

**О ЈЕДНОЈ НОВОЈ МЕТОДИ ЗА РЕДУКЦИЈУ  
ЦИРКУМЗЕНИТАЛНИХ ОПСЕРВАЦИЈА**

од

**ВОЈ. В. МИШКОВИЋА**

# О ЈЕДНОЈ НОВОЈ МЕТОДИ ЗА РЕДУКЦИЈУ ЦИРКУМЗЕНИТАЛНИХ ОПСЕРВАЦИЈА

ОД ВОЈ. В. МИШКОВИЋА

(Примљено на скупу Академије Природних Наука 21 фебруара 1927.)

## I.

Специјално овде, под циркумзениталним опсервацијама треба разумети посматрање пролаза звездâ кроз исти алму-кантар. Сама та врста опсервација не би заслуживала никакву нарочиту пажњу да у њој није нађена примена једног важног проблема из сферне астрономије, за чије решење дугујемо подједнако Гаусу и Кањолију.<sup>1</sup> Тај проблем гласи: Одредити време, висину и географску ширину тачке на земљи са које су три звезде опсервиране на једној истој (непознатој) висини.

Математски део његова решења је довољно познат тако да се овде не морамо на њему заустављати. Циљ овога рада је његова примена у опсервативној Астрономији.

Резултати које је сâм Гаус добио у примени далеко су заостајали иза наде коју је теоретско решење проблема међутим потпуно оправдавало. Тек од 1903 год., откада су г.г. Клод и Дрианкур успели да остваре инструменат једнаких висина и конструишу астролоб са призмом,<sup>2</sup> метода циркумзениталних опсервација, на истом алмукантару, обезбедила је себи видан положај, у опсервативној Астрономији, бар за извесно време. У великој мисији за триангулацију Земље, која је отпочела свој рад<sup>3</sup> 1 октобра ове г. учествује десет астролоба са призмом.

Не можемо се овде заустављати ни на принципима тога инструмента, али ћемо изнети неке његове недостатке, како инструменталне тако и у самој методи за редуковање опсервација обављених њиме.

<sup>1</sup> *Monatl. Corresp.* t. XVIII. p. 277 и t. XIX. p. 89.

<sup>2</sup> A. Claude et L. Deicencourt: *Description et usage de l'astrolabe à prisme.* Gauthier-Villars, 1910.

<sup>3</sup> Lallemand, *C. R.* t. 183. p. 765.

Први, а у исто време, и најважнији недостатак инструмента лежи у томе што се моменат пролаза звезде кроз изабрани алмукантар ( $h = 60^\circ$ ) одређује само једним јединим мерењем. И тако, свако од њих уноси у крајњи резултат учињену грешку при посматрању у целини. И, ако желимо да постигнемо извесну тачност, број опсервираних звезда се мора знатно повећати (40—50), Гаусова метода напустити и прибећи решавању помоћу методе најмањих квадрата.

У последње време, много је покушаја чињено,<sup>1</sup> са мање или више успеха, да се тај главни недостатак уклони. Ја сам успео, 1924 год.,<sup>2</sup> да остварим апарат којим су истовремено задовољени сви услови Гаусова проблема и уклоњен горњи недостатак: при пролазу сваке звезде кроз одређени алмукантар, опсерватор може обавити онолико мерења колико му је то потребно. Опис и теорију тог новог инструмента морамо оставити за доцније.

Проблем до кога нас доводи ова врста астрономских мерења, у свом општем облику, гласи овако: Помоћу једне шеталице, посматрани су пролази  $n$  звездâ у тренуцима  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , кроз један исти *непознати* алмукантар. Тражи се да се одреди стање шеталице  $Sp$  за један одређени моменат  $t_0$ , географска ширина тачке на земљи са које су посматрања вршена и зенитно удаљење алмукантара.

Нека буду:  $z$  зенитно удаљење алмукантара;  
 $\varphi$  географска ширина тачке на земљи;  
 $\alpha$  ректасцензија;  
 $\delta$  деклинација опсервиране звезде и  
 $t$  сидерално време у моменту пролаза.

Из сферне астрономије знамо да међу тим величинама постоји овај однос,

$$(1) \quad \cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(t - \alpha)$$

У опсервативној астрономији се овај проблем појављује у два облика: 1<sup>о</sup> кад, осим координатâ ( $\alpha, \delta$ ) опсервиране звезде, и времена  $t$  ни једна више количина није позната, и 2<sup>о</sup> кад, поред познатих координата и времена, знамо још и приближне вредности непознатих количина  $z, \varphi, Sp$ .

<sup>1</sup> R. Baillaud, Thèse 1923, — R. Baillaud: C. R. t. p. — — Trümpler (писцу непознат рад).

<sup>2</sup> V. Michkovitch, C. R. t. 178, p. 2167.

Применом Гаус=Кањолијева решења тога проблема, први се случај даје свести на други помоћу три опсервиране звезде. Стога ћемо се овде ограничити само на други случај проблема.

Дате су нам, дакле, координате звезде ( $\alpha, \delta$ ) и приближне вредности  $z', \varphi', t'$ ; треба наћи зенитно удаљење алмукантара  $z$  и тачне вредности  $\varphi = \varphi' + d\varphi, t = t' + dt$ . За  $d\varphi$  и  $dt$  се предпоставља да су довољно мале количине, тако да се њихови квадрати и више потенције могу занемарити.

Усвојеним вредностима  $\alpha, \delta, \varphi', t'$  одговара међутим, на основу једначине (1), једна вредност  $z$ , која није једнака траженој вредности  $z$  због корекција  $d\varphi$  и  $dt$ , но је  $z = z' + dz$ , где је и  $z'$  такође само приближна вредност.

Диференцирамо ли једначину (1) и обратимо ли пажњу да је

$$\begin{aligned} \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos(t - \alpha) &= \sin z \cos A \\ \cos \delta \sin(t - \alpha) &= \sin z \sin A, \end{aligned}$$

где је  $A$  азимут опсервиране звезде, делењем целе једначине са  $\sin z$  долазимо до

$$(3) \quad \cos \varphi \sin A dt - \cos A d\varphi + dz = 0$$

Из онога што је мало час речено види се да се количина  $dz$  може изразити помоћу

$$dz = z' + dz - z = dz + (z' - z) = dz + n$$

И тако се образац (2) даје написати у облику

$$(5) \quad \cos \varphi \sin A dt - \cos A d\varphi + dz + n = 0$$

где је  $n$  позната количина, наиме разлика између усвојене приближне вредности  $z'$  и количине  $z$  изведене из  $\alpha, \delta, \varphi'$  и  $t'$ .

Свака опсервирана звезда даје једну једначину облика (3) из којих се, затим, методом најмањих квадрата, добијају непознате поправке  $dt, d\varphi, dz$  усвојених количина  $z', \varphi'$  и  $t'$ .

У свом делу где су изнели теорију циркумзенталних опсервација и свог инструмента, астралаба са призмом, за ту врсту опсервираних, г. г. Клод и Дрианкур приказали су још и једну графичку методу за решење система једначина (3). Она се међутим не може препоручити ако се тражи астрономска тачност. Чак ни метода најмањих квадрата не даје тачне резултате ако се слепо примени без икакве опрезности. А тако се до сада готово увек радило.

Резултати које ћу овде изнети плод су вишемесечних радова које сам обавио на Опсерваторији у Ници у циљу упоређења опсервација исте врсте са два инструмента истог типа, са два астролаба.

Из тих упоредних опсервација, које су истовремено послужиле и за одређивање опсерваторове личне еквације,<sup>1</sup> требало је извести: 1<sup>0</sup> све систематске грешке инструмента ако би их имао и 2<sup>0</sup> утврдити једну границу тачности која се од тих инструмената може очекивати.

Кад сам приступио редуковању свих опсервација, на броју око 5000, приметио сам да досадањи методи, како графички тако и нумерички, нису довољно егзактни. Између разних, предвиђених, чињеница појављују се у главном још две које су се досада занемаривале, а које утичу на изведене резултате. Једна лежи у промени атмосферских услова за време посматрања (диференцијална рефракција), а друга је последица неизвесности и несталности у ходу шеталице којом се астроном служи при опсервирању.

Прва се од њих још и може, ако не сасвим уклонити, бар знатно смањити. За то је довољно да се за време опсервирања прате савесно промене атмосферских услова помоћу термометра, барометра и хигрометра.

Много је важнија друга чињеница, утицај шеталичине или хронометрове брзине (хода) и њених евентуалних промена за време посматрања. Досада се о њој водило рачуна на тај начин што се шеталичина брзина уносила у опсервиране бројеве *вре* но што се приступало самом редуковању. Наиме, из два узастопна стања, интерполацијом, изводила се једна приближна вредност за хронометрову брзину, и њоме поправљали опсервиран бројеви. Данас се зна, међутим, из дискусија меридијанских опсервација, да дневна и ноћна брзина ни једне шеталице, а још мање једног хронометра, нису количине истог реда, а често ни истог знака.

Закључци до које ме је довела дискусија горњих опсервација могли би се овако казати:

1<sup>0</sup> досадањим начином могу се редуковати циркумзениталне опсервације само у том случају ако не трају више од два часа,

<sup>1</sup> Journal des Obs. t. IX p. 65.

и ако су вршене у једној опсерваторији која располаже бар двама добрим шеталицама које једна другу проверавају.

2<sup>0</sup> ако су опсервације обављене ван опсерваторије, или помоћу једног хронометра место шеталице, чак ако и не трају више од сата и по, или два, уобичајени начин редуковања може довести до сасвим нетачних бројева.

У прилог овоме закључку донећу, између више других, два најкарактеристичнија случаја. На њима ће се моћи оценити величина грешке која се уобичајеним начином редуковања занемарује, а у исти мах и видети како се она појављује или може појавити у крајњим резултатима.

Први се случај односи на једну серију опсервација од 106 звезда. При опсервирању је био употребљен један хронометар сидералног времена. Због тога што је трајање опсервација било дуже но обично, серија је била подељена на две групе, свака од по 1<sup>h</sup>, 8 трајања, и обе групе су редуковане као две независне серије, методом најмањих квадрата. За приближну вредност хронометрове брзине усвојена је била интерполована вредност  $m = + 0^s, 124$ , а резултати редуkcије били су:

Група	Средњи час	Стање ( <i>C<sub>p</sub></i> )
I	13 <sup>h</sup> , 7	+ 3 <sup>m</sup> . 12 <sup>s</sup> , 20
II	15 <sup>h</sup> , 5	+ 3 <sup>m</sup> . 12 <sup>s</sup> , 49

Покуша ли се да се та два стања, помоћу горе усвојене брзине *m*, сведу на једно, средње, које би одговарало часу 14<sup>h</sup>, 6, долази се до бројева који се разликују за читавих 0<sup>s</sup>, 07. Та се разлика, међутим, може свести на 0<sup>s</sup>, 02, ако се за *m* не усвоји горња, нетачна, вредност, но се она изведе из *самих података опсервација*.

Други је случај још карактеристичнији. Ради се, наиме, о једној серији од 94 звезде, која је била редукована као једна целина. Интерполована вредност (хода) брзине *m* је била изведена из врло малог броја хронометрових стања и због тога је тај број био доста несигуран. За хронометрово стање тога вечера нађен је био, методом најмањих квадрата, број  $C_p = + 5^m 52^s 96$ .

Кад сам прешао на израчунавање појединачних стања, за сваку часовну<sup>1</sup> звезду посебно, констатовао сам да у тим бројевима има нечег систематског: они нису били стални (у границама случајних грешака), но пропорционални времену.

<sup>1</sup> Под часовном звездом треба разумети оне које пролазе алмукантар у зони од  $\pm 20^0$  с једне и с друге стране првог вертикала.

(в. табл. I.) И кад се приступило поновном редуковању целе серије, методом о којој ће ниже бити реч, добило се за стање хронометра вредност  $Cp = +5^m 52^s,75$ . Разлика од  $0^s,21$  у

ТАБЛИЦА 1.

Час пролаза	Азимут звезде	Хронометр. стање		При- меда
		првобитно	поправљено	
$h$		$m$	$s$	
6,7	264,7	+ 0,09	- 0,35	
6,8	94,6	+ 0,14	0,30	
6,8	81,7	+ 0,23	0,21	
7,0	90,4	+ 0,14	0,27	
7,1	80,0	+ 0,02	0,36	
7,1	279,4	+ 0,05	0,33	
7,2	261,6	+ 0,03	0,34	
7,6	76,0	+ 0,12	0,18	
7,7	92,5	+ 0,05	0,11	?
7,8	79,0	+ 0,08	0,19	
8,0	262,1	+ 0,17	0,09	
8,1	263,0	+ 0,03	0,22	
8,1	284,0	+ 0,00	0,25	
8,2	81,2	+ 0,21	0,03	
8,2	74,8	+ 0,04	0,29	
8,3	95,2	- 0,03	0,19	
8,4	271,2	+ 0,18	0,17	??
8,4	75,4	- 0,15	0,32	
8,5	100,1	- 0,02	0,28	
8,5	94,8	+ 0,11	0,30	
8,6	261,2	- 0,11	0,30	
8,6	253,0	- 0,03	0,21	
8,8	271,0	- 0,30	0,27	??
8,9	109,3	- 0,10	0,25	
9,0	289,4	- 0,17	0,32	
9,1	97,4	- 0,11	0,25	
9,3	104,9	- 0,10	0,14	
9,7	251,1	- 0,36	0,36	
9,8	76,7	- 0,36	0,35	
9,8	266,3	- 0,10	0,08	
9,9	72,4	- 0,18	- 0,17	

Узмимо, наиме, условну једначину (3) само је напишимо у овом облику

$$(4) \quad x \sin A + y \cos A + z + n = 0$$

$x, y, z$  одговарају непознатим поправкама (израженим у секундима лука) познатих приближних вредности: стања  $Cp$ , географске ширине и привидног зенитног удаљења;  $A$  је азимут звезде, а  $n$  позната количина.

Количина  $x$  се узима, према томе, као константа. Међутим, да то и у ствари буде тачно, потребно је или да шеталичина

брзина буде занемарљива количина, или је познавати доста тачно и у опсервиране бројеве унети пре редуковања. Као што већ рекосмо, ово може важити само за шеталице у добро организованим опсерваторијама, где часовна служба располаже сретствима за проверавање њихових брзина.

У свима другим случајевима је количина  $x$  облика

$$x = x_0 + m \tau$$

где је  $\tau = t - t_0$ ;  $t$  је моменат опсервације,  $t_0$  обично средњи час серије, а  $x_0$  стање шеталице које одговара моменту  $t_0$ ;  $m$  је непозната шеталичина брзина.

Условна једначина (4) прелази у нов облик

$$m \tau \sin A + x_0 \sin A + y \cos A + z + n = 0$$

где је  $m$  четврта непозната количина проблема.

Увођењем ове четврте непознате количине у условне једначине, рачунски део редуковања, већ и онако опсежан, постаје још опсежнији и дужи, нарочито ако су серије од 70—80 звезда. Па ипак, горња два примера нам јасно показују да се без тога у резултатима не може постићи потребна тачност.

Може се нешто упростити тај рачунски део редуковања ако нам је позната, поред приближних вредности за  $\varphi, \varepsilon$  и  $t$ , још и довољно приближна вредност брзине  $m$ . Другим речима, ако се место вредности  $m$  тражи само њена поправка  $dm$ , рачуни се могу једноставније спровести на овај начин.

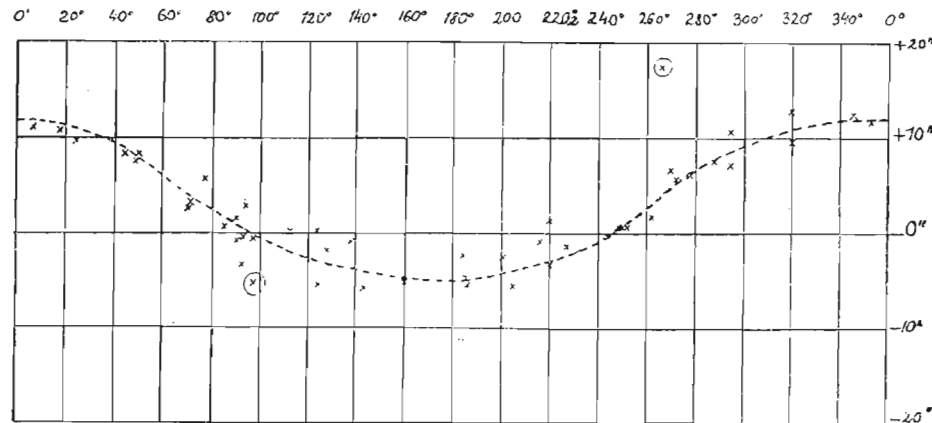
На основу познатих приближних вредности  $z', \varphi', t'$ , и  $m$  обави се прво једна потпуна редукација, по уобичајеној методи, и добију се њине поправки  $x, y, z$ . Затим се, од условних једначина, одаберу само оне које одговарају часовним звездама; т. ј. звездама које пролазе стални алмукантар у зонама од  $20^\circ$  с једне и с друге стране првог вертикала. У те се једначине унесу горе нађене вредности  $y$  и  $z$ . На тај ћемо начин добити, место 70—80 првобитних условних једначина, свега 25—30, облика  $x_1 \sin A + z + n_1 = 0$ , униформно распоређених кроз целу серију. У те једначине унесимо сад члан са траженом поправком хронометрове брзине  $m$ , и добијамо

$$dm \tau \sin A + x_1 \sin A + n_1 = 0$$

Место 70—80 једначина са четири непознате, добићемо 25—30 са две непознате. Помоћу њих ћемо одредити нову вредност за стање,  $x_1$ , која ће се врло мало разликовати од првобитне, и поправку  $dm$  раније усвојене вредности  $m$  за брзину хронометра.

## III.

Рачунски део опсервативне астрономије, уопште, не може се замислити без метода и могућности за проверавање како самих бројева тако и операција. Специјално при редуковању циркумзениталних опсервација до данас се на то проверавање није обраћала пажња. И рачунске операције и из њих изведени резултати предавани су били научним архивама без претходног проверавања. Поступак за проверавање рачуна о којима је овде реч и на коме ћемо се сад задржати заслужује у толико већу пажњу, што је у њему истовремено нађено и једно мерило за поверење које треба поклањати положајима звездâ разних астрономских основних каталога.



Слика 1

Код редуције циркумзениталних опсервација, тај се поступак састоји у графичком проверавању бројева  $n_n$  или  $n_1$ . Приложени дијаграм, сл. 1., је готово сâм по себи довољан за објашњење целог поступка. За пример је узета серија г. Дрианкура<sup>1</sup> [Наш број  $n$  одговара у делу количини  $z^a - z^a$ ].

Кад се израчунају бројеви  $n$  по већ познатом обрасцу, пре но што би се прешло решавању система условних једначина, узме се један координанти систем чија апсцисна оса претставља азимуте, а ординатна вредности  $n$  изражене у секундима лука, и на њ пренесу тачке које одговарају разним азимутима и разним вредностима  $n$ . Што су опсервације тачније, тимће

<sup>1</sup> Claude et Driencourt. Descr. et usage. p. 344

те разне тачке боље прилегати дуж једне синусоидалне линије (под претпоставком да су положаји  $(\alpha, \delta)$  звезда сви једнако тачни.) И ако утврдимо једну границу тачности за отступања појединачних вредности  $n$ , било теоретску, основану на општим законима о случајним грешкама при опсервирању, или емпиричку, изведену из самих опсервација, са овог ће се дијаграма одмах видети који су бројеви погрешни<sup>1</sup>. И тако ће се моћи удаљити звезде које су рђаво опсервиране, пронаћи и поправити оне код којих је учињена рачунска грешка и цео рачун извести до краја са провереним бројевима.

Задржаћемо се још на овом дијаграму да покажемо како се из њега могу извести, *пре* решења условних једначина, приближне вредности непознатих  $x$ ,  $y$  и  $z$  са релативно великом тачношћу. На тај ће се начин прва од горњих метода моћи свести одмах на другу и, место једначина са четири непознате, добити једначине са две.

Вратимо се понова условној једначини али је напишимо у облику

$$x \sin A + y \cos A + n = -z$$

Својим обликом, она је сугерирала г.г. Клоду и Дрианкуру једну врло просту, али нажалост доста дугу графичку методу за изналажење непознатих количина<sup>2</sup>. Да су опсервације апсолутно тачне и инструментална неусавршенства потпуно уклоњена, тачкаста синусоидална линија у дијаграму представљала би варијацију леве стране горње једначине, у којој су сви коефициенти познати. На те се услове, међутим, у пракси не може рачунати, и наша синусоидална линија је само приближна, средња варијација леве стране горње једначине, добивене скупом свих опсервација. Ако сад из ње узмемо оне вредности ордината  $n_1, n_2$  за које је један од коефициената, нпр.  $\cos A$ , раван нули, добићемо две једначине са две непознате:

$$x + n_1 = -z$$

$$x - n_2 = z$$

из којих се може одредити  $x$ . Исто тако, узму ли се вредности  $n', n''$  које одговарају азимутима чији су синуси равни нули, добићемо сличне две једначине из којих ће се моћи одредити

<sup>1</sup> На слици, крстићи у кругу.

<sup>2</sup> Andoyer, Cours d' Astronomie t. II. p. 278

у). А затим, комбинацијом ова два пара једначина, можемо добити и приближну вредност треће непознате  $z$ . Пошто се лако даје доказати да су за други начин редуковања опсервација, наиме помоћу једначина са две непознате, довољне и вредности непознатих које су приближне на  $2'' - 3''$ , то је и овај начин, помоћу дијаграма потпуно довољан.

Колика се тачност њиме постиже најбоље ћемо видети ако упоредимо вредности изведене из сл. 1. са вредностима које је дала графичка метода г.г. Клода и Дрианкура<sup>1</sup>.

ТАБЛИЦА 2.

Непозната	Клод и Др. (I)	Дијаграм (II)	(I) - (II)
$x$	$-1'',9$	$-2'',1$	$+0'',2$
$y$	$+8'',8$	$+8'',5$	$+0'',3$
$z$	$+3'',0$	$+3'',1$	$-0'',1$

Разлика у бројевима показује да је тачност резултата изведених помоћу дијаграма више него довољна, нарочито кад се узме у обзир да се средња грешка самих бројева креће у границама  $\pm 0'',3$ , као што ћемо то ниже показати.

## IV.

Остаје још да испитамо и утврдимо границе тачности у којима се крећу резултати изведени из циркумзениталних опсервација помоћу астралаба са призмом.

Колико је мени познато, ово је питање било досад изучавано на основу општих хипотеза и аналогија које везују ову врсту опажања са меридианским опсервацијама, т. ј. са мерењима пролаза звезда иза сталних микрометарских кончића. Тако, нпр., у цитираном делу г.г. Клода и Дрианкура наилазимо на овај закључак поводом тог питања: „Тачност у одређивању времена (количине  $x$ ) коју један извежбани опсерватор може да постигне, за једно исвесно време, на астралабу са призмом, једнака је у сваком случају тачности коју, за исто време, постижава опсерватор на малом меридианском инструменту.“ И да се, при одређивању географских ширина, „под извесним условима могу постићи резултати веће тачности но што то могу дати меридиански кругови“<sup>2</sup>

Тачном решењу тога питања знатно ће допринети бројеви скупљени у табл. 3 и 4. Прва садржи стања  $Ср$  изведена појединачно за сваку опсервирану звезду, а друга појединачна одређи-

<sup>1</sup> I. с. р. 360.

<sup>2</sup> I. с. р. 37.

вања географских ширина. Бројеви су изведени из три серије опсервација од по 80—95 звезда укупно.

ТАБЛИЦА 3.

$d (Cp)$ појединачно			$d (Cp)$ појединачно		
I	II	III	I	II	III
$+0,84$	$+0,37$	$+0,12$	$s$ 67	$s$ 46	$s$ 34
79	48	03	70	55	10
55	39	00	69	46	06
86	24	09	61	33	$+$ 22
55	38	$+$ 18	98	09	$-$ 02
56	32	$-$ 04	0,87	28	$+$ 08
78	37	$+$ 36	1,04	30	$-$ 19
65	50	48	0,77	23	$+$ 19
81	26	48	61	22	$+$ 08
47	55	14	84	46	$-$ 01
68	45	$+$ 02	75	18	$+$ 18
71	39	$-$ 03	75	29	07
81	52	$-$ 03	82	39	11
0,81	55	$+$ 03	66	28	15
1,04	12	28	75	34	06
0,63	38	06	$+0,94$	48	06
43	35	08		22	$+$ 02
58	59	$+$ 24		20	$-$ 02
76	39	$-$ 11		36	$+$ 20
76	42	$-$ 07		39	12
77	39	$+$ 06		0,32	10
78	31	01			37
74	32	$+$ 04			06
95	42	$-$ 05			14
54	46	$-$ 03			$+0,08$

ТАБЛИЦА 4.

$d \phi$ појединачно		
I	II	III
$+2'',6$	$+4,4$	$+4'',6$
$2'',6$	3,0	$3'',1$
$2'',7$	2,7	$5'',4$
$3'',8$	2,7	$3'',4$
$2'',7$	3,5	$3'',6$
$3'',7$	2,9	$0'',3$
$4'',7$	1,0	$3'',4$
$3'',1$	4,3	$0'',5$
$2'',2$	3,6	$5'',0$
$2'',5$	3,4	$5'',3$
$3'',4$	3,8	$3'',8$
$2'',9$	2,7	$5'',3$
$+3'',3$	3,4	$3'',5$
	4,6	$4'',0$
	2,4	$4'',2$
	5,0	$2'',0$
	3,7	$3'',5$
	3,5	$3'',4$
	5,4	$4'',7$
	4,6	$4'',0$
	3,4	$+4'',3$
	3,4	
	$+3,1$	

Из ове две таблице добијају се за средње грешке сваке од наведених количина ови бројеви  $\epsilon$ :

ТАБЛИЦА 5.

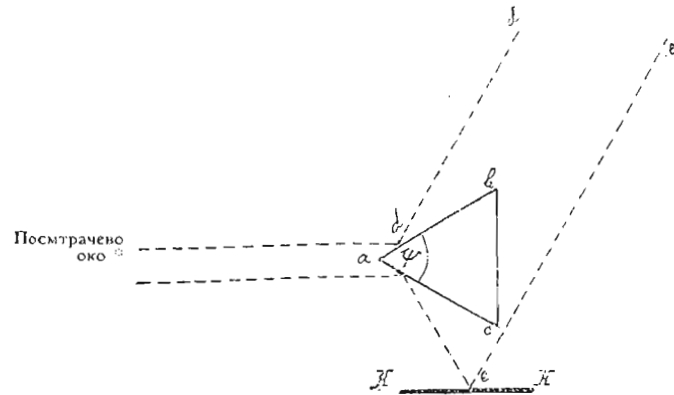
Серија	Време		Географска ширина	
	$\epsilon$ сваке *	$\epsilon$ серије	$\epsilon$ сваке *	$\epsilon$ серије
I	$\pm 0,14$	$\pm 0,02$	$\pm 0'',7$	$\pm 0'',2$
II	$\pm 0,13$	$\pm 0,02$	$\pm 1'',0$	$\pm 0'',2$
III	$\pm 0,14$	$\pm 0,02$	$\pm 1'',1$	$\pm 0'',3$

## V

На завршетку овог рада, желио бих само још да се зауставим на једној историјској чињеници, која се тиче проблема циркумзениталних опсервација. Она је, у своје време, била чак и повод једне мале научне дискусије. Радило се, наиме, о питању

првенства како самог принципа тако и изуметка астролаба са призмом у његовом данашњем облику. Г.Г. Клод и Дрианкур бранила су се да је њихов инструмент већ постајао кад је Др. Бек<sup>1</sup>, приказао свој принцип и конструкцију инструмента.

Нека ми буде дозвољено да овим бацим нову светлост и на ову историску тачку тог инструмента. — У архиву марсељске опсерваторије, нашао сам у свежњу рукописа *G. 54* једно писмо некадањег директора минхенске опсерваторије, Ламонта, упућено тадањем директору марсељске опсерваторије, Б. Валсу, датирано под 20 нов. 1846 г. (марсељски пошт. жиг је од 5 дец. 1846 г.),



Слика 2

у коме се налази, поред писма, овај докуменат (чији превод доносим само у колико се односи на горње питање)

„Само је један круг на небу непосредно дат, то је хоризонт. Опсервирање пролаза звезда кроз сâм тај круг наилази, међутим, на практичне тешкоће. Исти се циљ може ипак постићи ако се, место хоризонта, изабере један мали, њему паралелан, круг на небу. Опсервације се врше помоћу једне призме, за коју се може узети и метална призма.

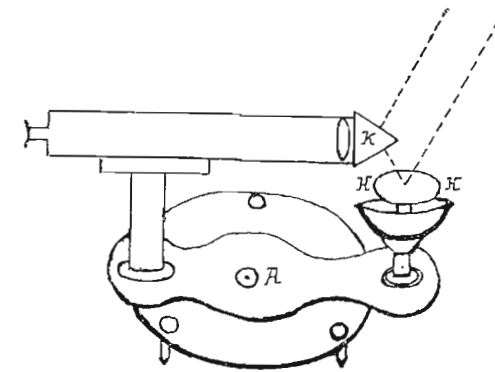
Нека буде, сл. 2, *abc* једна таква призма са две углађене површине *ab* и *ac*. На горњу површину ће пасти зрак који долази непосредно од звезде у правцу *dd*; на доњу површину ће пасти, са мирне живине површине *HH*, одбијени зрак *ee* исте звезде. Достигне ли звезда једну одређену висину над хоризонтом (т. ј.

<sup>1</sup> Astr. Nachr. 3102.

висину која је једнака призмином углу  $\psi$ ), директни и одбијени зраци *dd* и *ee* стижу паралелно у посматрачево око, и обе слике звезде ће проћи једна поред друге<sup>1</sup>

Ми смо предпоставили да се опсервирање врши слободним оком. Ако се тражи већа тачност, поклапање слика се може опсервирати помоћу једног малог дурбина. Најподеснији би облик инструмента, у том случају, био отприлике ово, сл. 3.

У *K* је учвршћена призма; у *HH* је жива чијом је површином остварена хоризонтална равнина. Под њом се налази (дрвени) суд за прикупљање живе која би се евентуално просула. Инструмент се окреће око вертикалне осе *A*. —



Слика 3

Ако смо забележили моменат спајања слика, часовни угао звезде се лако може добити помоћу таблице која се може унапред израчунати, а из њега се одмах даје извести стање (*Sp*) шеталице. Ако је и географска ширина места непозната, морају се опсервирати две звезде па затим тек, опет помоћу једне таблице, наћи часовни угао и географска ширина.

Из овога документа се јасно види да принципу астролаба са призмом има већ бар 80 година. —

<sup>1</sup> или се, у једном извесном тренутку, и стопити једна у другу (Писац)



## SUR UNE MÉTHODE NOUVELLE POUR LA RÉDUCTION DES OBSERVATIONS CIRCUMZÉNITHALES

PAR M. V. V. MICHKOVITCH

(Résumé)

Le présent travail contient une série de conclusions tirées des travaux d'observations comparatives, faites par l'auteur, à l'Observatoire de Nice, lors de l'étude et la mise au point d'un astrolabe impersonnel, ou à fil entraîné.

De l'étude des nombres relatifs à ces observations résultent deux conclusions quant à la méthode à employer pour la réduction des observations et la discussion des équations de condition, à savoir:

1<sup>o</sup> La méthode de réduction habituelle ne laisse rien à désirer tant qu'il s'agit des séries n'excédant pas une durée de deux heures, effectuées dans un Observatoire, où l'on dispose des moyens de contrôle, ou avec une pendule dont la marche a été vérifiée.

2<sup>o</sup> Pour les observations effectuées en dehors d'un observatoire même pour des séries faites en  $1^h 1/2$  ou  $2^h$ , les calculs de réduction par les méthodes habituelles peuvent conduire à des résultats inexacts.

A l'appui de cette dernière conclusion l'auteur a choisi, entre plusieurs autres, deux cas caractéristiques. Ils donnent une idée non seulement de l'ordre de grandeur de l'erreur que l'on peut commettre, mais aussi de la manière dont s'est manifestée son existence dans les résultats obtenus. La vraie cause de ces inconvénients provient principalement de l'incertitude de la marche du chronomètre ou de la pendule employée.

Pour écarter cette difficulté, l'auteur propose d'introduire la marche horaire (m) comme quatrième inconnue dans chacune des équations de condition. Le calcul numérique, déjà fastidieux avec trois inconnues, peut cependant être notablement abrégé en employant un procédé graphique simple. Ce dernier sert à

la fois pour repérer les étoiles mal observées, corriger les erreurs du calcul et trouver des valeurs, relativement assez approchées, des inconnues du problème. A l'aide des nombres ainsi obtenus on peut réduire à deux le nombre des inconnues.

Le matériel considérable d'observations a permis à l'auteur d'examiner en outre la question de leur précision d'un point de vue différent de ceux envisagé habituellement. Ainsi: il a déduit les valeurs individuelles des inconnues pour *chacune* des étoiles observées, et il en a conclu pour *les erreurs moyennes*:

d'une seule observation	} de l'heure	$\pm 0^s, 14$
de la moyenne ( $n = 25$ )		$\pm 0, 02$
d'une seule observation	} de la latitude	$\pm 1'', 0$
de la moyenne ( $n = 15$ )		$\pm 0, 2$