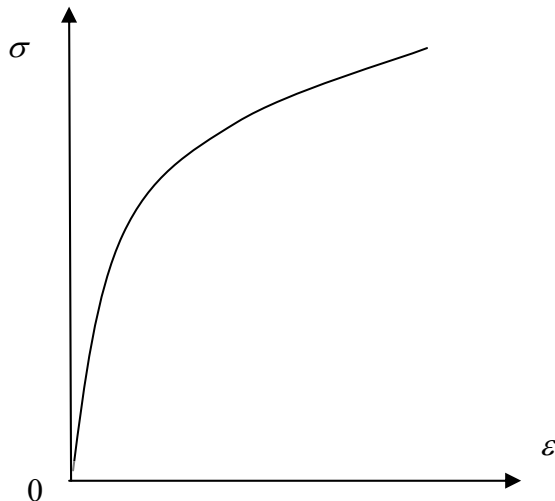
$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}, \quad \text{а пластична компонента} \quad \varepsilon_p = \left( \frac{\sigma}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.3.2)$$

те једначина (2.3.1) може да се напише у облику:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.3.3)$$

У овом изразу је:

- $E$  - модул еластичности
- $K$ - константа, ”кофицијент чврстоће” која повезује пластичне релативне деформације са одговарајућим напонима и која је једнака напону када релативна пластична деформација има вредност 1
- $n$  - експонент очвршћавања релативне деформације.



**Слика 2. 3.1. Типична статичка крива напон-деформација**

Вредности за  $n$  и  $K$  се одређују експериментално.

Еластична компонента релативне деформације је линеарна, а пластична компонента степена функција вредности напона и добијена је експерименталним путем. Једначина (2.3.3) је позната и као *Рамберг–Озгуд-ова* (Ramberg - Osgood) једначина, а овом приликом биће означена и као “шаблон једноструке, појединачне амплитуде” (*single-amplitude template*).

### 2.3.1. Материјали стабилних карактеристика

За материјал кажемо да је материјал стабилних карактеристика, ако је једначином (2.3.3) дефинисана његова монотона крива напон – релативна деформација. То значи да је понашање материјала приказано обликом криве напон – релативна деформација независно од времена, тј. да је увек исто и да ће се понављати из циклуса у циклус, наравно, под условом да су задате амплитуде константне, односно када важи да је:

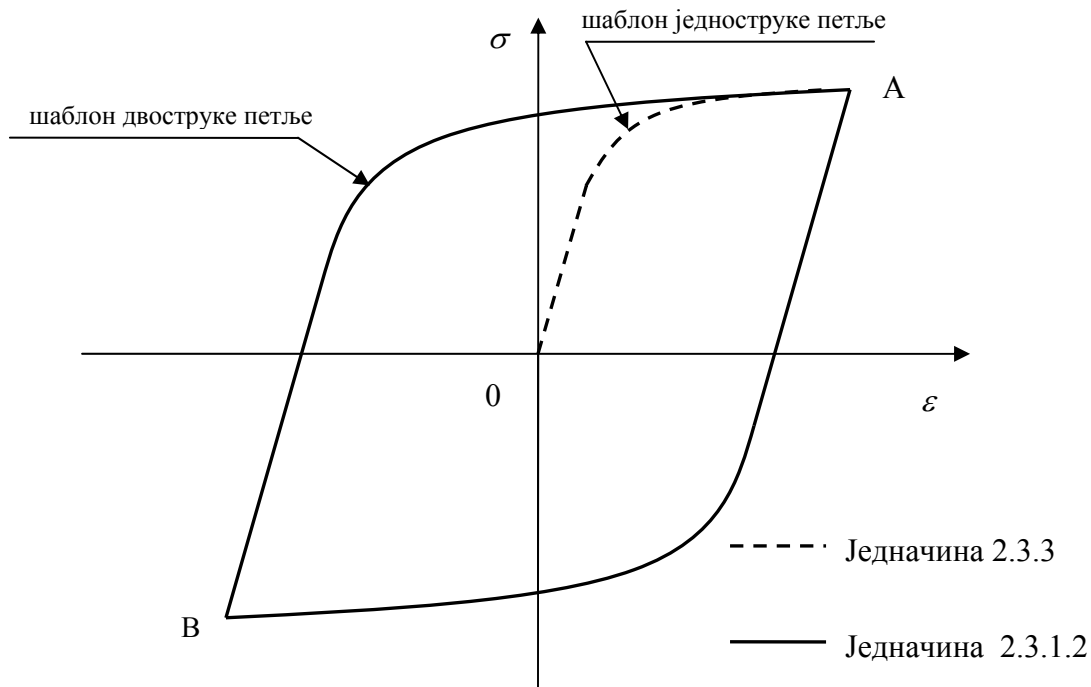
$$R_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max}} = -1$$

$R_{\varepsilon}$  - коефицијент асиметрије.

Крива дата једначином (2.3.3) дефинише цикличну криву напон – релативна деформација за материјал, како је то приказано на **Сл. 2.3.1.1**. Формирање цикличне криве **Сл. 2.3.1.1** почиње наношењем задате, прве, почетне релативне истежуће деформације и достизањем тачке  $A$ . Подразумева се, да у овој фази, од неоптерећеног стања (тачке  $O$ ) до тачке  $A$  (која одговара задатој вредности релативне деформације) крива напон – релативна деформација има облик дефинисан једначином (2.3.3). По достизању тачке  $A$  мења се за  $180^{\circ}$  смер задавања релативне деформације. У том случају, прво се позитивна вредност, која одговара истежању смањује, релативна деформација пролази кроз вредност  $0$  и достиже задату, максималну, негативну вредност која одговара тачки  $B$ .

У другој фази крива промене напон – релативна деформација је дефинисана граном  $AB$ . У тачки  $B$  поново се мења смер задавања релативне деформације, до поновног

достизања тачке  $A$  и сада је крива промене напон – релативна деформација дефинисана граном  $BA$ .



**Сл. 2.3.1.1 Шематски приказ криве „шаблон једноструке петље“ и криве „шаблон двоструке петље“**

Треба да се напомене да су гране  $AB$  и  $BA$  идентичне, ако се узме у обзир да су обрнути смерови обе координатне осе. Узастопно понављање овог поступка ће увек да следи затворену криву петљу  $BAB$  и увек у смеру казаљки на сату за велики број циклуса. Током највећег броја циклуса, или што је исто, највећег дела радног века ова крива, која је означена као петља хистерезиса се понавља. Очигледно је да код оваквог облика петље и опсег промене вредности напона  $\Delta\sigma$  остаје константан. Извесне промене, могу да се дешавају непосредно уочи лома, и манифестоваће се тако што ће вредност напона у тачки  $A$  да опадне и што ће се деформисати облик криве у околини тачке  $B$  (Сл.7.8 и Сл.7.10). Ове промене су последице настанка и раста прскотина под дејством замора.

Једначине које описују промене напона и релативне деформације, односно које дефинишу облике грана  $AB$  и  $BA$  добијају се тако што се дуплирају вредности и напона и релативне деформације у једначини (2.3.3). Подразумева се да се том приликом за сваку грану узима одговарајућа тачка  $A$  или  $B$  као координатни почетак. Тако добијена резултујућа крива названа је “шаблон двоструке амплитуде” (*double-amplitude template*) и дата је изразом:

$$2 \cdot \varepsilon = 2 \cdot \left( \frac{\sigma}{E} \right) + \left( 2 \cdot \frac{\sigma}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.3.1.1)$$

Ова једначина може да се напише и у нешто општијем облику, коришћењем термина цикличних опсега напона и релативне деформације:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (2.3.1.2)$$

Ако се уведу претпоставке да су вредности параметара  $n$  и  $n'$  једнаке и ако важи да је:

$$K' = 2^{(1-n)} \cdot K$$

слиди да је једначина цикличне петље иста као и полазна једначина напон – релативна деформација (2.3.3). Подразумева се, наравно, да су дуплиране полазне вредности напона и релативне деформације. Такође, треба да се напомене да су облици грана петље, криве  $AB$  и  $BA$  идентичне за циклично стабилни материјал. Параметри  $K'$ ,  $K$ ,  $n'$  и  $n$  се одређују експериментално и може се десити да уведене претпоставке нису оправдане, да не важе. Међутим, ако разлике нису значајне у циљу поједностављења вредности добијене статичким (монотоним) испитивањем могу да се користе да би се апроксимирале вредности током цикличног оптерећивања.

При малоцикличном оптерећењу на замор идеализована напонско-деформациона крива има облик хистерезисне петље (*Слика 2.3.1.2*). Први ју је описао и дао име хистерезисна петља (Hysteresis loop) Bairstow[34]. Ова петља представља резултат елиминације времена као параметра из задатог циклуса деформисања и из циклуса отпора деформисању као одзив материјала и служи за анализу процеса замарања. Вредност деформација  $\Delta\varepsilon$  је једнака укупној ширини петље, вредност напона  $\Delta\sigma$  одговара њеној укупној висини, а амплитуда напона једнака је половини вредности напона.

Увођењем амплитуда деформација као половине деформација добија се:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \quad (2.3.1.3)$$

Крива дата једначином (2.3.1.2) изражена преко амплитуда напона и релативне деформације назива се крива хистерезиса и има облик:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (2.3.1.4)$$

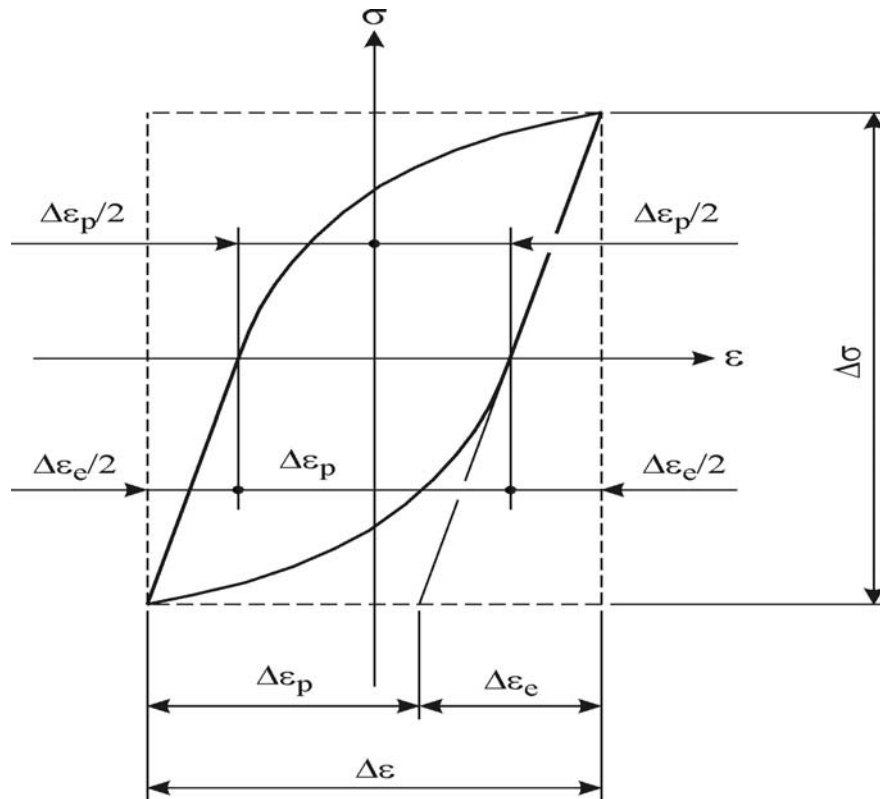
или множењем са 2 облик:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2 \cdot \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (2.3.1.5)$$

Једначина (2.3.1.5) је тз. једначина криве стабилованих хистереза [12].

Различита понашања материјала изложених малоцикличном оптерећењу на замор заснива се на претпоставкама:

- Са настанком пластичних деформација не мењају се константе еластичности материјала,
- Отвореност петље хистерезе је мала и занемарује се,



**Слика 2.3.1.2. Идеализована хистерезисна петља са начином одређивања еластичне и пластичне компоненте релативне деформације**

- Део циклуса  $N = 0,25$  до тачке 1 **Слика 2. 3.2.2**, се занемарује,
- Промене средњих вредности напона и деформација су мале и занемарују се.

Већина материјала при малоциклесном оптерећењу на замор на одређеном нивоу контролисане деформације постижу стабилизано стање. Висина хистерезисне петље изражена преко величине напона незнатно се мења. Хистерезу за циклус у области стабилизације  $N_S$  који је близак или једнак половини броја циклуса до појаве прскотине  $N_f$  зовемо *стабилизованом хистерезом*. Стабилизована хистереза је представник свих хистереза и служи за дефинисање комплетног процеса малоциклесног замора[9].

Понашање структуре под дејством оптерећења на замор најбоље се описује у функцији релативне деформације. То је нарочито важно у ситуацијама када су у великој мери присутни деформације и средњи напони у зони концентрације напона чије су вредности у пластичној области понашања материјала, као и код случаја оптерећења променљиве амплитуде са преоптерећењима и код малоциклесног оптерећења на замор при ниском броју циклуса.

Примена приступа релативна деформација - радни век има два дела:

Први део, где је потребно да се одреде вредности локалних напона и релативних деформација.

И други део у коме се одређује радни век коришћењем локалних вредности напона и релативних деформација на основу израза који повезују релативне деформације и напоне.

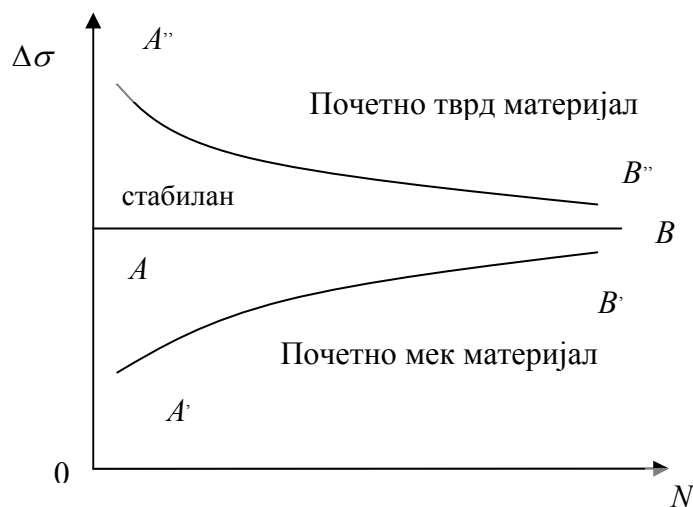
### 2.3.2 Материјали променљивих карактеристика

Досадашња разматрања су се односила на материјале стабилних карактеристика, који су били изложени цикличном оптерећењу константне амплитуде. Међутим, само је мали број материјала који се тако, или бар приближно тако понаша. Код велике већине материјала, током почетног дела цикличног оптерећивања долази до:

- цикличног очвршћавања (ојачавања) или
- цикличног омекшавања (слабљења).

Циклично очвршћавају материјали, који су у неоптерећеном стању били мекани, док омекшавање настаје код оних, који су као неоптерећени били тврди. Очвршћавање или омекшавање материјала током цикличног оптерећивања се манифестује:

- променама вредности опсега напона *Сл. 2.3.2.1* и променама вредности напона у крајњим тачкама петље хистереза *Сл. 2.3.2.2* и
- променама облика самих петљи *Сл. 2.3.2.2*.



**Слика 2.3.2.1. Шематски приказ циклусног слабљења, односно ојачавања материјала изложених циклусном оптерећењу**

За материјале, који су у неоптерећеном стању били мекани захтеване вредности опсега напона, које су потребне да би се одржала константна вредност амплитуде релативне деформације мењају се, повећавају, у функцији броја циклуса дуж криве  $A'B'$ , док за материјале који су у неоптерећеном стању били тврди одговарајуће промене, смањивање опсега, прате криву  $A''B''$ . Уобичајено је да опсег напона достигне своју стабилну вредност за  $10 \div 20\%$  броја циклуса. Код свих материјала, изложених циклусном оптерећењу, постоји општа тежња да се достигне јединствено равнотежно стање *Сл. 2.3.2.1*.

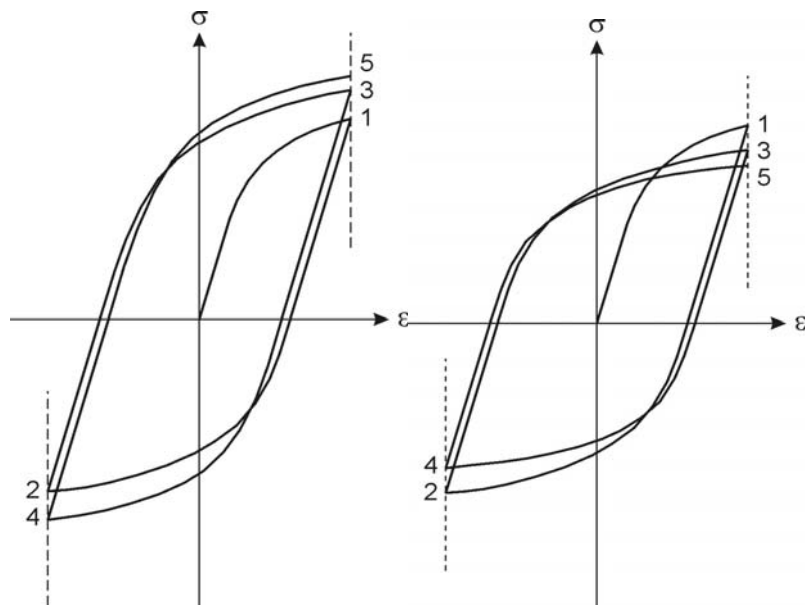


Притом треба указати на чињеницу да сваком појединачном опсегу релативне деформације одговара његов сопствени равнотежни ниво напона. Што је већи опсег релативних деформација, виши је и ниво напона.

Промене опсега су везане за унутрашње измене у структури материјала, а такође треба да се напомене да један исти материјал може у зависности од почетног стања (термичке обраде), током цикличног оптерећивања да: очвршћава или да омекшава. Критеријум, помоћу кога може да се одреди да ли ће током цикличног оптерећења материјал да очвршћава или да омекшава, утврђује се на основу података који се добијају формирањем полазне (основне) криве за материјал, на основу статичког испитивања, а потребни подаци су:

$\sigma_M$  - крајња ломна вредност напона (затезна чврстоћа) и

$\sigma_T$  - вредност напона на граници развлачења.



**Слика 2.3.2.2 Шематски приказ цикличног ојачавања (а) и цикличног слабљења материјала (б)**

Вредност напона на граници развлачења се достиже при ниској, док крајња, ломна, вредност напона одговара високој вредности пластичне релативне деформације. Однос крајње (ломне) вредности напона према напону на граници развлачења је податак, који указује на величину монотоног очвршћавања релативних деформација којем је материјал изложен за време уобичајеног испитивања истезањем. Ако је експонент очвршћавања релативне деформације  $n$  висок, односно, ако је висок однос напона  $\sigma_M / \sigma_T$ , може да се очекује да ће и материјал циклично да очвршћава током излагања променљивом релативном деформисању када релативне деформације постају пластичне. Супротно, ако је експонент очвршћавања релативне деформације  $n$  низак, а такође и однос напона  $\sigma_M / \sigma_T$ , онда долази до омекшавања материјала. Комбиновањем података, који су

добити статичким испитивањем и података о понашању материјала током испитивања на замор, одређен је критеријум, који може да предвиди понашање материјала током цикличног оптерећивања. Дефинисане су две граничне вредности односа  $\sigma_M / \sigma_T$ : 1,4 и 1,2 и закључено је:

- уколико је  $\sigma_M / \sigma_T > 1,4$  материјал ће вероватно да очвршћава
- уколико је  $\sigma_M / \sigma_T < 1,2$  материјал ће вероватно да омекшава
- За вредности између 1,2 и 1,4 не постоји поуздан закључак, који може да се јединствено примени, пошто је утврђено да под овим условима, неки материјали циклично очвршћавају, а неки омекшавају[27].

Предвиђање понашања материјала може да се одреди и на основу вредности експонента очвршћавања релативне деформације  $n$ . Граничне вредности у овом случају су 0,14 и 0,10 и утврђено је:

- уколико је  $n > 0,14$  материјал ће вероватно да очвршћава
- уколико је  $n < 0,1$  материјал ће вероватно да омекшава
- За вредности између 0,1 и 0,14 не постоји поуздан закључак, који може да се јединствено примени, пошто је утврђено да под овим условима, неки материјали очвршћавају, а неки омекшавају.

Како је већ речено, многи материјали се стабилишу врло рано. То значи да је могуће да се током цикличног оптерећења константне амплитуде користи петља хистерезе приказана на *Сл. 2.3.1.1* или *Сл. 2.3.1.2*, која је добијена коришћењем једначина (2.3.1.1). Међутим, постоје материјали код којих се то не дешава не само рано него код неких ни уопште. За материјале таквог типа, уобичајена је пракса да се усвоји средња вредност цикличне криве напон – релативна деформација, која је дефинисана обликом и димензијама одговарајуће криве која одговара средњем броју циклуса, односно половини предвиђеног броја циклуса.

### **2.3.3. Материјали изложени сложеном цикличном оптерећењу променљиве амплитуде**

Материјал, односно структурални елемент, је током експлоатације најчешће изложен дејству сложеног цикличног оптерећења како је приказано на *Сл. 2.3.3.1a*)

. Овакав тип оптерећења чини:

- неколико циклуса оптерећења истих или различитих карактеристика,
- сви циклуси имају историју

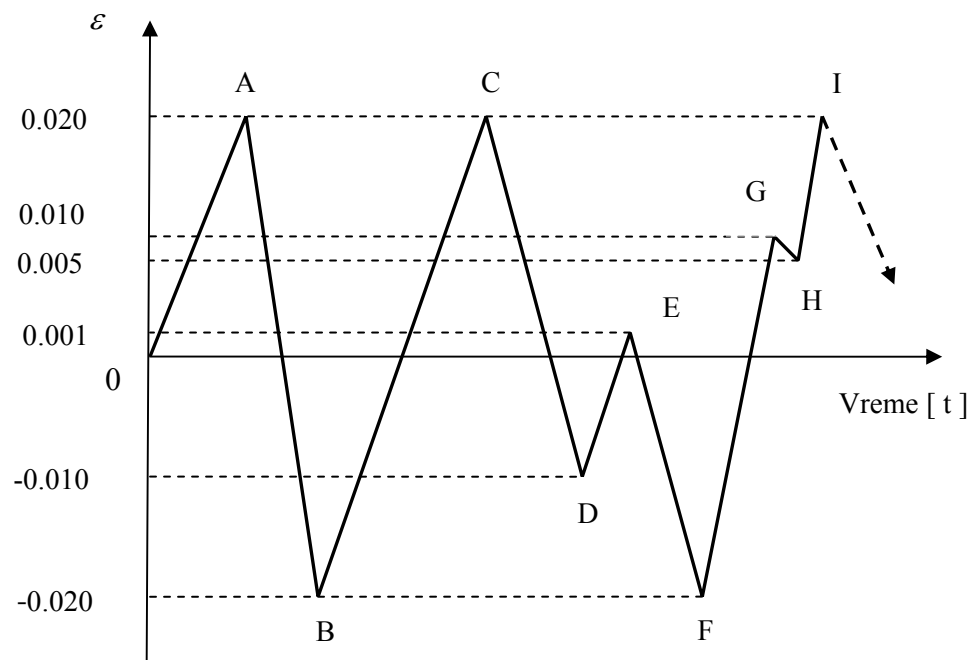
За анализу понашања материјала под овим типом оптерећења потребно је да се, експериментално и прорачунски, одреде облици кривих:

- “шаблон једне, појединачне, амплитуде “ (једначина (2.3.3)),
- “шаблон дупле, двоструке амплитуде “ (једначина (2.3.1.1)).

За материјал је претпостављено и усвојено да је у стабилној фази, било да је стабилан или стабилисан кроз процес цикличног очвршћавања или омекшавања. Криве, које укупно представљају историју сложеног цикличног оптерећења, у принципу се конструишу

коришћењем кривих “шаблон једне, појединачне амплитуде“ и “шаблон дупле, двоструке амплитуде“, односно исто као и већ описане криве, петље хистерезе, за циклично оптерећење константне амплитуде; с том разликом што:

- у случају сложеног цикличног оптерећења мењају се положаји неких координатних почетака (тачке  $B, D, F$ , или  $A, C, G, E$  *Сл. 2.3.3.1б*) из којих се конструишу, поједине гране петље хистерезе
- постоји неколико петљи хистерезе и
- приликом конструисања петљи хистерезе за случај сложеног цикличног оптерећења неопходна је примена правила недозвољавања, забране, или правила памћења.



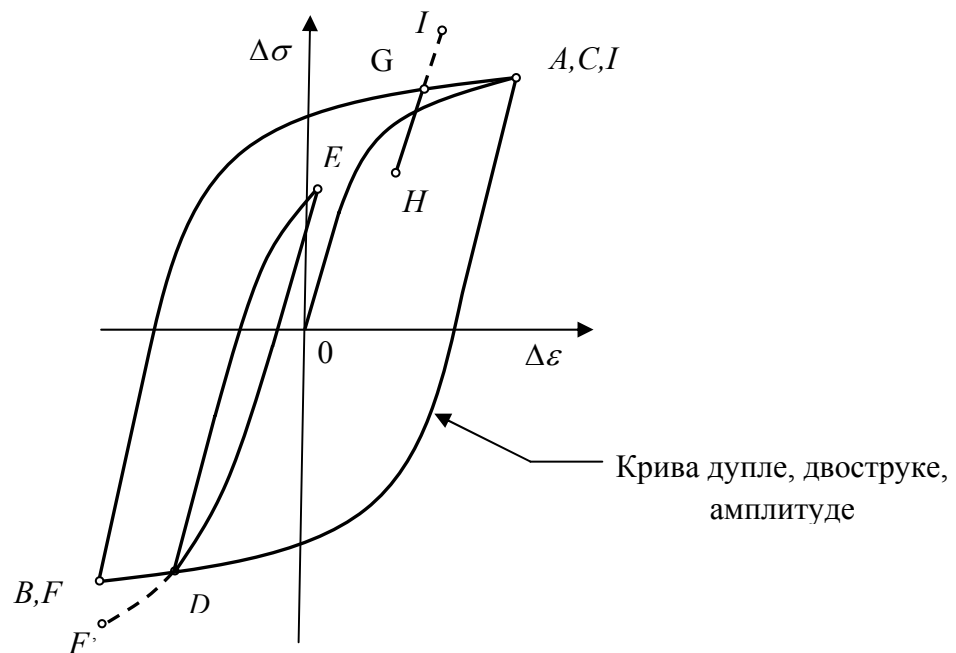
*Слика 2.3.3.1а) Пример сложеног цикличног оптерећења*

Наведено правило, које важи за стабилне или стабилисане материјале, омогућава да истим екстремним вредностима крајњих релативних деформација одговарају исте вредности напона. Правило се примењује у случају када се догоди да једна грана петље хистерезе, која је дефинисана кривом “шаблон дупле, двоструке, амплитуде“, пресече под знатним, незанемарљивим, углом неку од предходно формираних кривих истог типа. На *Сл. 2.3.3.1б*) приказано је да крива са почетком у тачки  $E$  уз стриктну примену “шаблона дупле, двоструке, амплитуде“ за крајњу негативну вредност релативне деформације достиже тачку  $F'$ . Такође, види се да крива са почетком, односно, теменом у тачки  $E$  сече у тачки  $D$  претходно формирану криву истог типа, само са почетком, тј. теменом, у тачки  $A$ . У овом случају се примењује правило памћења па се дефинише да крива са почетком у тачки  $E$ , која описује промену напона у функцији промене релативне деформације у делу циклуса  $EF$  има две гране:  $ED$  и  $EF$ , а не јединствену  $EF'$ . Кривом  $AB$  дефинисане су граничне вредности, које ниједна касније формирана крива не сме да пређе. Исти је случај и са кривом  $BA$ . Уколико се жели обухвати и почетни период време, док је неки оригинално нестабилни материјал у фази цикличног стабилисања, очвршћавања или

омекшавања, уместо наведених користе се модификовани облици кривих “шаблон једне, појединачне амплитуде“ и “шаблон дупле, двоструке амплитуде“. По завршетку конструисања укупног дијаграма промена напон – релативна деформација током сложеног цикличног оптерећења променљиве амплитуде мора да се изврши анализа како би се утврдио:

- број и тип различитих затворених петљи хистерезе,
- ниво средњег напона у свакој од њих.

На дијаграму који је приказан на *Сл. 2.3.1.16)* постоје три различите затворене петље хистерезе:



*Слика 2.3.3.16) Три различите затворене петље хистерезе*

- спољна петља,  $ADBC$  код које је вредност средњег напона једнака  $0$ ,
- унутрашња, средња, петља  $DED$ , код које је средњи напон има малу негативну вредност, која може да се занемари и
- унутрашња, еластична петља  $GHG$ , код које средњи напон има велику позитивну вредност, али мали опсег промене релативне деформације (само у домену еластичног понашања материјала).

Овако дефинисане затворене петље хистерезе користе се у прорачуну структуралног елемента под дејством замора, тако што се свака од њих сматра за посебан догађај и свака доприноси дужини интегритета елемента, односно конструкције.

### 2.3.4 Средњи напон

Средњи напон има значајан утицај приликом дефинисања понашања материјала или структуралних елемената под дејством оптерећења на замор. Зависно од смера, типа, оптерећења може да буде изузетно штетан односно да битно утиче на смањење дужине радног века. Посебно је важно да се разуме начин на који је средњи напон уведен у

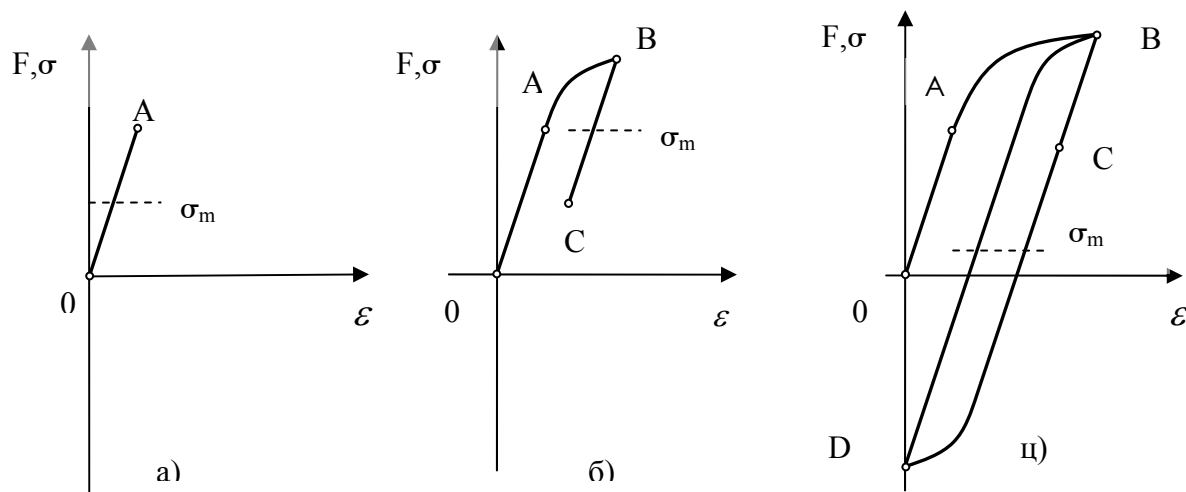
елемент, јер једино на тај начин може да се правилно третира приликом пројектовања структуралног елемента, односно радног склопа. Постоје, у основи, два начина како може да се формира, генерише, средњи напон:

- задавањем, контролисаним наношењем силе (оптерећења) и
- задавањем, контролисаним наношењем релативне деформације.

### 2.3.4.1. Генерисање средњег напона контролисаним наношењем силе

У највећем броју случајева индуковање, стварање, средњег напона током испитивања епрувета остварује се цикличним наношењем спољне силе, при чему су циклуси тако дефинисани да је средња вредност силе различита од 0. Разматра се три могућа случаја аксијалног, једноосног, оптерећења епрувете, како је приказано на **Сл. 2.3.4.1.1**. У првом случају, који је приказан на делу **Сл. 2.3.4.1.1** ниво оптерећења је у домену еластичног понашања материјала, па је функција промене напона у зависности од релативне деформације дефинисана (у оба смера и код оптерећивања и код растерећивања) правом линијом  $0A0$ , а вредност средњег напона је средина вредности напона у тачкама 0 и А.

У другом случају, који је приказан на **Сл. 2.3.4.1.1б**) ниво оптерећења улази у домен пластичног понашања материјала (између тачака А и В), а затим следи део циклуса са оптерећењем у еластичној зони понашања материјала (између тачака В и С). Вредност средњег напона је средина вредности напона у тачкама В и С. На дијаграму на **Сл. 2.3.4.1.1ц**) оптерећење истезањем улази у област пластичног понашања материјала, (око и код тачке В) затим долази до растерећења и оптерећења притиском (око и код тачке D),



**Слика 2.3.4.1.1** Генерисање средњег напона контролисаним наношењем оптерећења

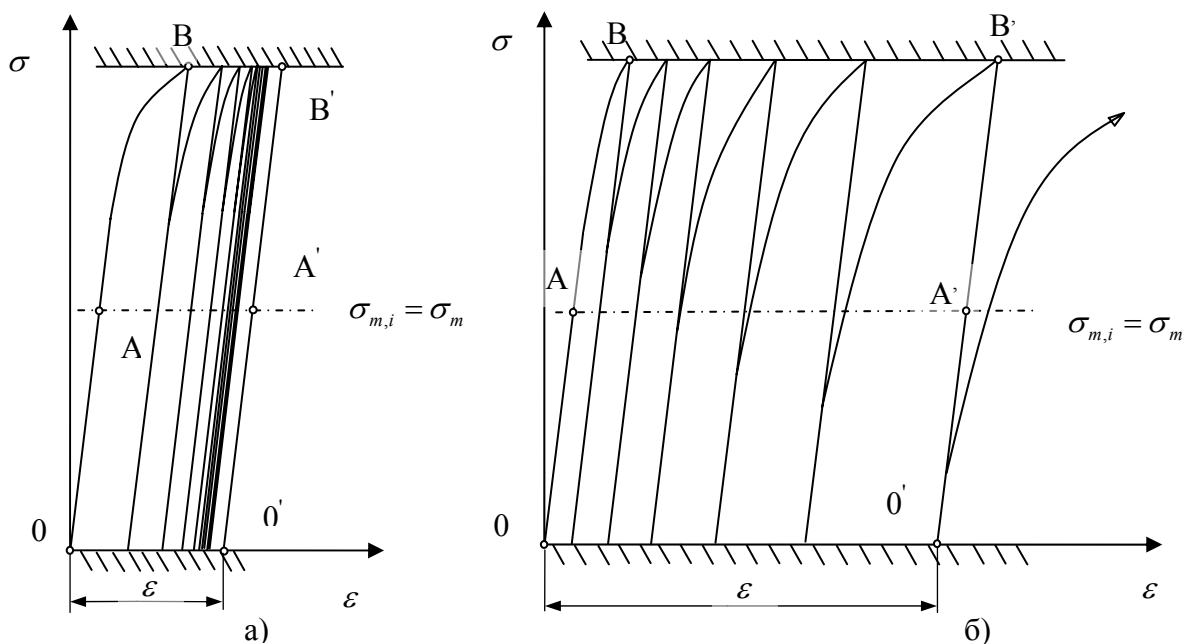
такође у домену пластичног понашања материјала и, коначно, до поновног оптерећења у тачки В. На овај начин формирана је петља хистерезе и обухваћено је пластично понашање материјала приликом оба смера потерећења и код истезања и код притиска. У овом случају, средњи напон је алгебарска средина екстремних вредности напона у тачкама В и D. Овде треба да се напомене да код испитивања равних, глатких, епрувета при једноосном оптерећењу контролисаним наношењем силе у случају да је ниво оптерећења

у домену еластичног понашања материјала, средња вредност спољне силе одговара средњој вредности напона у епрувети.

Уколико ниво оптерећења улази у домен пластичног понашања материјала, односно ако постоји циклично пластифицирање долази до цикличног акумулирања, нагомилавања, релативне деформације, што је приказано на *Сл. 2.3.4.1.2*. Подразумева се да се том приликом акумулира, повећава или смањује пластична компонента релативне деформације. Акумулирање, пораст релативне деформације доводи до појаве средње вредности релативне деформације, која је дефинисана на исти начин, као и средњи напон. На величину, односно количину и брзину нагомилавања релативне деформације утичу три чиниоца:

- величине цикличног пластифицирања (дубине залажења у област пластичног понашања материјала у сваком појединачном циклусу)
- тип материјала, да ли циклично очвршћава или омекшава
- укључени средњи напон

Пластично акумулирање, односно нагомилавање релативне деформације дешава се дуж осе релативне деформације и дефинисано је растојањем  $00'$ . Код материјала, који циклично очвршћавају, прираштај пластичног акумулирања релативне деформације по једном циклусу се смањује из циклуса у циклус и тежи ка нули. У тренутку када материјал постигне стабилно стање, његово понашање је скоро сасвим еластично, како је приказано кривом (скоро правом)  $0'B'0'$  *Сл. 2.3.4.1.2a*). Почетна истежућа сила,



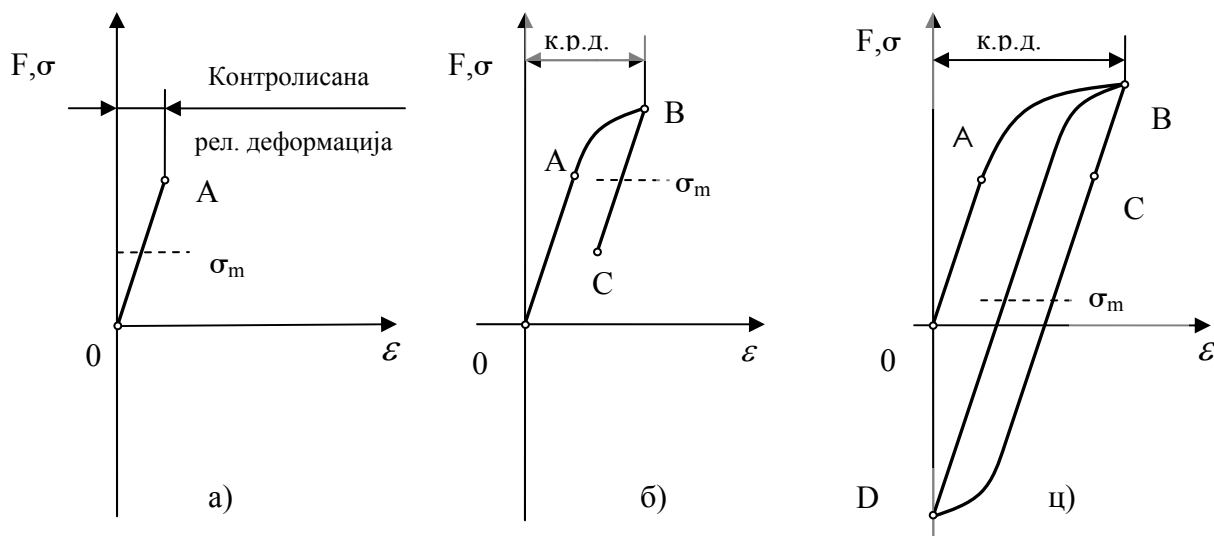
**Слика 2.3.4.1.2** *Циклично нагомилавање пластичне компоненте релативне деформације*

оптерећење, створила је значајну компоненту релативне пластичне деформације, међутим, после стабилизације, очвршћавања под истим нивоом напона иста ће бити сведена на нулу. Насупрот овом, код материјала, који циклично омекшавају, прираштај пластичног акумулирања релативне деформације по једном циклусу значајно расте из циклуса у циклус, наравно под условом да је максимални напон довољно висок

(Сл. 2.3.4.1.2 б)). Акумулација релативне деформације расте све док се у материјалу не појави локално стањивање (*necking*) или кидање пре настанка и ширења класичне прскотине под дејством замора, па је и каснији изглед лома сличан лому приликом монотоног, статичког, испитивања истезањем. Имајући ову чињеницу у виду, очигледно је да за одређивање карактеристика понашања материјала који омекшавају под дејством замора, није погодно испитивање под високим једноосним, аксијалним, оптерећењем уз примену контролисаног наношења силе односно оптерећења.

### 2.3.4.2. Генерисање средњег напона контролисаним наношењем релативне деформације

Средњи напон може да се створи, индукује, и контролисаним наношењем релативне деформације. У овом случају понављаће се довођење епрувете у стање максималне и минималне релативне деформације, како је то приказано на Сл. 2.3.4.2.1. Релативне деформације, које су приказане на делу Сл. 2.3.4.2.1а) су у домену еластичног понашања материјала, па је средњи напон средина вредности напона у 0 и у А. Код оптерећења приказаног на Сл. 2.3.4.2.1б) почетна релативна деформација (део дијаграма 0АВ) улази у домен пластичног понашања материјала, међутим, у другом, повратном, делу (део дијаграма ВД) остаје у домену еластичног понашања. У овом циклусу постојаће мало или нимало пластичне деформације, а средњи напон се одређује као алгебарска средина вредности напона у В и С. Коначно, и почетна и повратна релативна деформација која је приказана на Сл. 2.3.4.2.1с) имају довољно велики интензитет, и улазе обе у домен пластичног понашања материјала. То значи да долази до формирања затворене петље хистерезе ВДВ, а вредност средњег напона се одређује као алгебарска средина екстремних вредности напона у тачкама В и Д.



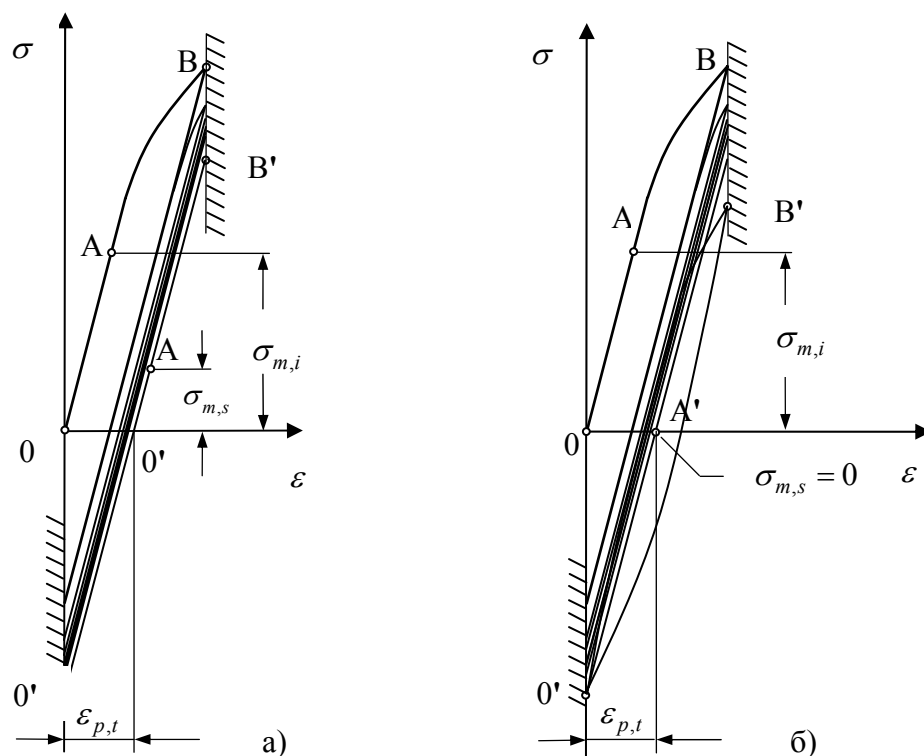
Слика 2.3.4.2.1. Генерисање средњег напона контролисаним наношењем релативне деформације

Код овог начина увођења оптерећења, може да се очекује циклична релаксација (смањивање вредности, интензитета) напона, наравно, под условом да постоји значајна, уочљива, циклична пластификација. Понашање материјала под овим условима има две основне карактеристике:.

- почетна вредност средњег напона  $\sigma_{m,i}$  тежи услед цикличног отпуштања ка нули и
- циклично очвршћавање или омекшавање доводи до одговарајућег сужавања или ширења петље хистерезе

и приказано је на **Сл.2.3.4.2.2**. Усвоја се да је опсег промене вредности релативне деформације од  $0$  до  $\varepsilon_{max}$ . Материјал, који циклично очвршћава може да дође у стање да се понаша скоро сасвим еластично пре него што вредност средњег напона достигне вредност нула (**Сл. 2.3.4.2.2а**). Са друге стране, код материјала који омекшава, формираће се петља хистерезе са довољном компонентом нееластичности да би тиме проузроковала потпуну релаксацију тј. смањење вредности средњег напона **Сл. 2.3.4.2.2 б**).

Као последица релаксације тј. смањења вредности средњег напона настаје мала акумулација пластичне релативне деформације, која је дефинисана хоризонталним растојањем  $00'$ . Брзина релаксације вредности средњег напона је функција интензитета релативне деформације. Код сложеног типа оптерећења, сачињеног од групе појединачних различитих циклуса, формирају се многе затворене петље хистерезе које имају средње

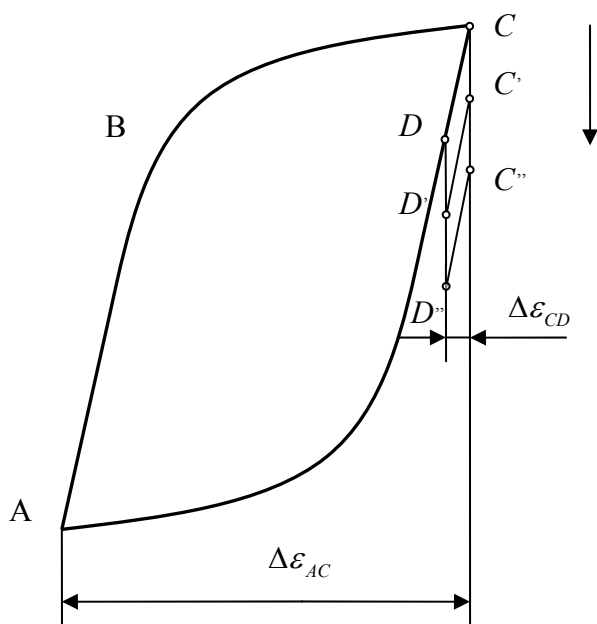


**Слика 2.3.4.2.2** Циклична релаксација напона

напоне чије су вредности углавном различите од нуле. У случајевима, када долази до понављања блокова, практично никако, или ретко, долази до појаве потпуне релаксације, отпуштања вредности средњих напона у унутрашњим петљама хистерезе, које су садржане у већој спољној петљи. У сваком сложеном блоку спољна, свеобухватна, петља, код које је обично вредност средњег напона блиска нули регенерише вредност средњег напона у унутрашњим, мањим, петљама. Процес релаксације напона у унутрашњим петљама настаје после извесног броја поновљених циклуса, који одговарају унутрашњим



петљама, међутим, после извасног времена долази до поновне појаве новог блока, односно циклуса, који одговара спољној петљи, па се прекида процес релаксације напона. Наведени поступак је приказан на *Сл. 2.3.4.2.3*. Узорак је у почетној фази изложен циклусу, који је дефинисан стабилисаном петљом *ABCD*, а затим цикличним променама између вредности *C* и *D* релативне деформације, односно тачака *C'D'* и *C''D''*. Када је дошло до релаксације вредности средњег напона за 20% поново је примењена пуна вредност релативне деформације *AC*, што је довело до поновног успостављања петље *ABCD* и достизања високе, почетне вредности средњег напона. Каснијим поновним циклусима између вредности *C* и *D*, почиње поновна релаксација вредности средњих напона. Релаксација може да буде прекидана и настављана током сложене историје оптерећења и има ефекта само док је присутна. То значи, да под датим околностима претпоставка да се средњи напони унутрашњих петљи релаксацијом смањују до нуле доводи до погрешних резултата у анализи понашања елемента под дејством замора. Неопходно је да се узме у обзир ефекат средњег напона ових мањих, унутрашњих петљи на наношење и пораст оштећења, јер се на тај начин потпуније узима у обзир укупна сума оштећења настала под дејством оптерећења. Увек треба имати у виду да је релаксација напона истезања корисна, а напона притиска штетна што се тиче дужине века елемента оптерећеног на замор[11].



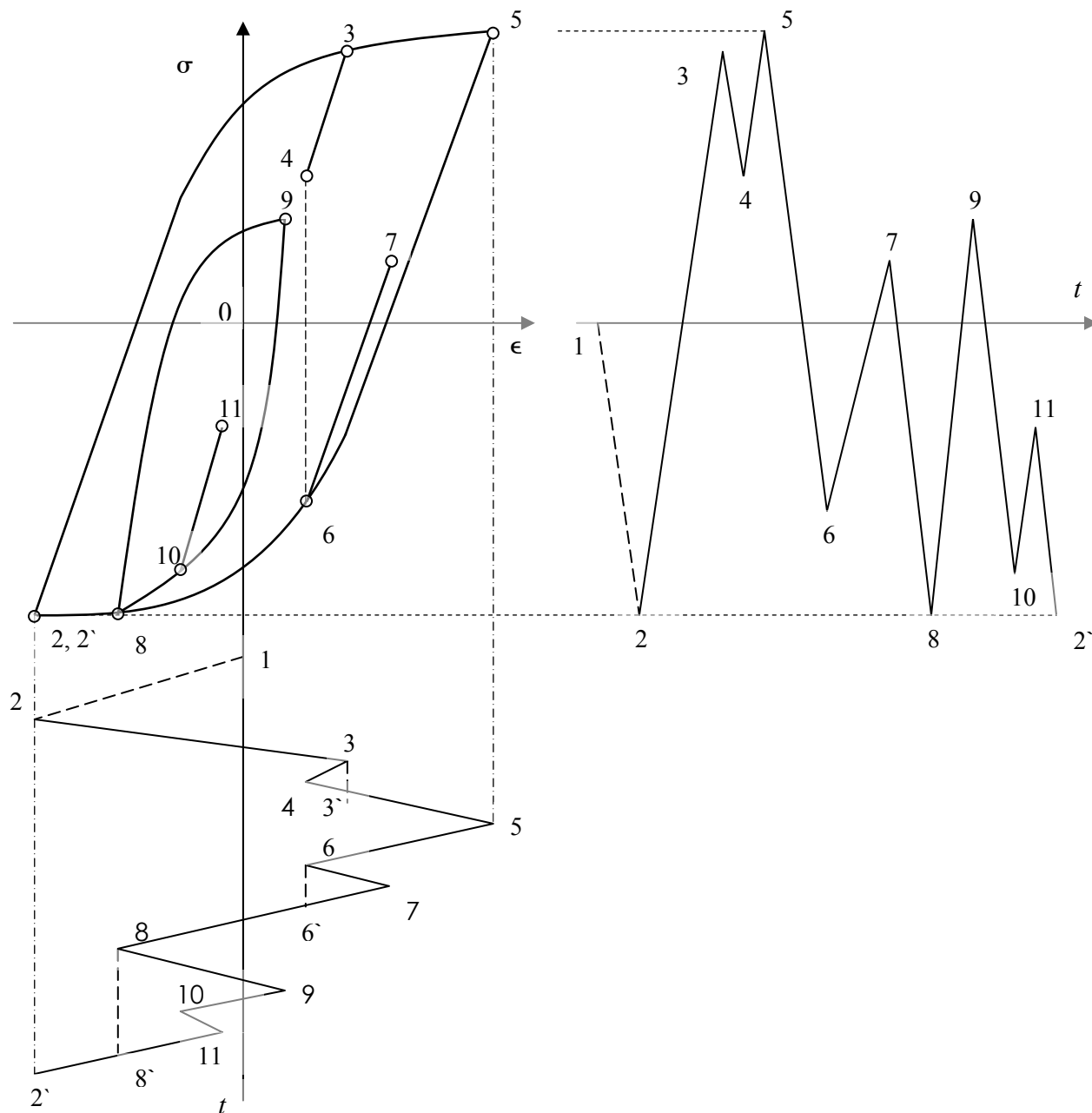
*Слика 2.3.4.2.3 Шематски приказ процеса прекида релаксације напона*

### 2.3.5. Средња вредност релативне деформације

Код циклуса код којих напони и релативне деформације остају у домену еластичног понашања материјала средња вредност релативне деформације је директно повезана са средњом вредношћу напона изразом:

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma}{E} \tag{2.3.5.1}$$

Међутим, са појавом пластичне компоненте код релативне деформације, овај израз престаје да важи. Очигледно је да са акумулацијом релативне деформације, односно променом њене вредности, приликом задавања, наношења силе, не долази и до промене вредности средњег напона, који и даље има исту вредност. Средња вредност релативне деформације нема значајан утицај на понашање материјала под дејством замора, с обзиром да се уклапа у еластично понашање материјала при оптерећењу на истезање.

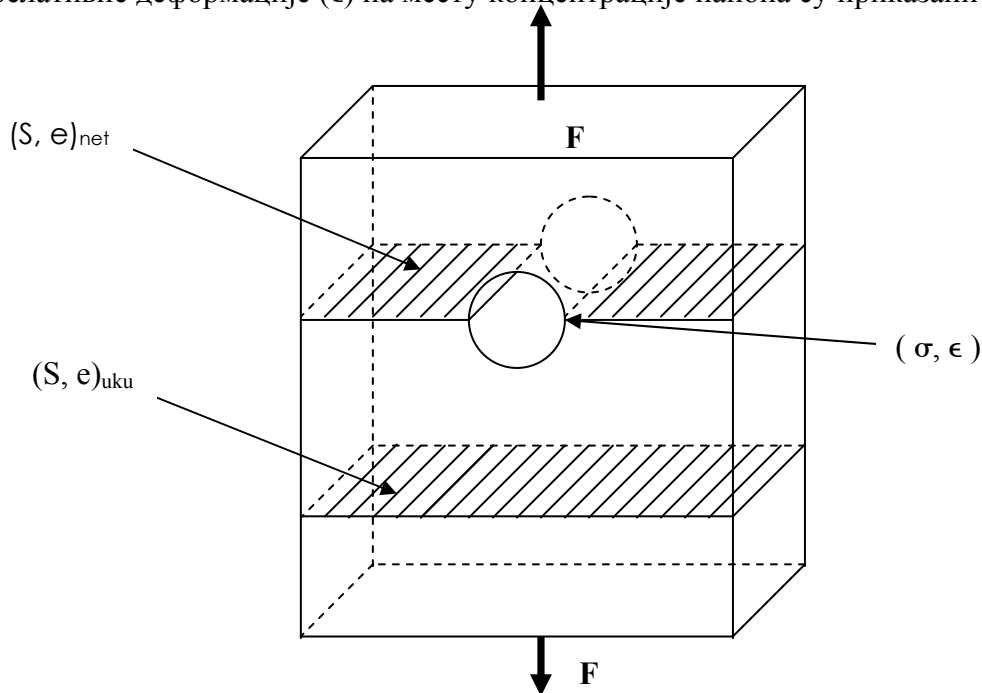


**Слика 2.3.5.1 Шематски приказ формирања петље хистерезиса када је дата историја оптерећења и деформација у функцији времена**

### 3. НАПОНИ И РЕЛТИВНЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ

#### 3.1 НА МЕСТИМА КОНЦЕНТРАЦИЈЕ НАПОНА

Номинални напони ( $S$ ) и номиналне релативне деформације ( $e$ ) и напони ( $\sigma$ ) и релативне деформације ( $\epsilon$ ) на месту концентрације напона су приказани *Слика 3.1.1*



*Слика 3.1.1* Приказ номиналних напона и релативне деформације на месту концентрације напона.

Ознаке на *Слици 3.1.1* су:

$S_{net}$  = номинални нето напон =  $F / A_{net}$

$S_{uku}$  = укупни нормални напон =  $F / A_{uku}$

$e_{net}$  = нето номинална релативна деформација

$e_{uku}$  = укупна релативна деформација

$\sigma$  = локални напон на месту концентрације напона

$\epsilon$  = релативна деформација на месту концентрације напона

Како је назначено на *Сл. 3.1.1* дефиниције номиналног напона  $S$ , и номиналне релативне деформације  $e$  могу да се базирају или на укупну или на нето површину

попречног пресека. Једнолико понављани циклуси оптерећења уносе једнолико понављане циклусе релативне деформације у структуру у зони концентрације напона, све док највећи део оптерећене структуре остаје у зони еластичних деформација.

Све док напони и релативне деформације структуре, односно елемента, остају у домену еластичног понашања материјала важи:

$$\sigma = K_t S \quad \varepsilon = K_t e \quad \text{или} \quad \frac{\sigma}{S} = \frac{\varepsilon}{e} = K_t \quad (3.1.1)$$

$K_t$  може да се дефинише или у односу према нето, или у односу према укупној површини пресека. Било која од ове две дефиниција може да се употреби све док се оба  $K_t$  и за  $S$  и  $e$  односе на укупни или нето пресек пошто је:

$$(K_t \cdot S)_{net} = (K_t \cdot S)_{uku} \quad (3.1.2)$$

Уобичајена је дефиниција да се  $K_t$ , номинални напон и релативна деформација базирају на нето површину.

Оптерећења елемента су често толико велика, да локални напон који је израчунат коришћењем вредности номиналног напона и фактора концентрације напона помоћу формуле  $\sigma = K_t S$  је значајно изнад чврстоће код границе развлачења (допуштеног напона). Кад локални напон пређе ниво чврстоће код границе развлачења, вредност напона добијена овим изразом биће знатно већа него што је стварна па се не може користити  $K_t$  за повезивање напона на месту концентрације напона и номиналног напона. Тада се фактор концентрације напона и релативне деформације дефинишу као:

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{e} \quad (3.1.3)$$

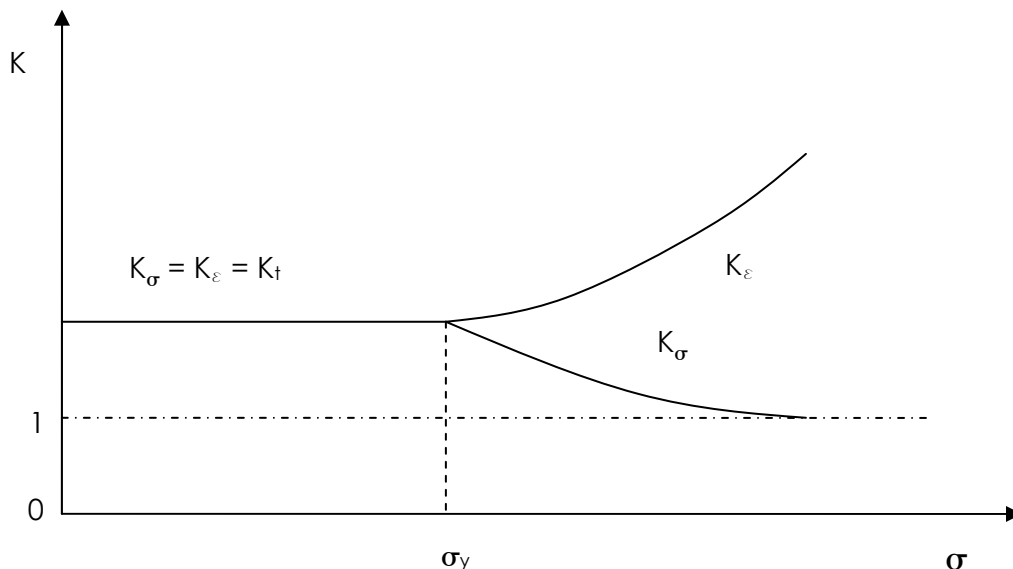
$$K_\sigma = \frac{\sigma}{S} \quad (3.1.4)$$

Шематизовани приказ промене фактора концентрације напона и релативне деформације у функцији промене напона у зони концентрације напона дат је **Слика 3.1.2**.

У домену еластичне деформације ( $\sigma < S_y$ ) је:

$$K_\sigma = K_\varepsilon = K_t \quad (3.1.5)$$

Напони и релативне деформације су повезани модулом еластичности  $E$ . Када напон на месту извора концентрације порасте и деформације постану нееластичне  $K_\sigma$  се смањује, а  $K_\varepsilon$  повећава услед појаве пластичне деформације у тој зони. Веза између  $\sigma$  и  $\varepsilon$  је дата монотоним кривом напон - релативна деформација, односно *Ramberg-Osgood*-овом једначином (2.3.3).



Слика 3.1.2. Промена фактора концентрације напона и релативне деформације у функцији промене напона у зони концентрације напона

### 3.1.1 Фактор концентрације напона $K_t$ и фактор концентрације замора $K_f$

Скоро сви структурални елементи као што је већ напоменуто, садрже неке облике геометријског или микроструктуралног дисконтинуитета. Ти дисконтинуитети, или фактори концентрације напона  $K_t$  ремеће униформни распоред напона, а као резултат дају максималне локалне напоне  $\sigma_{max}$  на местима дисконтинуитета који су много пута већи од номиналног напона  $S$ . У идеално еластичним телима однос тих напона је дефинисан преко теоријског фактора концентрације напона тј:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{S} \quad K_t > 1 \tag{3.1.1.1}$$

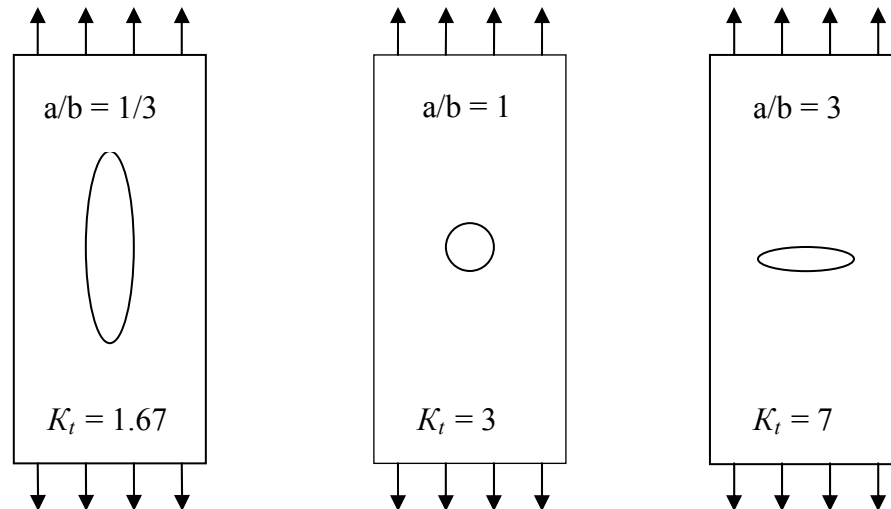
Теоријски фактор концентрације напона једино зависи од геометрије и врсте оптерећења. Слика 3.1.1.1 приказује вредност фактора концентрације напона у зависности од облика рупе.

Уколико структурални елемент има отвор, што је чест случај, вредност фактора концентрације напона се може одредити из апроксимативне Хејвудове (Heywood) релације:

$$K_t = 2 + \left(1 - \frac{D}{W}\right)^3 \tag{3.1.1.2}$$

где је  $D$  пречник рупе, а  $W$  најмања дужина елемента. Теоријски, за  $D \ll W$  напон у попречном пресеку кроз центар рупе у плочи која је оптерећена на истезање, на ивици отвора, је три пута већи од номиналног напона, тј  $K_t = 3$ . Вредност фактора концентрације

напона је темељно истражен и његову вредност за разне врсте оптерећења и врсте дисконтинуитета могуће је наћи у литератури или одредити из приложених дијаграма.[3]



Слика 3.1.1.1 Утицај облика отвора на фактор концентрације напона

Фактор концентрације замора  $K_f$  или заморни фактор концентрације напона, је ефективни фактор концентрације напона при замору и он представља однос заморног оптерећења, напона, у елементу без дисконтинуитета  $\sigma_{bd}$  и са дисконтинуитетом  $\sigma_{sd}$ :

$$K_f = \sigma_{bd}/\sigma_{sd} \quad K_f < 1 \quad (3.1.1.3)$$

Заморни фактор зависи од величине концентрације напона и материјала. Мале концентрације напона су више утицајне код јачих материјала.

У скоро свим случајевима, заморни фактор је мањи од фактора концентрације напона и важи:  $1 < K_f \leq K_t$ .

Може се успоставити веза између фактора концентрације напона  $K_t$  и фактора замора  $K_f$  преко фактора осетљивости на зарез  $q$ :

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (3.1.1.4)$$

Вредности фактора осетљивости на зарез  $q$  се крећу од 0 ( без ефекта зареза ) до 1 ( пун теоријски ефекат  $K_f = K_t$  ). Има пуно предлога за одређивање фактора осетљивости  $q$ . Најчешће релације у употреби су *Peterson*- ова и *Neuber*-ова. Обе релације су емпиријске криве. Обе показују да фактор осетљивости  $q$  зависи од материјала, геометрије дисконтинуитета и његове величине. Тако, два фактора осетљивости на зарез могу имати једнак  $K_t$ , а различит  $K_f$  због различитог фактора осетљивости  $q$ . Обе релације подржавају граничну вредност за  $K_f$ . Гранична вредност зависи од материјала али је генерално између 5 и 6.

*Peterson*- ова једначина за фактор осетљивости на концентрацију напона  $q$  је:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{a}{r}} \quad (3.1.1.5)$$

где је  $r$  радијус корена зареза и вредност фактора осетљивости на концентрацију напона увек је иста за исти материјал. Константа  $a$  зависи од чврстоће материјала и дуктилности и добија се експериментално из теста на замор са великим бројем циклуса за епрувету са и без зареза. Оштри зарези у тврдим материјалима воде ка већој осетљивости.

*Neuber*-ова релација за фактор осетљивости на зарез је:

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\rho}{r}}} \quad (3.1.1.6)$$

где је  $r$  радијус корена зареза, а  $\rho$  је константа материјала зависна од крупноће зрнасте структуре материјала.  $K_f$  се обично користи за корекцију чврстоће на замор и може се користити за корекцију читаве  $\sigma - N$  криве

### 3.1.2 Дефинисање поступака за повезивање вредности локалних и номиналних вредности напона и деформација

Питање на које треба да се одговори је да када су дати номинални еластични напони  $S$  или релативна деформација  $e$  (у зони еластичног понашања материјала), колики су локални напони  $\sigma$  и локалне релативне деформације  $\epsilon$  на месту концентрације напона близу површине? Одговори на то питање могу се добити:

- експерименталним методама,
- методом коначних елемената,
- аналитичким моделима, и у неким случајевима,
- помоћу једначина теорије еластичности и пластичности.

Експерименталне методе су често присутне у пракси али захтевају дуготрајну припрему и погодне су за једноставније проблеме. За метод коначних елемената, због тачности решења, поред захтева за малим димензијама елемената у зонама код којих су високи напонски градијенти, захтева се реално представљање нелинеарног напон - релативна деформација понашања материјала једначина (2.3.3), односно једначина (2.3.1.2). Међутим, за многе проблеме код замора може се наћи задовољавајуће решење процењивањем услова на површини на местима концентрације разматрањем аналитичког модела. Аналитички модел захтева вредност еластичног фактора концентрације напона  $K_\epsilon$ . Код сложенијих геометријских облика, где може да буде тешко да се  $K_\epsilon$  одреди или добије, аналитички модел може да се комбинује са линеарном анализом коначним елементима. У том случају линеарна анализа коначним елементима даје вредности напона и релативне деформације у еластичној области понашања материјала у зони скока напона.

Најчешће коришћене методе су:

- Линеарно правило,
- Нојберово (Neuber) правило и
- Густину енергије релативне деформације (еластичне енергије) или Глинка (Glinka) правило.

### 3.1.2.1 Линеарни поступак напонске анализе

Линеарно правило је изражено као:

$$K_e = K_t = \frac{\varepsilon}{e} \quad \text{или} \quad \varepsilon = K_t \cdot e \quad (3.1.2.1)$$

За номинално еластично понашање је  $e = S/E$ . Релативна деформација у области концентрације напона  $\varepsilon$  може да се израчуна директно и ако се жели наћи вредност напона  $\sigma$ , он се може добити помоћу криве напон – релативна деформација, или једначине (2.3.3). За циклично оптерећење, напони и релативне деформације како номинални, тако и на месту концентрације напона, замењени су њиховим одговарајућим опсезима и уносе у једначину (2.3.1.2). Линеарно правило или инваријанта концентрације релативне деформације се слаже са мерењима у ситуацијама стања равне релативне деформације, на местима концентрације напона као што су жлебови, удубљења итд на осовинама оптерећеним на истезање или савијање [17].

### 3.1.2.2 Neuber-ово правило

*Neuber* је дефинисао следећу везу између фактора концентрације напон и релативне деформације за осовине са уздужним жљебом оптерећене торзијом [1] :

$$K_e \cdot K_\sigma = (K_t)^2 \quad (3.1.2.2.1)$$

или

$$\varepsilon \cdot \sigma = (K_t)^2 \cdot e \cdot S \quad (3.1.2.2.2)$$

Експерименти су показали да се једначина (3.1.2.2.1) може без губитка општости применити и на структуралне елементе оптерећене било којом врстом оптерећења. Према једначини (3.1.2.2.1), геометријска средина фактора концентрације напона и фактора релативне деформације при условима еластичне деформације остаје константна и једнака теоријском фактору концентрације  $K_t$ . *Neuber*-ово правило је најшире коришћен модел за анализу стања напон-релативна деформација у деловима структуре са скоком напона и резултати се слажу са мерењима при равном стању напона као што је танка плоча оптерећена затезањем.

Примена овог правила захтева решавање две симултане једначине, једначине (2.3.3) и једначине (3.1.2.2.2). У координатном систему  $\sigma - \varepsilon$  једначина (2.3.3) описује криву напон – релативна деформација, а једначина (3.1.2.2.2) описује хиперболу. Пресек



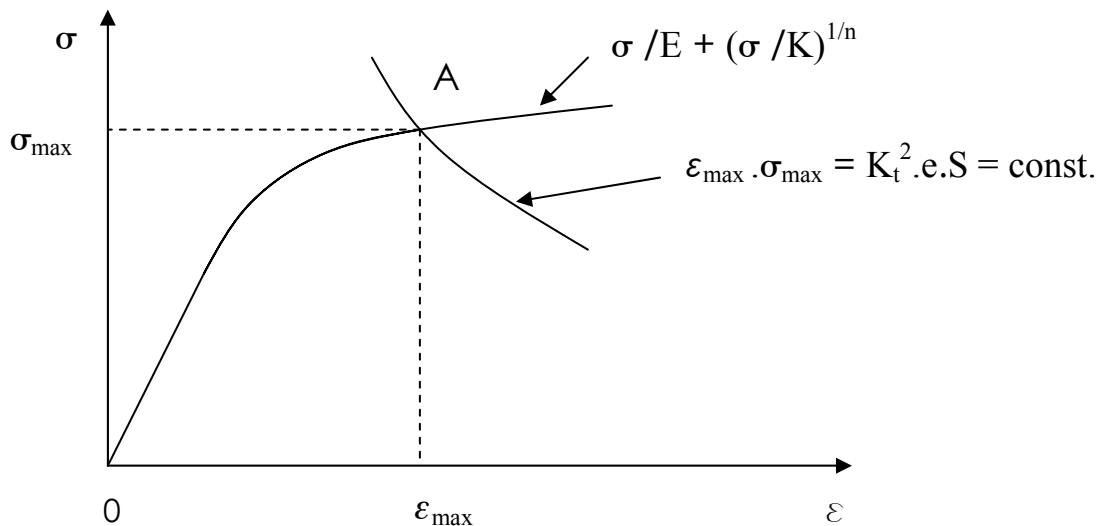
ове две криве одређује тражене вредности  $\sigma$  и  $\varepsilon$ . **Слика 3.1.2.2.1** показује примену за монотонно оптерећење коришћењем графичке методе, где је тачка **A** решење добијено помоћу *Neuber*-овог правила.

За номинално еластично понашање је деформација дата једначином  $e = S/E$ , па се *Neuber*-ово правило редукује на:

$$\varepsilon \cdot \sigma = \frac{(K_t \cdot S)^2}{E} \quad (3.1.2.2.3)$$

а из једначина ( 3.1.2.2.3 ) и ( 2.3.3 ) следи:

$$\frac{\sigma^2}{E} + \sigma \cdot \left( \frac{\sigma}{K} \right)^{1/n} = \frac{(K_t \cdot S)^2}{E} \quad (3.1.2.2.4)$$



**Слика 3.1.2.2.1. Одређивање релативне деформације помоћу *Neuber*-овог правила**

Итеративним или нумеричким поступком из горе наведене једначине добија се вредност напона  $\sigma$  у области појаве концентрације напона. Ако је номинални ниво напона у нееластичној области понашања материјала, једначина (2.3.3) мора да се примени да повеже номинални напон и релативну деформацију и да се употреби пре са једначином ( 3.1.2.2.2 ) него са једначином ( 3.1.2.2.3 ) да би се добила вредност напона и релативне деформације. За случај када су пластичне деформације великог обима (н.пр. ако је цео део око места концентрације напона изнад границе развлачења), модификација *Neuber*-овог правила је предложена у литератури [19]. У том случају опште пластифицирање (yielding) и извијање (buckling) треба такође да се разматрају као могући начини модова лома.

За циклично оптерећење, монотона крива напон – релативна деформација је замењена кривом хистерезиса тј, једначином криве: циклични напон – релативна деформација, једначина (2.3.1.2), где су напони и релативне деформације замењени опсезима напона и опсезима релативне деформације. Десна страна ове једначине једнака

је десној страни једначине (2.3.3) код које је први део трансформисан применом Хуковиг (Hooke) закона, а други применом степене функције амплитуда напона - амплитуда пластичне деформације:

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = K' \cdot \left( \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \right)^{n'} \quad (3.1.2.2.5)$$

где су:

$K'$  ..... Коефицијент цикличне чврстоће и

$n'$  ..... Експонент цикличног деформационог ојачавања.

Степена функција амплитуда напона - амплитуда пластичне деформације логаритмовањем се преводи у једначину праве:

$$\log \frac{\Delta\sigma}{2} = n' \log \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} + \log K' \quad (3.1.2.2.6)$$

у чијем се експериментално одређеном облику одмах уочава вредност експонента цикличног деформационог ојачавања  $n'$  док се до коефицијента цикличне чврстоће  $K'$  долази инверзијом.

Према хипотези *Masing-a*, множењем са 2 обе стране цикличне напонско-деформационе криве ( 3.1.4 ) добија се једначина криве стабилованих хистереза

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2 \left( \frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (3.1.2.2.7)$$

Са овом кривом могуће је моделирати све стабиловане хистерезе којима се дефинише напонско-деформациони одзив у критичној тачки конкретног структуралног елемента изложеног малоциклусном замарању. Топер (*Topper* ) и ост.[17] су предложили коришћење фактора замора  $K_f$  уместо теоријског фактора концентрације  $K_t$ , за циклично оптерећење кад се користи *Neuber*-ово правило. Њихова препорука се заснива на бољем слагању са експерименталним резултатима за процену животног века под дејством замора и вредност фактора замора  $K_f$  са довољном тачношћу за прорачун има вредност  $K_f = 0.9K_t$ . Следствено томе, *Neuber*-ово правило за израчунавање  $\Delta\varepsilon$  је:

$$\Delta\varepsilon \cdot \Delta\sigma = (K_f)^2 \cdot \Delta\varepsilon \cdot \Delta S \quad (3.1.2.2.8)$$

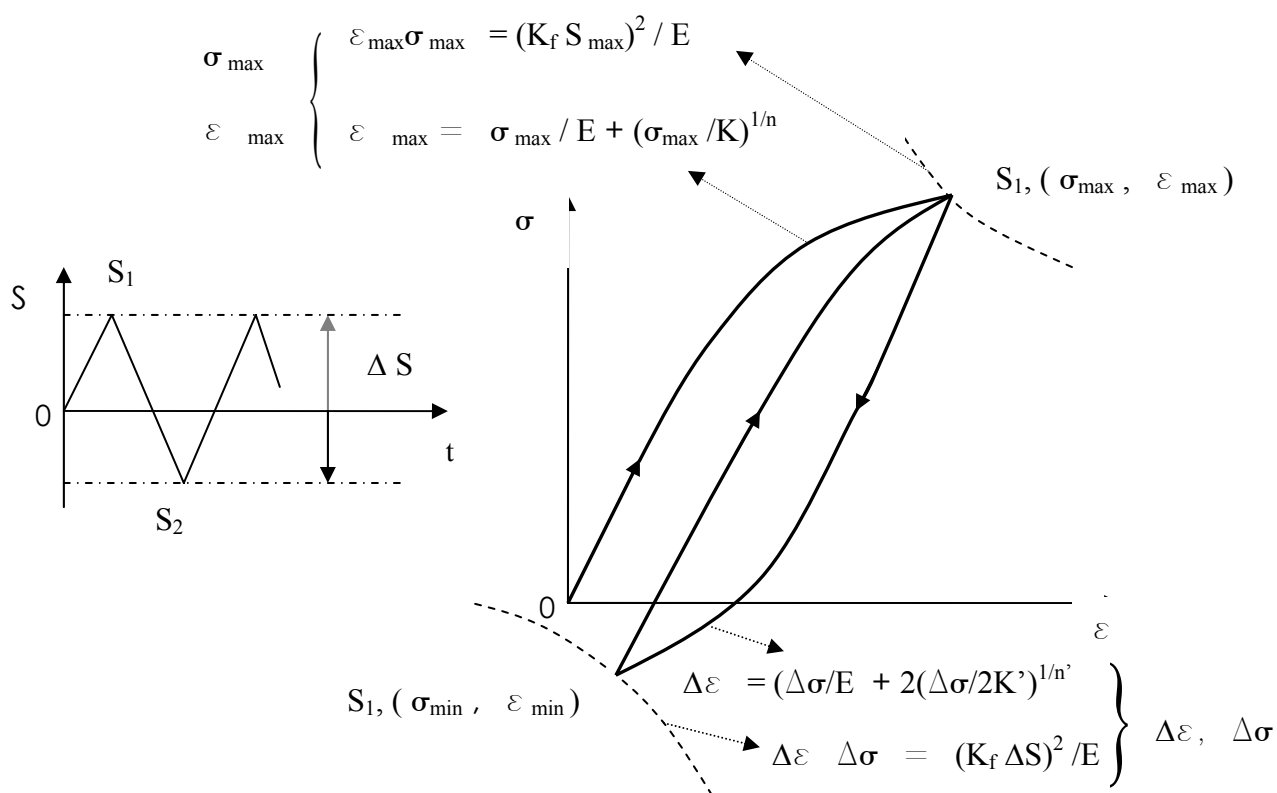
За номинално еластично понашање је  $\Delta\varepsilon = \Delta S/E$  па следи:

$$\Delta\varepsilon \cdot \Delta\sigma = \frac{(K_f \cdot \Delta S)^2}{E} \quad (3.1.2.2.9)$$

Једначина (3.1.2.2.4) за циклично оптерећење, може да се трансформише тако што се напони и релативне деформације замене њиховим одговарајућим опсезима, а  $K_t$  са  $K_f$ , па следи из једначина (3.1.2.2.7) и (3.1.2.2.9):

$$\frac{(\Delta\sigma)^2}{E} + 2\Delta\sigma\left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}} = \frac{(K_f\Delta\sigma)^2}{E} \quad (3.1.2.2.10)$$

Примена *Neuber*-овог правила за циклично оптерећење са константном амплитудом је дато на *Сл. 3.1.2.2.2*. За почетно оптерећење од нуле до максималне номиналне вредности напона ( $S_1 = S_{max}$ ), максималне вредности напона и релативне деформације на месту концентрације напона могу да се одреде пресеком *Neuber*-ове хиперболе за максималну вредност напона-релативне деформације са цикличном кривом напон – релативна деформација.



**Слика 3.1.2.2.2** *Одређивање напона и релативне деформације применом Neuber-овог правила при цикличном оптерећењу константне амплитуде*

Употреба цикличне криве напон – релативна деформација подразумева да је понашање деформација циклично стабилно. За растерећење од  $S_1$  до  $S_2$  (или  $\Delta S = S_1 - S_2$ ) тачка  $S_1$  се сматра референтном тачком, а крива деформације у зони концентрације напона следи криву петље хистерезе материјала. Код тачке  $S_2$  опсеги напона и релативне деформације ( $\Delta\varepsilon, \Delta\sigma$ ) су одређени пресеком *Neuber*-ове хиперболе и изражени су у функцији опсега напона и релативне деформације у зони концентрације напона са петљом криве хистерезе. Битно је да је за тачку растерећења узета тачка код које почиње повратно кретање  $S_1$  и уједно је та тачка почетак *Neuber*-ове хиперболе и криве хистерезиса, а не

тачка  $\sigma = 0$ . За континуално оптерећење при константној амплитуди, како је показано (*Слика 3.1.2.2.2*), напон и релативна деформација на месту концентрације напона ће да наставе да следе показану затворену петљу хистерезе.

Познавајући  $\Delta\varepsilon$ ,  $\Delta\sigma$  и  $\sigma_{max}$  добије се:

$$\varepsilon_a = \Delta\varepsilon/2 \quad \text{и} \quad \sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2 = \sigma_{max} - \Delta\sigma/2 \quad (3.1.1.1.13)$$

Амплитуда релативне деформације  $\varepsilon_a$  и средњи напон  $\sigma_m$ , се онда користе за анализу предвиђања животног века. Такође, слична анализа се употребљава за оптерећење са променљивом амплитудом [20,21]. Ако је номинално понашање нееластично употребљава се једначина (3.1.2.2.8), а номинални опсег напона  $\Delta S$  и номинални опсег релативне деформације  $\Delta\varepsilon$  су повезане кривом хистерезиса, једначина (3.1.2.2.7), а не *Hook*-овим законом. (Често то није случај).

### 3.1.2.3 Густина енергије релативне деформације (еластичне енергије) или *Glinka* правило

Због неуниформне расподеле напона проузрокованог ефектом концентрације напона у структури, свака тачка апсорбује различите количине енергије релативне деформације. Претпостављајући једноосно стање напона на месту концентрације напона и линеарно понашање материјала може се израчунати енергија релативне деформације по јединици запремине проузрокован од локалних напона и релативних деформација:

$$W_\sigma = \int_0^{\sigma_e} \sigma \cdot d\varepsilon = \int_0^{\sigma_e} \frac{\sigma}{E} \cdot d\sigma = \frac{(\sigma_e)^2}{2E} = \frac{(K_t \cdot S)^2}{2E} \quad (3.1.2.3.1)$$

а номинална густина енергије релативне деформације  $W_S$  проузрокована номиналним напонам и номиналном деформацијом ( $e = S/E$  и  $de = dS/E$ ) је:

$$W_S = \int_0^e S \cdot de = \int_0^S \frac{S}{E} \cdot dS = \frac{S^2}{2E} \quad (3.1.2.3.2)$$

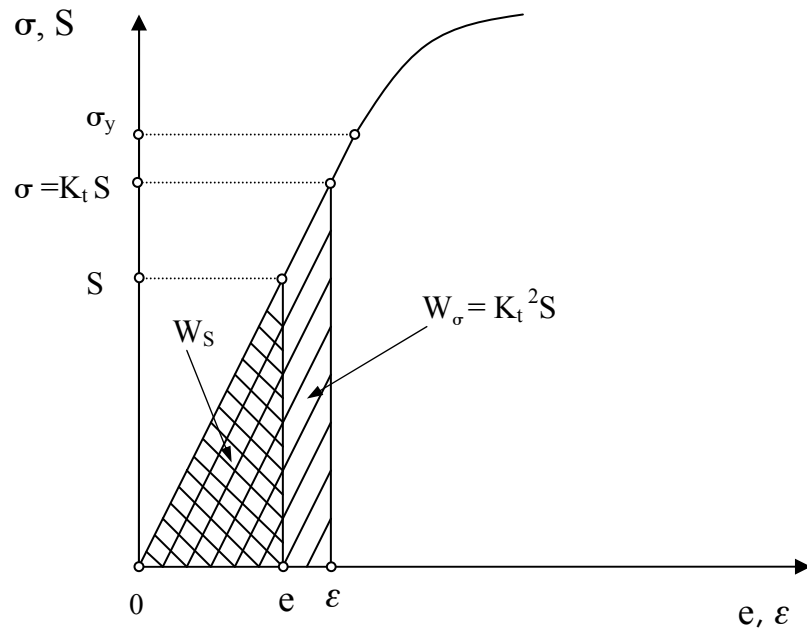
Веза између фактора концентрације напона  $K_t$  и енергије релативне деформације може да се добије за еластични опсег у облику:

$$K_t = \frac{\sigma}{S} = \left( \frac{W_\sigma}{W_S} \right)^{0.5} \quad (3.1.2.3.3)$$

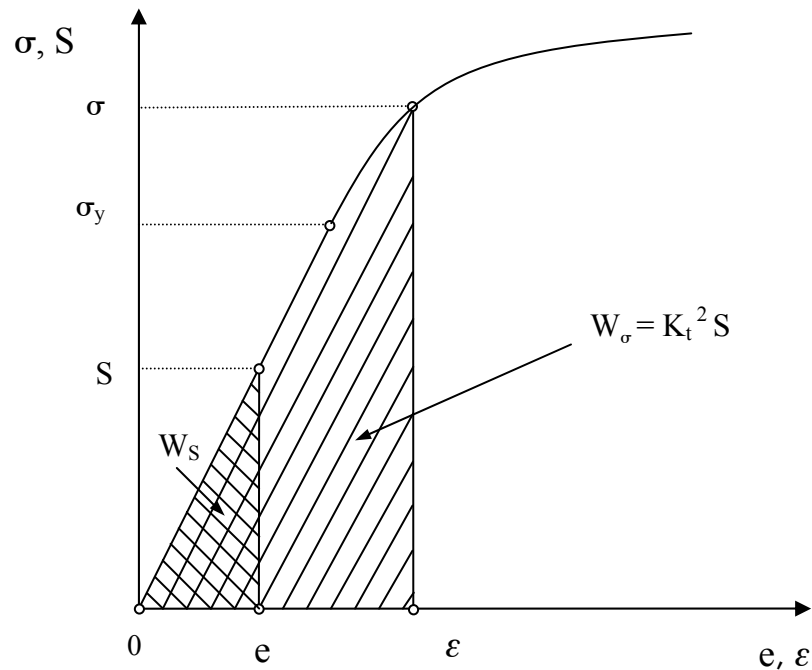
Графичка интерпретација једначине (3.1.2.3.3) је приказана *Слика 3.1.2.3.1*.

Расподела енергије релативне деформације дуж било ког дела структуралног елемента у зони концентрације напона може лако да се израчуна у еластичном опсегу. Међутим, локално прелажење нивоа напона изнад границе развлачења се често дашава у зони концентрације напона, али је резонски да се расподела енергије значајно не мења ако је локализована област у којој је материјал ушао у домен пластичног понашања окружена

преовлађујућим еластичним материјалом (у коме преовлађује еластично понашање материјала). Због ефекта релативно велике запремине еластично деформисаног материјала



a)



б)

**Слика 3.1.2.3.1. Енергетска интерпретација теоријског фактора концентрације напона у: а) еластичној и б) еласто- пластичној области**

(материјала код кога су релативне деформације још у домену еластичног понашања), енергетски однос дат једначином (3.1.2.3.3) биће још увек исти и у делу где постоји

локална појава пластичног деформисања и за еластични режим (део где су релативне деформације још у домену еластичног понашања). Ово је разумљива претпоставка пошто велика запремина еластично деформисаног материјала окружује малу запремину материјала која је изложена пластичном деформисању и контролише количину енергије релативне деформације која је апсорбована од наведене, мале запремине. То значи да релација између теоријског фактора концентрације напона и енергије релативне деформације још важи и за локални простор где је дошло до појаве пластичног понашања и за читаву еластичну област те и даље важи једначина (3.1.2.3.3). Међутим, за локалну област где је дошло до пластичног понашања материјала права крива напон-релативна деформација која може да се искористи код израчунавања локалне енергије релативне деформације  $W_\sigma$  је циклична крива напон-релативна деформација дата једначином (2.3.1.2) па следи:

$$W_p = \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon = \frac{(\sigma_e)^2}{2E} + \frac{\sigma}{n'+1} \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (3.1.2.3.4)$$

Тако, ако се догоди, да материјал уђе у област пластичног понашања једначина (3.1.2.3.3) има облик:

$$K_t = \left\{ \frac{\sigma^2 / 2E + (\sigma / K')^{\frac{1}{n'}} \sigma / (n' + 1)}{S^2 / 2E} \right\}^{0.5} = \left( \frac{W_\sigma}{W_s} \right)^{0.5} \quad (3.1.2.3.5)$$

односно:

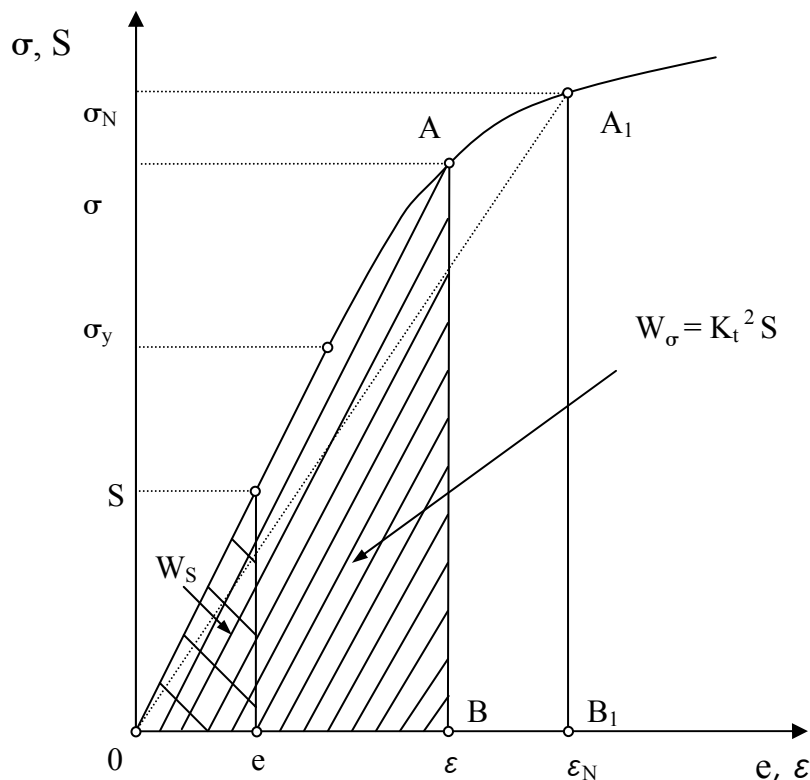
$$\frac{(K_t \cdot S)^2}{2E} = \frac{\sigma^2}{2E} + \frac{\sigma}{n'+1} \cdot \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (3.1.2.3.6)$$

Једначине (2.3.1.2) и (3.1.2.3.6) омогућавају да може да се израчунају вредности локалног пластичног напона  $\sigma$  и локалне пластичне релативне деформације  $\varepsilon$  за дате вредности номиналног напона  $S$  и теоријског фактора концентрације напона  $K_t$  [2]. За циклично оптерећење променљиве  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  и  $S$  могу да се замене репрезентативним опсезима  $\Delta\sigma$ ,  $\Delta\varepsilon$  и  $\Delta S$  или амплитудама  $\sigma_a$ ,  $\varepsilon_a$  и  $S_a$  па једначина 3.1.2.3.6 има облик:

$$\frac{(K_t \cdot \Delta S)^2}{4E} = \frac{\Delta\sigma^2}{4E} + \frac{\Delta\sigma}{n'+1} \cdot \left( \frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (3.1.2.3.7)$$

Ова једначина повезује опсег номиналног напона  $\Delta S$  са опсегом напона у зони концентрације напона  $\Delta\sigma$ . Опсег релативне деформације у зони концентрације напона  $\Delta\varepsilon$  се налази из петље стабилисаних хистерезиса, једначина (3.1.2.2.7), и користи се у једначинама релативна деформација – животни век да се одреди век под дејством замора слично као што је процедура за *Neuber*-ово правило[2].

Разлика између *Neuber*-овог правила и *Glinka* правила који је базиран на енергетском приступу је приказан: **Слика 3.1.2.3.2.**



Слика 3.1.2.3.2. Графичка интерпретација Neuber-овог правила и Glinka правила

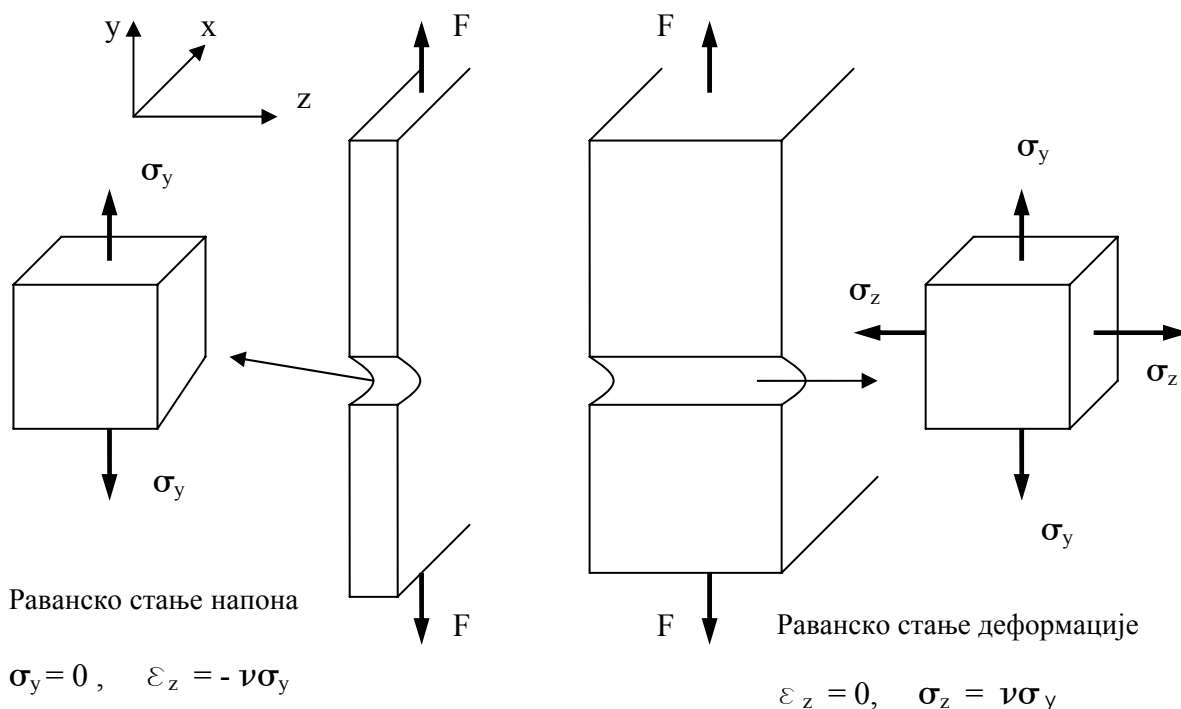
У складу са Neuber-овим правилом, енергија релативне деформације  $W_\sigma$  је представљена троуглом  $OA_1B_1$ . За метод, горе описан иста енергија је представљена површином  $OAB$ . Због тога релативне деформације и напони израчунати на основу овог енергетског метода су увек нижи него они добијени коришћењем Neuber-овог правила. Генерално, да би се израчунале вредности локалних напона и релативних деформација у складу према методу заснованом на енергији, мора да се нађе тачка  $A(\sigma, \varepsilon)$  тако да је површина  $OAB$  једнака енергији релативне деформације  $W_\sigma = K_t^2 W_S$  Слика 3.1.2.3.2. Да би се одредиле вредности локалног напона и релативне деформације коришћењем Neuber-овог правила, треба да се одреди тачка  $A_1(\sigma_N, \varepsilon_N)$  на кривој напон-релативна деформација тако да је површина троугла  $OA_1B_1$  једнака  $W_\sigma = K_t^2 W_S$ .

Поређењем једначине (3.1.2.2.4) и (3.1.2.3.6) може се видети да је једина разлика у односу на Neuber-ово правило у фактору  $[2/(n + 1)]$ . Пошто је  $n < 1$ , мањи напони на месту концентрације напона (стога и мање релативне деформације) се добијају коришћењем једначине (3.1.2.3.6) него коришћењем Neuber-овог правила, што резултује дужем радном веку односно броју циклуса под дејством замора у односу на онај који је добијен коришћењем Neuber-овог правила.

### 3.2 Равно стање напона и равна релативна деформација

Анализа релативне деформације подразумева једноосно стање напона у зони концентрације напона. Такав услов је испуњен при равном стању напона као што је у танким плочама (лимовима). За стања равне релативне деформације као што су она код

дебелих плоча, стање напона није више једноосно, **Слика 3.2.1**. То је због тога што у дебелим плочама, као и у другим конструктивним компонентама које имају бочна ограничења (као што су жлебови), околни еластични материјал ограничава деформацију материјала у правцу дебљине  $\varepsilon_z \sim 0$ , што има за последицу појаву напона  $\sigma_z$  у том правцу, **Слика 3.2.1**. У зони концентрације напона за услове равне релативне деформације добија се мањи опсег релативне деформације, а већа вредност напона у правцу дејства оптерећења у поређењу са условима равног стања напона.



**Слика 3.2.1 Шематизовано представљање равног стања напона и равне деформације на месту извора концентрације напона**

Услови равног стања напона и стања равне релативне деформације представљају два гранична случаја који постоје на местима концентрације напона. Модификовани израз који повезује напоне и релативне деформације је базиран на једначинама пластичности и може да се користи са *Neuber*-овим правилом за услове равне релативне деформације.

Један од начина да се направи формула за везу између линеарног правила за стање равне релативне деформације и *Neuber*-овог правила за равностање напона је следећа једначина:

$$\Delta\varepsilon = K_t \cdot \Delta e \cdot \left( \frac{K_t}{K_s} \right)^m \tag{3.2.1}$$

где је:

$m = 1$  за равностање напона,

$m = 0$  за стање равне релативне деформације,

$0 < m < 1$  за стања између.



Разматрањем еластичних ограничења на месту концентрације напона може да се процени одговарајућа вредност за  $K_\varepsilon$ . Она је обично између  $K_t$  и  $(K_t)^2/K_\sigma$ . Neuber-ова претпоставка је добра за танке плоче (лимове), тј. за равно стање напона и обично је конзервативна у предвиђању, јер предвиђа релативне деформације веће него што су мерене у скоро свим случајевима. Коришћење  $K_f$ , а не  $K_t$  у Neuber-овој релацији за циклична оптерећења смањује се степен конзервативности. Ово правило је, међутим, увек конзервативније него линеарно правило. Густина енергије релативне деформације или *Glinka* правило је модификовано за геометрије и оптерећења са међустањима (између равног стања напона и равног стања релативне деформације) напон-релативна деформација.[23,24]

Локални нееластични напон и релативна деформација могу да се добију помоћу *Neuber*-овог правила и *Glinka* правила приступом преко локалне релативне деформације. Циклична крива напон-релативна деформација се уопштено добија из испитивања која се изводе под условима једноосног напона. Они су обично изражени једначином ( 2.3.1.4 ).

Мада циклична крива напон-релативна деформација може да опише стабилне амплитуде напона и релативне деформације, она не може да опише генерално гране петљи хистереза које настају при цикличном оптерећењу. Као што је познато, материјал показује Масингов тип понашања [4] ако увећање цикличне криве напон-релативна деформација фактором два описује гране петљи хистереза. У тој ситуацији, петље хистереза су описане једначином ( 2.3.1.4 ). Почетак ове криве је смештен на компресионом врху одговарајуће петље хистерезе. *Neuber*-ово правило и *Glinka* метод повезују локалне и номиналне опсеге напона  $\Delta\sigma$  и  $\Delta S$  са фактором концентрације напона  $K_t$ , како је већ горе напоменуто.

Одређивање века до настанка прскотине под дејством замора може да се израчуна коришћењем модификоване *Morrow*-ове једначине релативна деформација-век , једначина (4.2.1.5). Међутим, неки пут услови стања равне деформације могу да постоје на месту концентрације напона. То може да се деси када је радијус места концентрације напона много мањи од ширине или дебљина узорка елемента односно епрувете. У том случају једноосне цикличне криве напон-релативна деформација морају да буду модификоване на *Ramberg-Osgood*-ову једначину помоћу главних напона и релативних деформација за стање равне релативне деформације:

$$\frac{\Delta\varepsilon_1}{2} = \frac{\Delta\sigma_1}{2E_1} + \left( \frac{\Delta\sigma_1}{2K_1} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.2.2)$$

где је:

$$\frac{\Delta\varepsilon_1}{2} = \frac{\Delta\varepsilon}{2} \cdot \frac{1 - \mu^2}{\sqrt{1 - \mu + \mu^2}}, \quad (3.2.3)$$

$$\frac{\Delta\sigma_1}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \mu + \mu^2}}, \quad (3.2.4)$$

$$E_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (3.2.5)$$

и

$$\mu = \frac{\nu + \frac{E\Delta\varepsilon_p}{2\Delta\sigma}}{1 + \frac{E\Delta\varepsilon_p}{\Delta\sigma}} \quad (3.2.6)$$

$$\Delta\varepsilon_p = \varepsilon - \frac{\sigma}{E}$$

где је  $\nu$ -Поасонов коефицијент.

Тада једначина (3.1.2.2.10) за стање равне деформације има облик:

$$\frac{(\Delta\sigma_1)^2}{E} \cdot (1-\nu^2) + 2\Delta\sigma_1 \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_1}{K_1'}\right)^{\frac{1}{n_1'}} = (1-\nu)^2 \cdot \frac{(K_f\Delta S)^2}{E} \quad (3.2.7)$$

а једначина (3.1.2.3.7) множена фактором два има облик:

$$\frac{(\Delta\sigma_1)^2}{2E} \cdot (1-\nu^2) + \frac{2\Delta\sigma_1}{n_1' + 1} \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_1}{2K_1'}\right)^{\frac{1}{n_1'}} = (1-\nu)^2 \frac{(K_f\Delta S)^2}{2E} \quad (3.2.8)$$

где је:

$K'$  ..... Коефицијент цикличне чврстоће равне деформације

$n_1'$  ..... Експонент цикличног деформационог ојачавања равне деформације

Из истог разлога, *Morrow*-а модификована једначина (4.2.1.5) мора да се конвертује у еквивалентну за стање равне деформације. Крива релативна деформација-век у условима равне рлативне деформације је дата преко прве главне амплитуде релативне деформације  $\Delta\varepsilon_1/2$  и има облик:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\frac{\sigma_f'}{\sqrt{1-\mu+\mu^2}} - \sigma_{1m}}{E} \cdot (2N_f)^b + e_{f'} \cdot \frac{1-0.5\mu}{\sqrt{1-\mu+\mu^2}} (2N_f)^c \quad (3.2.9)$$

замењујући опсеге напона  $\sigma$  и пластичне релативне деформације  $\varepsilon_p$  одговарајућим главним опсезима  $\Delta\sigma_1/2$  и  $\Delta\varepsilon_1/2$  у изразу за генералисани Поасонов коефицијент  $\mu$ . Из једначине (3.2.8) заменом одговарајућих вредности као резултат добија се број циклуса као мера оцене интегритета сруктуралног елемента или елемената, односно процена века до појаве прскотине.

## 4. Замор материјала

### 4.1. Основна крива и модификоване криве малоцикличног оптерећења на замор

Једначина основне криве малоцикличног оптерећења на замор или  $\varepsilon$ - $N$  криве добијене експерименталним путем је облика:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} N_f^b + \varepsilon_f' N_f^c \quad (4.1.1)$$

где су:

$\sigma_f'$  ..... Коефицијент заморне чврстоће,

$b$  ..... Експонент заморне чврстоће ( Basquin-ов експонент ),

$\varepsilon_f'$  ..... Коефицијент заморне дуктилности,

$c$  ..... Експонент заморне дуктилности.

$E$  ..... Модул еластичности,

$N_f$  ..... Број циклуса до појаве иницијалне прскотине (или број полуциклуса до појаве иницијалне прскотине  $2 N_f$ )

Десна страна једначине криве  $\varepsilon$ - $N$  једнака је десној страни једначине (4.1.1) где је први део трансформисан множењем модулом еластичности  $E$ . Ово је први 1910 год., приметио *Basquin*, тј да подаци: напон – век ( $\sigma - N$ ) могу да се прикажу линеарно на  $\log - \log$  скали и да могу да се изразе једначином :

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_f' N_f^b \quad (4.1.2)$$

Други део једначине (4.1.1) која представља зависност пластичне релативне деформациј од броја циклуса први су, радећи независно, 1950 год. открили *Coffin* [33] и *Manson* [32] и изразили једначином:

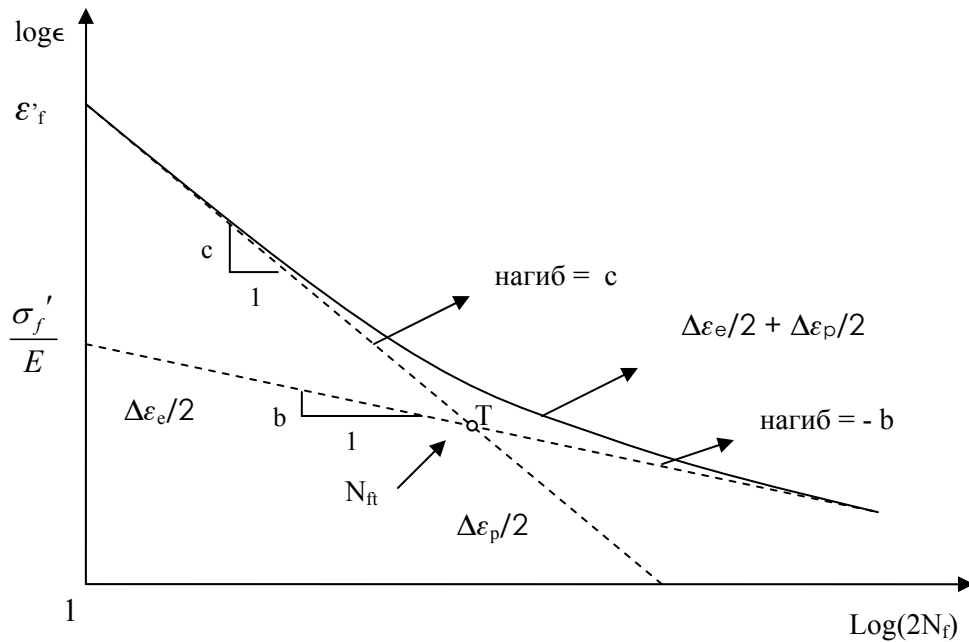
$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon_f' N_f^c \quad (4.1.3)$$

Ако се први део десне стране једначине (2.3.1.3) изједначи са првим делом десне стране једначине (4.1.1), а други део десне стране једначине (2.3.1.3) са десним делом једначине (4.1.1), логаритмовањем прелазе у једначине правих:

$$\log \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = b \log N_f + \log \frac{\sigma_f'}{E} \quad (4.1.4)$$

$$\log \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = c \log N_f + \log \varepsilon_f' \quad (4.1.5)$$

из чијих се експериментално одређених облика одређују непознати коефицијенти и експоненти потребни за дефинисање једначине криве  $\varepsilon - N$  **Слика 4.1.1**.



**Слика 4.1.1 Шематски приказ једначина (4.1.1), (4.1.4) и (4.1.5)**

Из једначина ( 2.3.1.4) и (4.1.1) изједначавањем еластичне и пластичне компоненте деформације (тачка T **Сл.4.1.1**) може се између коефицијената  $n'$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $K'$ ,  $\sigma'_f$  и  $\varepsilon'_f$  успоставити релација:

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f \cdot (2N)^b = K' \cdot \varepsilon'^{n'} \cdot (2N)^{c \cdot n'}$$

из које следи:

$$n' = \frac{b}{c}, \tag{4.1.6}$$

као и:

$$K' = \frac{\sigma'_f}{(\varepsilon'_f)^{n'}} \tag{4.1.7}$$

које могу бити од користи при прорачуну због успостављених међусобних односа и провере добијених експерименталних вредности . Овде треба напоменути, да има доста радова који потврђују добру корелацију између коефицијента цикличне чврстоће  $K'$  и *Brinell*-ове тврдоће  $HB$ , али не и за  $n'$ - експонента цикличног деформационог ојачања. За челик употребљен за оков лопатике приближно важи веза [27]:

$$K' = 0.009 ( HB )^2 + 0.1173 ( HB ) + 376.75 \tag{4.1.8}$$

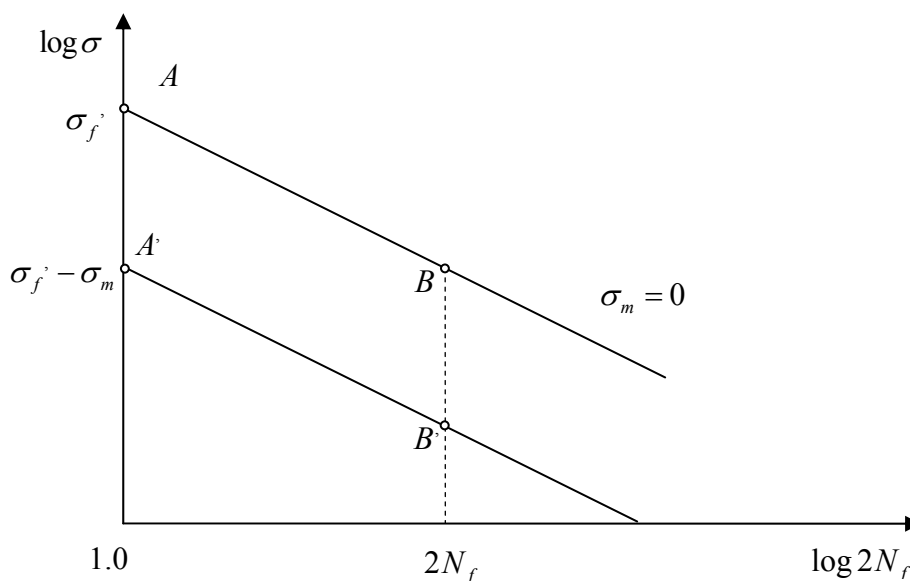
## 4.2 Модификоване криве малоцикличног оптерећења на замор

Модификоване криве нискоцикличног замора узимају у обзир утицај средњих напона. У литератури су познате и у пракси највише примењиване *Morrow-a*, *Halford-Nachmigal-a*, *Manson-Halford-a* и *Smimh-Wamson-Topper*-ова крива нискоцикличног замора.

### 4.2.1 Релација Morrow-a

Ова разматрања се углавном односе на дуготрајне радне векове елемената који су повезани са вредностима напона у домену еластичног понашања материјала. На дијаграму на *Сл. 4.2.1.1* приказани су подаци, неопходни за дефинисање овог поступка за утврђивање утицаја средњег напона за наведено оптерећење. Приказане су две праве линије, које представљају вредности дозвољених амплитуда напона у функцији од броја циклуса  $2N_f$  при коме настаје лом елемента под дејством замора, и то:

- када је вредност средњег напона нула, односно за потпуно повратно оптерећење,
- када је вредност средњег напона различита од нуле, односно за циклично оптерећење.



**Слика 4.2.1.1. Morrow-е криве еластичне деформације без и са утицајем средњег напона**

Притом се подразумева да су вредности напона у домену еластичног понашања материјала. Такође је предпостављено, и усвојено, да су ове линије међусобом паралелне. Када је број циклуса:

$$2N_f = 1$$

Добијене вредности напона одговарају податку, који се добија стандардним статичким испитивањем. На дијаграму на *Сл. 4.2.1.1* то су вредности:

- $\sigma'_f \rightarrow$  дозвољена вредност амплитуде напона, при  $\sigma_m = 0$ , тачка А, (коэффицијент заморне чврстоће или коэффициент замора) и
- $\sigma'_f - \sigma_m \rightarrow$  дозвољена вредност амплитуде напона, при  $\sigma_m \neq 0$  (тачка А')

које су одређене пресечним тачкама у-осе и правих линија, које дефинишу вредности дозвољених амплитуда напона у функцији од броја циклуса. За произвољни број циклуса:

$$2N_f \neq 1$$

одговарајуће дозвољене вредности амплитуда напона су  $\sigma_{al}$  (тачка В) и  $\sigma'_{al}$  (тачка В'). Са **Сл. 4.2.1.1** се види да су растојања између парова тачака А и А' и В и В' међусобом једнака, па се добија:

$$(\sigma'_{al}/\sigma_{al}) = (\sigma'_f - \sigma_m)/\sigma'_f \quad \text{или} \quad (\sigma'_{al}/\sigma_{al}) = 1 - (\sigma_m/\sigma'_f) \quad (4.2.1.1)$$

У општем случају, потребно је и погодно да се нормализују подаци на осам:

- да би могле да се обухвате све вредности броја циклуса, а и
- да би могли да се пореде резултати добијени разним поступцима

Треба да се напомене да се вредност напона  $\sigma'_f$  може одредити коришћењем израза:

$$\sigma'_f = \sigma_M (1 + D) \quad (4.2.1.2)$$

У изразу (4.2.1.2) је:

D - истегљивост материјала – вредност релативне деформације

Резултати, који су организовани на овакав начин приказани су дијаграмски на **Сл. 2.2.2.5**. Види се да приступ *Morrow*-а представља компромис између Герберовог и модификованог Гудмановог поступка, за ниске и средње опсеге вредности средњих напона, а такође, и да даје нешто више вредности у случајевима када су вредности средњег напона блиске вредностима крајње ломне чврстоће. Међутим, ови последње наведени, су ретко од практичног значаја, пошто пластичност која настаје у том случају, чини да долази до цикличне релаксације напона и истовременог нагомилавања релативне деформације. Израз *Morrow*-а за одређивање вредности средњег напона повезан је и са бројем повратних циклуса оптерећења до лома:

$$\sigma_a = (\sigma'_f - \sigma_m) (2N_f)^b \quad (4.2.1.3)$$

Када се уместо вредности за напон уведу вредности одговарајуће релативне деформације добија се:

$$\frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \left( \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} \right) (2N_f)^b \quad (4.2.1.4)$$

Израз (4.2.1.4) може да се уопшти додавањем компоненте релативне пластичне деформације, односно једноставним померањем линије еластичне релативне деформације,

а да се том приликом занемари утицај цикличног пластифицирања на вредност средњег напона, па се добија укупна релативна деформација:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f' - \sigma_m}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' \cdot (2N_f)^c \quad (4.2.1.5)$$

која представља *Morrow*-у једначину криве малоцикличног замора[36]. Разлика ове криве и основне криве малоцикличног замора је у томе што се узимајући у обзир средње напоне  $\sigma_m$ , модификује само еластична компонента укупне амплитудне деформације.

Израз (4.2.1.4) може да се уопшти множењем вредности средњег напона фактором  $k$ . Тиме се уводе у поступак променљиве које зависе од материјала, па је:

$$\frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \left( \frac{\sigma_f' - k\sigma_m}{E} \right) (2N_f)^b \quad (4.2.1.6)$$

Резултати за вредности средњег напона, који се добијају на овај начин за дати материјал и услове експлоатације, могу боље да се ускладе када се емпиријски утврди вредност фактора  $k$ .

Овде треба да се нагласи, да једноставно сабирање овако модификоване вредности опсега еластичне релативне деформације, која је настала као последица постојања вредности средњег напона различите од нуле, са изразом којим се дефинише промена вредности потпуно повратне пластичне релативне деформације у функцији броја циклуса, доводи да закључка да су криве хистерезе које представљају циклусно понашање напон – релативна деформација у великој мери зависне од интензитета и знака вредности средњег напона. Међутим, касније изведена испитивања су демантовала овај закључак и показала да су облици кривих хистереза независни или врло мало зависни од вредности средњег напона. Практично, то значи, да уз сваку промену, корекцију опсега еластичне релативне деформације због постојања вредности средњег напона различите од нуле, треба извршити и промену вредности опсега пластичне релативне деформације, тако да се постигне да постоји једнствени облик криве хистерезе којом се описује циклично понашање напон – релативна деформација материјала независно од вредности средњег напона.

## 4.2.2 Разматрање Halford-Nachtigal-a

Ова разматрања имају за циљ да у извесној мери побољшају модел *Morrow*-а. Побољшања се састоје у томе што ће се дефинисати поступак померања линија опсега и еластичне и пластичне релативне деформације у функцији броја циклуса[35]. Подразумева се да су те промене једнаке за вредности и еластичне и пластичне релативне деформације. Вредност те промене може да се изрази помоћу параметра који представља односа средњег и амплитудног напона:

$$V_\sigma = \sigma_m / \sigma_a \quad (4.2.2.1)$$

Значај овог извођења је превасходно у томе што се на један релативно једноставан и брз начин може утврдити допринос вредности средњег напона на промену века структуралног елемента. Полазна основа за ово разматрање је израз *Morrow*-а за вредност

средњег напона у који се уместо броја промена оптерећења до лома уведе број потпуних циклуса код којих је вредност средњег напона различита од нуле:

$$2N_{fm} = 2N \quad (4.2.2.2)$$

На тај начин добија се израз, који повезује амплитуду напона  $\sigma_a$  са бројем пуних циклуса до лома  $2N_{fm}$ , са вредношћу средњег напона  $\sigma_m$  и коефицијентом чврстоће на замор  $\sigma_f'$ :

$$\sigma_a = (\sigma_f' - \sigma_m)(2N_{fm})^{-b} \quad (4.2.2.3)$$

У случају када је вредност средњег напона једнака нули ( $\sigma_m = 0$ ) израз постаје:

$$\sigma_a = \sigma_f' (2N_f)^{-b} \quad (4.2.2.4)$$

Где је  $N_f$  број циклуса када је  $V_\sigma = 0$ .

Израз (4.2.2.4) може да се реши по  $\sigma_f'$  и добија се:

$$\sigma_f' = \sigma_a \cdot (2N_f)^b \quad (4.2.2.5)$$

Када се изрази (4.2.2.5) и (4.2.2.1) замене у израз (4.2.2.3) и после сређивања имамо:

$$(2N_{fm})^{-b} = (2N_f)^{-b} \cdot V \quad (4.2.2.6)$$

Израз (4.2.2.6) омогућава да се релативно једноставно одреди утицај вредности средњег напона, који је различит од нуле, на промену тј. скраћивање дужине века елемента под дејством замора, ако су познате вредности параметара  $b$  и  $V$ .

У изразу (4.2.2.6) од карактеристика које описују понашања и стања материјала под дејством оптерећења на замор користи се само параметар  $b$ . Вредности осталих величина, које су иначе повезане са одређивањем дужине века, као што су:

- напон,
- еластична релативна деформација,
- релативна пластична деформација,
- укупна релативна деформација и
- енергија релативне деформације

у овом случају нису од значаја, осим што се подразумева да треба да имају константну вредност док се разматра утицај вредности средњег напона. Види се такође, да није потребно да се знају вредности напона, већ само вредност параметра  $V$ .





углавном односио на промену вредности еластичне релативне деформације. На *Сл. 4.2.3.1* промене вредности релативне деформације у функцији броја циклуса представљене су еластичном линијом, пуном, за потпуно повратно оптерећење ( $\sigma_m = 0$ ), а испрекиданом за циклично оптерећење ( $\sigma_m > 0$ ). Види се да се због постојања вредности средњег напона ( $\sigma_m > 0$ ) еластична линија паралелно помера према нижим вредностима релативних деформација (тачка  $B$  у тачку  $B'$ , исто као и тачка  $T$  у тачку  $T'$ ), или према нижим вредностима броја циклуса (тачка  $2N_i$  у тачку  $2N_i'$ ). Величина овог померања се разликује од модела до модела.

Треба напоменути, да нема значаја и да се добија исти резултат било да се сматра да се еластична линија:

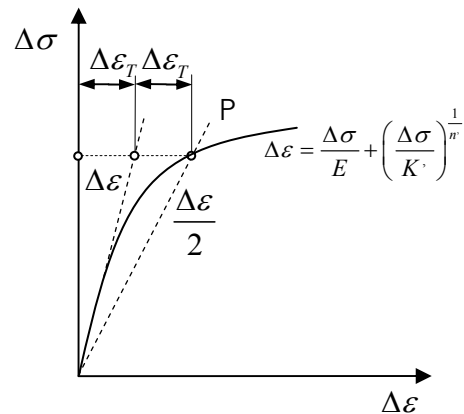
- помера према доле у опсегу релативних деформација за дату вредност броја циклуса или
- помера у лево према мањем броју циклуса за дату вредност опсега релативних деформација.

Главни допринос свеобухватног модела у односу на постојеће је укључивање у прорачун промене вредности пластичних релативних деформација, линије пластичне деформације, у присуству средњег напона, чија је вредност различита од нуле ( $\sigma_m \neq 0$ ). Од раније је познато да се, уколико се овај утицај занемари и пластична линија остави непромењена, добијају нереални резултати, који се односе на резултате, односно облике цикличних кривих напон – релативна деформација. Због тога је уведено правило које дефинише да однос еластичне и пластичне линије буде константан, односно да има сталну вредност, јер је само под тим условима облик криве напон – релативна деформација независан од вредности средњег напона. Реализација овако уведеног правила може да се постигне ако се испуни захтев да се нагиби еластичне  $b$  и пластичне криве  $c$  не мењају у присуству средњих напона, чија је вредност различита од нуле ( $\sigma_m \neq 0$ ), у односу на нагибе истих линија за потпуно повратно оптерећење ( $\sigma_m = 0$ ). Испуњавање овог захтева има за последицу да и вредност цикличног експонента очвршћавања релативне деформације  $n'$  остаје константна сходно релацији (4.1.6). Када је вредност коефицијента  $n'$  позната, избор само једне, тачке на кривој напон–релативна деформација гарантује да облик криве остаје непромењљив. На *Сл. 4.2.3.2* изабрана је тачка  $P$ . Положај на кривој напон – релативна деформација на коме се тачка  $P$  налази је потпуно произвољан, али је згодно да то буде место на коме је испуњен услов да су вредности опсега и еластичне и пластичне деформације међусобом једнаки:

$$\Delta \varepsilon_e = \Delta \varepsilon_p = \Delta \varepsilon_T \quad (4.2.3.1)$$

Иначе, у изразима који су повезани са бројем циклуса, ове вредности опсега и одговарајуће вредности дужине века или броја циклуса, су познате као:

- прелазни опсег релативне деформације  $\Delta \varepsilon_T$ ,
- прелазна вредност дужине века или броја циклуса  $2N_T$  под дејством оптерећења на замор.



**Слика 4.2.3.2 Графички приказ тачке једнаке вредности еластичне и пластичне компоненте деформације**

Непосредни утицај постојања средњег напона чија је вредност различита од нуле је промена прелазне вредности дужине века у односу на потпуно повратно оптерећење  $N_T \rightarrow \rightarrow N_{T'}$ , а да је вредност прелазног опсега релативне деформације остала непромењена, како је то показано на *Сл. 4.2.3.1*. Уопште, положај померене еластичне и пластичне линије дефинисан је следећим условима:

- положај тачке пресека померене еластичне линије са (вертикалном) осом која одговара вредности броја циклуса  $2N_f = 1$ , је одређен као  $B' = (B - 2k\sigma_m/E)$ , у коме вредност константе зависи од типа коришћеног модела (Morrow-а  $\rightarrow k = 1$ , Goodman-а  $\rightarrow k = \sigma_m/\sigma_c$ ),
- облик криве напон – релативна деформација, за елемент изложен оптерећењу на замор, код кога је вредност средњег напона различита од нуле, мора да буде исти као и облик криве за исти елемент који је изложен потпуно повратном оптерећењу,
- нагиби еластичних и пластичних линија у оба случаја оптерећења на замор, и потпуно повратном ( $\sigma_m = 0$ ) и цикличном ( $\sigma_m \neq 0$ ), морају да буду исти, што је природна последица чињенице да је циклична крива напон – релативна деформација независна од вредности средњег напона, а и да при било којој дужини века тј, броју циклуса, збирна вредност еластичне и пластичне релативне деформације мора увек да се нађе на цикличној кривој напон – релативна деформација.
- да би се постигло да циклична крива напон – релативна деформација буде независна од вредности средњег напона, пластична линија мора да се помери паралелно за исту вредност, као и еластична линија, мерено дуж осе на којој се приказује дужина века тј. број циклуса.

На *Сл. 4.2.3.1* је показано како је испуњен последње наведени услов тако што је прелазна (транзициона) тачка  $T$  померена хоризонтално у тачку  $T'$ .

При разматрању свеобухватног модела подразумева се да постоји одређени принцип који указује да:

- циклично напон – релативна деформација понашање материјала не може да буде функција величине или знака средњег напона.

Ова чињеница је сама по себи јасна и логична, пошто је облик криве напон – релативна деформација предодређена стањем материјала пре него што је формиран цео циклус оптерећења, док вредност средњег напона може да се одреди тек после формирања целог циклуса. Очигледно је да нека функција, односно, облик криве напон – релативна деформација не може да зависи од променљиве, чија је вредност у том тренутку непозната, односно која ће бити позната тек пошто облик функције буде дефинисан. Наведени принцип је од велике користи приликом разматрања модела код којих постоје мале вредности пластичног понашања материјала и вредности средњих напона, које су различите од нуле. Сви модели, који се баве разматрањем утицаја вредности средњег напона на дужину века, вишеосним типом оптерећења, нагомилавањем оштећења и другим, никако не смеју да наруше дефинисано циклично напон – релативна деформација понашање материјала. Утицај вредности средњег напона, када је ( $\sigma_m \neq 0$ ) на дужину века, манифестује се, кроз промене вредности неких од параметара, који карактеришу материјал и његово понашање. Уколико нису обухваћене све компоненте овог утицаја може да се чини да је исти несразмерно велики, поготово када је утврђено да је циклична пластичност (пластифицирање, довођење елемента током цикличног оптерећивања у домен пластичног понашања материјала) главни узрок скраћивања дужине века и настанка лома под дејством оптерећења на замор. У разматрањима, које су извели Гербер и Гудман, анализиран је само утицај вредности средњег напона на вредност дозвољеног наизменичног напона  $\sigma_a$ . Међутим, свеобухватни модел је дефинисан тако да се на јасан и очигледан начин, кроз оговарајуће изразе и дијаграме, узму у обзир промене свих параметара, који су битни за одређивање дужине века. При томе се мисли на промену вредности:

- $\sigma_f^?$  → дозвољена вредност амплитуде напона, при  $\sigma_m = 0$ , (тачка А са *Сл. 4.2.1.1*, или тачка В на *Сл.4.2.3.1*), (коэффициент заморне чврстоће) и
- $\varepsilon_f^?$  → положај тачке пресека пластичне линије за потпуно повратно оптерећење и вертикалне осе којој одговара број циклуса  $2N_f=1$ . (тачка С на *Сл.4.2.3.1*), (коэффициент заморне, дуктилности, пластификације (пластичне деформације под дејством замора))

На *Сл.4.2.3.1* је показано да се, у случају када је ( $\sigma_m \neq 0$ ), и еластична и пластична линија померају за исту вредност (или броја циклуса, или вредности опсега релативне деформације). Пресеци ових линија и вертикалне осе којој одговара број циклуса  $N_f = 1$  из тачака В и С, се уколико је ( $\sigma_m > 0 \rightarrow$  истезање) померају у тачке В' и С', односно на тај начин се привидно смањују вредности дозвољене вредности амплитуде и дуктилности (способности материјала да се пластично деформише). Већ је речено да је дејство замора тесно повезано са цикличним пластифицирањем тј. довођењем елемента током цикличног оптерећења у домен пластичног понашања материјала, па може да се закључи да су велика смањења дужине века под дејством средњег напона истезања повезана са великим смањењем могућности материјала да се пластично деформише (смањено својство дуктилности), што је лако уочити на *Сл.4.2.3.1*.

Очигледно је да се вредности нагиба еластичне и пластичне линије разликују, па је различит и утицај вредности средњег напона на еластичну-мањи и на пластичну-много већи, компоненту релативне деформације. Ово разматрање је изведено под претпоставком

да не постоји могућност да током оптерећивања под дејством замора може да дође и до релаксације, смањивања, вредности средњег напона. Ако би се ова могућност узела у обзир, тиме би се смањило ефекат истог на скраћивање дужине поузданог радног века елемента. У случају када је  $\sigma_m \neq 0$  и  $\sigma_m < 0$  (притисак), и еластична и пластична линија се померају за исту вредност (или броја циклуса, или вредности опсега релативне деформације), али на супротну страну. На сличан начин, као и у претходном разматрању, када се радило о средњем напону истезања, у случају када постоји средњи напон притиска може да се закључи да долази до значајног привидног повећања могућности материјала да се пластично деформише (дуктилности). То значи да вредност средњег напона притиска повећава број циклуса до лома елемента под дејством оптерећења на замор. Уобичајено је да се разним типовима површинских обрада у унутрашњости материјала индукује, заостали, напон притиска чиме може да се постигне да средњи напон током оптерећења на замор буде напон притиска. Утицај вредности средњег напона може да се размотри и кроз понашање микрочестица материјала (кристала) током оптерећења на замор. Области унутар кристализованих зрна метала на којима настаје циклично пластифицирање су места на којима се иницирају оштећења материјала под дејством оптерећења на замор. Уколико је оптерећење високоциклично, пластифицирање је скоро сасвим ограничено, па се клизања, померања, дешавају само у неколико клизних трака. Високи напон истезања утиче тако да се ове уске области локално знатно нагомлавају и умножавају па се кидају међуатомске везе без могућности да се касније поново успоставе. Непосредна последица је знатно брже настајање локалних микро прскотина, него што би се десило да је напон истезања једнак нули. Наравно, овако нагомилане прскотине су практично неприметне чак и после великог броја циклуса и да би се регистровале потребна је примена безконтактне мерне технике. За највећи број случајева, који обухватају утицај вредности средњег напона, еластична релативна деформација је доминантна у опсегу најчешће разматраних дужина века, односно, броја циклуса.

Овај модел може директно да дефинише смањење дужине века под утицајем вредности средњег напона, чак и кад је укључено и значајно циклично пластифицирање. Циклуси овог типа могу да настану током нагомилавања оптерећења од замора кад год се средњи напони поново успоставе, како је то предвиђено историјом оптерећења. Остали савремени поступци не могу да обухвате поновно успостављање вредности средњих напона, и када се примењују на циклусе са значајном пластификацијом, уводе претпоставку да се сваки почетни средњи напон једноставно релаксира до нуле без последица на дужину века. Ова претпоставка је последица чињенице да је калибрација ових модела праћена извођењем испитивања, код којих је почетна вредност средњег напона после малог броја циклуса тежила да се релаксира на нулу. На половини дужине века или броја циклуса, вредност средњег напона може да буде било која између почетне вредности и нуле и тај податак је у вези са посматраном дужином века. *Manson-Halford*-ов модел може да се користи и за процену утицаја циклуса, код којих постоје средњи напони, а који се појављују у прекидима због повремених појава циклуса са великим релативним деформацијама, што остали савремени модели нису у стању да ураде без одређених модификација.

У једначини *Manson-Halford*-ове криве нискоцикличног замора:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N_f)^b + \left( \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{\sigma'_f} \right)^{\frac{n}{b}} \varepsilon'_f (2N_f)^n \quad (6.3.2)$$

обе компоненте укупне амплитудне деформације су модификоване.

#### 4.2.4 Smith-Watson-Topper-ова крива

Разматрање има за циљ да дефинише поступак за одређивање интегритета структуралног елемента под дејством замора који може да се опише једним јединственим параметром, који је пропорционалан производу:

$$P = P = \sigma_{\max} \cdot \frac{\Delta\varepsilon}{2} \quad (4.2.4.1)$$

Основна идеја је да се дефинише параметар који може да се примени на случајеве код којих постоји и пластично и еластично понашања материјала, а такође и на случајеве који су ограничени само на еластично понашање[10]. За потпуно повратно оптерећење, вредности величина  $\sigma_{\max}$  и  $\Delta\varepsilon/2$  су повезане јединственим директним један – према - један односом, па дужина века структуралног елемента може да се једноставно изрази:

- у функцији опсега наизменичне релативне деформације или
- у функцији максималног напона

У случају када је вредност средњег напона различита од нуле, наведени директни однос се мења, али остаје могућност да се користи уведени параметар. Да би се метод побољшао, односно да би се омогућила његова примена и у овом случају, једино је потребно да се дефинишу обичне карактеристике за комплетно повратно оптерећење. С обзиром, да у групу обичних карактеристика спадају и вредности максималног напона и опсега укупне релативне деформације, веза између дужине века елемента и производа ове две карактеристике може да се утврди, без експерименталног одређивања вредности средњег напона. Чим се веза једном одреди за потпуно повратно оптерећење, иста може да се користи и у другим случајевима код којих је вредност средњег напона различита од нуле, наравно ако су познате вредности максималног и наизменичног напона.

У изразу (4.2.4.2) модул еластичности је употребљен као множилац основног параметра, а квадратни корен је примењен на цео израз да би се добила јединица за напон. Поређење резултата који се добијају коришћењем ове методе и Morrow-овог поступка који је искоришћен да би се добио облик кривих напон – релативна деформација у функцији броја циклуса за исти материјал при различитим вредностима средњег напона уместо једне једине добиће се фамилија кривих. Очигледно је да ће ове две методе, које треба да представе утицај вредности средњег напона на дужину века увек да дају различите вредности што се тиче предвиђања његове дужине. Даља разматрања у вези *Smith-Watson-Topper*-овог поступка треба да се усмере на уклањање, или бар на смањивање ових разлика, с обзиром да се *Morrow*-ов метод, који је иначе мање или више сагласан са *Goodman*-овим и *Gerber*-овим приступом, показао током дужег времена, као довољно поуздан. Увек треба имати у виду да је *Smith-Watson-Topper*-ов поступак развијен на основу података из испитивања на замор у домену између средњег и високог броја

цикла, док су *Goodman*-ов и *Gerber*-ов, а касније и *Morrow*-ов поступак, развијани на основу података из испитивања на замор при великом броју циклуса. Осим тога употреба *Smith-Watson-Topper*-овог поступка је врло неприкладна за велике вредности средњег напона притиска, нарочито када је вредност максималног напона истежања значајно испод вредности амплитуде напона за потпуно повратно оптерећење на замор при великом броју циклуса. За екстремне случајеве када су вредности максималних напона или незнатно истежући, или негативни, уведени SWT параметар постаје практично инжењерски неупотребљив.

У једначини *Smith-Watson-Topper* -ове криве нискоциклусног замора

$$P_{SWT} = \sqrt{\sigma_{\max} \frac{\Delta \varepsilon}{2} E} = \sqrt{(\sigma'_f)^2 (2N_f)^{2b} + E \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c}} \quad (4.2.4.2)$$

утицај средњих напона узима се у обзир преко:

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \frac{\Delta \sigma}{2} \quad (4.2.4.3)$$

Ознака  $P_{SWT}$  у једначини (4.2.4.2) односи се на *Smith-Watson-Topper*-ов параметар.

### 4.3. Утицај повишене температуре на замор

За прорачун на замор структура летелица поред познавања оптерећења, неопходно је имати и задате радне температурне услове који значајно утичу на радни век. Овде ће бити укратко представљен проблем промене радне температуре околине као резултат промене брзине.

Савремене летелице, а посебно космичке, при свом кретању кроз атмосферу се загревају, а температура која одговара пуном преображају кинетичке енергије у топлотну рачуна се по формули:

$$T_t = T_{\infty} \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M^2 \right) \quad (4.3.1)$$

Где је:  $T_{\infty}$  -температура ваздуха довољно далеко од летелице;  $M$  – Мах-ов број;  $\kappa$  - коефицијент адијабате.

Ова температура представља максималну температуру и не постиже се даље од граничног слоја.

Температура ваздуха у пограничном слоју, што се више приближавамо површини летелице, при одсуству одвођења топлоте (површина летелице је адијабатска површина) се налази по формули:

$$T_v = T_{\infty} \left( 1 + r \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right) \quad (4.3.2)$$

Коефицијент  $r$  за ламинарни гранични слој је  $r \approx 0.85$ , а за турбулентни  $r \approx 0.9$ , па једначина (4.3.2) за турбулентни гранични слој има облик:

$$T_v = T_{\infty} (1 + 0.18M^2) \quad (4.3.3)$$

Например, при лету на висини од преко 11000m где је температура средине  $T_{\infty} = 216K$  при брзини од 3M следи да је:

$$T_v = 216(1 + 0,18 \cdot 9) = 566K = 293^{\circ}C$$

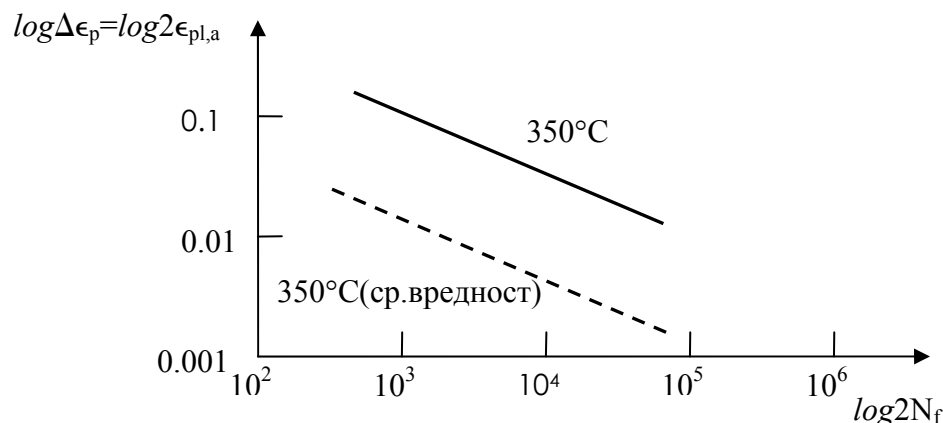
Имајући у виду да космичке летелице улазе у земљину атмосферу брзином од 25÷26M јасно је да је ово незаобилазни део у прорачуну на замор летелица великих брзина.

Поред утицаја високих температура на деградацију механичких карактеристика материјала ако је присутно дејство променљиве температура и при томе делимично или потпуно спречено слободно деформисање, појавиће се и одговарајућа напрезања. Ако се при томе температура мења циклично, те спречене слободне деформације ће изазвати напоне који се такође циклично мењају[32]. Ова стања су са становишта процеса замора истоветна стањима при дејству оптерећења која изазивају деформације једнаке спреченим деформацијама. На тај начин, долази до термичког замора. На процес термичког замора при повишеним температурама су истовремено укључена оба фактора, смањење механичких карактеристика и изазивање цикличних напрезања.

Услов заморног разарања је постојање цикличног пластичног деформисања, па ако је циклична промена температуре довољно велика да изазове цикличне пластичне деформације тада говоримо о термичком замору.

Утицај повишене радне температуре огледа се и у појави пузања, локалног пластичног деформисања, старења, корозије, раста зрна, промена у кристалним решеткама итд. Све ове комплексне појаве треба пажљиво узети у обзир и одредити њихов утицај.

Приказ резултата испитивања малоцикличног механичког замарања при дејству константне повишене температуре од 350°C и термичког замарања при дејству цикличне промене температуре са средњом температуром циклуса 350°C (од 200°C до 500°C) као илустрација дат је на *Сл. 4.3.1.*[32]



**Слика 4.3.1 Малоциклични замор при повишеним температурама**

Са *Сл. 4.3.1* је уочљиво да су линије замарања при термичком и при механичком цикличном деформисању међусобно паралелне, односно да су зависности критеријума замора и  $s$ -експонента заморне дуктилности изражен преко угла нагиба правих исти, а да је разлика само у вредности  $\epsilon_f$ -коэффицијента заморне дуктилности. Може се такође



уочити да су векови до појаве иницијалне прскотине при истим условима (једнака вредност пластичне деформације) много пута мањи при термичком цикличном деформисању у наведеном температурском интервалу него при механичком цикличном деформисању при константној температури која је једнака средњој температури циклуса (350°C).

Постојеће разлике у кривама малоциклусног замора при цикличном термичком и механичком деформисању може се објаснити различитом расподелом локалних пластичних деформација изазван вишом локалном температуром што има за последицу и нижу локалну границу развлачења[33].

Ова разматрања потврђују да је термички малоциклусни замор сличан механичком малоциклусном замору што потврђује и исти облик математичке зависности. Термички замор се не манифестује на исти начин за све материјале, те се оцена носивости при цикличним променама температуре не може базирати на резултатима добијених преко механичког малоциклусног замора. Пошто је понекад могуће и међусобно узајамно дејство цикличних промена температуре и деформације неопходно је у процес замарања укључити и време преко брзине цикличне деформације у присуству циклично променљиве температуре. Ово знатно компликује решавање проблема термичког замора.

Због специфичне опреме за испитивање, компактности и потребних новчаних средстава, а пошто до данас не постоји опште прихваћено теоријско, а ни експериментално истраживање, оваква истраживања се изводе само у технички најразвијенијим земљама.

## **5. Процедуре и примери одређивања напонског стања и процене броја циклуса до појаве прскотине**

У овом поглављу укључени су примери којима се илуструје поступак одређивања напонског стања за структуралне елементе са равним стањем напона с једне и процена века до појаве иницијалног оштећења с друге стране. За одређивање напонског стања коришћени су структурални елементи са кружним отвором где се јавља концентрација напона и где се могу користити поред МКЕ и аналитички приступи за описивање еластопластичног понашања материјала.

### **5.1 Процедуре одређивања цикличних карактеристика челика Č 4732**

Испитиван је челик Č 4732 (AISI 4140, W.N 1.7225, 42CrMo4), термички обрађен, представник групе нисколегираних челика високе чврстоће који има широку примену у изради виталних високооптерећених елемената на замор (попут вратила, лежајева, зупчаника, осовина, окова итд.). Он је захваљујући додатку легираних елемената погодан за термичку обраду побољшавањем.

Облик епрувета са димензијама дат је цртежом *Сл.7.2*, а изглед епрувете фотографијом на *Сл.7.1*. Епрувете су израђене из ваљаног плочастог термички обрађеног материјала од кога је израђен и оков, при чему је правац влакана у правцу осе епрувета. Прелаз између различитих пречника у зони испитивања изведен је тако да се осигура минимална концентрација напона. Мерна зона је обрађена према цртежу. Извршено је и мерење тврдоће сваке од укупно 15 (петнаест) епрувете и то чеоног пресека где није

дошло до евентуалне промене структуре, или деформације, па тиме ни тврдоће. Добијени резултати као средња вредност три мерења тврдоће дати су у **Табели 5.1.1**.

Бр. епрувете	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Тврдоћа(HR <sub>c</sub> )	33	33	34	34	33.6	33	33.6	33.3	34.3	33	33	34	33	34	34

**Табела 5.1.1 Средња вредност тврдоће епрувета**

Из табеле **Табеле 5.1.1** средња вредност тврдоће свих петнаест епрувета је 33.5 HR<sub>c</sub> (*Rocvell*), односно приближно 320HB (*Brinell*).

<i>Epr.br</i>	<i>N</i>	<i>N<sub>f prs</sub></i>	$\epsilon$	Hz	$\Delta\epsilon_e/2$	$\Delta\epsilon_p/2$	$\log\Delta\epsilon_e/2$	$\log\Delta\epsilon_p/2$	$\log N_{f prs}$
1	630	504	0,0080	0,2	0,0038	0,0042	-2,42022	-2,37675	2,702431
2	600	480	0,00784	0,2	0,0040	0,00384	-2,39794	-2,41567	2,681241
3	500	400	0,0088	0,2	0,00388	0,00492	-2,41117	-2,30803	2,60206
4	260	200	0,00976	0,15	0,00376	0,006	-2,42481	-2,22185	2,30103
5	2100	1650	0,00568	0,5	0,00348	0,0022	-2,45842	-2,65758	3,217484
6	1560	1250	0,00600	0,15	0,00380	0,0022	-2,42022	-2,65758	3,09691
7	2000	1600	0,00600	0,3	0,00372	0,00228	-2,42946	-2,64207	3,20412
8	612	490	0,0060	0,15	0,00380	0,0022	-2,42022	-2,65758	2,690196
9	1340	1280	0,00572	0,3	0,00352	0,0022	-2,45346	-2,65758	3,10721
10	1124	900	0,00600	0,3	0,00340	0,0026	-2,46852	-2,58503	2,954243
11	3456	3120	0,00412	0,4	0,00324	0,00088	-2,48945	-3,05552	3,494155
12	6700	5900	0,00401	0,4	0,00321	0,0008	-2,49485	-3,09691	3,770852
13	430	252	0,00934	0,1	0,00394	0,0054	-2,39577	-2,26761	2,401401
14	8976	6720	0,00352	0,4	0,00312	0,0004	-2,50585	-3,39794	3,827369
15	50000	20000	0,00322	0,4	0,0032	0,0002	-2,49485	-3,69897	4,30103

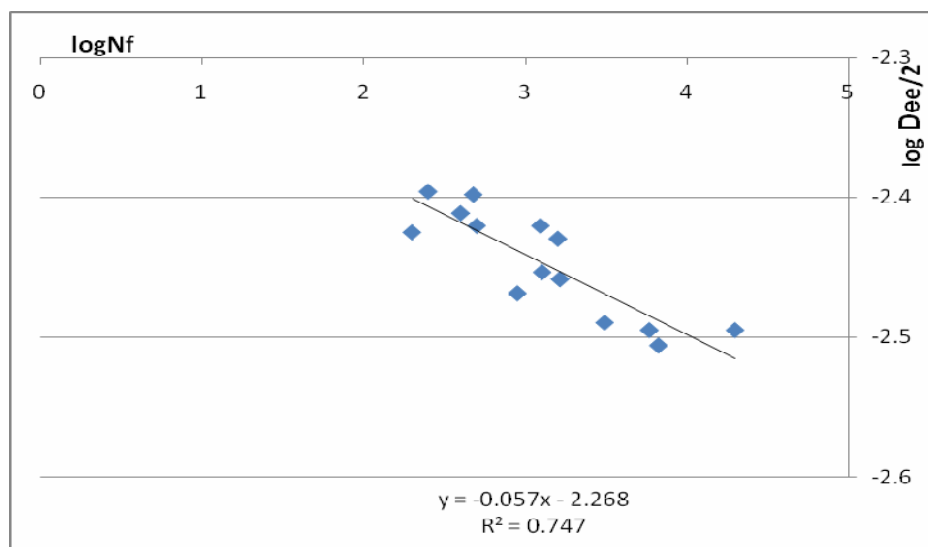
**Табела 5.1.2 Експерименталне вредности еластичне и пластичне компоненте деформације са бројем циклуса до појаве иницијалне прскотине**

Само испитивање одређивања цикличних карактеристика изведено је на *MTS* хидрауличном испитном уређају са екстензометром за мерење укупне деформације тип

2.27C-20. Дужина епрувете на којој су мерене деформације је била 30mm. Мерења су спроведена при температури приближно 20°C. Експерименти су спроведени са малоциклусним аксијалним оптерећењем са контролисаном деформацијом и коефицијентом асиметрије  $R = -1$ . Испитивања су вршена до коначног лома, а са самог дијаграма циклуса (Сл. 7.8) јасно се уочава тренутак појаве прслине, односно број циклуса до појаве прслине. То је оно место на дијаграму где нагло долази до пада вредности силе. На исти начин одређен је и број циклуса до појаве прслине и за преостале епрувете. За сваку епрувету изабрана је карактеристична петља хистерезиса (Сл. 7.11) из које су одређене еластична и пластична компонента деформације. На тај начин са вредностима о броју циклуса до појаве прскотине  $2N_f$ , сви потребни елементи за одређивање цикличних параметара датог материјала неопходних за рачунање броја циклуса до појаве прскотине дати су табелом Таб. 5.1.2.

Уз помоћ корисничког пакета EXCEL линеарном регресијом у  $\log\text{-}\log$  координатном систему обрадом колона логаритам амплитуда еластичних деформација и логаритам броја циклуса до појаве прслине ( $\log\Delta\epsilon_e/2$  и  $\log N_f$ ) са Сл. 5.1.2 добијена је једначина праве из које се упоређивањем са једначином (4.1.4) добија експонент заморне чврстоће:

$$b = -0.057,$$



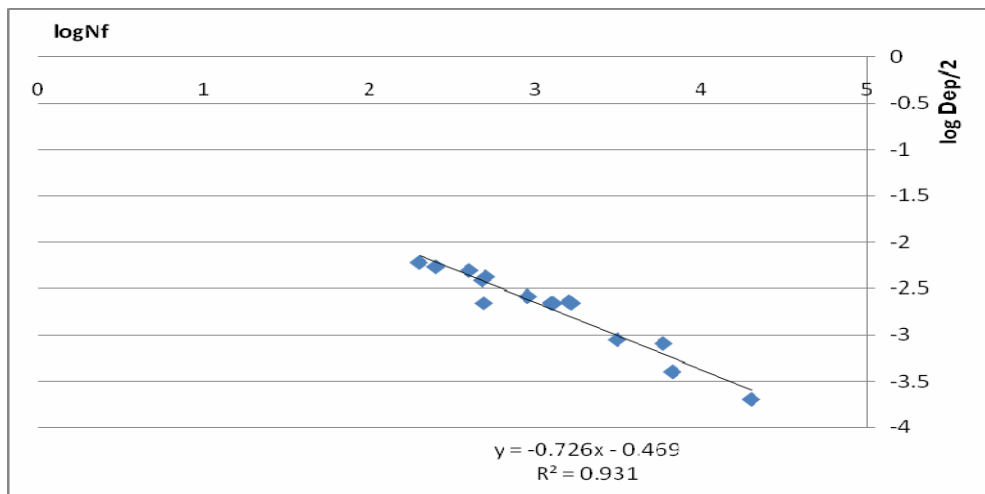
Слика 5.1.1 Линеарна регресија еластичне компоненте  $\epsilon\text{-}N$  криве у  $\log\text{-}\log$  координатном систему

а за вредност модула еластичности  $E=212000\text{MPa}$  и вредности ординатног одсечка инверзијом добија коефицијент заморне чврстоће

$$\sigma_f = 1143.8 \text{ MPa}.$$

Из линеарне регресије обрадом колона логаритам амплитуда пластичних деформација и логаритам броја циклуса до појаве прслине ( $\log\Delta\epsilon_p/2$  и  $\log N_f$ ) Сл. 5.1.2 следи једначина праве из које се упоређивањем са једначином (4.1.5) добија експонент заморне дуктилности:

$$c = -0.726$$



**Слика 5.1.2** *Линеарна регресија пластичне компоненте  $\epsilon$ - $N$  криве у  $\log$ - $\log$  координатном систему*

Коефицијент заморне дуктилности добија се инверзијом вредности одсечка на у-оси

$$\epsilon_f = 0.34$$

Експонент цикличног деформационог ојачања  $n$  је добијен из једначине (4.1.6) односно:

$$n = b/c = 0.0785$$

Коефицијент цикличне чврстоће  $K$  је рачунат према једначини (4.1.7)

$$K = 1244.9 \text{ MPa}$$

Тако су на основу испитивања изабраних епрувета одређени циклични параметри, односно коефицијенти отпорности на малоциклусни замор наведеног челика у термички обрађеном стању.

Овако добијени резултати могу се сматрати валидним са извесним, малим технички допуштеним грешкама као последица не саосности пакнова за прихват епрувете што индукује појаву незнатног извијања и косог савијања. Извесна одступања везана су и за квалитет површине испитиване зоне епрувете као и минималних разлика термичког стања с обзиром на различите зоне узимања епрувета. Са графика *Сл. 5.1.1* и *Сл. 5.1.2* се види да би већи број испитиваних епрувета дао тачнији резултат што се посебно односи на еластичну компоненту  $\epsilon$ - $N$  криве, иако вредност коефицијента детерминације  $R^2$  говори о високој повезаности (математичка). Треба нагласити да су при одређивању цикличних карактеристика узети сви добијени експериментални резултати осим једног (епрувета бр.8).

Упоредивањем експериментално добијених вредности коефицијената отпорности на малоциклусни замор са вредностима истих датих у литератури, али за еквивалентни челик са ознаком *1.7225* односно *42CrMo4*, уочљива су мала одступања која се осим горе

наведеног, могу приписати незнатним разликама у термичкој обради и хемијском саставу епрувета[28].

Пошто су одређени коефицијенти отпорности на малоциклусни замор, може се приступити прорачуну на замор епрувете са рупом као добрим примером симулације многих реалних елемената структуре, а потом применити и на конкретан елемент: оков лопатице репног ротора хеликоптера *HT40*.

### 5.2.1 Пример одређивање напонског стања равне епрувете са централним отвором и броја циклуса до појаве иницијалне прскотине

Епрувета са рупом *Сл.7.3.* оптерећена је циклусом истезање-истезање силом  $F = 215\text{KN}$ , а напонски однос је  $R = 0.1$ [22,29]. Применом *MKE* одређена је локална, нето, вредност напона на месту концентрације напона, а вредност укупног номиналног напона је однос укупног, пуног, пресека довољно удаљеног од зоне концентрације напона и силе. Према формули (3.1.1.1) израчунат је фактор концентрације напона:

$$K_t = 3.34 \quad \text{и} \quad K_f = 0.9 K_t = 3.006$$

Приближна вредност напона на месту концентрације може се добити применом многих формула или дијаграма [3] у зависности од геометрије. Овде ће бити показан комплетан прорачун, а резултат упоређен са експериментом. За циклично оптерећење максимум, минимум и амплитуда укупног номиналног напона су :

$$S_{\max} = 716.7 \text{ MPa}$$

$$S_{\min} = 71.67 \text{ MPa}$$

$$S_a = (S_{\max} - S_{\min}) / 2 = (716.7 - 71.7) / 2 = 322.5 \text{ MPa}$$

Номинално понашање за циклично оптерећење је еластично, пошто су напони  $S_{\max}$ ,  $S_{\min}$  и  $S_a$  нижи од  $\sigma'_y$ .

Прво треба да се одреде вредности напона и релативне деформације код корена усека при максималном оптерећењу. Коришћењем *Neuber*-овог правила и фактора замора  $K_f = 0.9 K_t$  следи:

$$\varepsilon_{\max} \sigma_{\max} = (K_f S_{\max})^2 / E = (3.006 \times 716.7)^2 / 212000 = 21.89$$

$$\varepsilon_{\max} = \sigma_{\max} / E + (\sigma_{\max} / K')^{1/n'} = \sigma_{\max} / 212000 + (\sigma_{\max} / 1245)^{1/0.0785}$$

одакле пробањем (*trial and error*), нумеричком или графичком методом (показаном на *Сл.4.2.2.2*) се добија  $\sigma_{\max} = 914 \text{ MPa}$  и  $\varepsilon_{\max} = 0.02395$ .

Претпостављено је Масинг понашање материјала са фактором од два простирања стабилне цикличне криве напон – релативна деформација као растеређујуће путање деформације материјала. Растеређење почиње од  $716.7 \text{ MPa}$  до  $71.7 \text{ MPa}$ . Помоћу *Neuber*-овог правила се добија

$$\Delta \varepsilon \Delta \sigma = (K_f \Delta S)^2 / E = (3.006 \times 645)^2 / 212000 = 17.73, \text{ односно}$$

$$\Delta \varepsilon = \Delta \sigma / E + 2(\Delta \sigma / 2K')^{1/n'} = \Delta \sigma / 212000 + 2(\Delta \sigma / 2490)^{1/0.0785}$$

следи:

$$\Delta\sigma = 1538 \text{ MPa} \quad \text{и} \quad \Delta\varepsilon = 0.01153,$$

а

$$\sigma_{\min} = \sigma_{\max} - \Delta\sigma = 914 - 1538 = -624 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / 2 = (914 - 624) / 2 = 145 \text{ MPa}$$

и

$$\varepsilon_{\alpha} = \Delta\varepsilon / 2 = 0.01153 / 2 = 0.005765$$

$$\sigma_a = \Delta\sigma / 2 = 1538 / 2 = 769 \text{ MPa}$$

У колико се примени *Glinka правило* или правило густине енергије релативне деформације:

$$\frac{\sigma_{\max}^2}{E} + \frac{2\sigma_{\max}}{n'+1} \cdot \left( \frac{\sigma_{\max}}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} = \frac{(K_t \cdot S_{\max})^2}{E}$$

односно,

$$\frac{\sigma_{\max}^2}{212000} + \frac{2\sigma_{\max}}{0.0785+1} \cdot \left( \frac{\sigma_{\max}}{1245} \right)^{\frac{1}{0.0785}} = \frac{(3.34 \cdot 716.7)^2}{212000} = 27.029$$

Заменом добијене вредности  $\sigma_{\max} = 890 \text{ MPa}$  у једначину цикличне напон-деформација криве добија се:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{E} + \left( \frac{\sigma_{\max}}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} = \frac{890}{212000} + \left( \frac{890}{1245} \right)^{12.738} \quad \text{тј.}$$

$$\varepsilon_{\max} = 0.0181.$$

и из једначине:

$$\frac{(\Delta\sigma)^2}{E} + \frac{4\Delta\sigma}{n'+1} \left( \frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{\frac{1}{n'}} = \frac{(K_t \cdot \Delta S)^2}{E}$$

заменом вредности:

$$\frac{(\Delta\sigma)^2}{212000} + \frac{4\Delta\sigma}{0.0785+1} \left( \frac{\Delta\sigma}{2490} \right)^{\frac{1}{0.0785}} = \frac{(3.34 \cdot 645)^2}{212000} = 21.89.$$

као резултат се добија:  $\Delta\sigma = 1524 \text{ MPa}$ , а из јед 5.13:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2 \cdot \left( \frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{\frac{1}{n'}} = \frac{1524}{212000} + 2 \cdot \left( \frac{1524}{2490} \right)^{\frac{1}{0.0785}} = 0.011$$

на крају:

$$\sigma_{\min} = \sigma_{\max} - \Delta\sigma = 890 - 1524 = -634 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / 2 = (890 - 634) / 2 = 128 \text{ MPa}$$

и

$$\varepsilon_\alpha = \Delta\varepsilon / 2 = 0.011 / 2 = 0.0055$$

$$\sigma_a = \Delta\sigma / 2 = 1524 / 2 = 762 \text{ MPa}$$

Ако би се употребило линеарно правило:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{K_t \cdot S_{\max}}{E} = \frac{3.34 \cdot 716.7}{212000} = 0.0113$$

а из једначине:

$$0.0113 = \frac{\sigma_{\max}}{212000} + \left( \frac{\sigma_{\max}}{1245} \right)^{\frac{1}{0.0785}}$$

се добија:  $\sigma_{\max} = 803 \text{ MPa}$

затим:

$$\Delta\varepsilon = K_t \Delta\varepsilon = (K_t \Delta S / E) = 3.34 \times 645 / 212000 = 0.01016,$$

а из једнакости:

$$0.01016 = \frac{\Delta\sigma}{212000} + 2 \left( \frac{\Delta\sigma}{2490} \right)^{\frac{1}{0.0785}}$$

се добија:  $\Delta\sigma = 1498 \text{ MPa}$  те следи:

$$\sigma_{\min} = \sigma_{\max} - \Delta\sigma = 803 - 1498 = -695 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) / 2 = (803 - 695) / 2 = 54 \text{ MPa}$$
 и

$$\varepsilon_a = \Delta\varepsilon / 2 = 0.01016 / 2 = 0.00508, \quad \sigma_a = \Delta\sigma / 2 = 1498 / 2 = 749 \text{ MPa}$$

Да би се предвидео век под дејством цикличног оптерећења до појаве мале прскотине употребиће се *Smith – Watson- Topper*-ова једначина (4.2.4.2) и *Morrow*-ова једначина (4.2.1.5), а сви резултати су приказани у табели **T 5.2.1**

У горњем примеру добијене рачунске вредности су заокружене јер не утичу на коначан резултат.

ВРЕДНОСТ	NEUBER правило	GLINKA правило	ЛИНЕАРНО правило
$\sigma_m$ [МПа]	145	128	54
$\sigma_{max}$ [МПа]	914	890	804
$\epsilon_a \cdot \sigma_{max}$	5.27	4.90	4.08
$N_{fSWT}$	688	823	1361
$N_{fMorrow}$	841	994	1488

**Табела 5.2.1 Упоредни преглед добијених резултата и броја циклуса до појаве прскотине**

Из табеле је уочљиво, да за случај равног стања напона *Neuber*-ово правило даје веће, прецењене вредности напоне, а тиме мањи број циклуса односно век структуралног елемента што је и раније констатовано у поглављу 4.2.3. Такође, *Smith – Watson- Topper*-ова једначина (4.2.4.2) даје мањи број циклуса у односу на *Morrow*-у једначину (4.2.1.5), што је такође очекивано.

Експерименталним испитивањем на замор три епрувете са централним отвором (Сл. 7.3), добијен је број циклуса према табели **Т 5.2.2**.

Епрувета бр.	Бр. циклуса $2N_f$
1	1107
2	1074
3	1005

**Табела 5.2.2 Табеларни приказ броја циклуса до појаве прскотине за три епрувете са централним отвором**

Средња вредност броја циклуса до појаве прскотине за све три епрувете је  $2N_f = 1062$ .

Ово одступање у односу на предходна теоријска разматрања показује нешто јачу конзервативност резултата што је, између осталог, последица већ уочених недостатака у техници одређивања цикличних параметара.

### 5.3. Поређење резултата МКЕ са аналитичким резултатима

За процену века елемената конструкција до појаве иницијалних оштећења, поред познавања цикличних карактеристика материјала неопходно је и прецизно одређивање напонског стања у критичним зонама елемената конструкција. Када се ради о једноставним геометријским облицима, граничним условима и оптерећењима могуће је користити аналитичке методе за одређивање напонског стања. Међутим када се ради о сложеним конструкцијама какве су по правилу летелице моделирање геометрије, граничних услова и за увођење оптерећења нису адекватне аналитичке методе. За ту сврху се данас редовно користе софтверски пакети за структуралну анализу на бази МКЕ. За анализе напонских стања, у овом раду, коришћен је софтверски пакет MSC/NASTRAN.

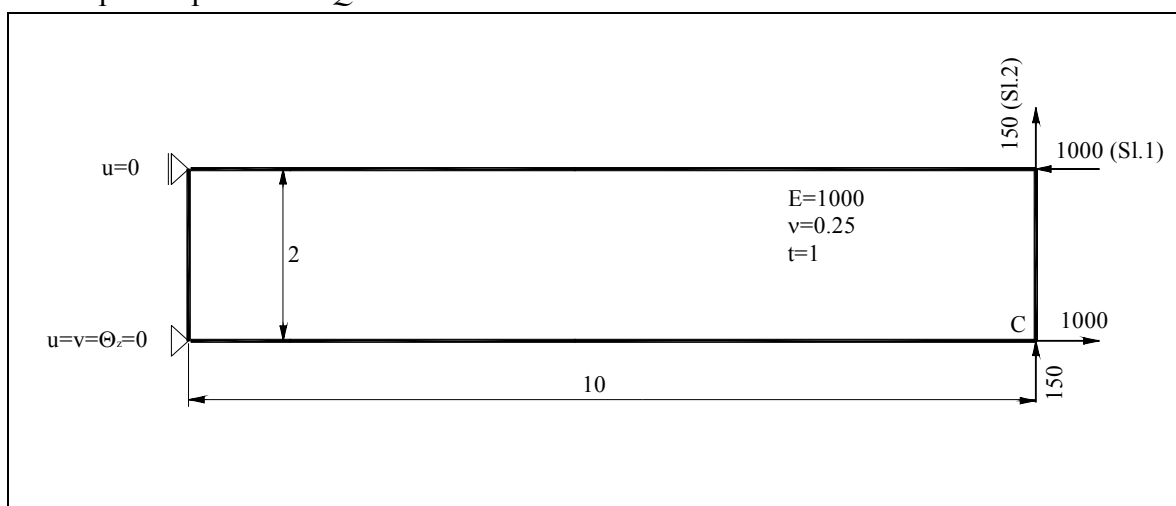


Квалитет и тачност коначних елемената је различита за различите софтверске пакете. Стога је пре коришћења комерцијалних софтверских пакета потребно проверити њихову тачност. За ту сврху се користе одређени стандарди, односно пробни тестови „patch tests” за провере тачности коначних елемената. У наредним разматрањима су дате провере тачности коришћених коначних елемената из софтверског пакета MSC/NASTRAN[25].

### 5.3.1 Конзола оптерећена на савијање

Овде је разматрана тачност мембранских  $KE$ , односно мембранског дела  $KE$ .

Један од стандардних верификационих тестова за проверу тачности  $KE$  је конзола. Овде су укључена два случаја оптерећења: од момента и смичуће силе на крају конзоле **Слика 5.3.1.1**. Комплетни резултати су дати у **Табели 5.3.1.1**. Тестирано је мембранско понашање елемента  $CQUADR$  и поређено са конвенционалним четворочворним изопараметарским  $KE QUAD4$ .

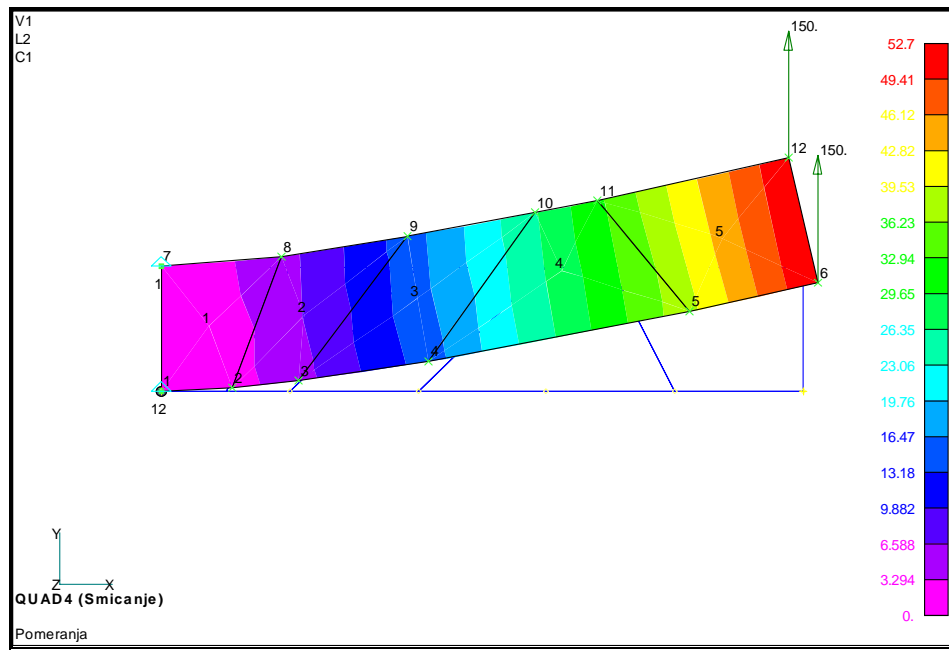


**Слика 5.3.1.1** Модел конзоле оптерећен моментом и смицањем на крају

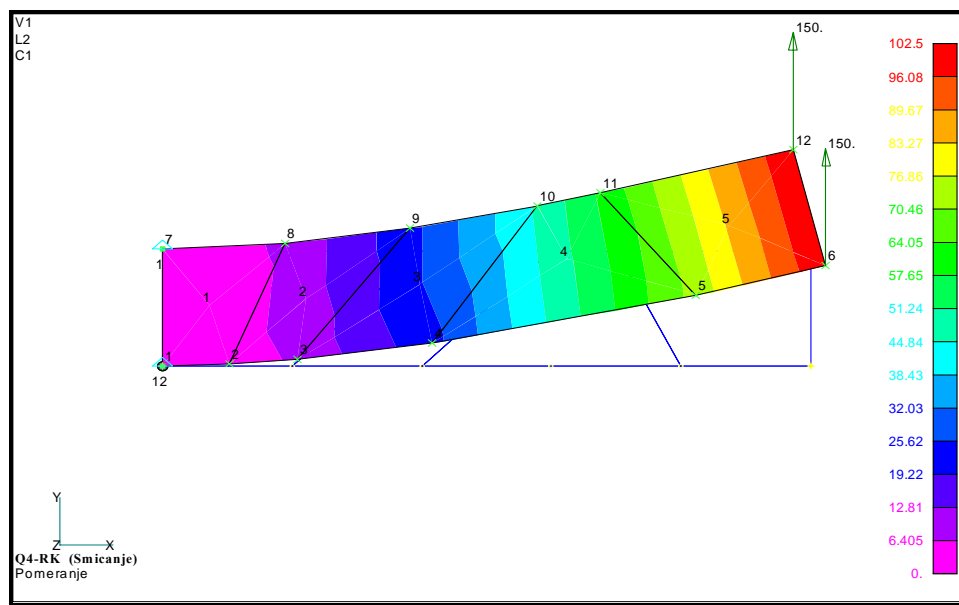
Мрежа	QUAD4		CQUADR	
	Случај 1 (Савијање)	Случај 2 (Смицање)	Случај 1 (Савијање)	Случај 2 (Смицање)
	$v_c$	$v_c$	$v_c$	$v_c$
Теорија	100	102.6	100	102.6
1 x 1	93.75	72.86875	100	72.8688
2 x 1	93.71706	90.44216	99.9999	96.65459
5 x 1 (Прав.)	93.74156	95.47295	99.9996	101.9403
5 x 1 (Непр.)	46.91628	52.70387	99.52243	102.4823

**Табела 5.3.1.1** Конвергенција резултата за оптерећену конзолу

Из **Табеле 5.3.1.1** се јасно види да презентовани елемент *CQUADR*, са додатним ротацијама  $\theta_z$  у мембранској равни, даје боље резултате у односу на *QUAD4*. Посебно треба истаћи битно боље резултате за случај деформисане мреже коначних елемената тј. за мрежу ( 5x1 ) **Сл. 5.3.1.2** и **Сл. 5.3.1.3**. Овај, као и други верификациони тестови, показују да елемент *CQUADR* није преосетљив на дисторзију елемента, односно мреже целе структуре, што је веома важно у практичним структуралним анализама.



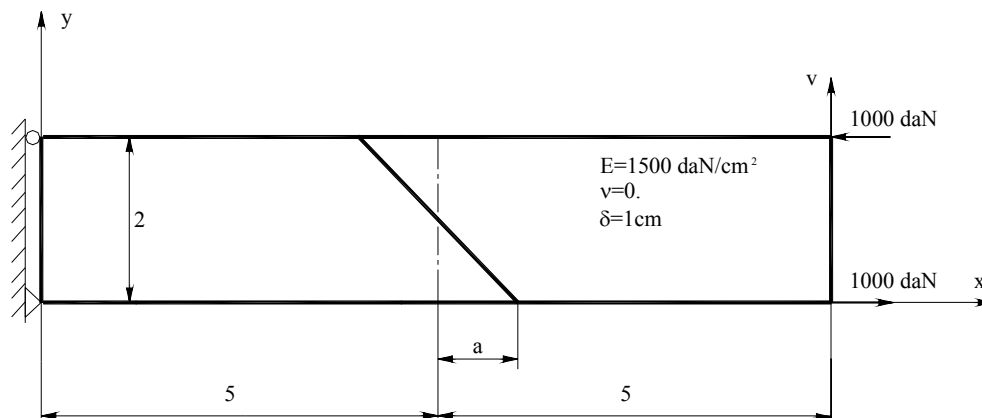
**Слика 5.3.1.2** Вертикално померање за неправилну мрежу (*QUAD4*) оптерећену смицањем



**Слика 5.3.1.3** Вертикално померање за неправилну мрежу (*CQUADR*) оптерећену смицањем

### 5.3.2 Савијање конзоле спрегом ( утицај дисторзије мреже )

Овде је разматран утицај дисторзије мреже коначних елемената на вертикални угиб конзоле *Сл. 5.3.2.1*.

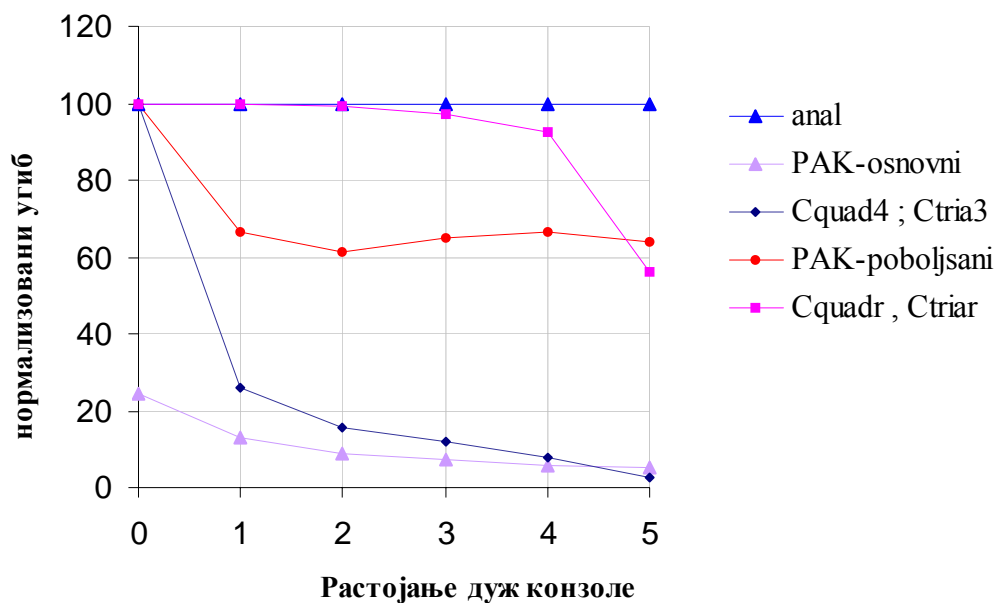


*Слика 5.3.2.1 Конзола оптерећена на савијање са дисторзијом мреже*

У *Табели 5.3.2.1* приказана је конвергенција резултата – вертикалног угиба краја конзоле у функцији дисторзије мреже *KE*. Овде је разматрана тачност појединих *KE* који су уграђени у софтверски пакет *NASTRAN i PAK*.

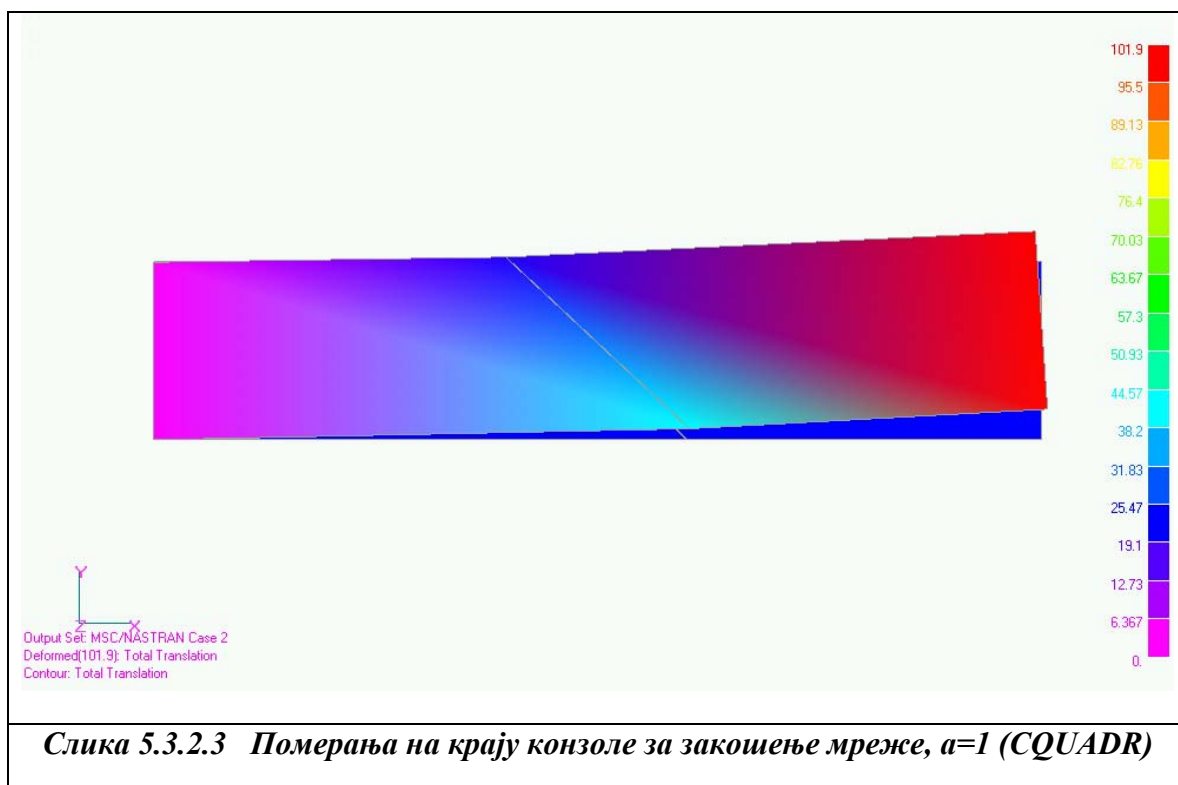
*Табела 5.3.2.1 Утицај дисторзије мреже на померање краја конзоле*

Величина закошења мреже <i>a</i> (cm)	Померање <i>v</i> у односу на тачно решење (%)			
	PAK		NASTRAN	
	Основни 2D елемент	Побољшани 2D елемент	Основни CQUAD4	Побољшани CQUADR
0	24.24	100.00	99.99	100.00
1	13.08	66.41	25.76	99.89
2	8.59	61.48	15.67	99.25
3	7.04	64.92	11.93	97.13
4	5.94	66.45	7.55	92.22
5	4.97	63.97	2.54(Ctria3)	55.87(Ctriar)

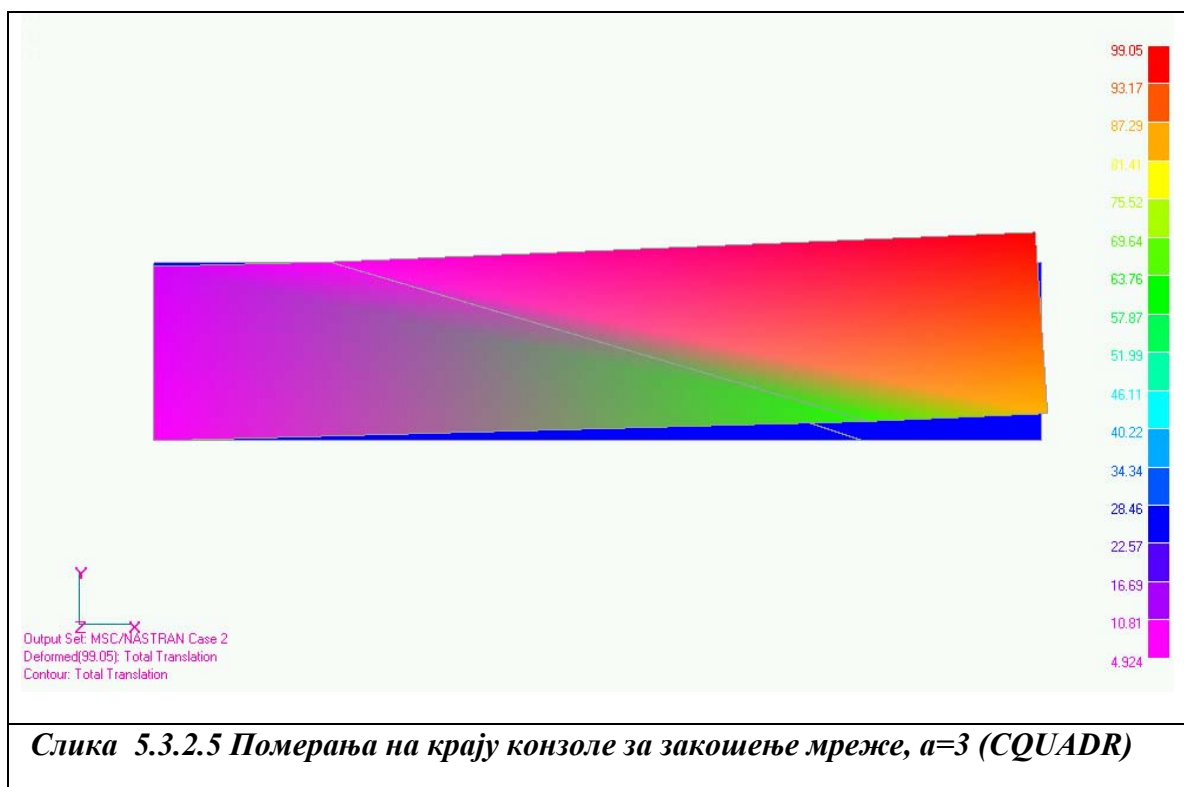
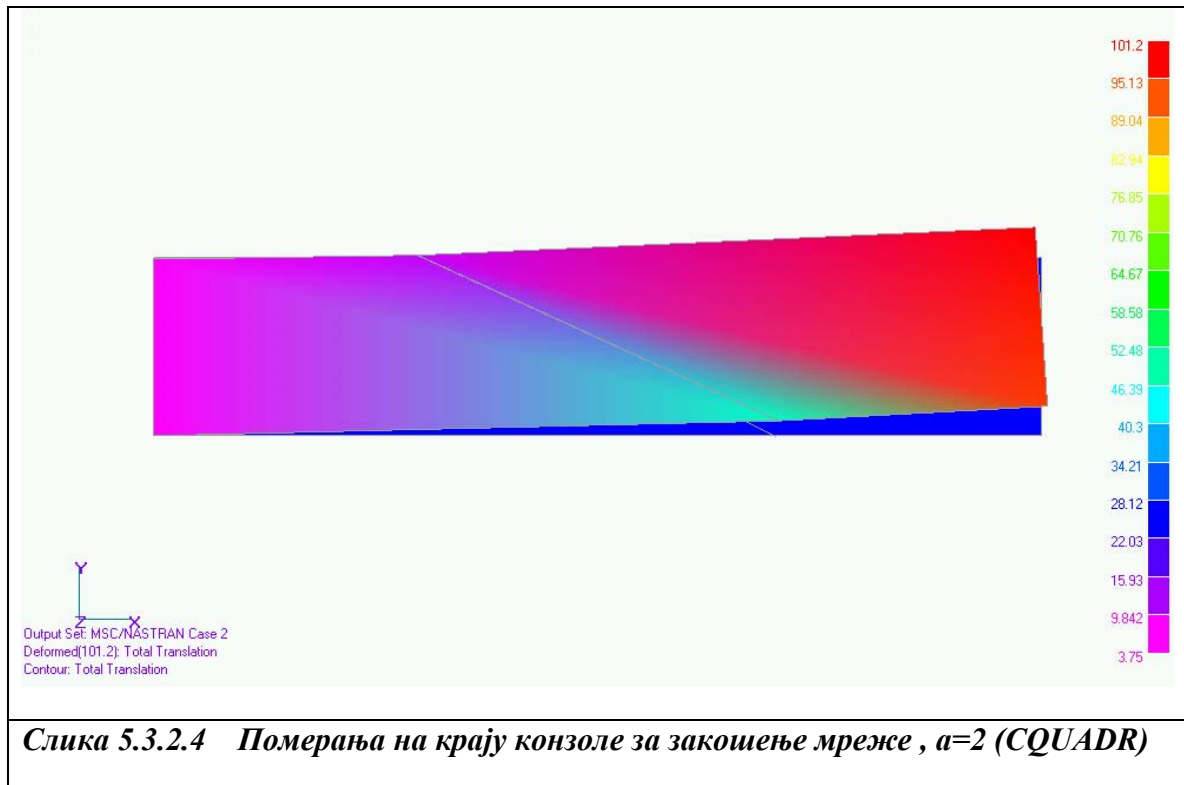


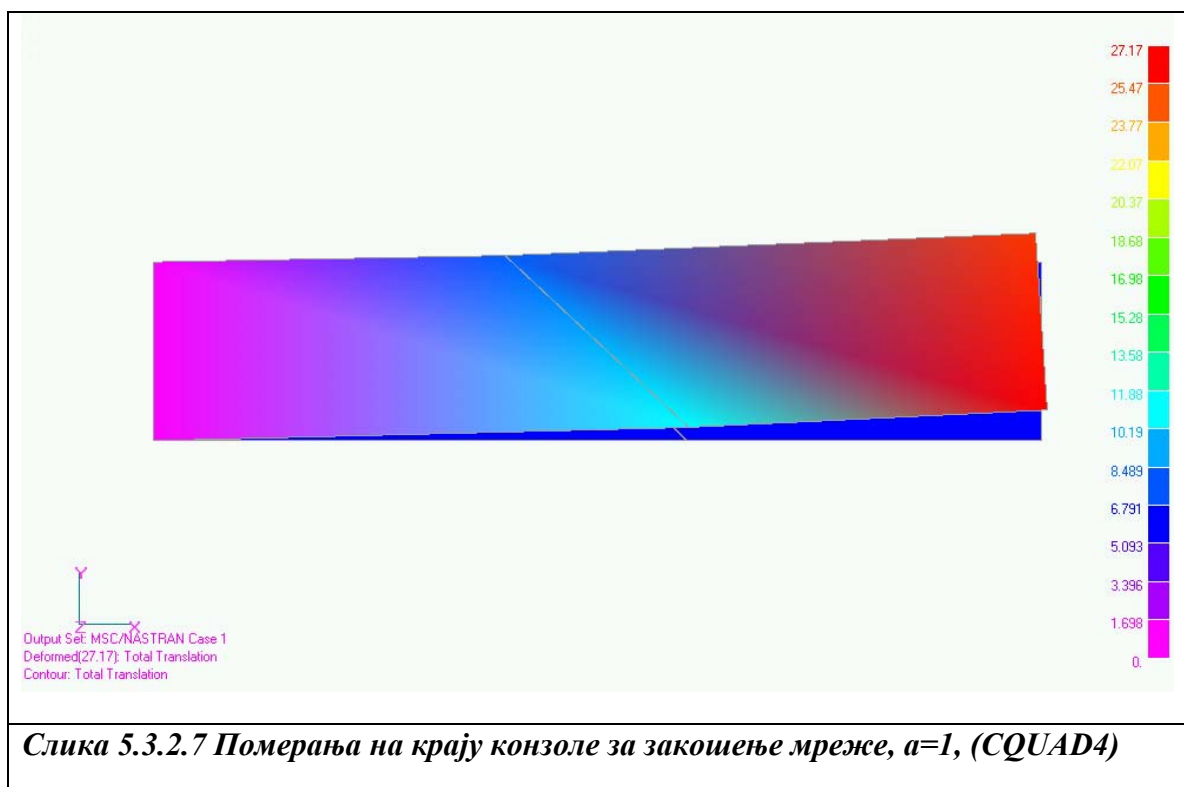
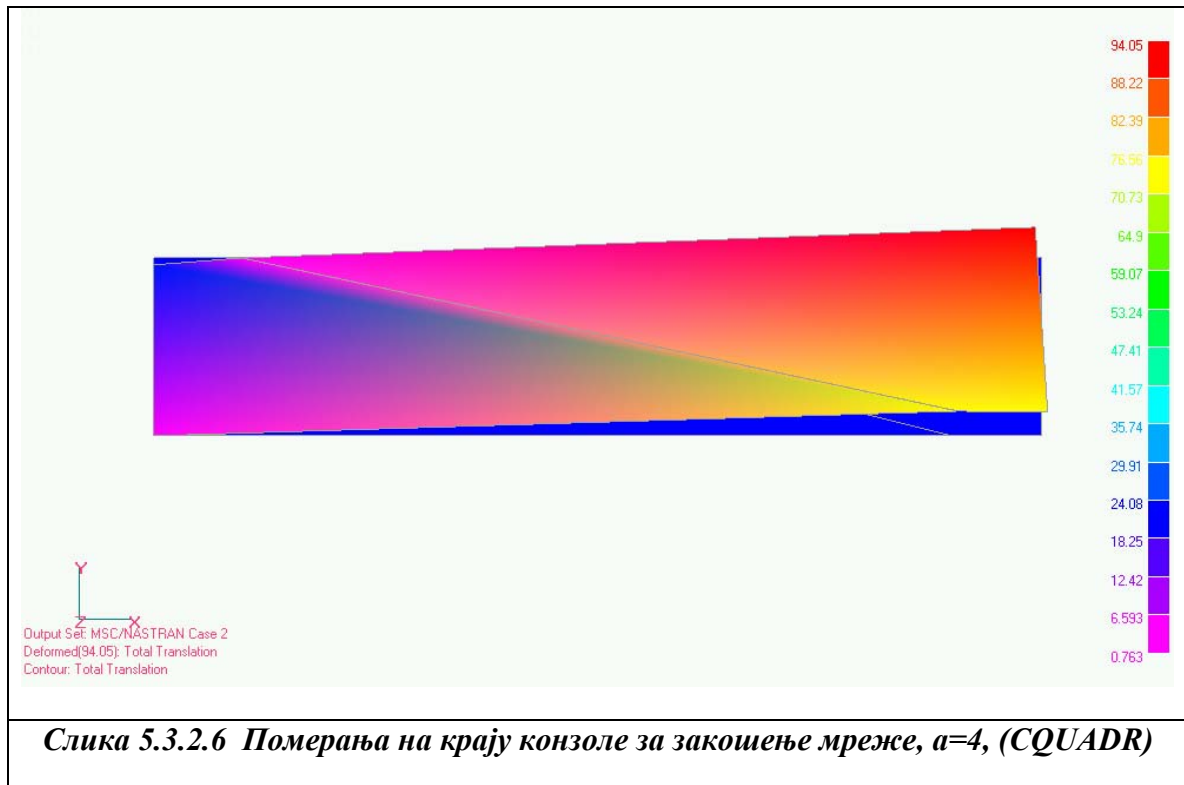
Слика 5.3.2.2 Померања на крају конзоле за различите вредности закошења,  $a$  у односу на аналитичко решење

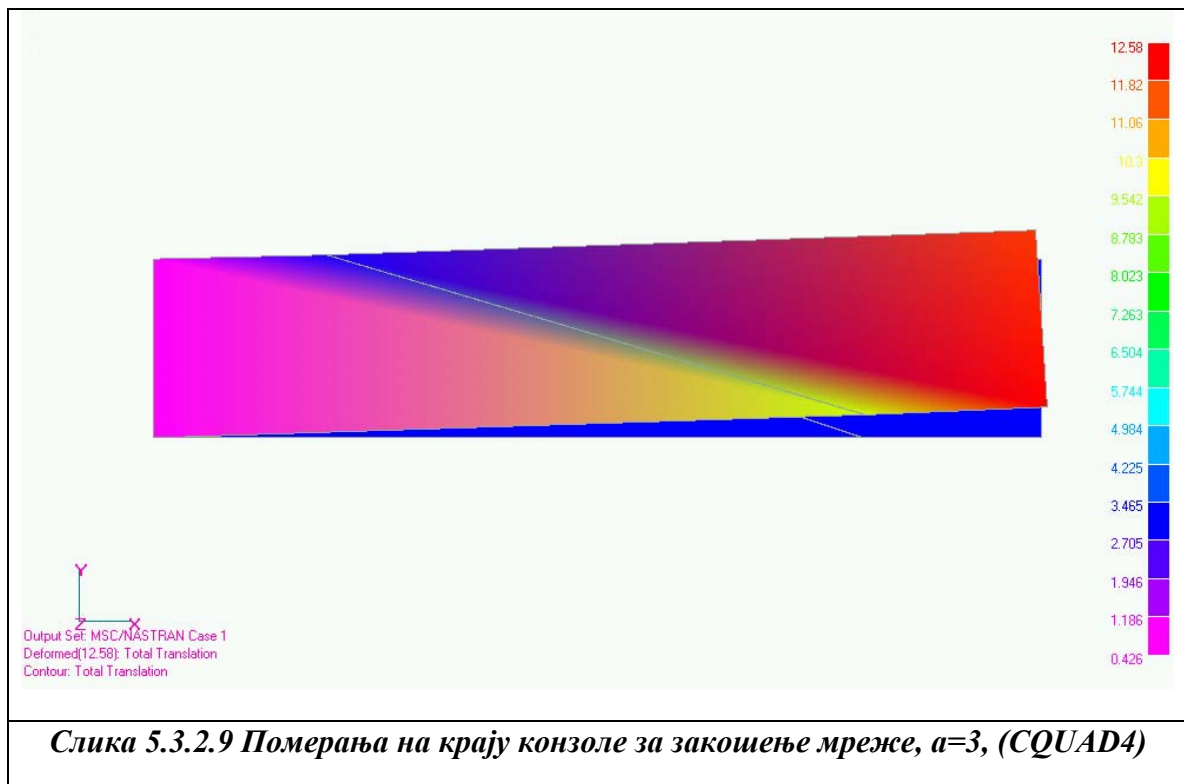
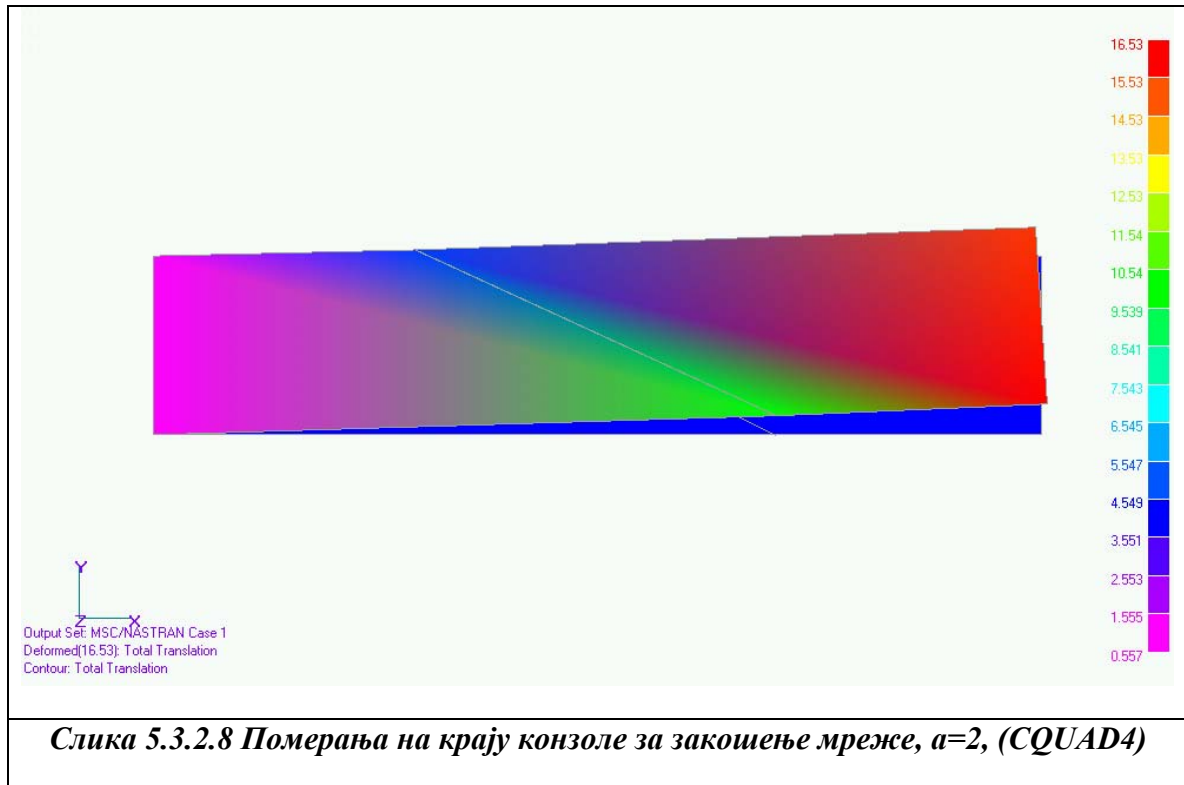
Из Табеле 5.3.2.1 се види да је четворочворни *KE CQUADR* практично неосетљив на дисторзију мреже коначних елемената за разматрани проблем конзоле. На наредним сликама графички су илустровани резултати померања за различите дисторзије мреже коначних елемената.

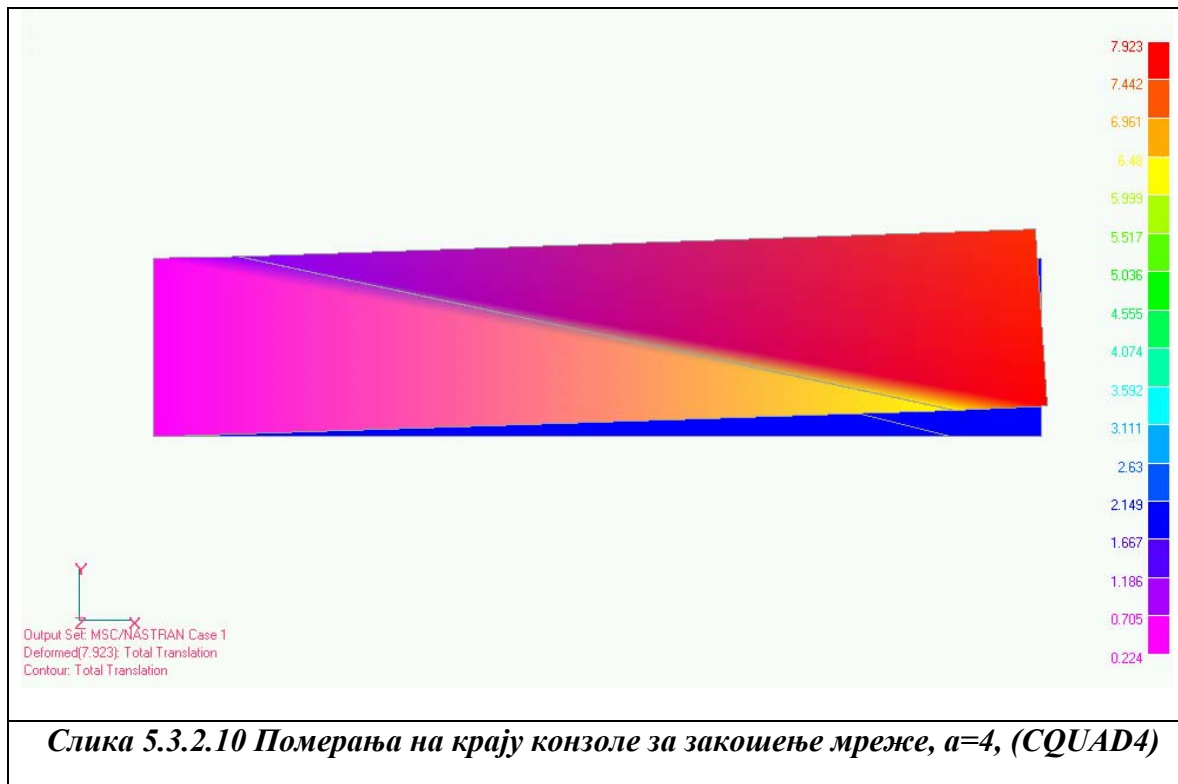


Слика 5.3.2.3 Померања на крају конзоле за закошење мреже,  $a=1$  (*CQUADR*)









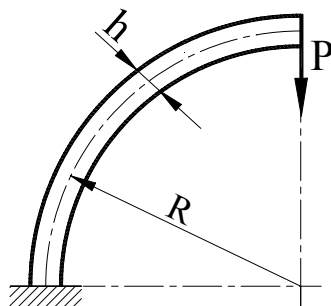
### 5.3.3 Савијање криве греде

Дат је пример витке криве греде (четвртина прстена) оптерећене концентрисаном силом  $P$  на слободном крају. **Слика 5.3.3.1.** Греда је моделирана коначним елементима љуски CQUADR. Мрежа коначних елемената се састојала од само једног  $KE$  по висини греде, а мењао се број елемената дуж греде као што је дато у **Табели 5.3.3.1.** попречни пресек је правоугаоник висине  $h$  и дебљине  $t$ . Основне карактеристике греде су :

$R=500 \text{ mm}$	$P=1$
$h=50 \text{ mm}$	$E=7500$
$t=1 \text{ mm}$	$\nu=0.3$

Комплетни резултати угиба у правцу оптерећења  $w_c$  линеарне анализе дати су **Таб. 5.3.3.1.** Очигледно је да  $KE$  CQUADR даје боље решење у односу на конвенционални изопараметарски  $KE$  QUAD4 што се посебно манифестује при грубим мрежама . Овакви  $KE$  су добри репрезенти оквира трупа било којег типа летелице.





Слика 5.3.3.1 Геометрија и оптерећење криве греде

Аналитичко решење:

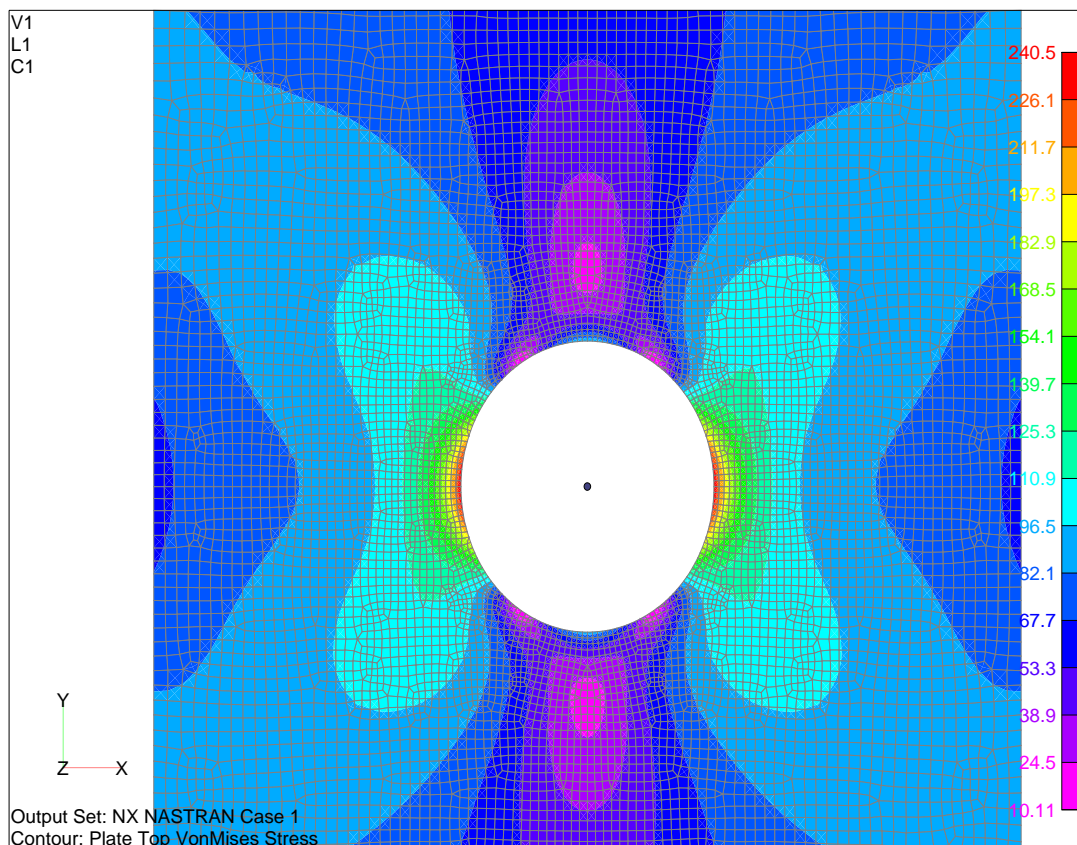
$$W_c = \frac{\pi r^3}{4EI} = 1.257 \text{ mm}$$

$\frac{h}{R} = \frac{50}{500}$	4-чворни елементи љуски		
	Бр. елемената	Wc (QUAD4)	Wc (CQUADR)
$I = 10416.7 \text{ mm}^4$	4×1	0.897	1.238
$A = 50 \text{ mm}^2$	6×1	1.083	1.250
	8×1	1.210	1.254
Аналитичко решење		1.257	1.257

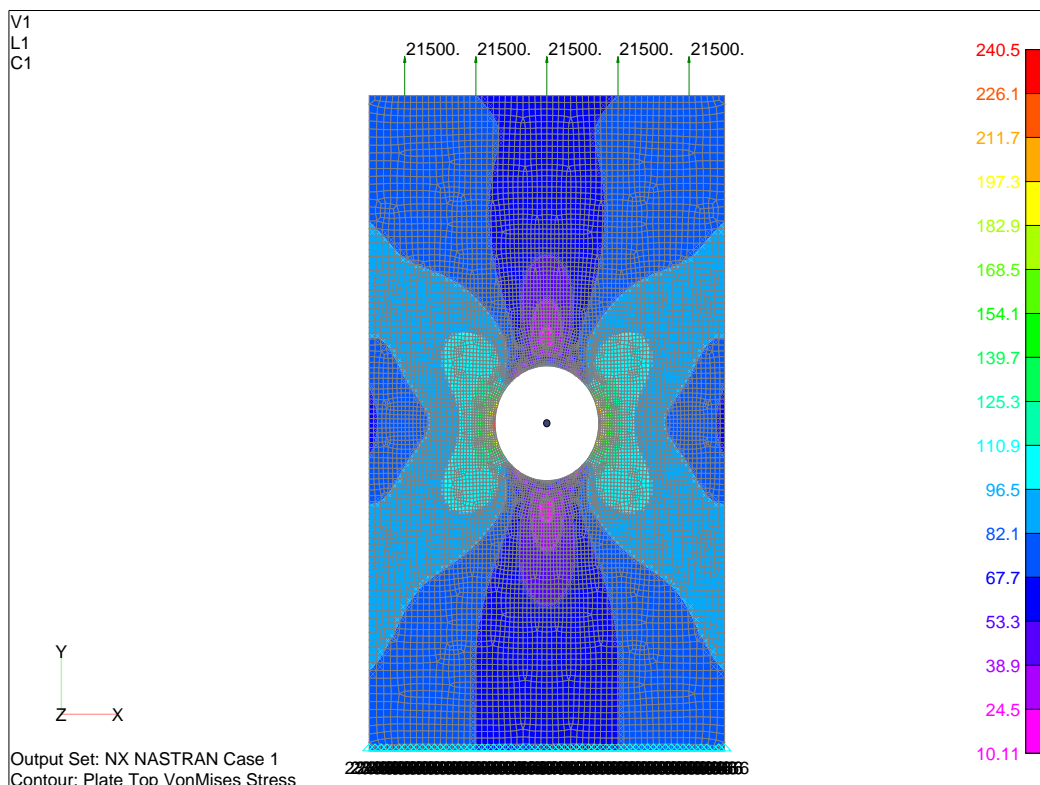
Табела 5.3.3.1 Конвергенција резултата четворочворне љуске на проблему криве греде

### 5.3.4 Напонско стање равне епрувете са централним отвором

У овом примеру добијена је расподела напонског стања у епрувети са централним отвором *Сл. 5.3.4.1*. чија је ширина 60mm, дебљина 5mm и пречник централне рупе 17.5mm. Материјал епрувете је челик модула еластичности  $E=212000\text{MPa}$ . Епрувета је аксијално оптерећена силом  $F=21500\text{ daN}$ . Модел епрувете је урађен у програмском пакету *NX Nastran*, користећи четвороугаоне 2D елементе. Добијена расподела напонског стања приказана је на сликама *Сл. 5.3.4.1* и *Сл. 5.3.4.2*. Максимална вредност напона је  $\sigma_{\text{max}}=2405\text{ MPa}$  (област приказана црвеном бојом на *Сл. 5.3.4.2*). Однос овако добијеног максималног напона и номиналног напона даје фактор концентрације напона  $K_t$ .



*Слика 5.3.4.1 Приказ расподеле и интензитета напона у епрувети са централним отвором*



Слика 5.3.4.2 Оптерећење и напонско стање епрувете са централним отвором

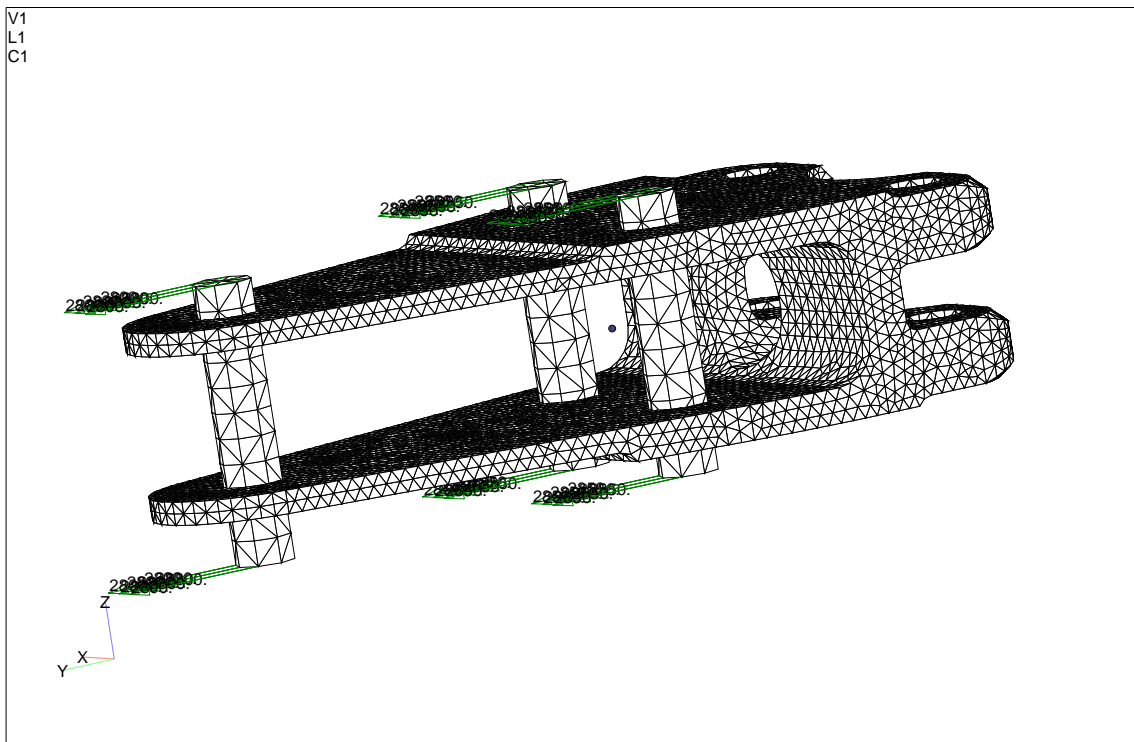
### 5.3.5 СТРУКТУРАЛНА АНАЛИЗА ОКОВА ЛОПАТИЦЕ РЕПНОГ РОТОРА ХЕЛИКОПТЕРА

Предмет овог поглавља је анализа напонског стања у окуву лопатице репног ротора хеликоптера. Анализа напонског стања је извршена применом методе коначних елемената (МКЕ)[14]. Материјал окува је  $\check{C}$  4732. Оков је по функцији интегрални део лопатице с једне, која је у овом случају израђена од композитних материјала, а са друге стране се везује за главчину ротора лопатице. На *Сл. 5.3.5.1* приказан је модел коначних елемената окува лопатице. Сам оков лопатице је моделиран 3-Д коначним елементима. Интеграција («везивање») окува са структуром од композитних материјала остварена је посредством три осовинице, *Сл. 5.3.5.2*. Са друге стране оков је везан са главчином ротора. Ослонци су у овој анализи постављени на местима везивања окува са главчином.

Материјал:  $\check{C}$  4732

Сила: на предњем вијку 5600 daN

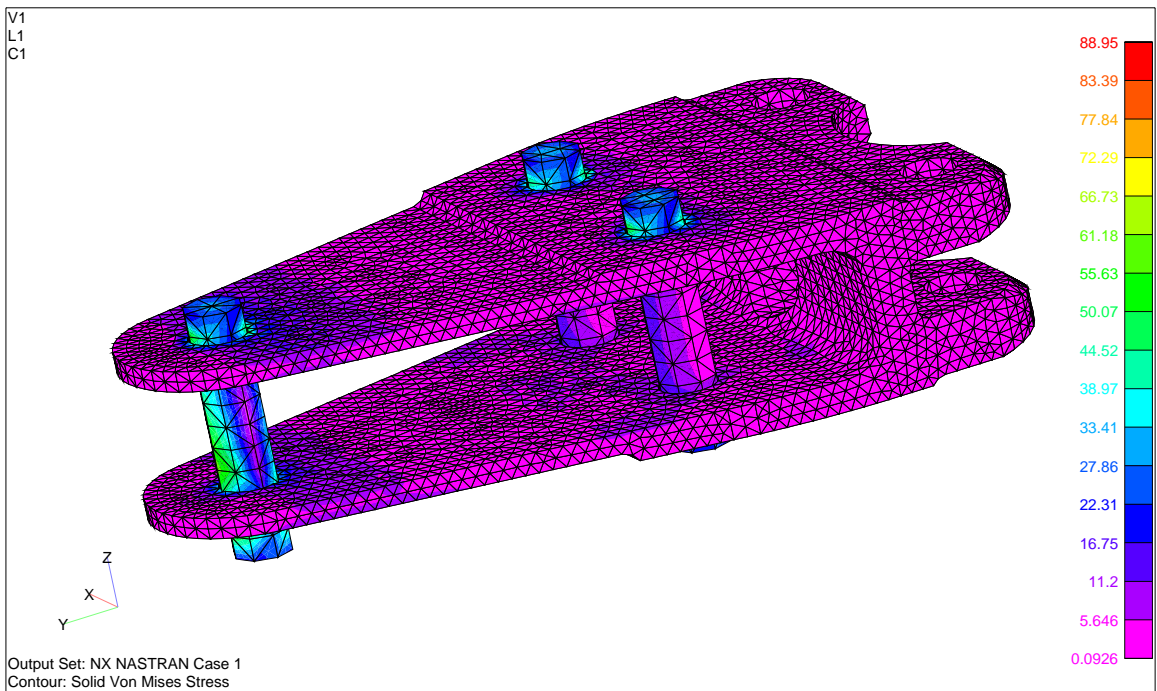
на задњим вијцима по 5700 daN



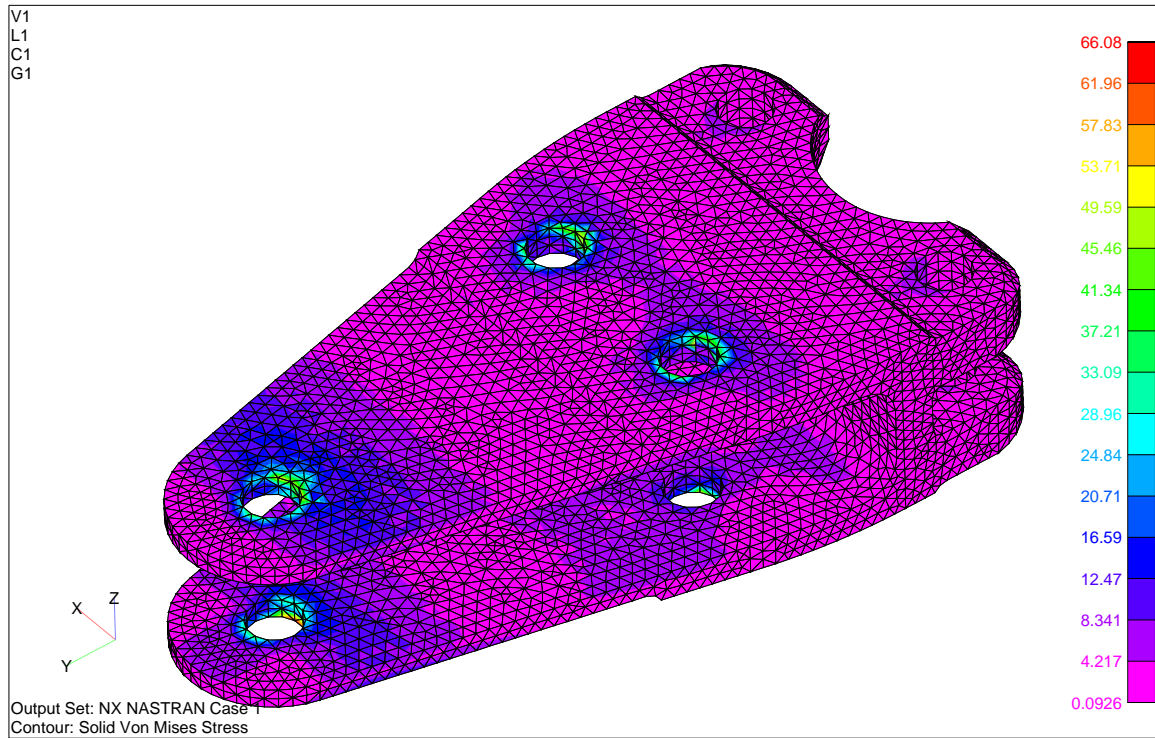
Слика 5.3.5.1 Модел коначних елемената окова лопатице

У циљу прецизног одређивања напонских стања у критичним зонама окова (везе осовиница са оковом) је моделирана као контактни проблем. Контактни проблем, применом *МКЕ*, је посматран као геометријски нелинеарни проблем[15].

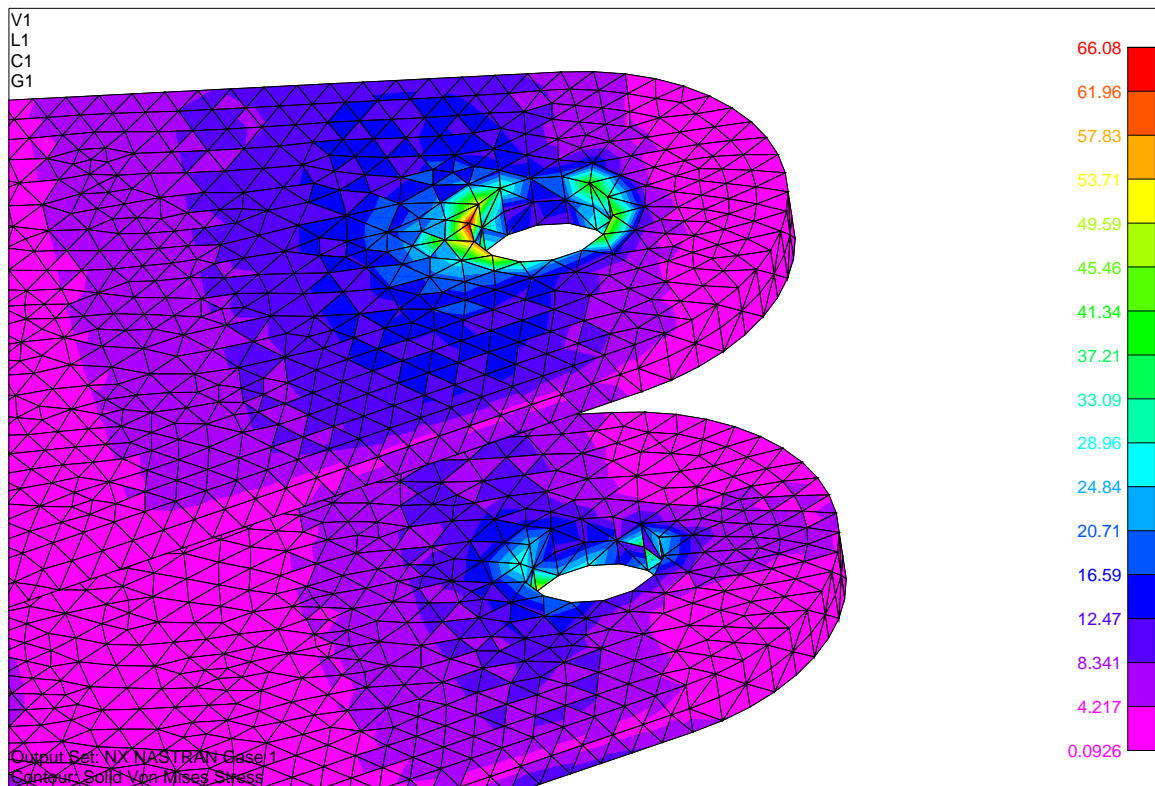
На *Сликама 5.3.5.2, 5.3.5.3 и 5.3.5.4* дате су одговарајуће расподеле напонских стања[31].



Сл. 5.3.5.2 Расподела напонских стања (*Von Mises*) у систему окова са осовиницама



Слика 5.3.5.3 Расподела напонских стања у окуву



Слика 5.3.5.4 Детаљна расподела напонских стања у ушкама окува [daN/mm<sup>2</sup>]

## 6. Закључак

У раду су разматрани проблеми одређивања напонског стања код структуралних елемената са равним стањем напона са једне и процена века до појаве иницијалног оштећења са друге стране. Посебна пажња у раду била је усмерена на описивање понашања структуралних елемената са геометријским дисконтинуитетом односно у присуству концентрације напона. Презентован је приступ напонско стање-радни век као увод у детаљни поступак одређивања броја циклуса до појаве иницијалне прскотине везан за релативну деформацију тј. малоциклусни замор.

Први део у раду односио се на процену века елемената конструкција до појаве иницијалних оштећења који су под дејством циклусних оптерећења. За добру процену века елемената конструкција, поред коректног одређивања напонских стања, неопходне су и експериментално одређене цикличне карактеристике материјала. У раду је коришћен материјал  $\check{C}4732$  за који су комплетно експериментално одређене малоциклусне карактеристике понашања материјала. За процену века до појаве иницијалних оштећења представљени су и коришћени одговарајући критеријуми којима се дефинише број циклуса до појаве иницијалног оштећења на бази коришћења малоциклусних карактеристика материјала.

У циљу верификације прорачунске процедуре за процену века до појаве иницијалних оштећења укључени су одређени нумерички примери где су извршена поређења са расположивим експерименталним резултатима.

За структурални елемент равне плоче са кружним отвором оптерећеним цикличним оптерећењима константне амплитуде извршена је процена века до појаве иницијалног оштећења. Овакав елемент је репрезент свих структуралних елемената типа ушке и виљушке као и везе закивцима или вијцима који се могу наћи на местима везе аеро или космичких конструкција, те се овим поступком и оваквим прилазом на релативно лак начин може одредити тачно напонско стање, а тиме и поуздан радни век структуралног елемента, односно конструкције.

Ове методе имају широку примену при одређивању поузданог радног века и незаобилазне су у савременим прорачунима структура на замор. Колико су ове методе поуздана и опште прихватљиве говори податак да се примењује и за прорачун елемената структуре нуклеарних централа. Такође, комплетан прорачун на замор америчког авиона пете генерације *F-35* је урађен применом *Neuber*-овог правила за одређивање напонског стања појединих елемената [30]. Радни век и време ремонта авиона *Ф16* такође је одређен са оваквим приступом проблему [31]. Треба истаћи, да је и у *Војнотехничком институту (ВТИ)* коришћен и овај овај приступ за продужење века употребе и нашим авионима *Орлу* и *Галебу Г4*. Из тих примера, а и многих из литературе, ваљаност и поузданост одређивања напонског стања овом процедуром, што је и овај рад потврдио, наћи ће стандардну примену и у *Војнотехничком институту* како за једноставне, тако и сложене структуралне елементе.

Даљи рад на овом проблему водио би на провери и примени *Neuber*-овог правила и *Glinka* правила при утицају повишене или/и снижене температуре што би изискивало и адекватну припрему и опрему.

**Значајан истраживачки напор** у раду посвећен је нумеричкој анализи чврстоће елемената ваздухопловних конструкција односно анализи напонских стања на бази методе коначних елемената.

Метод коначних елемената, као метод нумеричке анализе при физичкој дискретизацији континуума, од непроцењиве је вредности за прецизну анализу напонских стања конструкција летелица, како код једноставне геометрије тако исто и за веома компликоване форме структуралних елемената, и контурних услова. Примена МКЕ је посебно корисна у анализи различитих сложених структура где примена стандардних метода може дати значајна одступања од стварног понашања конструкције као и у случају потребе тачне презентације расподеле напона и деформација по структуралном елементу.

Метод коначних елемената је последних година постао најефикаснији начин контроле експериментално одређених параметра релевантних за прорачун летних конструкција, а тиме и саставни део свих научно истраживачких пројеката везаних за област летелица.

Проблем моделирања анизотропних структура са различитим механичким карактеристикама у појединим правцима ортотропије од посебног је значаја за добијање поузданих резултата и реалне слике понашања ових конструкција за дата оптерећења. Овај метод омогућује да се уведу у прорачунску анализу различите карактеристике материјала у појединим деловима конструкције што може бити од изузетног практичног интереса, на пример различите карактеристике композитних материјала код лопатице репног ротора хеликоптера, или пак при анализи преостале чврстоће елемената ваздухопловних конструкција код којих је током времена због амбијентних услова и замора материјала дошло до промене механичких карактеристика само у појединим зонама конструкције.

Са аспекта могућности примене самог метода коначних елемената, али и са аспекта практичног коришћења резултата тако сложеног модела који би обухватио све параметре који су од значаја за носивост и крутост веза, логично је да су извршена одређана прилагођавања и побољшања примењених коначних елемената[37]. У раду је посебна пажња била посвећена избору погодног коначног елемента за прорачунску анализу чврстоће структуралних елемената за  $2-D$  равно стање напона. За ту сврху изабран је побољшани 4-чворни коначни елемент под називом  $Q4-INK$  какав је по карактеру оптерећења најпогоднији за анализу напонских стања и померања. У случају анализе напонских стања са конвенционалним изопараметарским коначним елементима  $QUAD4$  јавља се, због паразитног смицања, значајна грешка у резултатима. Да би се елиминисало или пак смањило паразитно смицање у формулацију елемента  $Q4-INK$  укључени су додатни инкопатибилни модови. Основни допринос ових модова је “омекшавање” односно редуцију претеране крутости на смицање што је био главни проблем код конвенционалног коначног елемента  $QUAD4$  што је илустровано кроз верификационе примере. Квалитет и поузданост овог коначног елемента је у оквиру овог рада проверен преко верификационих “patch tests” примера. Показано је да исти има знатно тачније резултате у односу на конвенционални коначни 4-чворни елемент  $QUAD4$ . Овај елемент под називом ( $Q4-INK$ ) елемент (који се разматра у овом раду) дефинисан је на начин да побољшава мембранско понашање што је од примарног значаја за разматране проблеме одређивања равног стања напона које се разматра у овом раду. Побољшање мембранског одговора елемента обезбеђено је увођењем додатних инкопатибилних степени слободе у мембранској равни. Овим је елиминисан утицај претераног “паразитног” смицања у мембранској равни што је у основи и био главни проблем код конвенционалних 4-чворних елемената ( $QUAD4$ ) са билинеарним функцијама облика за дефинисање предпостављених померања. Елемент је тестиран на мембранско понашање и задовољио је све пробне тестове. Обезбеђује високу тачност резултата и у ситуацијама умерено неправилних мрежа коначних елемената што је често једна од значајних препрека појединих побољшања мембранског понашања код појединих коначних елемената. Ако се има у

виду да су у формулацију коначног елемента укључене ортотропне карактеристике материјала, какве су неопходне за анализу напонских стања код структура од композитних материјала, као и конститутивне релације за еластично и еластопластично понашање материјала тиме је обезбеђена комплетна и поуздана нумеричка процедура за одређивање напонских стања у структуралним елементима како од изотропних тако и од вишеслојних композитних материјала.

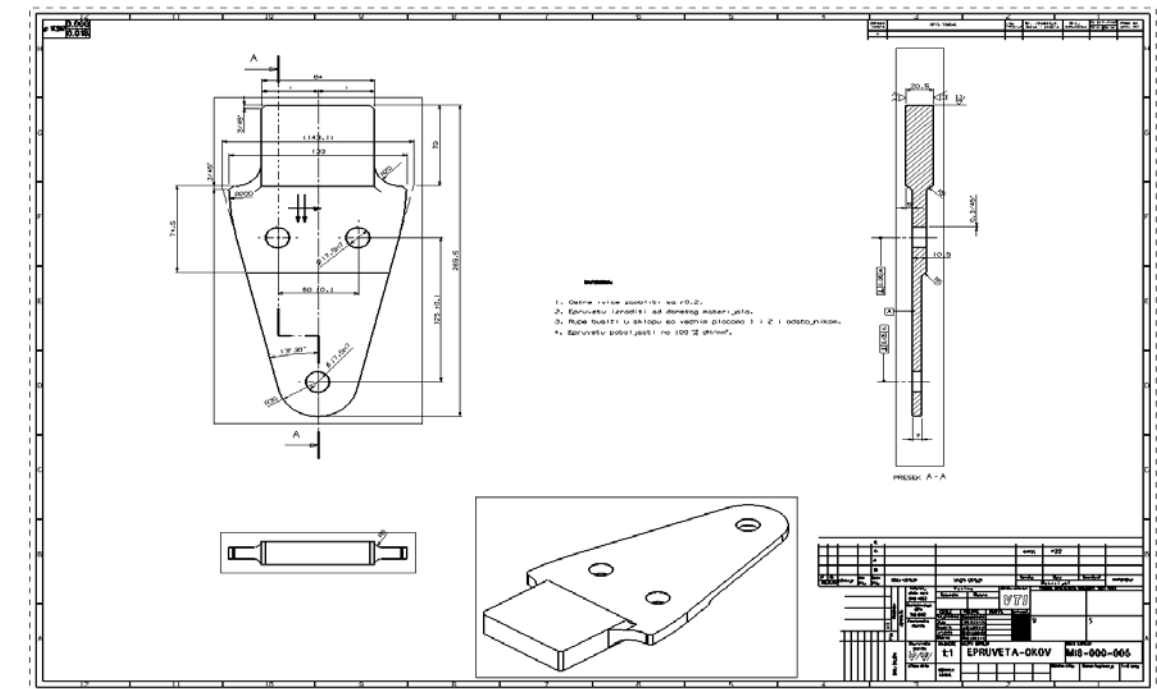
Коначно, у оквиру овог рада успостављена је целовита прорачунска процедура за процену века структуралних елемената, изложених цикличним оптерећењима, до појаве иницијалних оштећења у виду прскотина.







Слика 7.3 Епрувета са отвором као репрезент структуралног елемента за одређивање броја циклуса до појаве иницијалне прскотине



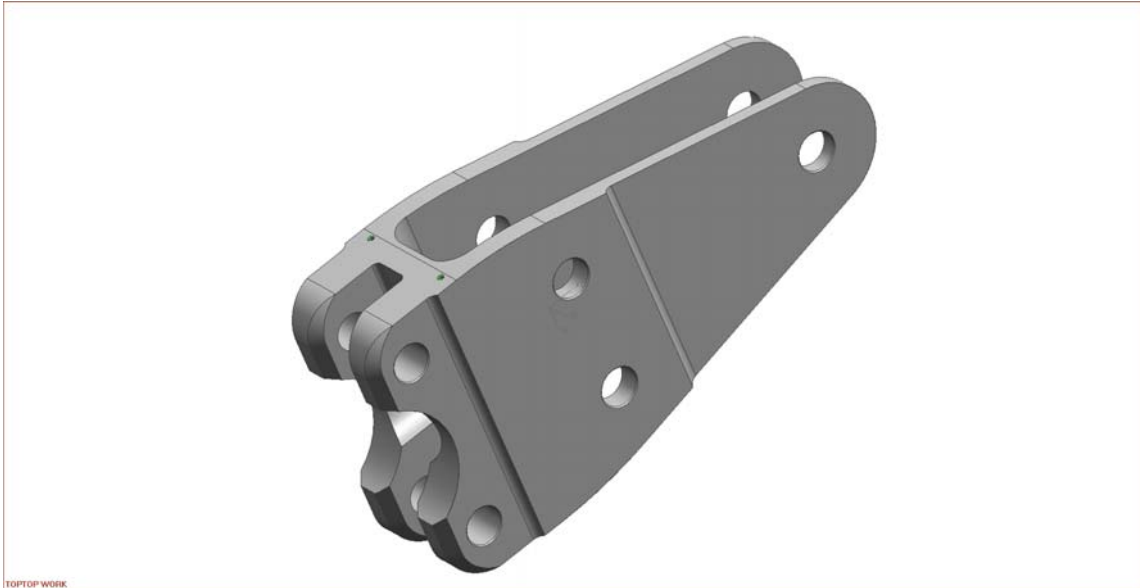
Слика 7.4 Радионички цртеж епрувете окова за одређивање броја циклуса до појаве прскотине.



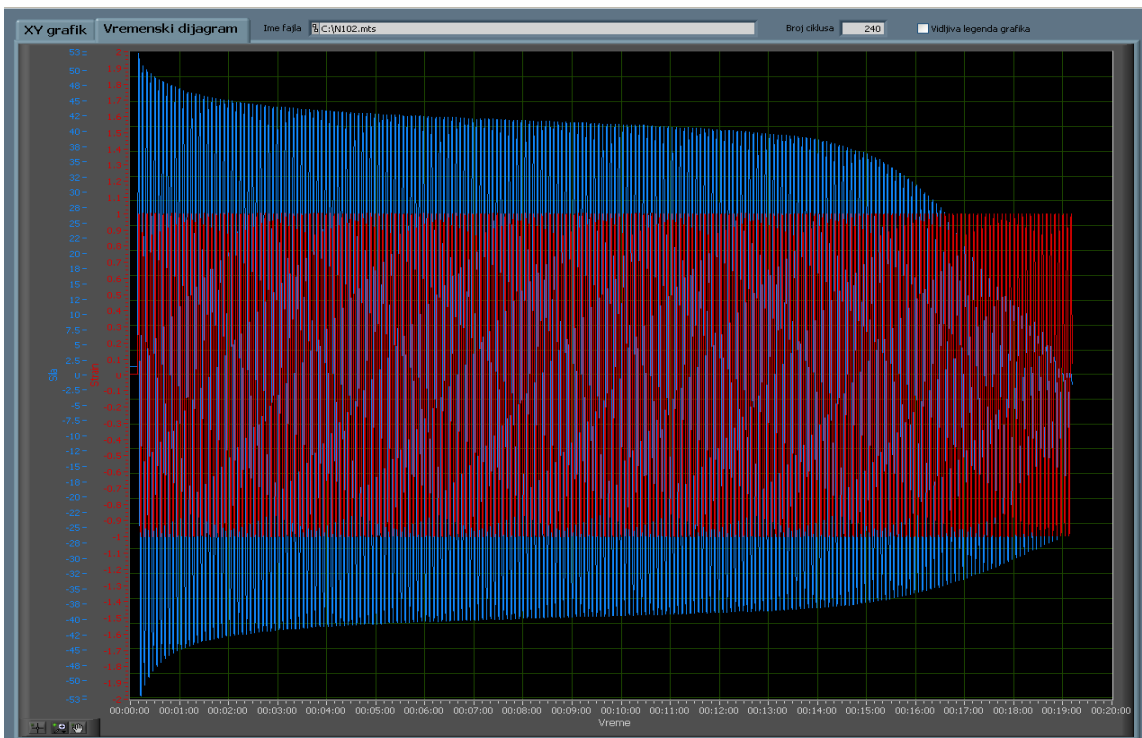
*Слика 7.5 Реална епрувета полу-окова лопатице за одређивање броја циклуса до појаве прскотине*



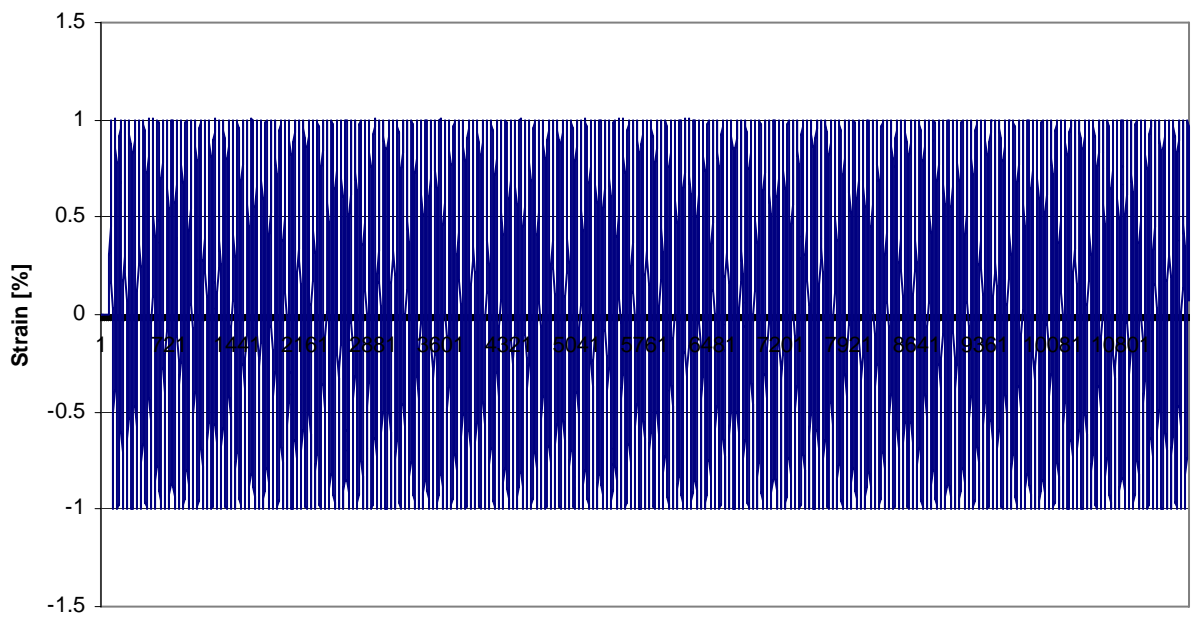
*Слика 7.6 Оков у склопу са прототипском лопатицом репног ротора хеликоптера ХТ40*



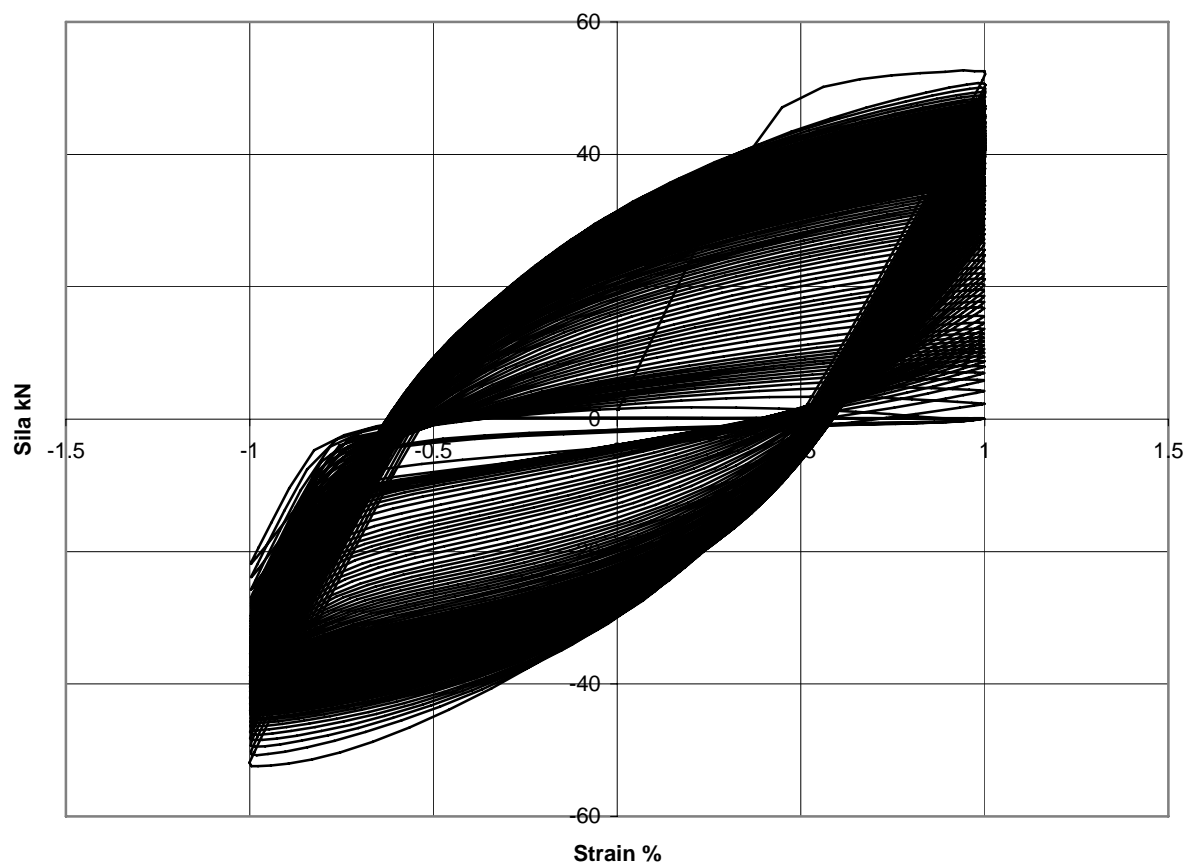
Слика 7.7 Рачунарски модел окова лопатице репног ротора хеликоптера ХТ40



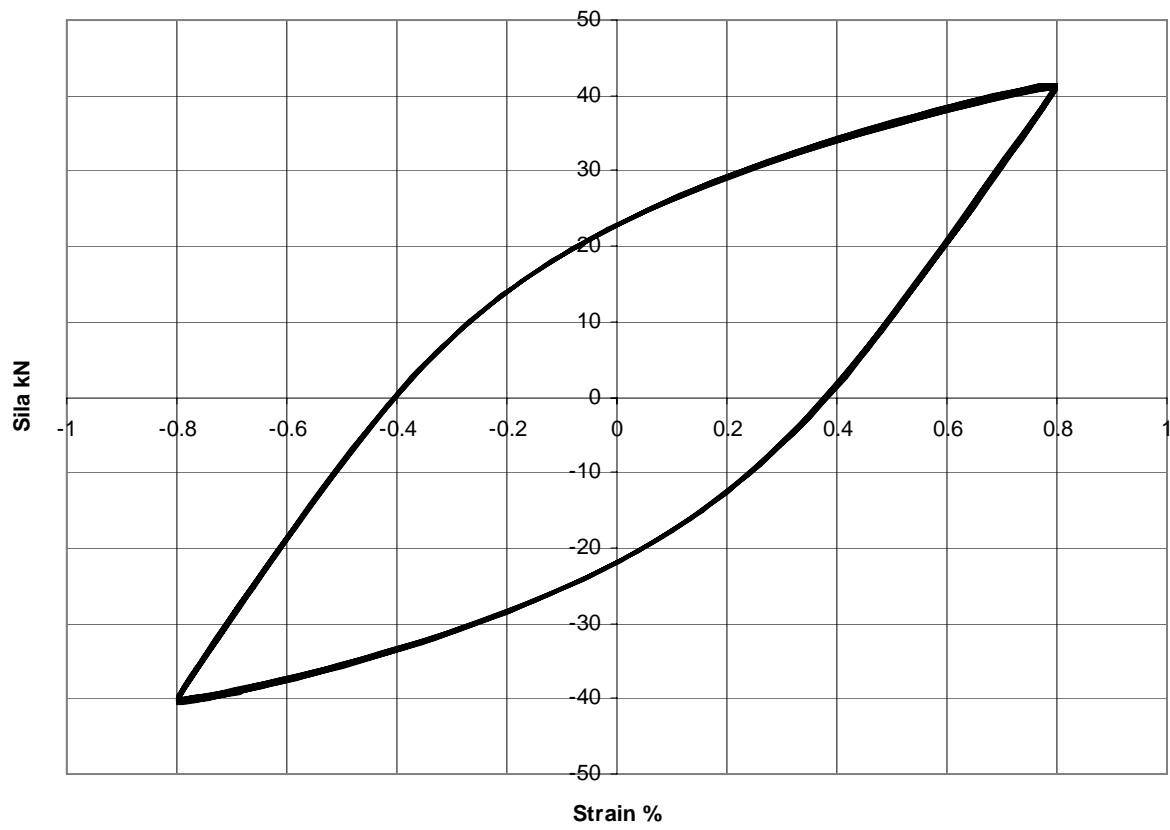
Слика 7.8 Дијаграм циклуса где су на ординати дате вредности силе  $F$  и деформације  $\epsilon$ , а на апсциси време трајања испитивања  $t$



Слика 7.9 Дијаграм циклуса где је на ординати дата константна вредност деформације  $\epsilon$ , а на апсциси време трајања испитивања



Слика 7.10 Петље хистерезе дате као репрезент понашања усвојеног материјала при малоциклесном замору и задатој вредности деформације  $\epsilon=1\%$



**Слика 7.11 Стабилисане петље хистерезе за одређивање цикличних параметара усвојеног материјала при задатој вредности деформације  $\epsilon = 0.8\%$**



**Слика 7.12 Испитивање на уређају МТС-у епрувете на замор за одређивање цикличних карактеристика материјала**

## 8. Литература

- [1] Neuber H.J. Appl Mech., ASME 1961; 28:544
- [2] Glinka G.: Energy density approach to calculation of inelastic stress-strain near notch roots and crack. Engng. Fracture Mech., 1985;22:485-508
- [3] Peterson R.E, Stress concentracion factors. N. York;Wiley,1974
- [4] Suresh S., Fatigue of materials, Cambridge University, 1998
- [5] Frost N.E, Marsh K.J and Pook L.P, Metal Fatigue, 1999
- [6] Maksimović S., Posavljak S, Maksimović K., Nikolić V., Djurković, V., TOTAL FATIGUE LIFE ESTIMATION OF NOTCHED STRUCTURAL COMPONENTS USING LOW CYCLE FATIGUE PROPE, Journal of STRAIN, 2010 (in Press).
- [7] Bannantine J. A., Comer J., Handrock J., *Fundamentals of Material Fatigue Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Clifs, New Jersey 1990.
- [8] Kostaes D., *Fatigue Behaviour and Analysis*, Talat Lecture 2401, Technische Universität München, EAA – European Aluminium Association, 1994.
- [9] Janković D. M., *Malociklusni zamor*, Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet, Beograd, 2001.
- [10] Smith K.N., Watson P Topper, T.H, *A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals*, American Society for Testing and Materials, 1970
- [11] Qian J., Fatemi A., *Cyclic Deformation and Fatigue Behaviour of Ion Nitrided Steel*, International Journal of Fatigue, Vol. 17, No. 1, pp. 15-24, January 1995.
- [12] Posavljak S., Maksimovic S.: *Increasing of Fatigue Resistance of Aero Engine Disks*, WSEAS TRANSACTIONS on APPLIED and THEORETICAL MECHANICS, Issue 2, Volume 1, December 2006, pp 133-140.
- [13] Posavljak S., Maksimović S., Georgijević D., *Malociklusni zamorni vek metalnih elemenata konstrukcija*, 2. Naučno-stručni skup OTEH 2007, Zbornik radova, Vojnotenički institut Beograd, 3 – 5. Oktobar 2007.
- [14] Zienkiewicz O. C., *The Finite Element Method*, Third Edition, McGraw – Hill Book Company (UK) Limited, London 1977.
- [15] Dawe D. J., *Matrix and Finite Element Displacement Analysis of Structures*, Clarendon Press, Oxford 1984



- [16] Fatemi A., Zeng Z., Plaseied A., *Fatigue Behaviour and Life Predictions of Notched Specimens Made of QT and Forged Microalloyed Steels*, International Journal of Fatigue, Vol. 26, pp. 663-672, 2004.
- [17] Maksimović S., Janković M., *Procena veka elemenata konstrukcija u području malociklusnog zamora*, Zbornik radova sa naučno-stručnog skupa, Istraživanje i razvoj mašinskih sistema, IRMES '04, str. 327 – 332, Univerzitet u Kragujevcu, Mašinski fakultet, Kragujevac (SCG), 16. i 17. septembar 2004. godine
- [18] Boljanović S., Maksimović S., *Initial Fatigue Life Prediction of a Notched Structural Components Under Variable Amplitude Loading*, The First International Conference on Computational Mechanics (CM'04), Belgrade, Serbia and Montenegro, November 15-17, 2004, Book of Papers, Printing Faculty of Mathematics, University of Belgrade, pp 1-15.
- [19] Maksimović S., *Fatigue Life Analysis of Aircraft Structural Components*, Scientific-Technical Review, Vol. LV, No 1, 2005.
- [20] Trautwein K. H., *Numerical validation and Application of the Neuber-Formula in FEA-Analysis* ([www.itteng.it/Downloads/Neuber\\_FEA.pdf](http://www.itteng.it/Downloads/Neuber_FEA.pdf))
- [21] Willmerding G., *Fatigue Calculation Using Winlife*, NAFEMS Seminar: Fatigue Analysis, November 8 – 9, 2000, Wiesbaden, Germany
- [22] Tso-Liang Teng, Pebg-Hsiang Chang, *Fatigue Crack Initiation Life Prediction for a Flat Plate with a Central Hole*, Journal of C.C.I.T. Vol. 32, No 1, Nov. 2003.
- [23] Timoshenko S., *Strength of materials, Part II, Advanced Theory and Problems*, Third Edition, D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1958.
- [24] Posavljak S., Maksimović S., *Projektovanje diskova avionskih motora na zamorni vek*, Naučno-stručni skup "IRMES '06", Zbornik radova, str. 379-386, Univerzitet u Banjaluci, Mašinski fakultet, Banjaluka – Mrakovica, 21. i 22. Septembra 2006. godine.
- [25] MSC/NASTRAN Theoretical Manuals
- [26] I-DEAS Master Series 7: Help
- [27] M.A.Meggiolaro, J.T.P Castro, *Statistical evaluation of strain-life fatigue crack initiation predictions*
- [28] Quality 42CrMo4, Lucefin Group
- [29] Jones R., Knopp M., Price J., Molent L., *Stress and strain estimation at notches in aircraft structures*
- [30] D.L.Ball&co, *Fatigue crack initiation analysis and test for F35 design*, Lockheed Martin, 2006.
- [31] Maksimović, S., Ognjanović O., et. all., *DEFINITION OF LOAD SPECTRA USING CFD METHOD AND FATIGUE LIFE ESTIMATION OF HELICOPTER BLADE*, OTEH 2011, Belgrade Serbia.

- [32] Manson, S.S., Behaviour of materials under conditions of thermal stress, Heat transfer symposium, University of Michigan Engineering Research Institute, pp. 9-75, 1953.
- [33] Coffin, L.F., A study of effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal, Trans. American Society for Testing and Materials, 76, 931-950, 1954.
- [34] Bairstow, L., The elastic limits of iron and steel under cyclical variations of stress, Phil. Trans., Ser. A, Vol 210, London 1910
- [35] Halford G.R., Nachtigall A.J., *The Strain Range Partitioning Behavior of an Advanced Gas Turbine Disk Alloy*, NASA TM-79179
- [36] Morrow J., *Fatigue Properties of metals, Fatigue Design Handbook*, 1968
- [37] Ognjanovic O., *Prikaz 2D izoparametarskih konacnih elemenata u linearnoj analizi konstrukcija*, Seminarski rad, Matematički fakultet, Beograd, 2009.