С. Н. БЛАЖКО

ПРАКТИЧНА АСТРОНОМИЈА

Научна књига

ИЗДАВАЧКО ПРЕДУЗЕЋЕ НАРОДНЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
БЕОГРАД, 1952

Наслов оригинала:

С. Н. БЛАЖКО

КУРС ПРАКТИЧЕСКОЙ АСТРОНОМИИ

Издание второе,
исправленное и дополненное

Государственное издательство
Технико-торетической литературы
Москва 1940 Ленинград

Превео
БРАНИСЛАВ М. ШЕВАРЛИЋ,
предавач Техничке велике школе

Тираж: 1500 примерака

Штампа Градско штампарско предузеће „Градска штампарија“ Суботица — 70-4

ПРЕДГОВОР

Свему се човек учи у концентричним круговима. У овој књизи намеравао сам да дам први концентар појмова из практичне астрономије студентима који изучавају овај предмет.

Књига садржи (после уводних глава) теорију универзалног инструмента и рад с њим на одређивању географске ширине, стања часовника и азимута предмета на земљишту, Цингерову, Пјевцовљеву и Талкотову методу, теорију пасажног инструмента и меридијанског круга, одређивање географске дужине на копну и мору, основе одређивања ректасцензија и деклинација, теорију екваторијала и фотографску астрометрију.

Књига је намењена за уџбеник студената оних факултета на универзитетима и другим високим и високим техничким школама у чији наставни програм улази практична астрономија. Осим тога надам се да она може користити и оним специјалистима — геодетима, картографима, географима и геолозима истраживачима, којима се указује потреба у њином практичном, теренском раду да одређују географске координате и стања часовника астрономским методама.

Трудио сам се да уџбеник буде елементаран у два смисла: излагао сам само основе практичне астрономије, и излагао сам их елементарно, тако да књига може, бар у првим главама, где се говори о основним методама испитивања инструмената, да послужи као *руководство* студенту. Најмање сам желео да напишем књигу која личи на предавања; хтео сам само да дам основу, макар и непотпуну, за свако предавање.

Одабрану грађу трудио сам се да излажем оним редом којим ју је, чини ми се, подесно излагати слушаоцима кад после излагања сваког питања долази лабораториска пракса испитивања инструмента или посматрање. Разуме се од руководиоца се захтевају упутства за разне практичне поступке; заменити руководиоца није улазило у мој задатак и тешко да би ма каква књига могла заменити практичног руководиоца. Осим тога треба студентима пружити и могућност да примене своју сопособност схватања и сналажења.

У књигу је ушла с малом изменом и садржина моје брошуре „Методе одређивања стања часовника и географске ширине из посматрања звезда на једнаким висинама“, која је изишла 1933 г. Она сачињава главе X—XIII и § § 63 и 64 гл. IV.

Не могу рећи да ми је ма каква књига служила као узор, али се без сумње из ње види да су ми у своје време уџбеници били књиге Савића [1]), Бринова [2]), делимично Човенета [3]), а затим пракса предавања студентима Московског универзитета. Књиге Савића, Бринова и Човенета с додатком Цингерове књиге [4]) препоручујем читаоцу за допунско упознавање с практичном астрономијом.

При изучавању посматрачких метода за одређивање географске ширине, стања часовника и азимута и при обради ових посматрања треба имати при руци „Упутство за астрономска одређивања при тријангулацијама I и II реда", обавезно за све организације и установе у СССР.

„Курс практичне астрономије за геодете и географе" проф. К. Д. Покровског (1932) и „Курс практичне астрономије" проф. К. А. Цветкова (1934) садрже многобројне примере за одређивање географске ширине, стања часовника и азимута предмета на земљишту. Добро и сажето су изложена веома многа питања из практичне астрономије у „Enciklopädie der mathematischen Wissenschaften", Band VI., 2; нарочито су за препоруку књиге Кона, Вирца и Каспарија; оне садрже велики број библиографских података, којих нема у другим књигама.

Студентима који желе да се подробније упознају са појединим питањима указујем на односним местима на најглавније књиге и публикације које то питање подробније излажу.

Вероватно књига садржи делом неуспелих, а може бити и нетачних претстава. На неке ми је указао К. А. Куликов, који је прочитао један део рукописа, али нажалост не цео. Захвалан сам му за примедбе, као што ћу бити захвалан и свакоме који ми укаже на слаба места која је у књизи приметио.

Желим овде да посведочим своју дубоку захвалност С. А. Шоригину за његово пажљиво редиговање и старање о спољашњем изгледу књиге.

Писао сам је са жељом да послужи као користан почетак астрономима-практичарима, који су толико потребни совјетској астрономији.

---

[1]) А. Н. Савич, Приложение практической астрономии к географическому определению мест, СПБ, 1845, 2 издање, 1868–1871.

[2]) Ф. Брюннов, Учебник сверической астрономии, превео Н. Буцкой, СПБ, 1872, или на немачком: F. Brünnow, Lehrbuch der sphärischen Astronomie.

[3]) W. Chauvenet, A Manual of Spherical and Practical Astronomy, vol. I—II.

[4]) Н. Я. Цингер, Курс астрономии, Часть практическая, 1924.

У Москви, јуна 1937.

С. Блажко

ПРЕДГОВОР ДРУГОМ ИЗДАЊУ

Друго издање књиге излази поправљено и допуњено. С једне стране, неки су се читаоци, као В. В. Арсентјев, П. И. Бакулин, Ф. Е. Мељњиков, проф. А. А. Михаилов, проф. П. П. Паренаго, П. В. Соколов, а нарочито А. А. Игњатов, одазвали мојој молби да ми укажу на омашке и на измене које би у тексту ваљало извршити; с друге стране, и сам сам нашао много места која је требало изложити јасније или потпуније или допунити цртежима.

Осим тога, унета је и мала глава (XIII) о једновременом одређивању ширине и часовникова стања, као и шест нових параграфа: о случајним отступањима (§ 8), о одређивању ширине из посматрања у меридијану (§ 79), о одређивању азимута из мереног зенитног отстојања (§ 98), о одређивању часовникова стања пасажним инструментом с безличним микрометром (§ 152), о дисторзији објектива (§ 208) и о мерењу звезданих паралакса (§ 209). Додати су и примери: одређивања завртњевих периодичних отступања (уз § 103), одређивања часовникова стања пасажним инструментом с безличним микрометром (уз § 152) и одређивања ректасцензија и деклинација меридијанским кругом (уз § 172).

М. А. Смирновој сам обавезан за нов цртеж Шортова часовника последње конструкције (сл. 40).

С. А. Шоригин је изнова веома пажљиво редиговао књигу и позабавио се њеном спољном опремом.

Свима који су допринели да књига изиђе што боља дугујем своју искрену захвалност.

У Москви, јануара 1940 г. *С. Блажко*

Сматрам за потребно да скренем пажњу на недавно изишле књиге корисне за студенте практичне астрономије:

1. Таблицы, для астрономических вычислений, у редакцији проф. К. А. Цветкова, друго проширено и допуњено издање, (Труды Центрального научно-исследовательского института геодезии, аэросъемки и картографии, вып. 30), Редбюро ГУГК при СНК СССР, М., 1939.

2. Наставление к камеральной обработке астрономических определиний, саставили М. Н. Северов и М. Н. Смирнов, у редакцији проф. К. А. Цветкова. Редбюро ГУГК при СНК СССР, М., 1939.

3. Геодезия, Справочное руководство, у редакцији М. Д. Бонч-Бруевича, том VII. Инструментоведение, у редакцији К. Н. Смирнова, М—Л., 1939.

С. Б.

САДРЖАЈ

ГЛАВА ПРВА

УВОД

ГЛАВА ДРУГА

ПОТРЕБНИ ПОЈМОВИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

ГЛАВА ТРЕЋА

ПОТРЕБНИ ПОЈМОВИ ИЗ ОПТИКЕ

ГЛАВА ЧЕТВРТА

УНИВЕРЗАЛНИ ИНСТРУМЕНАТ И ЊЕГОВА УПОТРЕБА

ГЛАВА ПЕТА

ЧАСОВНИЦИ И ХРОНОМЕТРИ

ГЛАВА ШЕСТА

ОДРЕЂИВАЊЕ ШИРИНЕ МЕСТА ИЗ АСТРОНОМСКИХ ПОСМАТРАЊА

ГЛАВА СЕДМА

ОДРЕЂИВАЊЕ ЧАСОВНИКОВА СТАЊА ИЗ МЕРЕНИХ ЗЕНИТНИХ ОТСТОЈАЊА НЕБЕСКИХ ТЕЛА

ГЛАВА ОСМА

ОДРЕЂИВАЊЕ АЗИМУТА ПРЕДМЕТА НА ЗЕМЉИШТУ

ГЛАВА ДЕВЕТА

ОДРЕЂИВАЊЕ ОТСТУПАЊА КРУЖНЕ ПОДЕЛЕ И ЗАВРТЊЕВИХ ОТСТУПАЊА

ГЛАВА ДЕСЕТА

ОДРЕЂИВАЊЕ ЧАСОВНИКОВА СТАЊА ИЗ ЈЕДНАКИХ ВИСИНА ЗВЕЗДА. ЦИНГЕРОВА МЕТОДА

ГЛАВА ЈЕДАНАЕСТА

ТАЛКОТОВА МЕТОДА ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ШИРИНЕ МЕСТА

ГЛАВА СЕДАМНАЕСТА

ОДРЕЂИВАЊЕ РАЗЛИКЕ ДУЖИНА МЕСТА

ГЛАВА ОСАМНАЕСТА

ОСНОВИ ПРИМЕНЕ АСТРОМОНИЈЕ НА МОРЕПЛОВСТВО И ВАЗДУХОПЛОВСТВО

ГЛАВА ДЕВЕТНАЕСТА

МЕРИДИЈАНСКИ КРУГ

ГЛАВА ДВАДЕСЕТА

ОДРЕЂИВАЊЕ РЕКТАСЦЕНЗИЈА И ДЕКЛИНАЦИЈА ЗВЕЗДА

ГЛАВА ПРВА

УВОД

1. Предмет изучавања практичне астрономије. — Практична астрономија у ширем смислу речи је онај део астрономије у коме се изучавају разне методе астрономских посматрања помоћу инструмената израђених за одређену сврху. Али у тако широком смислу речи назив „практична астрономија“ никада се не употребљава; из ње се изузимају сва астрофизичка посматрања и обично се под тим називом подразумевају посматрања која се врше у циљу одређивања координата небеских тела, тј. њихових ректасцензија, деклинација, зенитних отстојања, висина, азимута, а такође и стања часовника, астрономских ширина и дужина посматрачких места и азимута предмета на земљишту, који су с њима у вези. Ова питања спадају у тзв. *астрометрију*. Њихово излагање у основним цртама и сачињава садржину ове књиге.

2. Основи одређивања ширине и часовникова стања. — У сферној астрономији из паралактичког троугла зенит — пол — небеско тело изводи се образац

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \qquad (1)$$

где је

$$t = s - \alpha = T + u - \alpha, \qquad (2)$$

z зенитно отстојање небеског тела ослобођено утицаја рефракције, α и δ ректасцензија и деклинација тога небеског тела, φ астрономска ширина[1]) места посматрања, тј. угао који образује вертикала места посматрања са равни Земљина екватора, t часовни угао небеског тела, s месно звездано време, T показивање хронометра или часовника, а u стање хронометра у оном тренутку на који се односе координате z, α и δ.

Из једначине (1) излази: 1) ако су познати α, δ и φ, може се из мереног z и забележеног тренутка посматрања T са хронометра најпре из једначине (1) израчунати t, а затим из једначине (2) наћи u по обрасцу $u = t + \alpha - T$; 2) ако су познати α, δ и u, онда се мерењем z у тренутку T са хронометра може израчунати φ.

Ови ставови омогућују да се из мерених зенитних отстојања небеских тела одреди ширина места посматрања и стање часовника, тј. свођење показивања часовника на *месно* време.

---

[1]) Убудуће ћемо је краткоће ради просто називати *ширина*, изостављајући назив *астрономска*.

Ако су нам познате ректасцензије бар неколико звезда, онда одређивањем тренутака њихових пролаза кроз меридијан по било каквом часовнику, можемо одредити стање тог часовника. И доиста, ректасцензија звезде α у горњој кулминацији једнака је звезданом времену у том тренутку, тј. показивању часовника T плус његово стање u:

$$\alpha = T + u.$$

Одатле добијамо u ако су нам познати α и T.

Ако нам је осим тога са друге неке стране познато још и свођење показивања часовника на време нултог, тј. гринвичког меридијана, онда је разлика ових свођења разлика месног и гринвичког времена у једном истом тренутку, тј. разлика између дужине места посматрања и Гринвича, или простије, дужине места посматрања од Гринвича. На томе се заснива одређивање координата места на Земљиној површини, неопходних за потребе практичног живота, за картографију, за путовање по копну и по мору, за ваздухопловство, за одређивање тачног времена.

У горње обрасце треба стављати ректасцензије и деклинације небеских тела које се односе на тренутак посматрања. Оне се мењају у току времена услед кретања тела по небеској сфери, на пр. Месеца, Сунца, планета, а у врло малом степену и звезда, и услед прецесије, нутације и аберације. Ове се координате за сваку годину дају у астрономским годишњацима. Посматрач треба да уме да их израчуна за сваки тренутак интерполацијом.

У данашње време скоро сви потребни подаци за текућу годину могу се наћи у годишњаку „Астрономический ежегодник", који издаје Астрономски институт у Лењинграду. Само се за понеке податке морају користити страни астрономски годишњаци. Осим тога СССР издаје „Поморски астрономски годишњак", „Ваздухопловни астрономски годишњак" и „Астрономски календар", годишњак намењен љубитељима и наставницима астрономије; последњи годишњак издаје Астрономско-геодеско друштво у Горком у заједници с покрајинским издавачким предузећем.

3. Основи одређивања деклинације и ректасцензије. — С друге стране, састављање астрономских годишњака могуће је само на основи одређених посматрања небеских тела којима се добијају њихове ректасцензије и деклинације. Оне су потребне за поменуте практичне циљеве, али су такође неопходне и за решење чисто астрономских задатака. Само ако умемо да одређујемо из посматрања α и δ можемо изучити привидно кретање Сунца, Месеца, планета, привидни распоред звезда на небеској сфери, сопствена кретања звезда и, посредно, паралаксе звезда. Све ово служи за основу наших знања о саставу Сунчева система и васионе, а самим тим у крајњој линији и свих осталих астрономских истраживања. Стога је потребно умети налазити из посматрања ректасцензије и деклинације небеских тела.

Из сферне астрономије је познато да су у тренутку пролаза звазде кроз меридијан њено зенитно отстојање, њена деклинација и ширина места везани следећим једначинама:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{при посматрању} & \text{јужно од зенита} & z = \varphi - \delta, \\ \text{„} \qquad \text{„} & \text{између зенита и пола} & z = \delta - \varphi, \\ \text{„} \qquad \text{„} & \text{испод пола} & z = 180^0 - \delta - \varphi. \end{array}\right\} \quad (3)$$

Приметимо једном за свагда да ћемо у овој књизи проучавати кретања небеских тела онако како се она виде са северне Земљине полулопте, и сви ће се наши обрасци односити на тај случај. За посматрача који се налази на јужној Земљиној полулопти обрасци су нешто друкчији; ми се тога питања нећемо дотицати.

Ако измеримо z једне исте звезде у двема кулминацијама: z_{G} у горњој и z_{D} у доњој, онда из друге и треће једначине (3) имамо

$$z_{\mathrm{G}} = \delta - \varphi \quad \text{и} \quad z_{\mathrm{D}} = 180^0 - \delta - \varphi$$

и, према томе,

$$^1/_2\,(z_{\mathrm{G}} + z_{\mathrm{D}}) = 90^0 - \varphi \quad \text{и} \quad \varphi = 90^0 - {}^1/_2\,(z_{\mathrm{G}} + z_{\mathrm{D}}).$$

На тај начин можемо добити ширину и не знајући деклинацију, али осим тога је $z_{\mathrm{D}} - z_{\mathrm{G}} = 180^0 - 2\,\delta$ и, према томе, ако звезду посматрамо у обема кулминацијама можемо добити и њену деклинацију:

$$\delta = 90^0 - {}^1/_2\,(z_{\mathrm{D}} - z_{\mathrm{G}}).$$

На сличан начин из прве и треће једначине (3) добијамо

$$z_{\mathrm{G}} = \varphi - \delta \quad \text{и} \quad z_{\mathrm{D}} = 180^0 - \delta - \varphi,$$

према томе у том случају је

$$90^0 - \delta = {}^1/_2\,(z_{\mathrm{G}} + z_{\mathrm{D}}) \quad \text{и} \quad 90^0 - \varphi = {}^1/_2\,(z_{\mathrm{D}} - z_{\mathrm{G}}).$$

После тога, када нам је ширина φ позната, можемо за *сваку* звезду наћи δ ако измеримо z у меридијану; доиста, из једначине (3) добијамо:

$$\begin{array}{lll} \text{при посматрању} & \text{јужно од зенита} & \delta = \varphi - z, \\ \text{„} \qquad \text{„} & \text{између зенита и пола} & \delta = \varphi + z, \\ \text{„} \qquad \text{„} & \text{испод пола} & \delta = 180^0 - \varphi - z. \end{array}$$

Ови изрази претстављају основу за одређивање деклинација небеских тела из посматрања.

С друге стране, из сферне астрономије је познато да је у тренутку горње кулминације небеског тела звездано време једнако његовој ректасцензији. Одатле излази да је разлика ректасцензија два небеска тела једнака разлици тренутака њихових пролаза кроз меридијан у горњој кулминацији. Према томе, ако умемо помоћу подесног инструмента и часовника да одређујемо тренутке пролаза небеских тела кроз меридијан, онда ћемо моћи одређивати и разлике ректасцензија свих посматраних небеских тела, само ако још умемо да поведемо рачуна о томе да наш часовник не ради никад потпуно тачно. И доиста, ма за који пар звезда имамо у тренутку горње кулминације

$$\alpha_1 = s_1 = T_1 + u_1 \quad \text{и} \quad \alpha_2 = s_2 = T_2 + u_2.$$

Одатле следи

$$\alpha_2 - \alpha_1 = T_2 - T_1 + (u_2 - u_1).$$

Показивање часовника T_2 и T_1 позната су нам из посматрања, па према томе да бисмо одредили $\alpha_2 - \alpha_1$ треба да знамо још чему је једнака и разлика стања часовника $u_2 - u_1$; она се, пак, одређује из дневног хода часовника, а дневни ход часовника одређује се из посматрања једних истих звезда у току узастопних ноћи.

Али ми не тражимо разлике ректасцензија $\alpha_2 - \alpha_1$, већ саме ректасцензије α. Може се показати (и то ћемо видети у другој половини књиге), да је за то потребно напоредо са звездама посматрати Сунце и мерити његову деклинацију у тренутку кулминације. Из тих посматрања може се извести ректасцензија Сунца у тренутку његовог посматрања, а после тога и ректасцензије свих звезда које су посматране са Сунцем истог дана.

Ако су нам пак познате ректасцензије макар и малог броја звезда, онда из одређених тренутака њихових пролаза кроз меридијан ма каквим часовником можемо одредити стање тог часовника. И доиста, ректасцензија звезде у горњој кулминацији једнака је звезданом времену тога тренутка, тј. показивању часовника T плус његово стање u:

$$\alpha = T + u.$$

Одатле добијамо u кад су нам познати α и T.

4. Основни астрометриски инструменти; суштина теорије инструмената. — Из кратко изложених метода за решење постављених задатака види се да је за ово решење потребно умети мерити зенитна отстојања и одређивати показивања часовника у тренуцима пролаза небеских тела кроз меридијан. И једна и друга врста посматрања захтевају нарочите инструменте.

За мерење зенитних отстојања служи инструменат који се зове *вертикални круг*. Често је са овим задатком везан задатак мерења азимута предмета на земљишту, тада инструменат постаје сложенији и зове се *универзални инструменат* или *универзал*. За одређивање тренутака пролаза небеских тела кроз меридијан служи тзв. *пасажни инструменат*. Често је он снабдевен кругом помоћу кога се могу мерити зенитна отстојања или деклинације небеских тела у тренутку кулминације; такав сложенији пасажни инструменат зове се *меридијански круг*. Осим тога постоји могућност мерења разлика ректасцензија и деклинација из посматрања ван меридијана. Ова се мерења врше инструментима који се зову *екваторијали*. Они су или снабдевени помоћним *микрометрима* за посматрања оком, или претстављају посебни вид фотографске коморе за фотографисање звезданог неба; тада се инструменат зове *астрограф*. Са фотографије се могу мерењем међусобног распореда ликова звезда на негативу помоћу нарочитих инструмената за мерење оваквих снимака добити ректасцензије и деклинације свих фотографисаних звезда, али само под једним условом, да су за неке од њих, најмање за две, ректасцензије и деклинације већ познате.

Уза сваки инструменат за посматрање неба потребан је још часовник или хронометар. У овој књизи описују се горе побројани и још други неки инструменти и излаже се како се поменути задаци могу решити посматрањима извршеним различитим инструментима.

Сваки инструменат, макако да је брижљиво израђен, нетачан је и има своја отступања. На пример две осовине инструмента које треба да буду међу собом управне уствари то никад тачно неће бити; тако рецимо алхидадна осовина инструмента никада неће бити тачно вертикална, то јест управљена дуж вертикале итд..

Ова се отступања не могу занемаривати, ако желимо да постигнемо високу тачност у нашим посматрањима. Дуготрајна пракса показала је астрономима да је лакше одредити отступања инструмента и узети у обзир њихов утицај на посматрања, него израдити инструменат са неосетним отступањима. Одатле произлази задатак практичне астрономије: изучити састав инструмената, показати методе посматрања помоћу њих, изучити методе одређивања њихових отступања и наћи начине да се отклоне утицаји тих отступања на измерене величине. Може се рећи да је теорија астрономских инструмената теорија њихових отступања. Чак се често отступања инструмента могу одредити са већом тачношћу него што је тачност непосредних посматрања њиме; на пример на извесном инструменту круг се чита са тачношћу до ±10″, тј. свако читање може бити погрешно у једну или другу страну (сувише мало или сувише велико) до 10″, а отступања тога инструмента које притом треба узети у обзир могу се одредити са течношћу, на пример, до 1″; ово је корисно стога што се додавањем тако тачних поправака на читање повећава тачност самог читања више него у случају кад би и саме поправке биле погрешне до ±10″.

Осим оних отступања инструментових које можемо предвидети, испитати и од чијег утицаја можемо ослободити мерења, постоје и отступања друге врсте чије присуство можемо предвидети и у пракси открити, али чији је износ тешко или немогуће тачно одредити; такво је на пример савијање дурбиново. У тим случајевима тежи се да се сама посматрања тако распореде да би једна од њих отступала на једну страну, а друга на супротну — и то за исту вредност; тада ће аритметичка средина из оваквих посматрања бити ослобођена отступања ове врсте.

5. Утицај рефракције и паралаксе на мерења. — Непосредним мерењем зенитног отстојања једног предмета добијамо зенитно отстојање измењено утицајем наше атмосфере на светлосне зраке који кроз њу пролазе, — утицајем рефракције. То није оно z које се подразумева у горњим обрасцима. Зато посматрана зенитна отстојања треба ослободити утицаја рефракције. Из теорије ове појаве познато је да се услед рефракције зенитна отстојања смањују за величину која се приближно изражава обрасцем

$$\rho = 60'',2\,\frac{B\,mm}{760\,mm}\;\frac{273^0}{273^0 + t^0\,\mathrm{C}}\,\mathrm{tg}\,z,$$

или пак

$$\rho = 21'',62\,\mathrm{tg}\,z\,B\,mm/(273^0 + t^0\,\mathrm{C}), \quad (\lg 21{,}62 = 1{,}3349),$$

где је z посматрано, измерено зенитно отстојање, B висина живиног стуба у барометру за време посматрања изражена у милиметрима, сведена на 0°С и силу теже на ширини 45°, t°С температура ваздуха који окружује инструменат за време посматрања изражена у Целзијусовим степенима, ако је посматрано под ведрим небом, или температура спољног ваздуха, ако се инструменат налазио у неком отвореном павиљону. Рефракција се може израчунати по том обрасцу или, што је лакше и тачније, помоћу нарочитих, на пр. *Пулковских таблица за рефракцију*. За обрачунавање рефракције потребно је у току посматрања, на пример сваких пола часа, читати барометар и термометар на њему, а такође и температуру спољног ваздуха.

Но и кад смо ослободили посматрано зенитно отстојање утицаја рефракције, а кад су у питању блиска небеска тела као Месец, Сунце и планете са осетном дневном паралаксом, добија се z које не одговара оним координатама α и δ тих небеских тела које су дате у астрономским годишњацима, јер се оно односи на место на површини Земље, а α и δ на средиште Земље. Стога треба или α и δ изменити за утицај паралаксе, или z изменити тако да се добије тзв. геоцентрично зенитно отстојање, тј угао између правца из центра Земље ка небеском телу и правца вертикале у месту посматрања или њој паралелне праве која пролази кроз Земљино средиште. Последње је простије, и зенитно отстојање се ослобађа утицаја паралаксе кад се од њега *одузме* величина p, одређена обрасцем $p = \pi \sin z$, у коме је π хоризонтска паралакса небеског тела. (У случају Месеца потребан је тачнији образац сферне астрономије).

6. Правила за записивање посматрања. — Осим инструмента посматрач мора имати и *посматрачку бележницу*. Непосредни резултати посматрања, као што су: тренутак посматрања са часовника, читања кругова, либела, термометра итд. одмах се уписују у свеску, а не на засебне листиће које лако може однети ветар; та се свеска назива посматрачка бележница. Треба записивати оне бројеве које посматрач види на инструменту, не вршећи никакве, чак ни најпростије аритметичке радње. Записивање се врши само мастилом. У случају грешке или омашке треба прецртати оно што је записано, тако да се јасно види шта је прецртано, а за тим или изнад тога записати тачан број или реч. Не треба писати оловком па ни хемиском писаљком да би се избегле мрље и размазивање, као и могућност преправљања. Употреба гуме строго је забрањена.

У почетку сваког посматрања обавезно је записати годину, месец и датум посматрачког дана или ноћи. Не сме се заборавити да се у поноћ мења датум. На терену се осим датума записује и место посматрања.

У случају обимних посматрачких радова боље је за сваки инструменат завести посебну бележницу. Ако ње нема, потребно је пре сваког посматрања јасно, тачно и потпуно записати циљ посматрања (одређивање ширине, фотографисање тог и тог места на небу, такво и такво испитивање инструмента итд.) и употребљене инструменте; сваки инструменат има назив који се састоји из имена његова конструктора или фабрике и броја. Бележницу треба водити тако да и други астроном може потпуно сигурно и недвосмислено разумети све што је у њој записано.

7. Основна правила за обраду посматрања. — Тражене величине добијају се из посматраних рачуном. Често је згодно у посматрачкој бележници извршити и први део обраде посматрања, на пр. образовање аритметичких средина читања и томе слично. Сва израчунавања морају се вршити мастилом и то оним које не бледи у току времена, боље је да оно не буде љубичасто.

Обрада посматрања у потпуности се врши на нарочито припремљеним *рачунским формуларима*. Ови се рачуни у практичној астрономији врше обично помоћу логаритама, али се у последње време у астрономској пракси све више примењују машине за рачунање. Треба имати на уму да се не сме допустити повећавање неизбежне нетачности посматрања још и грешкама израчунавања преко несигурности последње децималне цифре. Стога постоји *обавезно правило за сва израчунавања*, да се при обради посматрања рачуна са једном децималом више него што износи тачност посматрања. Ако су на пр. посматрања извршена са тачношћу (тј. са могућим отступањем) од $\pm 10''$, $\pm 1''$, $\pm 0'',1$, одговарајућа израчунавања или обраду посматрања треба вршити са десет пута већом тачношћу (са десет пута мањим отступањем), тј. са тачношћу од $1''$, од $0'',1$, од $0'',01$ респективно. Али то не значи да треба претеривати и рачунати са излишном тачношћу, на пр. са две децимале више него што дају читања инструмента. Већа се тачност резултата овим не може добити, већ само калкулатор узалудно троши труд и време.

Према томе из астрономских годишњака треба узимати координате небеских тела α и δ с тачношћу која одговара тачности рачунања, тј. која десет пута премаша тачност посматрања.

Ако се у току рачуна појави потреба за одбацивањем сувишних децимала и заокругљивањем резултата, треба се држати ових правила које су астрономи усвојили: ако се одбацује део мањи од половине јединице последње задржане децимале, последња задржана цифра остаје непромењена; ако је он већи од половине последње задржане цифре, ова се повећава за јединицу; ако је пак одбачени део половина јединице последње децимале, последња задржана цифра остаје непромењена ако је парна или нула, а повећава се за јединицу ако је непарна. На пример број 2,346505 ако желимо да сачувамо 1, 2, 3, 4 или 5 децимала иза запете, заокружава се на следеће бројеве: 2,3; 2,35; 2,347; 2,3465; 2,34650, а ови последњи бројеви ако се одбаци последња цифра заокружују се на: 2; 2,4; 2,35; 2,346; 2,3465.[1])

8. О случајним отступањима при мерењу. — Осим *систематских отступања*, поменутих у § 4, при посматрањима увек срећемо и друга отступања која се уопште не могу тачно обрачунати, такозвана *случајна отступања;* највећим делом она зависе од посматрача, али понекад и од инструмента.

---

[1]) Описани начин заокругљивања подесан је стога што се у случају потребе каснијег коришћења половине заокругљене величине која се свршава парном цифром не јавља потреба поновног заокругљивања. Ако бисмо при одбацивању оног дела који износи половину јединице последње децимале у свима случајевима или остављали последњу цифру непромењену, или је повећавали за јединицу, ми бисмо самим тим у све рачуне уносили систематско отступање, у првом случају смањујући, а у другом повећавајући све заокругљене величине. Осим тога морали бисмо вршити ново заокругљивање кад делимо са 2 заокругљену величину која се завршава непарном цифром, тј. лишили бисмо се удобности методе описане у тексту. *Прим. ред. оригинала.*

На пример, ако неколико пута узастопце, под по могућству једнаким условима, извршимо мерење једног истог угла, свакипут ће се добити за њега друга вредност која се обично неће слагати са осталим његовим вредностима; разлике међу њима показују да се ниједна од њих не може унапред сматрати за тачну; сва она садрже отступања и разликују се од тачне вредности коју не познајемо.

Теорија оваквих случајних отступања, заснована на теоремама рачуна вероватноће доводи до правила по коме се за *највероватнију вредност тражене величине* узима *аритметичка средина* појединачних вредности добивених из независних мерења. Према томе, ако имамо n мерених вредности тражене величине a, наиме a_1, a_2, $a_3, \ldots a_n$, за највероватнију њену вредност узима се

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 \ldots + a_n}{n} .$$

Разлике $v_1 = a_m - a_1$, $v_2 = a_m - a_2, \ldots v_n = a_m - a_n$ претстављају отступања мерених величина од аритметичке средине. По величини ових разлика се цени у ком се степену међусобно слажу појединачна мерења. Из њих се по рачуну вероватноће израчунава такозвано *средње квадратско отступање* једног посматрања v_m по обрасцу

$$v_m = \sqrt{\frac{v_1{}^2 + v_2{}^2 + \ldots + v_n{}^2}{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n}}$$

и *вероватно отступање* једног посматрања по обрасцу

$$v_p = 0{,}674 \ v_m .$$

За израчунавање средњег отступања ε_m и вероватног отступања ε_p резултата, тј. аритметичке средине из n посматрања једнаке тачности, добијају се у рачуну вероватноће ови изрази:

$$\varepsilon_m = \frac{v_m}{n-1} = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n(n-1)}} \quad \text{и} \quad \varepsilon_p = 0{,}674 \ \varepsilon_m .$$

Средње и вероватно отступање једног мерења карактеришу степен међусобног слагања појединачних мерења a_1, a_2, $a_3, \ldots a_n$. Али се у овим отступањима ниуколико не одражавају она *систематска отступања* која су својствена свим тим мерењима или бар некима од њих. Отуда, на пример, ако су извршена два низа мерења једног истог угла једним истим инструментом или разним инструментима, и ако се водило рачуна о свима отступањима у мерењу која се могу предвидети, ипак се аритметичке средине мерења извршених посебно могу разликовати једна од друге више но што износи збир њихових средњих или вероватних отступања.

Ако не полази за руком да се пронађе узрок разлике оваквих средњих вредности између два или више низова мерења, разлику између ових средњих вредности треба сматрати као случајно отступање инструмента.

Строго узевши, горњи обрасци за v_m и v_p важе само за врло велики број мерења n, али се они примењују и при малом броју мерења, јер ипак дају извесну слику о тачности мерења, тачније речено о њиховом међусобном слагању. Али треба имати у виду да се a_m, а затим $v_1, v_2, \ldots v_n$ могу рачунати тек пошто су сва *систематска отступања* по могућству отстрањена из резултата непосредних мерења $a_1, a_2, a_3, \ldots a_n$.

Понекад је при решавању задатака у практичној астрономији потребно примењивати *методу најмањих квадрата.* Она се излаже у течајима рачуна вероватноће и математичкој обради посматрања.

ГЛАВА ДРУГА

ПОТРЕБНИ ПОЈМОВИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

9. Основни обрасци сферне тригонометрије. — У овој књизи примењују се ови основни обрасци сферне тригонометрије:

$$\cos a = \cos b \ \cos c + \sin b \ \sin c \ \cos A,$$
$$\cos A = - \cos B \ \cos C + \sin B \ \sin C \ \cos a,$$

$$\frac{\sin a}{\sin \ A} = \frac{\sin b}{\sin \ B} = \frac{\sin c}{\sin \ C},$$

$$\sin a \ \cos B = \cos b \ \sin c - \sin b \ \cos \ c \ \cos \mathrm{A},$$
$$\sin A \ \cos b = \cos B \ \sin C + \sin B \ \cos C \ \cos a.$$

Ако је троугао правоугли и угао $\mathrm{A} = 90^0$, онда је

$$\cos a = \cos b \ \cos c = \operatorname{ctg} B \ \operatorname{ctg} C,$$

$$\sin a \ \sin B = \sin b,$$
$$\sin a \ \cos B = \cos b \ \sin c.$$

Из два последња обрасца добијамо

$$\operatorname{tg} b = \sin c \ \operatorname{tg} \mathrm{B},$$

а из првог и трећег

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \ \cos B.$$

10. Тејлоров ред. — У анализи се изводи овакво развијање функције у тз. Тејлоров ред:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x \left[\frac{df \ (x)}{dx}\right]_{x = x_0} + \frac{\Delta x^2}{1 \cdot 2} \left[\frac{d^2 f(x)}{dx^2}\right]_{x = x_0} + \frac{\Delta x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left[\frac{d^3 f(x)}{dx^3}\right]_{x = x_0} + \cdots,$$

или у другом облику

$$f(x) - f(x_0) = (x - x_0) \left[\frac{df(x)}{dx}\right]_{x = x_0} + \frac{(x - x_0)^2}{1 \cdot 2} \left[\frac{d^2 f(x)}{dx^2}\right]_{x = x_0} + \cdots .$$

Примери његове примене:

1) Тригонометриски редови:

$$\left.\begin{aligned}
\sin x &= x - \frac{x^3}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{x^5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 5} - \cdots,\\
\cos x &= 1 - \frac{x^2}{1\cdot 2} + \frac{x^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} - \cdots,\\
\operatorname{tg} x &= \mathrm{x} + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \cdots,\\
x = \sin x + \frac{\sin^3 x}{6} + \frac{3\sin^5 x}{40} &+ \cdots = \operatorname{tg} x - \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} + \frac{\operatorname{tg}^5 x}{5} - \cdots
\end{aligned}\right\}\quad (4)$$

Овде се, као и увек у анализи, за јединицу угловне мере узима радијанат, тј. онај централни угао чија је дужина лука једнака полупречнику круга; у обиму круга таквих лукова има 2 π.

С друге стране, степен је онај централни угао чија дужина лука износи $\frac{1}{360}$ део кружног обима. Зато је 360 степени једнако 2 π радијаната. Одатле излази да је

$$1 \text{ радијанат } = \frac{360^0}{2\pi} = 57^0{,}29578 = 3437'{,}747 = 206\ 264''{,}8.$$

Стога ако обележимо са x^0, x', x'' респективно број степени и делова степена, број минута и делова минуте, број секунада и делова секунде у углу, онда је

$$x = \frac{x^0}{57^0{,}29578} = \frac{x'}{3437'{,}747} = \frac{x''}{206\,264''{,}8};$$

на пример $$\frac{\pi}{6} = 0{,}523599 = \frac{30^0}{57^0{,}2958}.$$

Само се по себи разуме да је $\sin x = \sin x^0 = \sin x''$, $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} x''$ итд. Стога ако краткоће ради обележимо број 206 264'',8 са k'' онда је

$$\sin x = \frac{x''}{k''} - \frac{1}{6}\left(\frac{x''}{k''}\right)^3 + \frac{1}{120}\left(\frac{x''}{k''}\right)^5 - \cdots.$$

Величина 1/206 264'',8 је arc 1'', стога се краткоће ради место 206 264,8 понекад пише 1/arc 1''; чешће се још пише 1/sin 1''; строго узевши оваква ознака није правилна и ту се синус може писати само зато што се sin 1'' сасвим незнатно разлукује од arc 1''; иначе је тачна ознака arc 1''.

Понекад углове, како се каже, изражавамо у временским јединицама, тј. узимамо да је 15^0 једнако једном часу, 1^h; 15' једнако једној временској минути, 1^m; 15'' једнако 1 временској секунди, 1^s. Ако тада са t^0, t', t'', t^h, t^m, t^s означимо респективно број степена, лучних минута, лучних секунада, часова, временских минута, временских секунада, који се садрже у углу (или луку) t, а t претставља број радијаната (или делова радијанта) у том углу, онда можемо написати

$$t^h = \frac{t^m}{60} = \frac{t^s}{3600} = \frac{t^0}{15} = \frac{t'}{15\cdot 60} = \frac{t''}{15\cdot 3600} = \frac{t\cdot 206\,264{,}8}{15\cdot 3600}.$$

2) Ако је x_0 у Тејлоровом реду 30^0, $\Delta x = 1^0$ и $f(x_0 + \Delta x) = \sin 31^0$, онда је

$$\sin 31^0 = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2\cdot 57{,}296} - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{57{,}296}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{12}\left(\frac{1}{57{,}296}\right)^3 - \\ - \frac{1}{48}\left(\frac{1}{57{,}296}\right)^4 + \cdots{}^{1)}\ .$$

3) Ако у други облик Тејлорова реда ставимо $x = \cos z$ и $f(x) = z$, добијамо ред

$$z - z_0 = (\cos z - \cos z_0)\left[\frac{dz}{d\cos z}\right]_{z=z_0} + \frac{\cos z - \cos z_0}{1\cdot 2}\;\frac{d^2 z}{(d\cos z)^2}_{z=z_0} + \cdots,$$

или

$$z - z_0 = -(\cos z - \cos z_0)\,\frac{1}{\sin z_0} - \frac{(\cos z - \cos z_0)^2}{1\cdot 2}\;\frac{\cos z_0}{\sin^3 z_0} - \cdots$$

4) Логаритамски ред. Ако lg означава логаритме са основом 10, као што је увек у овој књизи, онда је

$$\lg(1 + x) = M\left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots\right),$$

где је $M = \lg e$, а e основа Неперових логаритама

$$e = 2{,}71828,\ M = 0{,}43429.$$

11. Начин израчунавања синуса, тангенса и косинуса малих углова. — Из образаца (4) излази да је

$$\frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{120} - \cdots,$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \cdots,$$

$$\frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1 + \frac{x^2}{3} + \frac{2x^4}{15} + \cdots \text{ итд.}\ .$$

---

1) Проверите тачност овог развијања израчунавши sin 31° с тачношћу од 5 децимала и упоредивши га са sin 31° израчунатим помоћу ваших логаритамских таблица.

Ако се ограничимо само на прве чланове логаритамског реда, можемо написати

$$\lg \frac{\sin x}{x} = - M \frac{x^2}{6}, \quad \lg \cos x = - M \frac{x^2}{2}, \quad \lg \frac{\operatorname{tg} x}{x} = + M \frac{x^2}{3}.$$

Ако обележимо $M \frac{x^2}{6}$ са $\sigma(x)$, овим изразима можемо дати краћи облик:

$$\lg \frac{\sin x}{x} = - \sigma(x), \quad \lg \cos x = - 3\sigma(x), \quad \lg \frac{\operatorname{tg} x}{x} = + 2\sigma(x),$$

и, напослетку, како је $\lg \alpha = \lg x'' - \lg k''$, где је $k'' = 206\,264'',8$ а x'' број лучних секунада у углу x, то коначно добијамо

$$\begin{aligned} \lg \sin x &= \lg x'' - \lg k'' - \sigma(x), \\ \lg \operatorname{tg} x &= \lg x'' - \lg k'' + 2\sigma(x), \\ \lg \cos x &= - 3\sigma(x), \end{aligned}$$

а тако исто, на пример,

$$\begin{aligned} \lg \sin x &= \lg x^s + \lg 15 - \lg k'' - \sigma(x), \\ \lg \operatorname{tg} x &= \lg x^s + \lg 15 - \lg k'' + 2\sigma(x) \end{aligned}$$

и, према томе,

$$\lg x'' = \lg \sin x + \lg k'' + \sigma(x) = \lg \operatorname{tg} x + \lg k'' - 2\sigma(x),$$
$$\lg x^s = \lg \sin x + \lg k'' - \lg 15 + \sigma(x) = \lg \operatorname{tg} x + \lg k'' - \lg 15 - 2\sigma(x).$$

Ови су обрасци разуме се приближни, али при малим угловима врло корисни за израчунавање, јер се у том случају $\lg \sin x$ и $\lg \operatorname{tg} x$ добијају помоћу таблица за логаритме бројева, а не тригонометриских функција.

Добро је ако су у таблицама дате вредности $\sigma(x)$, као што је то на пример учињено у логаритамским таблицама проф. С. П. Глазенапа, а такође и у неким помоћним таблицама за астрономска израчунавања, али се може проћи и без њих ако приметимо да су у свима тригонометриским таблицама дате величине $\lg \cos x + 10$; одатле добијамо $3\sigma(x) = 10 - (\lg \cos x + 10)$, одакле је лако израчунати и $\sigma(x)$ и $2\sigma(x)$.

Овај начин згодно је применити стога што се са променом x величина $\sigma(x)$ мења знатно спорије од $\lg \sin x$ или $\lg \operatorname{tg} x$ и интерполација се врши несравњено простије.

Примена овог начина изазива отступање за јединицу последње децимале при употреби таблица са 7 децимала, кад је $x \approx 3^0$, при употреби таблица са 6 децимала, кад је $x \approx 4^1/_2{}^0$, при употреби таблица са 5 децимала, кад је $x \approx 8^0$.

12. О приближним изразима и обрасцима. — У астрономији, као и уопште у примени математике на природне науке, није увек потребно користити се потпуно тачним обрасцима, јер астономска мерења, као ни сва друга, никада нису потпуно тачна, и свако мерење садржи неко отступање. Стога је могуће, и често је чак згодно, примењивати приближне обрасце ако су они простији од тачних. Али је притом потребно да њихово отступање не пређе знатно неку одређену величину, на пример 10 пута мању од отступања при мерењу. Зато је корисно изнети примере дискусије приближних образаца.

1. Врло се често при развијању функција у редове по степенима неке мале величине можемо ограничити на неколико првих чланова реда; тада се у сваком конкретном случају после испитивања природе реда може оценити колико се отступање чини кад се од читавог реда узму само два или три члана.

На пример ако је x толико мала величина да се у посматраном задатку могу занемарити квадрати и виши степени од x, онда се могу допустити упрошћења као

$$\frac{1}{1\pm x}=1\mp x,\qquad \frac{1}{(1\pm x)^n}=1\mp nx \text{ итд. .}$$

Ако се два угла x и x_0 толико мало разликују један од другога, да се у неком задатку могу занемарити квадрати и виши степени разлике $x-x_0$, могу се допустити ове приближне једнакости:

$$\begin{aligned}\sin x-\sin x_0 &\approx (x-x_0)\cos x\approx(x-x_0)\cos x_0,\\ \cos x-\cos x_0 &\approx -(x-x_0)\sin x\approx-(x-x_0)\sin x_0,\\ \operatorname{tg} x-\operatorname{tg} x_0 &\approx (x-x_0)\sec^2 x\approx(x-x_0)\sec^2 x_0 \text{ итд. .}\end{aligned}$$

Овде је разлика $x-x_0$ изражена разуме се у радијантима; ако $(x-x_0)''$ претставља број секунада у луку $x-x_0$, онда је

$$\sin x-\sin x_0=\frac{(x-x_0)''}{206\ 264'',8}\cos x=\frac{(x-x_0)''}{206\ 264'',8}\cos x_0 \text{ итд. .}$$

2) Понекад се срећу овакви случајеви: нека величина x одређена је изразом

$$x''=a''\sin(A+y),$$

где је a'' мали број лучних секунада, где се A мења од 0 до 360^0 и где је величина y константна или се мења, али у сваком случају не прелази неку граничну вредност y_0. Пита се колико ће бити највеће отступање величине x, ако се место овог обрасца узме простији

$$x''=a''\sin A.$$

Разлика је између њих

$$a''[\sin(A+y)-\sin A]=2a''\sin\frac{1}{2}y\cos\left(A+\frac{1}{2}y\right).$$

Она ће достићи највећу вредност кад је $\cos\left(A+\frac{y}{2}\right)=1$ и при највећем y она ће износити $2a''\sin\frac{1}{2}y_0$.

Претпоставимо да је x'' поправка нетачно измерене величине x, да на x посматрач чини неизбежно отступање које може достићи $10'''$

да је $a'' = 120''$ и $y_0 = 2'$. Тада ће разлика између тачног и приближног обрасца бити $120''.\ 2 \sin 1' = 240''/3438 = 0'',070$. Та је разлика тако мала према очекиваном неизбежном отступању посматрача од $\pm 10''$, да се слободно може узети приближна вредност поправке место тачне.

Не постоји опште строго правило о томе колико се отступање сме занемарити, али се обично узима приближно да се у рачунским обрасцима сме занемарити отступање које износи око 10% неизбежног отступања при посматрању.

3. Посебан случај посматраног израза је

$$x = a \sin (A + x).$$

Ако је a једнако неколико десетина лучних секунада, скоро увек се може писати просто

$$x = a \sin A.$$

Доиста, за мале вредности x важи приближан израз

$$x = a \sin A \cos x + a \cos A \sin x \approx a \sin A + x\, a \cos \mathrm{A}.$$

Зато ако занемаримо више степене од a, можемо написати:

$$x = \frac{a \sin A}{1 - a \cos A} = a \sin A + a^2 \sin A \cos A + \dots\ .$$

Према томе разлика између x и $a \sin \mathrm{A}$ износи само $\frac{1}{2}\, a^2 \sin 2 A$ и највећа вредност отступања, под претпоставком да је $x = a \sin A$, износи само $\frac{a^2}{2}$ или $\frac{1}{2}\, (a''/206\,265'')$. За $a'' = 100''$ оно је једнако $0'',024$; такво се отступање у многим случајевима може занемарити; ако је $a'' = 20''$, отступање је једнако $0'',001$ и оно се може занемарити увек.

13. Теорема о збиру синуса углова који образују аритметичку прогресију. — Ако је d кружни лук који се разликује од пуног круга, али који се цео број пута садржи у целом броју пуних кружних лукова, тако да је $nd = m\, 2\pi$ или $nd^0 = 360^0\, m$, а β произвољан лук, онда су следећи збирови S и C једнаки нули:

$$S = \sin \beta + \sin (d + \beta) + \sin (2d + \beta) + \dots + \sin (kd + \beta) + \dots + \\ + \sin [(n - 1)\, d + \beta] = 0,$$

$$C = \cos \beta + \cos (d + \beta) + \cos (2d + \beta) + \dots + \cos (kd + \beta) + \dots + \\ + \cos [(n - 1)\, d + \beta] = 0.$$

И доиста, ако i значи $\sqrt{-1}$, онда је

$$\cos (kd + \beta) + i \sin (kd + \beta) = e^{i\,(kd + \beta)}.$$

Ако напишемо ову једнакост n пута, за све k од 0 до $n - 1$ и саберемо члан по члан, добићемо

$$C + i\,S = e^{i\beta} + e^{i(d+\beta)} + e^{i(2d+\beta)} + \ldots + e^{i[(n-1)d+\beta]} =$$

$$= \frac{e^{i[(n-1)d+\beta]}\,e^{id} - e^{i\beta}}{e^{id} - 1} = e^{i\beta}\,\frac{e^{ind} - 1}{e^{id} - 1}\,.$$

Али је $e^{ind} = \cos nd + i \sin nd$, а како је $nd = 2m\pi$, то је $e^{ind} = 1$ и, према томе, $C + i\,S = 0$, јер је $d \neq 2\pi$. Отуда је $S = 0$ и $C = 0$, што је и требало доказати.

14. Интерполовање. — При узимању разних величина, на пример ректасцензија, деклинација, временског изједначења итд. из астрономског годишњака и вредности функција из математичких таблица мора се прибегавати интерполовању. Таблице у годишњацима и математичке таблице дају се за тако честе вредности аргумента, да је скоро увек довољно користити се линиским интерполовањем, јер отступање које се притом појављује не достиже половину последње децимале у вредности тражене величине.

Можемо се користити и Беселовим обрасцем:

$$f(a \pm n\,\omega) = f(a) \pm n\,f'\left(a \pm \frac{\omega}{2}\right) + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}\,f''\left(a + \frac{\omega}{2}\right),$$

и Стирлинговим обрасцем:

$$f(a \pm n\,\omega) = f(a) \pm n\,f'(a) + \frac{n^2}{1 \cdot 2}\,f''(a),$$

где је n позитиван разломак, тј. $0 < n < 1$, а ω таблични размак.

Беселов је образац подеснији зато што је прва разлика $f'\left(a + \frac{\omega}{2}\right)$ често већ дата у таблицама, а $f'(a)$ мора напамет да се образује као аритметичка средина двеју узастопних разлика $f'\left(a - \frac{\omega}{2}\right)$ и $f'\left(a + \frac{\omega}{2}\right)$; али је зато коефицијенат уз другу разлику у Стирлинговом обрасцу, $\frac{n^2}{2}$, у општем случају мањи него у Беселовом обрасцу $\frac{n(n-1)}{2}$, иако је њина највећа вредност у оба обрасца $\frac{1}{8}$, ако n није веће од $\frac{1}{2}$. Згодно је увек бирати $n \leqslant \frac{1}{2}$, тј. интерполовати било унапред, или уназад, али никад преко половине размака.

Ретко долази интерполовање с другим разликама, а тада је препоручљиво употребљавати Стирлингов образац; њега је лакше запамтити, а и коефицијенат уз другу разлику у њему је мањи него у Беселовом обрасцу.

ГЛАВА ТРЕЋА

ПОТРЕБНИ ПОЈМОВИ ИЗ ОПТИКЕ

Претпоставља се да читалац познаје елементарну оптику и састав астрономског дурбина. Овде су сакупљени најосновнији појмови из оптике потребни за астронома-практичара. Додирнута питања подробно су изложена са доказима у курсевима физике (на пример Гримзела или Вестфала).

15. Дејство сочива; сферна и хроматска аберација. — Сочиво које се употребљава у оптичким инструментима је комад стакла ограничен са супротних страна двема брушеним и глачаним сферним површинама. Права која спаја средишта тих површина зове се *оптичка осовина сочива.* Претпоставимо да зраци од веома (бесконачно) удаљене светле тачке иду паралелно оптичкој осовини и падају на сочиво; ако је сочиво дебље у средини, где га сече оптичка осовина, него на крајевима, зраци се после пролаза кроз сочиво скупљају приближно у једној тачки на оптичкој осовини, у такозваној *жижи* сочива, и такво се сочиво зове сабирно; ако је пак сочиво у средини тање него на крајевима, зраци се после пролаза кроза њ разилазе; изгледа као да излазе из тачке која се налази са исте стране сочива као и светла тачка (такозвана уображена жижа), и такво се сочиво зове расипно. У астрономији су нарочито важна сабирна сочива. Отстојање жиже од сочива назива се *жижна даљина.*

Сва су небеска тела толико удаљена од Земље, да се она за сва сочива на Земљи могу сматрти као практично бескрајно удаљени предмети.

Сочиво не скупља тачно у једну тачку све зраке који из светле тачке падају на њ, чак ни у случају кад се та тачка налази на оптичкој осовини, ако се она налази ван оптичке осовине сакупљање зракова још је лошије. То долази из ова два узрока: 1) Зраци једне боје, једне исте таласне дужине, ломе се на крајевима сочива несразмерно јаче него у средини сочива; зраци с крајева секу се на оптичкој осовини ближе сочиву него зраци који пролазе кроз средину сочива; то је такозвана *сферна аберација* сочива 2) Зраци разних боја скупљају се после пролаза кроз сочиво у разним тачкама; зраци који се јаче ломе, с већим индексом преламања, на пример љубичасти, скупљају се ближе сочиву, него зраци с мањим индексом преламања, на пример црвени. То је такозвана *хроматска аберација.*

И једна и друга се аберација могу знатно ослабити (али се не могу потпуно отклонити), нарочито хроматска (ако се састави оптички систем од два сочива разне врсте) једног сабирног (двогубо испупченог), од такозваног краунстакла, и другог расипног (издубљено — скоро равног), од такозваног флинтстакла. За ове врсте стакла средњи индекси преламања скоро су једнаки: за краунстакло 1,5, за флинтстакло 1,6, али је дисперсија флинтстакла двапут јача од дисперсије краунстакла. Сочива треба тако саставити да испупчена страна првог скоро належе на издубљену страну другог и да им се оптичке осовине поклопе образујући на тај начин оптичку осовину сложеног сочива.

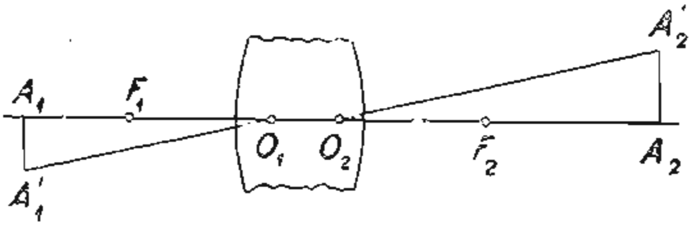
Постоји неколико врста краунстакла и флинтстакла; понекад се праве сложени системи од три проста сочива. У данашње време објективи свих астрономских дурбина су таква, већином двострука сочива. Они се зову ахроматски, тј. објективи који дају безбојни лик светле тачке, за разлику од простог сочива које даје обојен лик. Али се обојеност са савременим врстама стакла не може потпуно уклонити. У једну се тачку могу скупити зраци ма које две боје из спектра, на пример црвене и зелене, али ће се тада зраци чије таласне дужине леже између њихових, тј. наранџасти и жути, обавезно скупљати мало ближе сложеног сочива, а инфрацрвени, плави, љубичасти и ултраљубичасти мало даље од сочива. На тај начин се постиже скоро потпуно сакупљање зракова од црвених до зелених, али је знатно лошије сакупљање плавих и љубичастих; зато се при посматрању кроз окулар лик звезде (која претставља најбољи пример бескрајно удаљене тачке) јавља у виду жуте тачке окружене плавим прстеном. То је код такозваних визуалних објектива; о фотографским објективима в. § 197.

Ако је објектив добар, тј. ако су у сваком сочиву индекси преламања разних боја на свима местима једнаки, површине тачно сферне и оптичке се осовине оба сочива поклапају (објектив центрисан), лик звезде се при великим повећањима јавља у виду малог котура окруженог правилним светлим прстеновима; то долази од дифракције светлосних зракова који пролазе кроз објектив. Ако је ова слика неправилна, на пример пега у средини и прстенови спљоштени, знак је да је објектив несавршен; ово се несавршенство најчешће састоји у томе што је он рђаво центрисан.

Ако се светла тачка налази ван оптичке осовине, и њен се лик налази ван те осовине, и уколико је даље од ње утолико је лошији; он губи кружни облик и добија облик крстића (такозвани *астигматизам*) као и расплинут реп (*кома*). Ово погоршање наступа утолико брже при удаљавању од оптичке осовине, уколико је већа размера пречника сочива према његовој жижној даљини. Да површина добрих ликова око оптичке осовине не би била сувише мала, овај се однос код објектива од два сочива подешава да није сувише велики, узима се од $^1/_5$ до $^1/_{10}$ код краткожижних објектива (са жижном даљином до 1 m) и од $^1/_{15}$ до $^1/_{20}$ код дугожижних (са жижном даљином од неколико метара).

16. Главне тачке; основни обрасци за сочиво. — Сваки добро центрисан сложени систем (чија средишта свих сферних површина леже на једној правој — његовој оптичкој осовини) има две важне тачке на својој оптичкој осовини, такозване главне тачке, које имају ову особину. Ако се с једне стране система зрак креће тако да он, или његово продужење, пролази кроз једну од тих тачака (ми ћемо је назвати предња или спољна), после преламања у систему зрак излази тако да он, или његово продужење уназад, пролази кроз другу (задњу или унутарњу) главну тачку, и правци улазног и излазног зрака паралелни су међу собом; ово је сасвим тачно само у случају кад зрак заклапа мали угао са оптичком осовином. Уколико је овај угао већи, утолико се угао између улазног и излазног зрака све више разликује од нуле; у границама поља добрих ликова у астрономским дурбинима ово се правило може сматрати потпуно тачним.

Одатле излази врло важан закључак за астрономске дурбине, да је у случају бескрајно удаљене светле тачке правац снопа паралелних зракова који из ње падају на оптички систем паралелан правој која спаја задњу главну тачку система са ликом светле тачке. Ако се светла тачка налази на коначном отстојању од система, онда је зрак који од ње долази у предњу главну тачку паралелан правој која спаја задњу главну тачку са ликом светле тачке. На основи ове особине дефинише се важан појам за астрономски дурбин, такозвана *визура*, о којој ће бити говора касније (в. § 17).



Сл. 1.

Нека су на сл. 1 O_1 и O_2 предња и задња главна тачка оптичког система, $A_1 O_1 O_2 A_2$ оптичка осовина, A_1 и A'_1 светле тачке, а A_2 и A'_2 њихови ликови. Веза између удаљености светле тачке и њеног лика од система у овоме је. Усвојмо да све дужине сматрамо позитивним у смеру простирања светлости и негативним у супротном смеру; удаљеност светле тачке рачунаћемо *од* предње главне тачке система *до* светле тачке; обележимо је са d_1; значи, ако на систем падају зраци који се разилазе или су паралелни, тј. у свима случајевима астрономске праксе, d_1 је негативно; удаљеност лика рачунаћемо од задње главне тачке до лика и обележаваћемо је са d_2. На сл. 1 је $O_1 A_1 = - d_1$, а $O_2 A_2 = d_2$; стога можемо написати

$$-\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{F}, \tag{5}$$

где је F нека стална величина, наиме жижна даљина система; и доиста за $d_1 = \infty, d_2 = F$; значи F је удаљеност лика бескрајно далеке светле тачке од оптичког система, и то од његове задње главне тачке. Код сабирног система F је позитивно, очевидно је да жижа постоји и с једне и с друге стране. На сл. 1 жиже су означене са F_1 и F_2.

Ако удаљеност светле тачке рачунамо од предње жиже и обележимо је са x (негативна величина), онда је $x = d_1 + F$; ако удаљеност лика рачунамо од задње жиже и обележимо је са y онда је $y = d_2 - F$. Одатле излази $d_1 = x - F$, $d_2 = y + F$; ставимо ли ове изразе у једначину (4), добићемо после свођења

$$xy = - F^2. \tag{6}$$

Треба да се навикнете да овај важан израз користите исто онако лако као и израз (5).

Понекад се може занемарити дебљина оптичког система и сматрати да су се главне тачке слиле у једну; у том случају се ова тачка назива оптичко средиште система: треба запамтити да је ово доста груба претпоставка.

На основи поменуте особине главних тачака система однос отстојања произвољне тачке предмета од оптичке осовине према отстојању њеног лика од оптичке осовине једнак је односу величина $-d_1$ и d_2, тј. $-\frac{d_1}{d_2}$, знак минус показује да је лик изврнут. Овај однос претставља увећање (ако је $|d_2|>|d_1|$) или умањење (ако је $|d_2|<|d_1|$) са којим систем даје лик предмета. Корисно је обратити пажњу на важан и за практичне рачуне подесан израз

$$-\frac{d_1}{d_2}=\frac{F-x}{y+F}=\frac{F-x}{-F^2/x+F}=\frac{-x}{F}=\frac{F}{y}=\frac{F}{d_2-F}.$$

То значи, ако је однос величине предмета према величини лика n, да су удаљеност предмета и лика од главних тачака система

$$-d_1=-(F+nF) \quad \text{и} \quad d_2=F+\frac{F}{n}.$$

Понекад се величина d_1 означава другачије, наиме растојање светле тачке рачуна се позитивно у смеру супротном од смера простирања светлости, тј. од предње главне тачке до светле тачке. Тада образац (5) добија облик

$$\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{F}. \tag{5a}$$

Ако растојање светле тачке рачунамо од предње жиже, и то с позитивним знаком када се иде *од* оптичког система, дакле *супротно* смеру простирања светлости, онда је $d_1=F+x$, али је према претходном $d_2=F+y$; у том случају је

$$xy=F^2. \tag{6a}$$

Однос n дужине предмета и дужине лика постаје:

$$n=\frac{d_1}{d_2}=\frac{F+x}{F+y}=\frac{F+x}{F+\frac{F^2}{x}}=\frac{x}{F}=\frac{F}{y}=\frac{d_1-F}{F}=\frac{F}{d_3-F}.$$

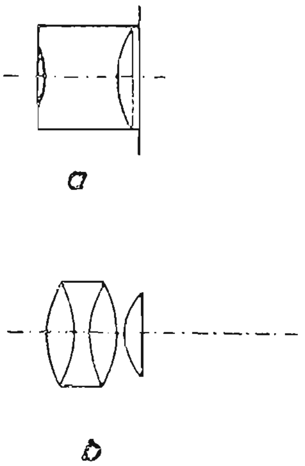
Тада је:

$$d_1=F+nF \quad \text{и} \quad d_2=F+\frac{F}{n}.$$

17. Основне црте састава астрономског дурбина, објектив и окулар. — Астрономски дурбин састоји се у суштини из два сабирна сочива: једног с великом жижном даљином од неколико дециметара или метара, окренутог посматраном предмету, тзв. *објектива*;

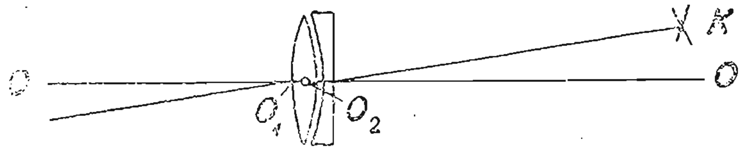
другога с малом жижном даљином од неколико центиметара или милиметара, обрнутог посматрачевом оку, тзв. *окулара.* Објектив даје *извркут* лик предмета (врхом доле, десном страном улево), чији зраци кроза њ пролазе, а посматрач гледа овај лик кроз окулар као кроз лупу; лупа не изврће ликове и зато је у дурбину лик изврнут. Код савремених дурбина за објективе служе ахроматска двострука сочива, окренута испупченом површином краунстакла споља, а скоро равном површином флинтстакла изнутра. Спољна главна тачка пада врло близу оне тачке на испупченој површини краунстакла, где ову површину сече оптичка осовина, а унутрашња главна тачка лежи у унутрашњости објектива, приближно на $\frac{1}{3}$ његове дебљине од спољашње главне тачке.

За окулар се код савремених дурбина на инструментима за мерење узима комбинација неколиких сочива која се у најпростијем случају (*Рамзденов окулар*) састоји из два равно-испупчена сочива једнаке жижне даљине, обрнутих једно према другоме испупченим странама и постављених једно од другог на растојању нешто мањем од њихове жижне даљине; сложенији окулари састоје се из неколиких сочива Битна одлика ових окулара у томе је што код њих обе жиже леже ван оптичког система.[1])



Сл. 2. — Окулари:
а — Рамзденов,
б — ортоскопски

Нарочито су добри такозвани *ортоскопски окулари* (сл. 2). Поред отклањања хроматске аберације добра им је страна што им се жижа налази далеко од најближе оптичке површине, што није случај код Рамзденовог окулара. Према томе зрнца прашине, неизбежна на оптичкој површини окулара најближој објективу, неће се видети при посматрању кроз ортоскопски окулар, као што се виде у Рамзденовом окулару.



Сл. 3. — Визура

Објектив и окулар постављају се у металну цев тако да се њихове оптичке осовине по могућству поклопе; окулар се ставља у цев која се може померати у правцу своје осовине, па се може поставити тако да се његова жижа, која лежи у цеви, поклопи са жижом објектива. У том положају око, прилагођено на бесконачност, јасно ће видети повећани лик бескрајно удаљеног предмета, а за кратковидо око биће потребно мало окулар примаћи објективу.

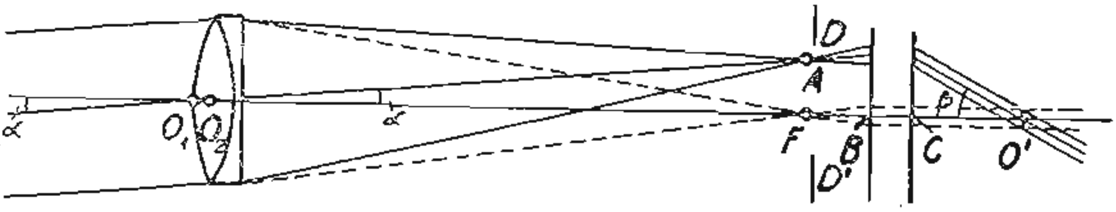
---

[1]) Постоје окулари другог састава (на пример *Хајгенсов окулар* чија једна жижа лежи између сочива, али они нису подесни за дурбине на инструментима за мерење.

Како жижа окулара лежи изван њега, то се у заједничку жижу објектива и окулара може ставити мрежа или бар крст паукових конаца. Померањем окулара у његовој цеви посматрач добија јасне ликове конаца, а померањем цеви заједно са окуларом и концима он добија јасан лик посматраног предмета. Потребно је да лик предмета падне у раван конаца. Да ли је ово испуњено можемо се уверити померајући око десно-лево испред окулара и гледајући да ли се притом помера и лик у односу на конце; ако се не помера, значи да се они поклапају; ако се лик помера према концима на исту (супротну) страну на коју и око, онда окулар с концима треба примаћи објективу (или одмаћи од њега) да би ишчезла такозвана *паралакса конаца*.

При *навођењу* дурбина на неки предмет посматрач га окреће тако да се лик изабрате тачке предмета поклопи са средиштем крста конаца, а ова се тачка мора налазити близу оптичке осовине објектива (није обавезно, а није ни могуће дотерати је да лежи тачно на тој осовини). Тада је, на основи онога што је горе речено о главним тачкама објектива, јасно да је (в. сл. 3) правац који спаја унутрашњу главну тачку O_2 објектива с тачком K пресека крста конаца паралелан зраку који иде од изабране тачке предмета ка спољашњој главној тачки објектива, а код веома удаљених предмета, као што су небеска тела, просто паралелан зрацима који иду од посматране тачке предмета ка инструменту. Праву O_2K назваћемо *визуром*.

18. Ход зракова у дурбину, излазна зеница. — За ограничење дурбинова поља вида служи округао отвор (такозвана дијафрагма), који се налази на крају окуларове облоге, мало ближе окулару од његове жиже; у самој жижи, а за кратковидог посматрача ближе окулару, треба да се налазе конци.



Сл. 4. — Ход зракова у астробомском дурбину

Схематски ход зракова у дурбину приказан је на сл. 4. Објектив и жижна даљина на цртежу су смањени, а угао α преувеличан, окулар је упрошћено претстављен његовим двема главним равнима које пролазе кроз главне тачке B и C. Претпоставља се да се оптичка осовина објектива поклапа са оптичком осовином окулара. Угао α је угао између оптичке осовине и правца зракова од бескрајно удаљене тачке, A је лик тачке у жижној равни објектива, F његова жижа, DD' дијафрагма. Ако замислимо снопове светлосних зракова који под ризним угловима α падају на објектив и посматрамо њихов пут кроз окулар, биће јасно да се сви зраци који пролазе кроз објектив и окулар морају скупити иза окулара (на цртежу десно од окулара) и ту образовати лик објектива код тачке O'. Он се назива *излазна зеница* дурбинова, а сам објектив је његова *улазна зеница.* Баш на месту излазне зенице треба да се налази зеница посматрачева ока да би сви зраци који пролазе кроз објектив и окулар приспели у око и осим тога пречник излазне зенице треба да је мањи од пречника зенице ока. Ако се око налази ближе окулару или даље од њега него излазна зеница, посматрач неће видети крајеве видног поља, него само његову средину. Ако је пречник излазне зенице већи од пречника очне зенице, у око неће стизати сва светлост која од предмета пада на објектив; ефекат ће бити исти као да је пречник објектива мањи од стварног и то баш онолико пута колико је пута пречник очне зенице мањи од пречника излазне зенице.

Деловање дурбина важно је са два разлога: 1) дурбин увећава угао између правца зракова од произвољне тачке предмета и оптичке осовине објектива претварајући угао α у угао β и на тај начин повећава лик предмета на мрежњачи или, како се каже, „увеличава" или „приближује" посматране предмете; 2) дурбин повећава количину светлости која од сваке тачке предмета стиже у око у истом односу у коме стоји површина објектива према површини очне зенице.

Усвојено је да се увеличањем дурбина назива однос $tg\,\beta/tg\,\alpha$; ако су F и f жижне даљине објектива и окулара, може се доказати да је увеличање дурбина једнако $F:f$. Ако је D пречник објектива, а d пречник излазне зенице, увеличање је такође једнако $D:d$. Ово пружа најподеснији начин да се измери увеличање; треба само измерити D, што је врло просто, и d, за шта постоје нарочити прости инструменти, такозвани динаметри; они имају стаклену плочицу са нанесеним милиметрима издељеним на десете делове и лупу помоћу које се може мерити пречник излазне зенице до 0,01 mm.

Како d не треба да је веће од пречника δ очне зенице, то увеличање дурбина не треба да је мање од $D:\delta$; значи $F:f$ треба да је једнако или веће од $D:\delta$, тј. f једнако или мање од $F\delta:D$ или $f:\delta$ једнако или мање од $F:D$. Ноћу, при тамном небу, δ може достићи 8 mm, али код дурбина за мерење поље вида је вештачки осветљено да би се видели конци, и тада је δ, разуме се, мање, вероватно није веће од 4 mm.

19. Сјај небеских тела у дурбину. — При посматрању кроз дурбин сјај звезда, које се због њихове удаљености од нас у свима дурбинима виде као тачке, сразмеран је површини објектива, тј. D^2; а при посматрању голим оком сјај звезда је сразмеран површини очне зенице, тј. δ^2. Стога дурбином посматрач види звезде које су $D^2:\delta^2$ пута слабије од звезда које се виде голим оком. Истина, један део светлости губи се при пролазу кроз објектив и окулар, углавном због одбијања, отприлике 4—5% на свакој површини стакла која је у додиру с ваздухом, значи 20% у објективу и око 20% у окулару. Губитак светлости услед упијања у стаклу ништаван је због мале дебљине сочива; изузетак су циновски објективи.

У случају предмета који имају осетну угловну величину, као на пр. Месец, планете, маглине и позадина неба, сјај је с једне стране сразмеран површини објектива D^2, а с друге стране обрнуто сразмеран површини привидног лика предмета на коју се распростире светлост која пролази кроз објектив, а та је површина сразмерна квадрату увеличања; стога је сјај таквих предмета кад се посматрају дурбином сразмеран $\dfrac{D^2}{F^2/f^2} = \dfrac{f^2D^2}{F^2}$. Како је (види горе) f обично мање од $F\delta/D$, то је и f^2D^2/F^2 мање од $(F\delta/D)^2\ D^2/F^2$, тј. мање од δ^2, тј. сјај предмета који нам у дурбину показују површину мањи је кад се посматрају дурбином, него кад се посматрају голим оком; зато је и позадина неба у дурбину тамнија, звезде сјајније, него кад се посматра слободним оком. Ето зашто се звезде могу видети у дурбину и дању, а у сумрацима раније него голим оком.

Отвор облоге објектива израђује се кружан и поставља тако да кроз његово средиште пролази оптичка осовина објектива. Ако се испред њега стави непровидна плоча, тзв. дијафрагма са округлим отвором очије средиште лежи на оптичкој осовини, положаји главних тачака објектива и његова жижна даљина се услед тога неће променити, па ће стога и положај лика и његова величина остати исти као и при пуном отвору објектива; смањиће се сјај и повећати дифракциона слика лика звезде; последње се може открити само код дугожижних објектива при великом увеличању.

Ако отвор дијафрагме није кружан, битно се мења дифракциона слика лика, која се јасно може посматрати ако је звезда сјајна и увеличање дурбина велико. Ако је преко објектива разапет танак пауков конац, или широка трака од картона, на лику звезде појављује се зрак управан на правцу конца или траке; ако је дијафрагма троугласта, појављују се три зрака управна на странама троугла итд..

20. Преломљени дурбин (сл. 64). Понекад се код инструмената за мерење употребљава *преломљени дурбин*. У њему светлосни зраци, кад прођу кроз објектив, иду кроз први део дурбина, падају под правим углом на катетну раван правоугле призме, тотално се одбијају на хипотенузној равни, излазе из призме под правим углом према другој њеној катетној равни и даље иду до жиже кроз други део дурбина, који стоји управно на првом делу. Овакав састав дурбина олакшава астроному посматрање, као што ћемо видети ниже при опису инструмената.

21. Осветљење видног поља у дурбину. — Да би се паукови конци видели ноћу у жижи објектива, уводи се вештачко осветљење видног поља; раније је као светлосни извор служила уљана лампица, а сада скоро увек мала електрична сијалица, као код џепних лампи, која се напаја струјом из суве или наливајуће батерије или акумулатора. Ако је дурбин прав, светлост од сијалице кроз отвор на средини дурбина улази у цев и приближно на оптичкој осовини објектива наилази на малу правоуглу призму која одбија светлост ка окулару.

А ако је дурбин преломљен, светлост улази у шупљу хоризонталну осовину са стране која лежи насупрот окулару, а на хипотенузи велике призме, која одбија светлост звезде ка окулару, залепљена је мала призма својом хипотенузом. Тада светлост пролази кроз обе призме као кроз дебело стакло и падајући даље на окулар осветљава видно поље. Важно је да се осовина снопа вештачке светлости у дурбину поклапа са осовином објектива; стога се, на пример, код правог дурбина не може призмица постављати на зид дурбина, изван светлосног снопа који долази од звезде.

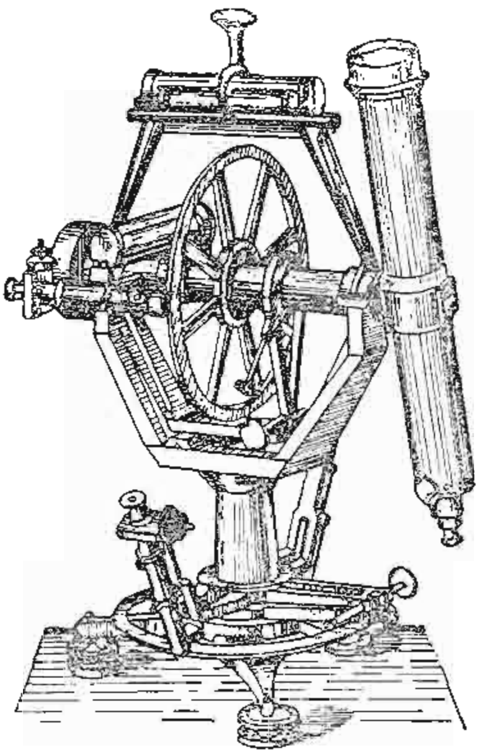
Понекад се користе светли конци на тамној позадини; да би се они добили треба конце осветлити са две супротне стране или са четири стране тако да светлосни зраци падају косо, а никако управно на раван мреже конаца; ови зраци ипак могу понекад проћи кроз окулар, али они пролазе *изван* излазне зенице дурбина и не треба да падну у око, јер ће иначе око видети осветљено видно поље; због тога се понекад на окулар навлачи поклопац са тако малим отвором који ће пропустити само зраке који иду ка излазној зеници, а задржати све остале.

У сваком погледу је одлична књига о астрономским дурбинима: A. Danjon et A. Couder, Lunettes et télescopes, Paris 1935.

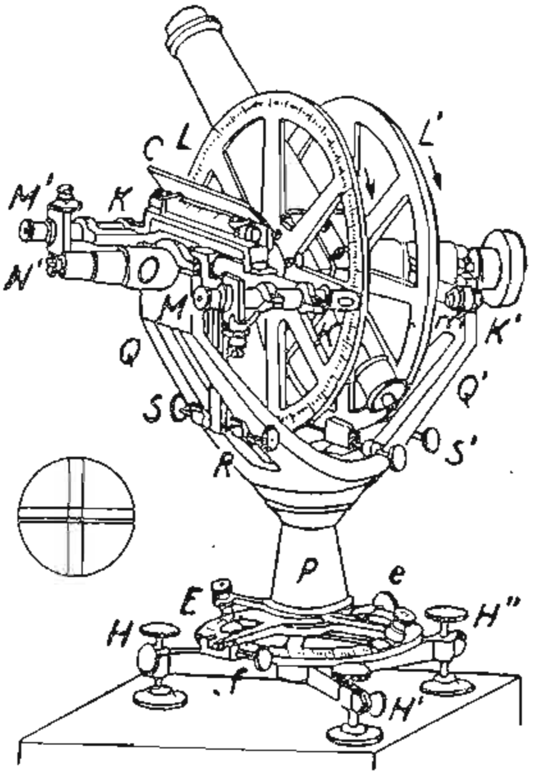
ГЛАВА ЧЕТВРТА

УНИВЕРЗАЛНИ ИНСТРУМЕНАТ И ЊЕГОВА УПОТРЕБА

22. Састав универзалног инструмента; доњи и горњи део. — Универзални инструменат служи за мерење углова у вертикалној и хоризонталној равни. С обзиром на ову његову намену он у својој основи има следећи састав:



Сл. 5. — Универзални инструменат



Сл. 6. — Вертикални круг

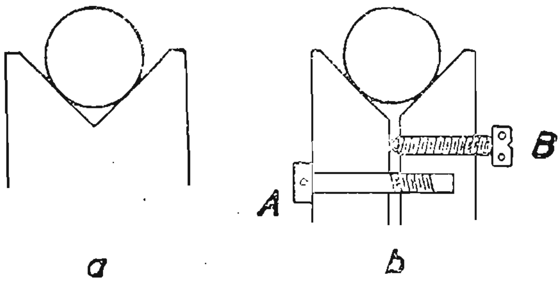
H, H', H''— положајни завртњи, E—хоризонтални круг с лупама за нонијусе, e—завртањ за причвршћивање и f—микрометарски завртањ азимутског круга; P—облога вертикалне осовине, која носи виљушку Q и Q' са лежиштима осовине OO' преломљеног дурбина NN'. L и L'—кругови, M и M'—микроскопи на алхидади KK с полугом R између опруге и завртња S и са либелом C.

Ако на хоризонталном кругу замислимо место нонијуса микроскопе, добијемо универзални инструменат с микроскопима.

Ако на вертикалном кругу место микроскопа замислимо нонијусе добијамо универзални инструменат с нонијусима.

Астрономски дурбин с крстом конаца на оном месту где се од објектива добија лик посматраног предмета може да се обрће око двеју осовина од којих је за време посматрања једна (тзв. *алхидадна*) наперена у правцу вертикале, друга (тзв. дурбинова *обртна осовина*) — по хоризонтали; визура, тј. права која спаја унутрашњу главну тачку објектива с тачком пресека крста конаца образује с обртном осовином угао од 90^0. За мерење угла обртања дурбина окообртне осовине служи круг, подељен на степене и делове степена и управан на тој осовини; за мерење угла обртања целог покретног дела инструмента око алхидадне осовине служи издељени круг управан на њој.

У пракси се овакав састав универзалног инструмента остварује на овакав начин (сл. 5 и 6). За основу инструмента служи трокрака звезда од месинга или бронзе. На крајевима њених кракова налазе се вертикалне матице у којима се налазе стални завртњи распоређени на теменима равностраног троугла. Овим се завртњима инструменат ослања за време посматрања о зидани или дрвени стуб или о главу троношца. У средишту звезде налази се месингана или бронзана цев, која служи као облога у коју улази мало конична челична осовина која је приљубљена уз облогу а чврсто везана са читавим горњим покретним делом инструмента. Понекад је обрнуто, у средишту звезде утврђена мало конична челична осовина, а на њу навучена месингана или бронзана облога, која носи на себи горњи део инструмента. За доњи део везан је хоризонтални круг с поделом или чврсто, или помоћу опруге, тако да се може с малим напором обртати у својој равни. За горњи део инструмента утврђен је индекс, који се у најпростијем случају састоји из кружног лука који належе уз круг с поделом; на тај кружни лук нанесена је црта у правцу полупречника круга с поделом; такав индекс (или сложеније направе, које ће бити касније описане) служи за читање хоризонталног круга. (О читању в. § 29—34)



Сл. 7.

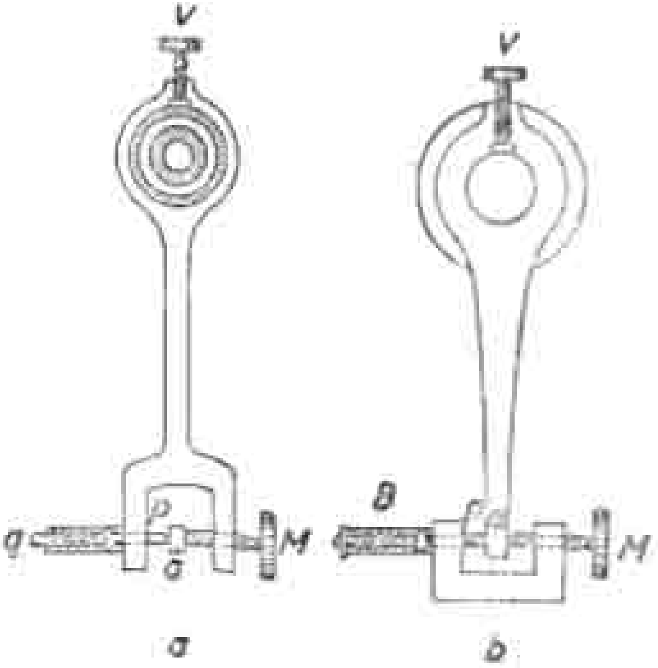
Горњи део инструмента образује ужу или ширу виљушку чији су краци симетрични према алхидадној осовини и на својим горњим деловима носе тзв. *лежишта* на која се ослања обртна осовина. Обртна осовина са обе стране завршава се у облику кратког кружног цилиндра. Осовине оба цилиндра треба да леже у продужењу а њини полупречници морају бити једнаки. Ови делови осовине зову се *наглавци*. Лежиште има облик плочице зарезане под правим углом чија симетрала има правац вертикале; плочице су по површини заокругљене. На њих належу наглавци обртне осовине (сл. 7а).

23. Дурбин и вертикални круг. Алхидада с либелом. — Дурбин може бити прав (сл. 5) или преломљен (сл. 64). У првом случају он лѐжи на једном крају обртне осовине, а на други крај ставља се такав тег да притисак наглавака на оба лежишта буде подједнак. Ради удобнијег посматрања пред окулар се ставља мала правоугла призма тако да при посматрању тела близу хоризонта треба гледати на ниже, а при посматрању близу зенита — хоризонтално.

Понекад је прав дурбин постављен на средини обртне осовине, али се у том случају њиме не може посматрати област неба близу зенита, јер се не може глава принети окулару чак и ако је снабдевен окуларном призмом.

Ако је дурбин преломљен, обично је један његов део, приближно половина, управан на обртној осовини и за њу утврђен на средини између наглавака. На том месту се у унутрашњости осовине налази правоугла призма, чија хипотенуза одбија светлост која је прошла кроз објектив у правцу шупље обртне осовине, тако да се лик спољашњег предмета образује на крају осовине, изван лежишта и наглавка, где се налази крст конаца и окулар.

За обртну осовину утврђен је вертикални круг или чврсто или преко опруге, да би се могао обртати у својој равни. На обртној осовини слободно почива плоча, тзв. алхидада која носи индекс (црту на плочици која належе уз круг с поделом или сложенију направу) за читање вертикалног круга. На алхидади налази се либела, што је могуће чвршће и сигурније утврђена за алхидаду (о либели види § 38 и наредне).



Сл. 8

24. Микрометарско кретање дурбина. — За споро обртање горњег дела инструмента око алхидадне осовине и обртне осовине с дурбином и кругом користе се тзв. микрометарске направе, састављене на пр. овако (сл. 8 a): на доњем делу инструмента обрће се плочица око осовине која се поклапа с алхидадном осовином инструмента. На неки начин, на пр. завртњем *V*, она се може причврстити за доњи део инструмента (најбоље за облогу алхидадне осовине) и ослободити од њега. На њеном крају налази се виљушка са завртњем *M* с једне стране и с клином *p* и опругом *q* с друге; између њих стиснут је испуст *a*, који је чврсто везан с горњим делом инструмента. Или се обрнуто (сл. 8 b) опруга и матица налазе на крају плочице, која је причвршћена за горњи део инструмента, а испуст се *a*, који лежи између опруге и завртњева краја, може завртњем *V* спојити с доњим делом инструмента или од њега ослободити. У сваком случају, ако је део који се може причврстити за доњи део инструмента ослобођен од њега, алхидадна се осовина може слободно обртати у својој облози, а заједно с њом и читав горњи део инструмента. Аколи је део који се може причврстити за основу инструмента причвршћен за њу, онда се могу алхидадна осовина и читав горњи део инструмента обртати само ограничено, и то полако, помоћу поменутог завртња. Слична направа поставља се и за споро обртање обртне осовине с дурбином и кругом у њеним лежиштима с том разликом, што се део који се може причвршћивати и ослобађати причвршћује за обртну осовину (а не за њену облогу као код алхидадне осовине). Ова разлика долази отуд што је подесно и удобно (и ако не безусловно потребно), да се микрометарски завртањ сваке осовине налази увек у једном истом положају према индексу круга.

Слично микрометарско кретање уведено је и за споро обртање алхидаде с нонијусима или с микроскопима и либелом око обртне осовине; од алхидаде полази испуст, који улази између опруге и краја завртња, а опруга и завртњева матица спојене су с горњим делом инструмента, или, обратно од горњег дела инструмента излази испуст који улази између опруге и завртњева краја, а опруга и завртњева матица спојене су с алхидадом. Таквом направом може се мењати нагиб либеле на вертикалном кругу према хоризонту.

За нека посматрања, наиме за посматрања разних звезда на једнаким висинама (методе Талкота, Цингера и Пјевцова), потребно је привремено али чврсто спајање алхидаде, која носи либелу вертикалног круга, с обртном осовином инструмента; обично се ово постиже помоћу радијалног завртња за стезање. При таквом учвршћивању алхидаде за осовину потребно је ослободити микрометарско кретање алхидаде с либелом, тј. крај поменутог испуста ослободити стезања између опруге и завртњева краја; у противном случају обртна осовина инструмента налазила би се под дејством два микрометарска кретања, а то се не сме допустити.

25. Либела на обртној осовини. Управност осовина. Крст конаца. — За одређивање нагиба обртне осовине употребљава се такође либела, чије се ножице ослањају на радне пресеке наглавака обртне осовине, тј. на оне пресеке који садрже тачке додира наглавака са њиховим лежиштима.

Обе осовине инструмента морају бити што је могуће тачније међусобно управне; да би се могао лако мењати угао међу њима на већ готовом инструменту, једно се лежиште направи расечено (в. сл. 7b на стр. 26); ако стежемо обе његове половине завртњем *A*, пошто смо најпре отпустили завртањ *B*, наглавак који на њему лежи издиже се, а ако их размичемо одврћући завртањ *A* и заврћући завртањ *B*, наглавак се спушта.

Рам са крстом конаца или сложенијом мрежицом узајамно управних конаца ставља се у окуларни крај дурбина. Он се може кретати дуж дурбина да би се могао поставити на оно место где се налази лик посматраног предмета, и осим тога може се кретати код правог дурбина у правцу обртне осовине или код преломљеног дурбина управно на овај правац, намена овог кретања биће објашњена у § 50.

26. Опис круга са поделом. — Кругови који се употребљавају код астрономских инструмената издељени су на степене, а сваки степен на 2, 3, 6 или 12 делова, тако да најмањи део круга садржина 30′, 20′, 10′ или 5′. У врло ретким случајевима, на великим инструментима у опсерваторијама, круг је подељен до 2′. Што је већи круг, може се изделити на ситније делове. Цртице су скоро увек обележене непрекидно бројевима од 0—360, и то се бројем обележава сваки 5-ти степен, или сваки 10-ти степен, а 5-ти се (или код новијих инструмената сваки парни степен) обележава тачком. Да би се црте лако разликовале једна од друге оне се повлаче различите дужине: најдуже обележавају цео степен; ако је сваки степен подељен на шест делова, онда је цртица која обележава 30 минута нешто краћа а остале су, које обележавају 10′, 20′, 40′, 50′, још краће; или на пр. ако један део вреди 5 минута, свака десета минута обележена је цртом средње дужине, 20 или 30 минута — цртом и тачком, а 5 минута најкраћом цртом. Нумерисање се врши скоро увек тако да бројеви расту у смеру казаљке на часовнику кад круг посматрамо с лица.

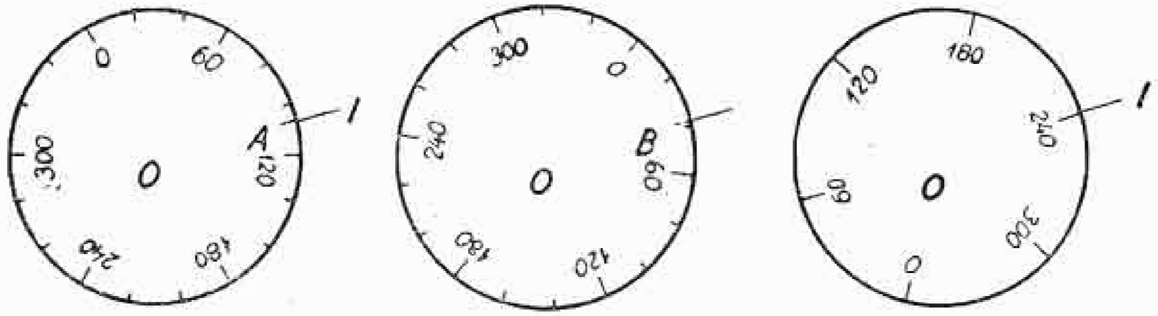
Поделе се наносе на круг сечивом машине за поделу или непосредно на материјал круга (месинг, бронза, никл) или се, што је много боље, у материјал круга урезује прстен од сребра па се на њ сечивом наносе зарези. Затим се зарези поцрне. На белом сребру они се боље виде него на другом материјалу, а кад сребро поцрни, лакше се очисти опрезним трењем него што се то може учинити на површини месинга или никла. Део круга на који је нанета подела зове се *лимбус*; он је углађен.

Код сваког круга са поделом треба замишљати његово средиште или средиште његове поделе, иако на кругу не мора бити описана сама кружна линија. Средиште поделе је тачка која има особину да замишљени полупречници повучени из ње ка суседним зарезима на кругу, у случају тачне поделе круга, заклапају међусобно једнаке углове.

27. Мерење угла обртањем круга. — Претпоставимо да је круг с поделом окренут *око свога средишта* O из једног положаја (сл. 9 a) у други (сл. 9 b). Како ћемо одредити угао за који је окренут круг? За то је потребно имати непомични индекс I, тј. црту која је на плочици што належе на круг нанесена тако да буде уперена ка средишту круга; покрај те црте пролазе подеоци круга при његову обртању. Одредићемо у оба положаја круга на коме месту његове поделе пролази продужена црта његова индекса, тј. колико степена, минута, а по могућству секунада и делова секунде одговарају овом продужењу црте индекса на кругу с поделом. Тај број степена, минута, секунада и делова назива се читање круга у датом положају. Ако имамо читање круга у оба његова положаја A и B, јасно је да је разлика ових читања мера средишног угла на кругу између оба положаја индекса, тј. угао обртања круга око његова средишта. Приметимо да начелно нема никакве потребе да једно од ових читања буде нула ($0^0\ 0'\ 0''$), али практички је то згодно стога што ће у том случају друго читање дати непосредно угао обртања круга или његову допуну до 360^0. На пример на сл. 9 читање $A = 106^0$, $B = 38^0$, и угао за који је обрнут круг износи $106^0 - 38^0 = 68^0$.

Међутим ово правило не важи ако при превођењу круга из једног положаја у други поред индекса пролази поделак обележен са 0^0; у том случају се нумерација поделака прекида, па је за добијање угла обртања потребно, пре но што се читања одузму, мањем читању додати 360°. На пример ако из положаја „b" (сл. 9) круг доведемо у положај „c" (читање $C = 240^0$), обртањем у смеру казаљке на часовнику, онда је угао обртања $(B + 360^0) - C = 398^0 - 240^0 = 158^0$. Ако се при прелазу са B на C круг обртао *супротно* смеру казаљке на часовнику, онда је угао обртања $C - B = 240^0 - 38^0 = 202^0$, јер нулти поделак, 0^0, притом није прошао испред индекса.

Није тешко увидети да се ово исто расуђивање може применити и на случај кад је круг с поделом непомичан, а обрће се око осовине која пролази кроз средиште његове поделе лењир с индексом за читање круга. Само је у оба случаја потребно да обртна осовина пролази кроз средиште кружне поделе. Ако овај услов није испуњен јавља се *отступање услед ексцентричности*, о њему види § 35.



a b c

Сл. 9.

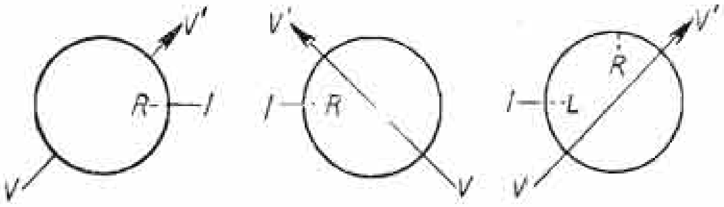
Замислимо праву линију паралелну равни круга и везану са њом, тако да се при обртању круга и она обрће. Није тешко увидети да ће угао скретања ове праве при обртању круга из једног положаја у други бити једнак углу обртања круга око његова средишта, тј. разлици читања при почетном и завршном положају круга.

При астрономским мерењима баш је и потребно мерити угао за који скреће визура (в. § 17) паралелна равни лимбуса. Према томе да би се могли што тачније мерити углови скретања ове линије, треба умети са што већом тачношћу читати круг. Зато ћемо се у §§ 33 и 34 овим позабавити.

28. Поступак за мерење зенитног отстојања идеалним инструментом. — Идеалним инструментом називамо инструменат без отступања, код кога је алхидадна осовина тачно вертикална, обртна осовина тачно управна на алхидадној, визура тачно управна на обртној осовини и обе се осовине и визура секу у једној тачки; средишта кружних подела поклапају се с обртним осовинама, кругови су управни на својим осовинама и подељени без отступања.

У таквом инструменту визура при обртању дурбина око обртне осовине описује вертикалну раван, па је зато исправан следећи поступак за мерење зенитног отстојања. У положају инструмента при коме се вертикални круг налази десно од алхидадне осовине за посматрача који стоји за инструментом и посматра предмет (овај положај инструмента обележава се са KD — круг десно), наводимо дурбин на непокретну тачку чије зенитно отстојање треба измерити, тако да се њен лик у дурбину поклопи с пресеком крста конаца. У том циљу се најпре постави откочен дурбин тако да се негде у његовом видном пољу појави предмет који се жели посматрати, затим се притегну завртњи за стезање обеју осовина и дејством на микрометарске завртње доведе се потребна тачка предмета што тачније у тачку пресека крста конаца (сл. 10).

После тога се прочита вертикални круг: нека је то читање R. Затим се инструменат окрене око алхидадне осовине за 180^0 и око обртне осовине тако да при пролазу кроз његов вертикални положај објектив буде изнад окулара и поново се доведе на исту тачку; у овом случају ће се круг налазити лево од алхидадне осовине (K L) и читање вертикалног круга означићемо са L. Треба имати на уму да је визура при овој радњи описала двоструко зенитно отстојање Z посматране тачке, па је дакле $2z = R-L$ или $2z = L-R$, према томе да ли је веће R или L, јер z мора бити позитивно. Осим тога јасно је да полузбир $^1/_2(R+L)$ одговара оном читању круга при коме је визура уперена од окулара преко објектива ка зениту; то је тзв. место зенита MZ (М. З.) или тачка зенита (Т. З.).



Круг десно
Читање R

Круг десно
Читање R

Круг лево
Читање L

Сл. 10.

Али ови обрасци су тачни само у случају кад при обртању дурбина из првог положаја у други, тј. са KD на KL поред индекса на кругу не пролази нула кружне поделе; у том је пак случају полуразлика читања надирно отстојање, а полузбир њихов је тачка надира; да би се добило зенитно отстојање и тачка зенита треба пре образовања полуразлике и полузбира мањем читању додати 360^0.

Према томе за тачно мерење зенитног отстојања идеалним инструментом треба вршити тачна читања кругова; али идеални инструменти не постоје; а реални инструменат има отступања и треба умети ослободити добивена читања од утицаја тих отступања. Овим ћемо се задацима позабавити у наредним параграфима.

Обичним индексом не могу се вршити тачнија читања од приближно десетог дела једног дела круга, процењујући одока његове десете делове. Ово није довољно и већ давно су била пронађена средства за тачније читање кругова, које одговара тачности са којом су нанете поделе на кругове, па чак ову и превазилази. Ми ћемо проучити она која се највише употребљавају.

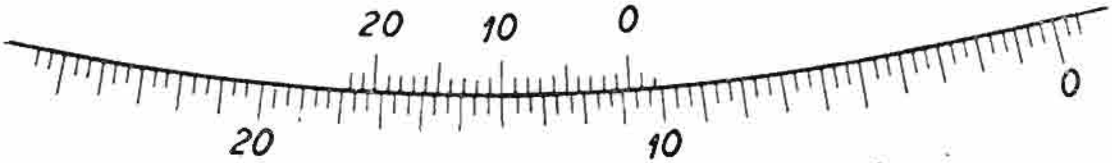
29. Нонијус или верније (сл. 11) састоји се из кружног лука који належе уз круг и на који су иза основне, нулте црте, обележене цифром нула, нанете на једнаким отстојањима црте обично у *смеру у коме кружна подела расте*. Иза нулте црте нонијуса наноси се n поделака који образују n једнаких размака међу цртама, а дужина размака бира се тако да n делова нонијуса буде једнако по дужини $n-1$ делу круга; према томе је

$$1 \text{ део нонијуса} = \frac{n-1}{n} \text{ делова круга} = 1 \text{ делу круга} - \frac{1}{n}$$

делова круга.

За n се бира подесан (види ниже) број, као: 10, 30, 60 итд.. Нулта црта нонијуса игра исту улогу као индекс о коме је досад било говора. Прочитати круг помоћу нонијуса значи наћи онај број степена, минута и секунада (делови секунде не могу се прочитати нанијусом), који одговара положају нулте црте нонијуса на кругу с поделом и цифрама. *Млађом* ћемо називати ону црту на кругу која пре осталих долази до поклапања са нултом цртом нонијуса са оне стране одакле кружна подела расте. Наредна црта, која лежи с друге стране нулте црте нонијуса, назива се *старијом.*

Дужина $\frac{1}{6}$ степена Читање нонијуса 1 сек



Дужина $\frac{1}{3}$ степена Читање нонијуса 1 мин

Дужина $\frac{1}{2}$ степена Читање нонијуса 1 мин

Сл. 11. — Нонијуси.
Читања на нонијусима: горњем $7^{0}7'30''$, средњем $10^{0}50'$, доњем $5^{0}10'$

Помоћу цифара на кругу читамо положај млађе црте, на пр. G степена, M минута, и ако један део круга садржи m минута, онда је положај старије црте $G^0\ (M+m)'$. Читање је очигледно веће од $G^0\ M'$ и мање од $G^0\ (M+m)'$.

Обележимо растојање од млађе црте до нулте црте нонијуса са x; читање је $G^0\ M' + x$ и наш се задатак састоји у томе да одредимо x.

Како је сваки део нонијуса мањи од дела круга за $\frac{1}{n}$ његов део, то растојање од прве црте нонијуса до најближе млађе црте круга неће бити више x, него $\frac{x-1}{n}$ делова круга, од друге црте нонијуса оно ће бити $\frac{x-2}{n}$ делова круга итд.. Растојање између црте нонијуса и њој најближе млађе црте круга (на цртежу с десне стране) смањиваће се постепено за по $\frac{1}{n}$ део кружног дела и напослетку мораће се једна црта нонијуса и једна црта круга поклопити, у сваком случају растојање међу њима биће једнако или мање од половине $\frac{1}{n}$ дела кружне поделе. Нека се то десило са k-том (после нулте) цртом нонијуса. Тада није тешко уверити се да је $x = \frac{k}{n}$ делова круга. И доиста, растојање од млађе црте круга G^0M' до места поклапања црта је k делова круга; растојање од нулте црте нонијуса до тог истог места једнако је k делова нонијуса; значи k делова круга једнако је k делова нонијуса $+ x$, одакле као и горе добивамо да је $x = \frac{k}{n}$ делова круга. На тај начин знајући n и читајући k можемо одредити x.

Да бисмо тачно одредили која се црта нонијуса поклапа са односном цртом круга, морамо употребљавати лупу која се и налази увек код сваког нонијуса. Да би се зарези на лимбу што боље видели лупом, поред нонијуса се ставља *илуминатор* у виду комадића млечнога стакла или беле хартије (стакло је боље). Он је дању осветљен светлошћу а ноћу сијалицом. Лупу, нонијус и илуминатор треба тако распоредити да би светлост са илуминатора после одбијања од углачане површине нонијуса и круга као од огледала пролазила кроз лупу. Тада се на светлој позадини илуминаторова лика јасно виде зарези. Ово је најрационалнији начин намештања илуминатора.

Притом је потребно: 1) дотерати лупу за посматрачево око, да би се црте на кругу и нонијусу виделе што оштрије, 2) поставити лупу тако да црта која се поклапа дође баш у средину видног поља лупе, 3) сматрати да се она црта нонијуса поклапа са цртом на кругу, од које у обе стране, десно и лево, разилажење црта хруга и нонијуса бива потпуно симетрично. Последња два услова треба да буду испуњена да би се уништио утицај у пракси скоро неизбежног отступања које долази од непоклапања равни круга и нонијуса (паралаксе нонијуса).

Али се утицај овог непоклапања равни круга и нонијуса на читање круга може отклонити употребом лупе следећег састава. Цев на једном крају носи лупу а на другом је мали отвор од 2—3 mm пречника кроз који гледа посматрач; овај отвор налази се тачно у главној жижној равни лупе и по могућству близу њене оптичке осовине. Тада светлосни зраци који падају у посматрачево око иду од различитих тачака круга и нонијуса међу собом *паралелно* и појава паралаксе уништава се иако се раван круга и нонијуса не поклапају. Разуме се, цев се мора наместити тако да њена осовина буде управна на посматраном делу круга с поделом.

Код астрономских инструмената врло често се узима $n = 60$. Тада, ако један део круга садржи m' (ознака $'$ означава лучни минут), онда $\frac{1}{n}$ део његов има m лучних секунада (m'') и читање ће бити $G^0M' + km''$. Да би се посматрач ослободио множења m са k и претварања лучних секунада у минуте и секунде, на нонијусу нису исписане цифре 1, 2, 3, . . . , већ се код његових црта налазе већ именовани бројеви: m'', $2m''$, $3m''$ . . . итд., али разуме се не код сваке црте, јер за то нема места. Да се олакша читање, црте на нонијусу различите су дужине. Нека је на пример $m = 10$, $n = 60$; тада се свака шеста црта уреже дужа од осталих и код ње се стави цифра од 1—9, која означава цео број лучних минута ($6.10'' = 1'$), али она нипошто не значи редни број црте после нулте; зарези између минутних црта означавају $10''$, $20''$, $30''$ (зарез средње дужине), $40''$, $50''$. На тај начин посматрач без икаквих аритметичких радњи непосредно са нонијуса чита величину x и, знајући већ положај млађе црте G^0M', бележи читање $G^0M' + x$.

Нонијус може имати отступања у том смислу што његове цифре не одговарају броју n основне једначине; његове цифре на пр. одговарају броју $n = 60$, а уствари је рецимо $n = 59$, тако да је 59 делова нонијуса једнако 58 делова круга, а није 60 делова нонијуса једнако 59 делова круга. За испитивање нонијуса служе црте повучене на његовим крајевима изван нулте и последње нумерисане црте, то су обично 2—3 црте.

Микрометарским завртњем доведе се наиме нулта црта нонијуса до потпуног поклапања с једном цртом на кругу, па се прочита црта која се поклапа на другом крају нонијуса; то треба да буде последња његова нумерисана црта, али се понекад, иако код новијих инструмената ретко, догађа друкчије, и тада читања нонијуса треба поправљати. Поступак се понови неколико пута на разним деловима круга, да би се ослабио утицај случајних отступања у читању. Нека је на пример за нонијус, према чијој би нумерацији требало да буде $n = 60$, а на кругу $m' = 10'$ откривено из средње вредности неколико одређивања, да при поклапању нулте црте читање на другом крају није $10'\ 00''$, него $9'\ 45''$.

То значи да је за нонијус стварно $n = 58,5$ а не 60, па је зато разлика између тог подеока нонијуса и круга $10'/58,5 = 10'',256$ и свако читање нонијуса захтева поправку, која износи $+0'',256$ за сваки поделак, или $+1'',54$ за сваку прочитану минуту; према томе добија се оваква таблица поправака читања.

Читање нонијуса		Поправка
Од 0 0''	до 0 19''	0''
0 20	0 53	+ 1
0 59	1 37	+ 2
1 38	2 16	+ 3
2 17	2 55	+ 4
. . .	. . .	. . . .
. . .	. . .	. . . .
8 08	8 46	+13
8 47	9 25	+14
9 26	10 04	+15

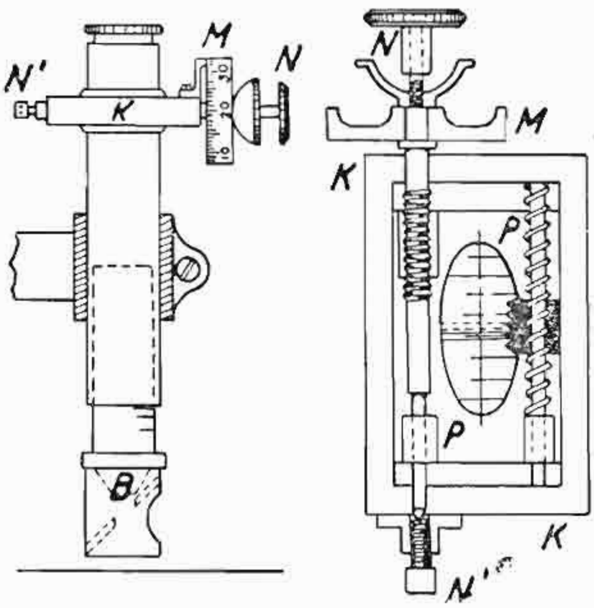
30. Микроскоп са скалом. — Место простог индекса причвршћује се прост микроскоп: објектив даје лик једног дела круга, увећан 2—5 пута, и овај се посматра кроз окулар. На оно место где се добија стваран лик круга ставља се стаклена плочица са зарезима паралелним зарезима круга. Зареза је на плочици

Читање 5°16',3

Сл. 12.

обично 11 са 10 размака, и то се они за нултим нижу у смеру опадања поделе на лику круга (сл. 12). Дужина скале и увећање објектива подесе се тако да најмањи део на кругу, увећан објективом, буде једнак баш размаку између нулте и последње црте на скали. У том случају у сваком положају микроскопа према кругу налазиће се у размаку скале једна црта круга G^0M', и део скале између њене нулте црте и ове црте на кругу даће величину x у десетим деловима најмањег дела круга, а стоти делови моћи ће се проценити од ока. Тако ћемо добити читање $G^0M' + x$.

31. Микроскоп с микрометром. — То је у данашње време најтачнија направа за читање кругова; ми ћемо описати микроскоп с микрометарским завртњем који се најчешће среће (сл. 13). На месту где се од микроскопског објектива B добива увећани лик једног дела круга поставља се кутија K (сл. 14), у којој се креће рам PP с пауковим концима. Он се може споро померати веома прецизно изрезаним завртњем; обично је с једне стране рам спојен с матицом у коју улази завртањ чији се крај ослања на известан део кутије (завртањ N'); опруга или две спиралне опруге једним својим крајем ослањају се на кутију, а другим на рам и како су сабијене притискују завртњев крај о његов ослонац. На други крај завртња, који слободно излази напоље из кутије, ставља се пљоснати цилиндар M, тзв. котур, на који је нанета подела; код микрометара за читање кругова број поделака обично је 60; за кутију је учвршћен индекс према коме се читају делови на котуру, а десети процењују од ока: у кутији се налази, скоро у равни кретања конаца, зупчаница, растојање између два суседна њена зуба тачно је једнако завртњеву ходу, тј. померању рама с концима при тачно једном обрту завртњеву. До котура, на самом крају завртња, налази се глава која се држи руком при обртању завртња. Близу објектива B, између њега и круга, ставља се такозвани *илуминатор*; он обично има изглед беле плочице са отвором пред самим објективом (в. сл. 13). Дневна светлост, а ноћу светлост од сијалице осветљава ову плочицу, а она растура светлост и тако осветљава део круга под микроскопом.



Сл. 13. Сл. 14.
Микроскоп с микрометром

Конци се разапињу тако да два блиска конца, који образују двоструки конац, стоје управно на осовини завртња, а трећи управно на њима, тј. паралелно завртњу. Када је читање на котуру 0,0 (котур стоји на нули), двоструки конац пролази кроз врх једног од зуба зупчанице;

понекад на микрометарској кутији постоји нарочити мали завртањ којим се може за мали износ померати или ослонац завртња, или зупчаница и тако постизати да се зупчаница и котур слажу. Ово се може увек постићи обртањем котура на крају завртња; али ова радња отежава да се узме у обзир утицај завртњевих отступања и зато се не препоручује; види подробније у § 101. Један од зуба издваја се од других рупицом. Ми ћемо назвати *почетним* или *нултим* положај двоструког конца при коме је читање котура тачно 0.0, а конац пролази кроз зуб с рупицом а не кроз неки други зуб. Ни најмање није важно да ли притом двоструки конац пролази тачно кроз рупицу или кроз врх зуба, зуб с рупицом служи само да обележи почетни, нулти *обрт* завртњев, а положај конца одређује се тиме што при том обрту читање котура треба да буде 0,0. Обртање завртња при коме се он уврће у своју матицу (које се јавља при увртању извлакача у запушач), назива се позитивним обртањем; при позитивном обртању завртња, конци се крећу ка котуру, ако је, као што се обично израђује, завртњева матица спојена с рамом који носи конце; опруга у кутији притом треба да се *сабија*. Обично при позитивном обртању завртња подела на котуру, која пролази поред његова индекса, расте (али ово није обавезно).

Свако обртање завртња обавезно се мора завршавати његовим позитивним обртањем, тј. његовим завртањем, којим рука посматрачева сабијајући опругу поставља конац тамо где хоће посматрач. Ако се завртањ одврће, посматрач отпушта опругу; искуство показује да је читање котура при навођењу конца на црту различито, према томе да ли се последње кретање врши завртањем или одвртањем завртња; ова се разлика зове мртви ход завртња. Ради једнообразности и зато што је завртање одређеније, свако навођење завртњем мора се завршавати његовим завртањем.

Микрометарски завртањ мора бити што тачнији. То значи да линиско померање двоструког конца мора бити једнако при обртању завртња за сваки цео обрт и да осим тога линиско померање конца при обртању завртња за $\frac{1}{n}$ део његова обрта мора бити тачно једнако $\frac{1}{n}$ делу линиског померања конца при обртању завртња за један обрт. У данашње време техника израде микрометарских завртања толико је усавршена, да се отступања завртња скоро увек могу занемарити, јер су знатно мања од неизбежних отступања које чини посматрач при раду с инструментом. О одређивању отступања завртња види § 101—107.

32. Дотеривање микроскопа над кругом. — Описани микроскоп с микрометром поставља се над кругом с поделом место простог индекса или нонијуса, или микроскопа са скалом, тако: 1) да се лик једног дела круга налази тачно у равни конаца и то да се кроз окулар једновремено виде оштро и конци и црте на кругу без паралаксе (§ 17), 2) да двоструки конац буде паралелан цртама на кругу, тако да се при довођењу црте између конаца све њене тачке налазе тачно по средини између оба конца, 3) да се при обртању завртња, у смеру *рашћења* поделе на котуру, конац креће од *старијих* ка *млађим* цртама на лику круга у микроскопу, 4) да растојање између суседних црта на кругу буде једнако *целом* броју завртњевих обрта. Последње се проверава на тај начин што се наводи на малочас показани начин двоструки конац на једну од црта на кругу, забележи читање котура, рецимо a, затим наводи конац на суседну црту и опет прочита котур; ако је његово читање опет a, то значи да се, у границама тачности са којом посматрач ради, стварно цео број завртњевих обрта садржи у једном делу круга.

Пракса је показала да се са већом тачношћу може довести двоструки конац на црту круга, тако да се црта налази тачно го средини између конаца, него што се један конац може довести на средину дебљине црте; зато се код свих микроскопа за читање кругова примењује двоструки конац. Оба се конца морају доводити на црту тако да се између црте и конаца и с једне и с друге стране виде уска светла поља када се црта налази између конаца: при тачном навођењу ова светла поља морају бити међусобно једнака.

Да би се остварили поменути услови микроскоп се може померити у правцу своје осовине и обртати у прстеновима којима је утврђен за алхидаду, може се продуживати и скраћивати растојање објектива од конаца извлачењем и увлачењем цеви с објективом. Треба имати на уму следеће: ако је лик једног дела круга нешто већи од цела броја завртњевих обрта, значи да је увећање објектива сувише велико и да би се оно смањило треба приближити објектив концима према обрасцу за сабирни оптички систем (в. § 16) и, обрнуто, удаљити га од конаца у противном случају. Притом је корисно сетити се да је увећање објектива сразмерно $d_2—f$, тј. растојању између објектива и конаца смањеном за жижну даљину објектива (в. § 16). Према томе, ако на пр. једном размаку на кругу одговарају $120+n$ делова котура место 120, треба растојање између објектива и конаца смањити (ако је n позитивно) или повећати (ако је n негативно) за n стодвадесетих делова растојања $d_2—f$ и, разуме се, после тога изменити растојање микроскопа од круга, тако да лик круга падне у раван конаца у микроскопу. Једнакост између дела круга и целог броја завртњевих обрта не може се никад тачно постићи, али се разлика међу њима мора што више смањити, да буде мања од једног дела котура; тада је њу лакше одредити и исправити читање круга од овог отступања. После коначног дотеривања микроскопа навођење двоструког конца на црту врши се на оном месту где конац и црту сече на њих управни конац микрометра; у томе се и састоји намена овог једноструког конца.

33. Читање круга помоћу микроскопа с микрометром; поправка обрта (run). — Читање круга врши се на овај начин: постави се двоструки конац у *нулти* положај, тј. споља индекс на нулу котура, изнутра конац на зуб с рупицом; уочимо читање $G^0\,M'$ млађе црте, тј. најближе црте концу са оне стране одакле подела расте (где је читање мање). Нулти положај двоструког конца по свом значењу тачно одговара црти простог индекса или нултој црти нонијуса, па је зато растојање од *млађе* црте до *средине* између конаца баш x које треба да додамо на $G^0\,M'$ да бисмо добили читање $G^0\,M'+x$; у нашем случају x се мери обртима завртња. Од нултог положаја померамо конац до млађе црте и по броју зуба на зупчаници познајемо колико *целих* обрта, рецимо k, прелази конац пре него што дође до млађе црте, а кад двоструки конац поставимо на млађу црту, прочитамо котур према индексу, нека је то читање рецимо a_m; како подела на котуру расте при кретању конца ка млађој црти (види горе 3 услов), то значи да x садржи k целих обрта завртња и још a_m делова котура; претпоставимо да је број делова на котуру, као што то обично бива, 60; тада је $x = 60k + a_m$ делова котура. Претпоставимо сад да најмањи део на кругу садржи m лучних минута и претпоставимо још, једноставности ради, да му одговара тачно цео број, рецимо n, завртњевих обрта. Значи m лучних минута једнако је $60n$ делова котура, а 1 део котура једнак је $\frac{m}{n}$ лучних секунада. У том случају је $x = (60k + a_m)$ делова котура $= (60k + a_m)\frac{m}{n}$ лучних секунада и тачно читање је $G^0 M' + (60k + a_m)\frac{m}{n}$ лучних секунада.

Али, као што је већ било речено, никада се не може постићи да m лучних минута *тачно* буде једнако $60n$ делова котура. Стога кадгод је потребна највиша тачност, посматрач не наводи конац само на млађу, већ и на старију црту, најближу нултом положају двоструког конца. Нека је читање котура при навођењу на старију црту a_s.

Треба приметити да увек, без обзира да ли је a_m веће или мање од a_s, важи овај однос:

m лучних минута $=$ 60 m лучних секунада $= (60n + a_m - a_s)$ делова котура, ако подела на котуру расте при кретању конца од старије црте ка млађој.

Одатле излази да је

$$1 \text{ део котура } = \frac{60m}{60n + a_m - a_s} \text{ лучних секунада } = \frac{m}{n}\,\frac{1}{1 - (a_s - a_m)/60n}$$

Како је разломак $(a_s - a_m)/60n$ мали, то ако га упростимо као што је показано у првој тачки § 12, можемо написати

$$\frac{m}{n}\,\frac{1}{1 - (a_s - a_m)/60n} = \frac{m}{n}[1 + (a_s - a_m)/60n] \text{ лучних секунада.}$$

Величина $a_s - a_m$ назива се енглески *run* и треба увек бити начисто с тим да је:

run старија црта минус млађа са n завртњевих обрта или са једним делом круга.

У том општијем случају имамо

$$x = (60k + a_m)\frac{m}{n}\left(1 + \frac{a_s - a_m}{60n}\right) \text{ лучних секунада } = (60k + a_m)\frac{m}{n} +$$

$$+ (60k + a_m)\frac{m}{n}\,\frac{a_s - a_m}{60n}.$$

Други члан овог бинома назива се *поправка обрта.* Да би се она израчунала правилније је не примењивати појединачне вредности run-а које се добијају при сваком поједином читању, него узимати средину многих вредности $a_s - a_m$ које се добијају у току низа читања, на пр. у току једног вечера посматрања. У средњој вредности се узајамно поништавају случајна отступања посматрача и могућа отступања кружне поделе.

Тако добивамо овакав израз за читање круга:

$$G^0\, M' + (60k + a_m)\frac{m}{n} + (60k + a_m)\,\frac{m}{n}\,\frac{a_s - a_m}{60n}\,.$$

34. Тачније читање круга. — Али из претходних података можемо извести и други израз за исто читање круга, и то полазећи од старије црте, као што смо досада полазили од млађе.

Обележимо број минута, секунада и делове секунде у разлици између нултог положаја двоструког конца (види више) и старије црте са y. Тада је читање $G^0 M' + m' - y$. Збир $x + y$ једнак је растојању између обе црте тј. $(60n + a_m - a_s)$ делова котура; а како је $x = 60k + a_m$ делова котура, то је $y = (60n + a_m - a_s) - (60k + a_m) =$ $= (60\,n - 60k - a_s)$ делова котура, одакле добијамо

$$y = (60n - 60k - a_s)\,\frac{m}{n}\left(1 + \frac{a_s - a_m}{60n}\right) \text{ лучних секунада}$$

или

$$y = \left[60m + \frac{m}{n}(a_s - a_m) - (60k + a_s)\,\frac{m}{n} - (60k + a_s)\,\frac{m}{n}\,\frac{a_s - a_m}{60n}\right]$$

лучних секунада.

Одузимајући овај израз од $G^0 M' + m'$ и водећи рачуна о томе да је m', тј. m лучних минута једнако $60\ m$ лучних секунада, за читање добијамо овакав израз:

$$G^0\, M' + (60k + a_s)\,\frac{m}{n} + (60k + a_s)\,\frac{m}{n}\,\frac{a_s - a_m}{60n} - \frac{m}{n}(a_s - a_m).$$

Како за једну исту величину имамо два израза, овај и последњи израз претходног параграфа, то за крајњу вредност можемо узети аритметичку средину обадва, тј.

$$\text{читање} = G^0 M' + \left(60k + \frac{a_m - a_s}{2}\right)\frac{m}{n} + \left(60k + \frac{a_m + a_s}{2}\right)\frac{m}{n}\,\frac{a_s - a_m}{60n} -$$

$$- \frac{1}{2}\,\frac{m}{n}\,(a_s - a_m).$$

Два последња члана претстављају *поправку обрта*. Ако је нулти положај двоструког конца близу млађе црте, тј. $k = o$, а $\frac{1}{2}(a_m + a_s)$ мала величина, није тешко видети да је ова поправка једнака $-\frac{1}{2}\,\frac{m}{n}\,(a_s - a_m)$ лучних секунада. Ако је нулти положај двоструког конца близу старије црте, тј. $k = n-1$ и $\frac{1}{2}(a_m + a_s)$ близу 60, или $60\,k + \frac{a_m + a_s}{2}$ близу $60n$, онда је ова поправка приближно $+\frac{1}{2}\,\frac{m}{n}\,(a_s - a_m)$ лучних секунада.

На тај начин, ако за читање усвојимо средину навођења на старију и млађу црту, тј. $\frac{1}{2}(a_s + a_m)$, добијамо двапут мању поправку обрта него у случају када узмемо само a_m, и осим тога она је час позитивна час негативна. Ако се крајњи резултат неког мерења изводи из многих читања круга (на пр. при мерењу ширине или стања часовника из посматрања многих звезда), постоји велика вероватноћа да се ове позитивне и негативне поправке обрта узајамно потру и не утичу на крајњи средњи резултат, па се према томе оне не морају ни узимати у обзир. Али се притом повећава разлика између појединачних одређивања мерене величине, па значи и средње, и вероватно отступање мерења. Никако се не могу занемаривати поправке обрта, ако број појединачних мерења величине која се одређује није велики, на пр. није већи од 4.

За лакше израчунавање поправке обрта подесно је саставити таблицу вредности ове поправке по аргументу $60k + \frac{1}{2}(a_m + a_s)$.

Ниже је наведен пример такве таблице израчунате за ове полазне податке: из неколико мерења на инструменту у коме је $m = 10'$, $n = 2$ и микрометарски котур подељен на шездесет делова било је нађено да је $a_s - a_m = +0{,}71$ делова котура. Према томе један део котура приближно је једнак $\frac{10}{2} = 5''$, а поправка обрта $\frac{m}{n}\,\frac{a_s - a_m}{60n} = +\,5''\,\frac{0{,}71}{120} = +0'',0296$ за један део котура. Стога се добија оваква таблица за поправке читања.

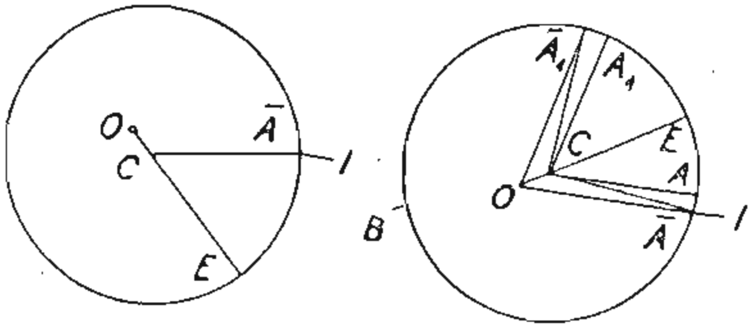
Читање		Поправка читања	Читање		Поправка читања
k	$\frac{1}{2}(a_s + a_m)$		k	$\frac{1}{2}(a_s + a_m)$	
0	0″	— 1″,78	1	0″	0″,00
0	10	— 1,48	1	10	+ 0,30
0	20	— 1,18	1	20	+ 0,59
0	30	— 0,89	1	30	+ 0,89
0	40	— 0,59	1	40	+ 1,18
0	50	— 0,30	1	50	+ 1,48
0	60	— 0,00	1	60	+ 1,78

Пример читања овим микроскопом:

243° 20′ један обрт	27,3	(a_m)
	28,0	(a_s)
средња вредност	87,65	
× 5″	438,″25	
run +	0,82	
	439,07	

Читање: 243° 27′ 19″,07

35. Ексцентричност круга или алхидаде. — При читању круга јавља се једно неизбежно отступање чија ће природа постати јасна из наредног излагања. Претпоставимо да је визура (§ 16 и 17) инструмента везана с кругом чије се средиште поделе C не поклапа с тачком O, у којој његова обртна осовина просеца његову раван. Претпоставимо да је први и други положај круга такав као што је приказано на сл. 15. Нека буде I индекс круга или нулта црта нонијуса, или нулти положај двоструког конца у микрометру. Нека су читања $\overline{A}_1$ и $\overline{A}$; обележимо тим словима положаје индекса на кругу у оба положаја круга. Тада је угао обртања круга, а с њим и визуре, тј. мерени угао, $\overline{A}_1O\overline{A}$, а разлика читања је $\overline{A}-\overline{A}_1$, тј. средишњи угао круга $\overline{A}_1C\overline{A}$; јасно је да ти углови нису једнаки: $\overline{A}_1C\overline{A}$ у нашем случају веће је од $\overline{A}_1O\overline{A}$. То значи да мерење није тачно, те га треба поправити. Повуцимо кроз средиште C праве линије CA_1 и CA, паралелне линијама $O\overline{A}_1$ и $O\overline{A}$; тада је јасно да је угао A_1CA једнак мереном углу обртања визуре и круга $\overline{A}_1O\overline{A}$ и, значи, тачке A_1 и A на кругу су оне на које би требало да долази индекс при оба читања или, другим речима, A_1 и A су читања кад се тачке O и C поклапају, а мерени угао једнак је $A-A_1$. Према томе да бисмо поправили наша мерења треба место $\overline{A}_1$ и $\overline{A}$ узети A_1 и A, а за то треба знати разлике $A_1-\overline{A}_1$ и $A-\overline{A}$.



Сл. 15.

Да бисмо израчунали ове разлике обележимо линиско растојање OC са e: оно се назива *ексцентричност круга* или обртне осовине, а посматрано отступање, отступање због *ексцентричности*. Обележимо растојање OJ са R, читање (или место на кругу) на које показује права која иде од O ка C, са E и претпоставимо да подела расте у смеру казаљке на часовнику.

Јасно је да је угао $\bar{A}-A$ једнак углу $C\bar{A}O$ у троуглу $C\bar{A}O$ и да је

$$\frac{\sin(\bar{A}-A)}{e}=\frac{\sin\ (C\bar{A}O)}{e}=\frac{\sin OCA}{O\bar{A}}=\frac{\sin\ (180^0-\bar{A}CE)}{R}=\frac{\sin\ \bar{A}CE}{R}=$$

$$=\frac{\sin\ (\bar{A}-E)}{R},$$

ер смо усвојили да подела расте у смеру казаљке на часовнику, а глови се $C\bar{A}O$ и $\bar{A}CE$ изражавају помоћу читања овако: $\bar{A}-A$ и $\bar{A}-E$, не обрнуто, тј. не $A-\bar{A}$ и не $E-\bar{A}$, као што би било кад би подела асла супротно казаљки на часовнику.

Из претходног обрасца добијамо:

$$\sin\ (\bar{A}-A)=\frac{e}{R}\sin(\bar{A}-E).$$

Како је e увек врло мало у поређењу са R, то је разлика $\bar{A}-A$ акође мала; зато се може ставити

$$\bar{A}-A=\frac{e}{R}\sin(A-E),$$

де је $\bar{A}-A$ изражено у радијантима. Множећи обе стране ове једначине а 206 265″, добијамо:

$$(\bar{A}-A)''=(\bar{A}-A)\,206\,265''=\frac{206\,265''\ e}{R}\sin(\bar{A}-E)=e''\sin(\bar{A}-E),$$

де су e'' и $(\bar{A}-A)''$ изражени у лучним секундама. Слично томе (в. § 12), ожемо ставити

$$(\bar{A}-A)''=e''\ \sin\ (A-E).$$

датле, сматрајући да је $\bar{A}$ и A изражено у степенима, минутама и екундама, налазимо

$$A=\bar{A}-e''\ \sin\ (A-E). \tag{7}$$

личан образац читалац може добити и за A_1.

Значи да би се из нетачног читања $\bar{A}$ добило тачно читање A, реба знати e'' и E. Али се ово може избећи на следећи начин. Прет-оставимо да осим индекса A уз тај круг постоји и индекс B постав-ен на супротној страни круга, тако да угао AOB, рачунат од OA ка B у смеру у коме подела на кругу расте износи 180^0+a, где је a али угао (на слици a има негативну вредност). За време посматрања итаћемо круг код оба индекса. Јасно је да ће се читања код B, која емо обележавати словом $\bar{B}$, сва разликовати приближно за 180^0 од итања $\bar{A}$, али не увек за исту величину. Читања $\bar{B}$ носиће такође тступања, и њихова ће се отступања изражавати нађеним обрасцем, ако да ће тачна читања B бити

$$B=\bar{B}-e''\ \sin\ (B-E).$$

Али тачна читања A и B везана су односом

$$B - A = \sphericalangle AOB = 180^0 + a.$$

Према томе,

$$B = \overline{B} - e'' \sin (A + 180^0 + a - E).$$

За мале вредности e'' на основи § 12 са довољном тачношћу можемо написати

$$B = \overline{B} + e'' \sin (A - E).$$

Али је

$$A = B - 180^0 - a$$

и, према томе, из два последња израза добијамо

$$A = \overline{B} - 180^0 - a + e'' \sin (A - E). \tag{8}$$

Ако узмемо средњу вредност два израза (7) и (8), добићемо

$$A = \frac{1}{2} (\overline{A} + \overline{B} - 180^0) - \frac{1}{2} a.$$

а члан који зависи од e ишчезава.

На сличан начин и за друго наше читање A_1 налазимо

$$A_1 = \frac{1}{2} (\overline{A}_1 + \overline{B}_1 - 180^0) - \frac{1}{2} a.$$

Али код свих мерења, као што ће читалац видети даље, увек се тражи *разлика* читања круга у два положаја, па видимо да је

$$A_1 - A = \frac{1}{2} (\overline{A}_1 + \overline{B}_1 - 180^0) - \frac{1}{2} (\overline{A} + \overline{B} - 180^0),$$

тј. да и непознати угао a ишчезава.

На тај начин, да би се мерења ослободила отступања због ексцентричности довољно је имати два индекса на крајевима једног пречника круга и круг читати код оба; затим један од њих треба изабрати за главни (A), од читања код другог (B) увек одузимати 180^0 добијајући $B - 180^0$, а затим узимати средњу вредност: $\frac{1}{2} (A + B - 180^0)$.

36. Корист од два нонијуса или микроскопа. — Приметимо да два дијаметрално супротна индекса на кругу имају још општији значај од онога који је истакнут. Замислимо да су наш круг или алхидада са индексима *мало транслаторно померени* из једног положаја у други, тј. померени тако да свака права остане паралелна свом првобитном положају, без обртања; треба имати на уму да се у том случају читања сваког индекса мењају, али за исту апсолутну величину, само што су знаци ових промена различити; ако са код једног индекса читање смањује, код другог се повећава; ако се на пр. први померио ка млађој црти, други се померио ка старијој, полузбир је остао непромењен. Тај случај може наступити код вертикалног круга универзалног инструмента из овог разлога. Обртање дурбина и вертикалног круга, утврђених за обртну осовину, долази од обртања наглавака осовине на њиховим лежиштима; осовина наглавка који је ближи кругу не мора просецати раван круга у његову средишту, и отуд долази поменуто отступање; али с друге стране алхидада с индексима (нонијусом, мироскопом) навучена је на конусни продужетак обртне осовине; из редине алхидаде полази полуга чији је крај углављен (в. § 24) између пруге и осовине; за алхидаду учвршћена је либела (о њеној улози иди § 55). Ако се осовина конусног продужења обртне осовине е поклапа с осовином наглавка, при обртању обртне осовине алхиада се креће, при чему се по општем правилу кинематике сваки њен оложај може добити из њеног идеалног и непомичног положаја кад е поклапају осовина конуса и наглавка помоћу једног транслаторог померања и једног обртања. Отступање у читању круга које долази д транслаторног кретања поправља се на основи изложених примедаба овом параграфу, читањем код два дијаметрално супротна индекса; а тступање које долази од обртања алхидаде, исправља се помоћу либеле, чему види на крају § 55.

37. Одређивање ексцентричности у пракси. — Тако се утиај ексцентричности круга или алхидаде уклања из читања кругова, због чега ије потребно знати e'' и E. Али за почетнике одређивање ових величина ретставља добру праксу да би стекли извесне навике у читању круга обради посматрања. Да бисмо извели једначину за одређивање e'' и E, поредимо два израза (7) и (8) из § 35:

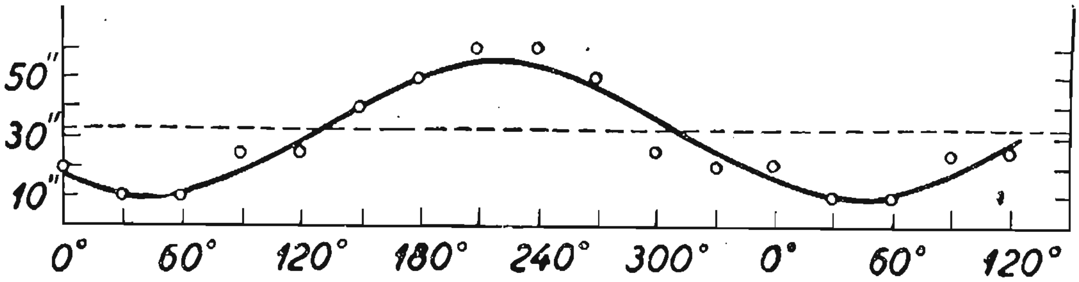
$$A = A'' - e'' \sin(A - E) = \bar{B} - 180^0 - a + e'' \sin(A - E),$$

без осетног отступања можемо под знаком синуса написати $\bar{A}$, тако а добијамо

$$2e'' \sin(\bar{A} - E) - a = \bar{A} - (\bar{B} - 180^0). \qquad (9)$$

вде су $\bar{A}$ и $\bar{B}$ непосредна читања оба индекса (нонијуса или микрокопа) и значи из сваког положаја круга добијамо једну једначину са ри непознате e'', E и a, јер је десна страна позната величина.

Није рационално решавати само три једначине да би се добиле ри непознате; потребно је добити више, на пр. 12 једначина, читањем ба индекса у 12 положаја круга и решити их или методом најмањих вадрата или, што је брже, очигледније и поучније, сладећим графичким утем.



Сл. 16.

Поступићемо на овај начин: 1) Нанећемо 12 тачака с апсцима $\bar{A}$, где $\bar{A}$ има вредност 0^0, 30^0, 60^0, ... 330^0 или, вежбе ради, не округлим степенима, него са малим бројем минута, на пр. $0^0\ 2'\ 0''$, $^0\ 2'\ 0''$ итд., и са односним ординатама $n = \bar{A} - (\bar{B} - 180^0)$, израним у лучним секундима. 2) Повући ћемо кроз добивених 12 тачака синусоиду не старајући се да повлачење буде сувише тачно, већ да она задовољава ове услове: а) да буде крива симетрична према тачкама максимума и минимума, б) да њен горњи део буде исти као и доњи, као да је преклопљен оздо на више, в) да осовина криве буде разуме се паралелна x осовини и да сече криву у двема тачкама, тако да растојања између суседних тачака буду једнака; разуме се, ако почетник има тачну претставу о облику синусоиде, лако ће се избећи велико отступање при њеном повлачењу „од ока". Из ове криве лако је добити тражене величине: ордината осовине криве је a, разлика ордината тачака максимума и минимума је $4\,e''$; E је апсциса оне тачке на осовини у којој је крива сече оздо на више идући у смеру рашћења вредности $\overline{A}$. Корисно је да почетник, који је нашао из сопствених читања ове величине за свој инструменат, израчуна и *линиску* вредност величине CO; разуме се при томе се претпоставља да читаво отступање долази од ексцентричности круга или алхидаде, а не од оба горе поменута узрока.

Пример. — Одређивање ексцентричности Ертелова универзалног инструмента:

$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}-\overline{B}+180^0$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}-\overline{B}+180^0$
0⁰ 05′ 00″	180⁰ 04′ 40″	+20″	180⁰ 05′ 10″	0⁰ 04′ 20″	+50″
30 05 20	210 05 10	10	210 05 40	30 04 40	60
60 05 30	240 05 20	10	240 05 00	60 04 00	60
90 05 50	270 05 25	25	270 05 10	90 04 20	50
120 05 05	300 04 40	25	300 05 35	120 05 10	25
150 05 30	330 04 50	40	330 05 30	150 05 10	+20

Пошто су нанете тачке и повучена крива (в. *сл.* 16), добијамо са ње:

$$e'' = \frac{55'' - 10''}{4} = 11'', \qquad a = -\frac{55'' + 10''}{2} = -32'', \qquad E = 135^0.$$

Полупречник круга једнак је 60 mm, зато је

$$e = \frac{11'' \cdot 60}{206\ 265} = 0{,}0032\,\mathrm{mm} = 3{,}2\,\mu.$$

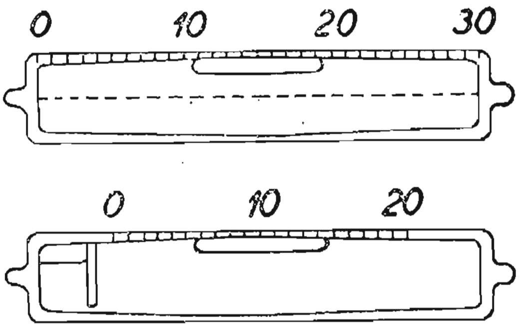
38. Састав либеле и њене особине. — Тако смо научили да читамо кругове и да читања ослобађамо отступања услед ексцентричности. Претпоставимо да имамо универзални инструменат без отступања са узајамно управним осовинама, с визуром управном на обртној осовини; с круговима тачно подељеним и управним на осовинама. Да бисмо имали идеалан инструменат треба још умети довести алхидадну осовину инструмента вертикално. За ту сврху служи помоћни инструменат — либела, а довођење алхидадне осовине у вертикалан положај назива се нивелисање инструмента.

Либела се састоји из стаклене цевчице, која је споља приближно цилиндрична, а чија је унутрашња површина у идеалном случају обртна површина, постала обртањем кружног лука врло великог полупречника (од десетак метара до пола километра) око праве која лежи близу ње са издубљене стране (в. *сл.* 17); ову ћемо праву називати *осовина либеле*

Цевчица је напуњена сумпорним етром и с обе стране залепљена, али тако да у унутрашњости остане мали простор испуњен етарском паром; овај простор не сме бити испуњен ваздухом нити чим другим, осим етра; он се назива либелин *мехур*. Споља су на цевчици нанесени подеоци, обично у размаку од 2—3 mm. Они су или нумерисани тако да приближно на средини цеви стоји нула, а у обе стране бројеви расту или тако да 0 стоји на једном крају, а на средини цеви стоји неки округао број: 10, 15, 20, итд. (ми ћемо га обележавати словом m).

Када је осовина либеле хоризонтална, средина мехура стоји приближно, али не увек и тачно, на том средњем подеоку. Положај мехура на цеви одређује се читањем његових крајева на скали, и то или стварних крајева мехура, или оних места (ближе средини мехура) где се завршава течност и почиње гас. На пр. на сл. 17 горе су читања или 10,6—19,4 ако се читају мехурови крајеви, или 11,4—18,6 ако се читају места где се завршава течност. Читања се врше с тачношћу до десетог дела парса; треба гледати *управно* на либелину осовину да би се избегла паралакса, јер се мехур и скала не поклапају. Дужина мехура се смањује са повишењем температуре, јер је запреминско ширење етра веће од запреминског ширења стакла и због тога што се при повишењу температуре део гаса претвара у течност; да би то могло наступити потребно је да мехур буде испуњен само паром етра.

Да би се избегла ова промена дужине мехура са променом температуре праве се тзв. либеле са комором. Код њих је на једном крају цеви постављена стаклена преграда са рупицом супротно од скале; кад се овај крај спушта или подиже, етарска пара излази из преграде или одлази у њу и запремина мехура се мења.



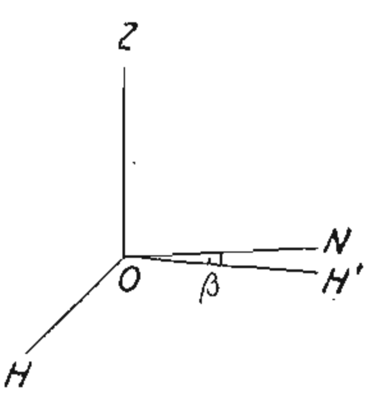
Сл. 17.

Либела се увек ставља у металну облогу, најбоље на тај начин да њени крајеви леже на правоуглим испустима, као наглавци обртне осовине на лежиштима, а крајеви се озго притисну опругама и лежишта споје металном плочицом која се наврће на известан део инструмента. Основна особина либеле састоји се у томе што је веома осетљива на промену нагиба њене осовине према хоризонту; при најмањој промени овог нагиба мехур се помера дуж поделе брже или спорије, што зависи од величине полупречника лука унутрашњег уздужног пресека либеле. Услед силе теже свака кап етра тежи да заузме што нижи положај и зато мехур, тачније његова средина, заузима увек при мирном стању течности највише место у унутрашњости цеви.

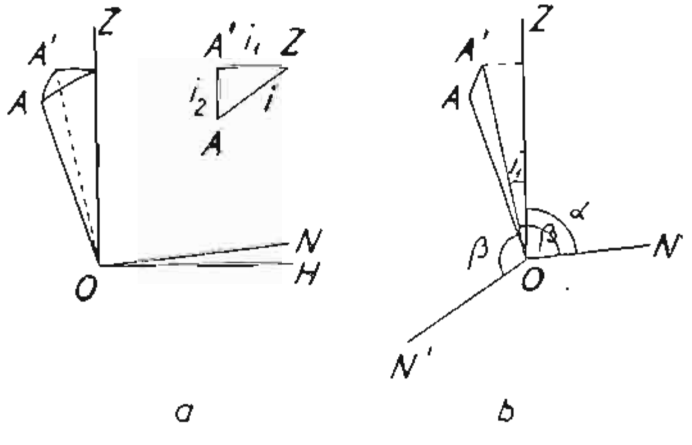
Полазећи од тога важно је разјаснити себи ове либелине особине: 1) Мехур се не помера с места, а) кад се либела окреће око вертикале и б) кад се либела помера транслаторно, тј. тако да свака њена права линија остаје паралелна свом првобитном правцу; доиста, у оба случаја највиша тачка почетног положаја остаје највиша и у свима наредним. 2) Мехур се не помера дуж поделе, већ се само помера управно на осовину, ако се либела обрће око своје осовине; у свима тим случајевима при кретању либеле не мења се нагиб њене осовине према хоризонту. При сваком другом обртању овај нагиб се мења и у вези с тим мења се и положај највише тачке у либели, па се и мехур помера дуж поделе. Следећа два случаја су нарочито важна (сл. 18): 3) Ако се осовина либеле ON обрће око хоризонталне осовине OH која је управна на ON, то кад се раван NOH обрне за угао α, ON се обрне такође за угао α; ако је угао NOH мањи од правог, ON ће се обрнути за угао мањи од α. 4) Ако осовина либеле образује мали угао (од неколико лучних секунада) према хоризонту и обрће се око осовине OH' која је приближно хоризонтална, при чему је угао β између ON и OH' мали, тада је и при великим угловима обртања око OH' (90^0, 180^0, 270^0) промена угла ON према хоризонту ипак мала, — није већа од 2β.

39. Обртање либеле око осовине блиске вертикали. — Испитајмо обртање либеле око осовине OA блиске вертикали OZ (в. сл. 19а). Обележимо мали угао AOZ са i; претпоставимо да OZ и осовина либеле ON леже у равни цртежа, да је осовина OA нагнута према тој равни за угао i_2, да пројекција OA на раван цртежа, или права OA', образује са OZ угао i_1; обележимо угао NOA, који се не мења у току нашег испитивања, са β, а угао NOZ, који се мења, са α: претпоставимо да је α, а значи и β, близу $90^0\ 0'\ 0''$. Тада: 1) ако се осовина OA и заједно с њом ON окрену око хоризонталне осовине OH у равни цртежа за мали угао i_2 док се OA не поклопи са OA', померање мехура ће бити сасвим незнатно (четврти случај наведен у § 38, сам угао обртања око OH је врло мали, неколико секунада); 2) ако се либела обрне *око осовине* OA' за 180^0, добија се положај претстављен на сл. 19б; пре обртања је $\alpha_1 = \beta - i_1$, после обртања $\alpha_2 = \beta + i_1$; према тома је

$$i_1 = \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1) \quad \text{и} \quad \beta = \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2).$$



Сл. 18.

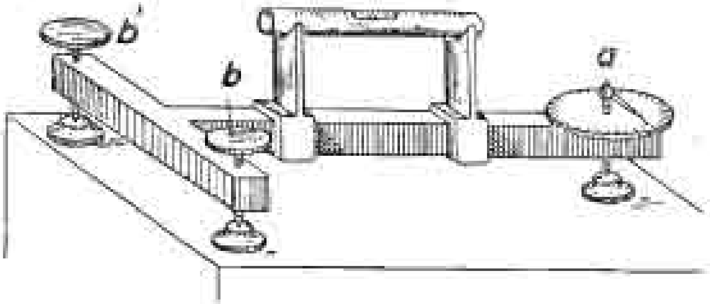


Сл. 19.

На овим закључцима заснива се примена либеле на довођење вертикалне осовине инструмента у положај близак вертикали (в. § 42 и 43).

40. Испитивање либеле; испитивач либела. — Осим поменуте, либела има и другу примену, на мерење малих углова између обртне осовине инструмента и хоризонталне равни и на мерење малих промена у нагибу према хоризонту оног дела инструмента за који је утврђена либелина облога. Но за такву примену либеле треба знати *вредност једног њеног дела*, тј. угао (у секундама или деловима секунде) за који се промени нагиб либелине осовине према хоризонту кад се мехур помери за један део на либелиној цеви, шта више треба испитати да ли је једнака вредност дела на свима местима скале, а тако исто како се она мења са променом температуре.

За таква испитивања служи нарочити инструменат — *испитивач либела* (сл. 20). Он се састоји из масивне гвоздене полуге са мањом



Сл. 20. Испитивач либела

попречном полугом, најчешће у облику слова *T*, или крста ако попречна полуга није на крају главне. На крајевима попречне полуге, на једнаком отстојању од осовине главне полуге, налазе се два паралелна завртња *b* и *b'*, који се својим крајевима ослањају на хоризонталну подлогу, а с друге стране попречна полуга образује приближно хоризонталну осовину око које се може обртати главна. На крају главне полуге налази се матица у коју улази веома тачан завртањ *a*, чија је осовина постављена врло приближно у вертикалу. Својим доњим крајем завртањ *a* се ослања на стаклену или ахатну хоризонталну плочицу, која се налази приближно на истој висини као хоризонтална обртна осовина. Завртњева глава подељена је обично на 60*k* делова, где је *k* цео број. При завртању и одвртању овог завртња његова се матица подиже или спушта и главна полуга се обрће око осовине. Либела која се жели испитати ставља се својом облогом на овај инструменат тако да њена осовина буде паралелна равни која пролази кроз осовину завртња *a* и стоји управно на обртној осовини. Претпоставимо да ова раван (то је раван цртежа) сече обртну осовину у тачки *E* (сл. 21) и да је подножје нормале из *E* на осовини завртња *A* тачка *D*. Повуцимо хоризонталну праву *ED'* до пресека са осовином завртња у тачки *D'* и обележимо малу разлику између либеле *ED'* и подлоге *A'* (или растојање између њих) са *b*. Растојање *ED* обележимо са *d*, висину завртњева хода са *a*, угао *DED'* са α; јасно је да ће исти толики угао образовати *DD'A* са вертикалом. У пракси је угао α врло мали (неколико десетина секунада). Дужина *DA* зависи од положаја завртња у његовој матици; при завртању (или одвртању) завртња за један цео обрт дужина се *DA* повећава (односно смањује) за висину завртњева хода *a*. Са слике је

Сл. 21.

$$DA = DD' + D'A = d \operatorname{tg} \alpha + b \sec \alpha.$$

Ако је завртањ заврнут за n обрта, DA ће се повећати за дужину n висина завртњева хода a и постаће $DA + na$, а угао α ће се повећати и постати, рецимо, $\alpha + n\beta$. Тада ће бити

$$DA + n\alpha = d \operatorname{tg}(\alpha + n\beta) + b \sec(\alpha + n\beta).$$

Но како је b мало и углови α и $\alpha + n\beta$ су такође мали, а секанс малог угла мења се врло споро, па се с великом тачношћу може ставити да је

$$b \sec(\alpha + n\beta) = b \sec \alpha$$

и тада ћемо одузимањем прве једначине од друге добити

$$na = d\,[\operatorname{tg}(\alpha + n\beta) - \operatorname{tg}\alpha].$$

Али како су углови α и $\alpha + n\beta$ увек мали, то се може ставити

$$\operatorname{tg}(\alpha + n\beta) - \operatorname{tg}\alpha = \frac{(\alpha + n\beta)''}{206\ 265''} - \frac{\alpha''}{206\ 265''} = \frac{n\beta''}{206\ 265''},$$

где ознака $''$ означава лучне секунде.

Тако ћемо добити:

$$n\,\beta'' = \frac{na}{d}\,206\ 265''.$$

Према томе, ако се измере ма на који начин дужине a и d, може се израчунати промена нагиба праве ED према хоризонталној равни, знајући угао обртања завртња A у његовој матици. Треба имати на уму да ће исту промену нагиба као ED претрпети и свака права у нашем инструменту, која је паралелна вертикалној равни што пролази кроз ED. Ставимо ли $n = 1$, добијамо промену тога нагиба која одговара једном обрту завртња $\beta = (a/d)\,206\ 265''$, а ако овај број поделимо бројем делова $60\ k$ завртњеве главе, добићемо промену нагиба која одговара обртању завртња за један део главе.

Завртањ мора бити што је могуће тачнији и добро испитан; што се тиче других делова инструмента, од њих се не тражи нарочита тачност. За праксу није потребно знати вредност једног дела либеле тачније од једног његовог хиљадитог дела. Ако у испитивачу осовина завртња A отступа од вертикале, обртна осовина од хоризонталне праве и осовина завртња од нормале на линији BC, за неке мале углове ε, онда ће отступања наших испитивања либеле која отуд долазе бити истог реда као и разлика између 1 и $\cos\varepsilon$; на пр. ако је $\varepsilon = 2^0$, отступања ће бити реда $1 - \cos 2^0$, тј. 0,0006 мерене величине, тј. у границама отступања која се могу допустити. Али отступање од 2^0 на поменутим угловима може се лако открити чак и од ока; према томе од конструкције и постављања испитивача се не тражи никаква нарочита тачност, тражи се само добра каквоћа завртња A, као што је већ било поменуто

41. Практични начин за испитивање либеле. — Да бисмо испитали либелу стављамо је *са њеном облогом* на испитивач тако да њена осовина буде приближно, од ока, паралелна вертикалној равни која пролази кроз ED (в. § 40) и приближно хоризонтална. Либелу треба увек испитивати у оној њеној облози у којој ће бити утврђена за инструменат, јер никада не можемо бити сигурни да се кривина њене унутрашње површине неће променити при њеном затварању у облогу.

На испитивачу либела може се увек осовина либеле поставити приближно хоризонтално; за то је боље не прибегавати завртњу A, примењујући га само за мерење, а не и за дотеривање. После тога обртањем завртња A доводи се мехур на крај цевчице супротно од завртња, завртањ се поставља тако да читање на његовој глави износи округао број делова, мехур се пусти да се умири и прочитају се његови крајеви; затим се завртањ заврне за k целих делова, колико је потребно да се мехур помери за 2—3 дела, пусти се да се мехур умири и прочитају се сба његова краја; завртањ се заврне још за k целих делова, да би се мехур померио за још 2—3 дела, мехур се пусти да се умири и прочитају се оба његова краја; завртањ се заврне за још толико целих делова итд., и ово се продужи све док мехур не пређе на крај ближи завртњу; после тога ово се понови обрнутим редом, тј. завртањ се доводи на раније подеоке главе и чита се либела; притом ће бити потребно да се завртањ одврће, али га при сваком дотеривању треба одврнути више него што је потребно, а затим га *завртањем* поставити како треба (в. § 31 на крају); и тако се доведе мехур на крај либеле супротно од завртња. После тога од сваког пара читања мехурових крајева узима се средња вредност и тако се добијају читања средине мехура c_1', c_2', c_3', ... , а затим се из два низа посматрања узму средње вредности c_1, c_2, c_3, ... и напослетку се образују разлике $\triangle_1 = c_2 - c_1$, $\triangle_2 = c_3 - c_2$, $\triangle_3 = c_4 - c_3$, ... , које показују колико либелиних делова на разним местима њене скале одговарају броју k делова завртњеве главе на испитивачу, који се могу изразити у лучним секундама. Код добре либеле ове разлике морају бити сталне у границама неизбежних случајних отступања.

Да би се испитала једнакост или разлика вредности једног дела на разним местима цеви, најбоље је начинити график на који ће се као апсцисе нанети читања c_1, c_2, c_3, . . . , а као ординате читања на глави испитивачева завртња, претворена у лучне секунде. Нанесене тачке морају лежати на правој линији ако је вредност дела стална у границама случајних отступања. Да би се смањио утицај случајних отступања треба описани поступак с либелом поновити два и више пута. Ако нанесене тачке очигледно леже на кривој, онда пажљиво повлачимо ту криву и праву линију паралелну апсцисној осовини кроз ону тачку криве чија је апсциса једнака читацу m на средини цеви (10, 15, 20 . . . . .), и од те праве на више и на ниже начинимо скалу ордината у лучним секундама. У том случају ћемо за свако читање моћи, са нанесене криве, по тој новој скали ордината да одредимо угао који међу собом заклапају два положаја либелине осовине; један, када средина мехура има дато читање и други, када средина мехура стоји на средњем подеоку m цеви. На тај начин, или помоћу таблице добивене са графика, добићемо оно што нам је потребно од либеле.

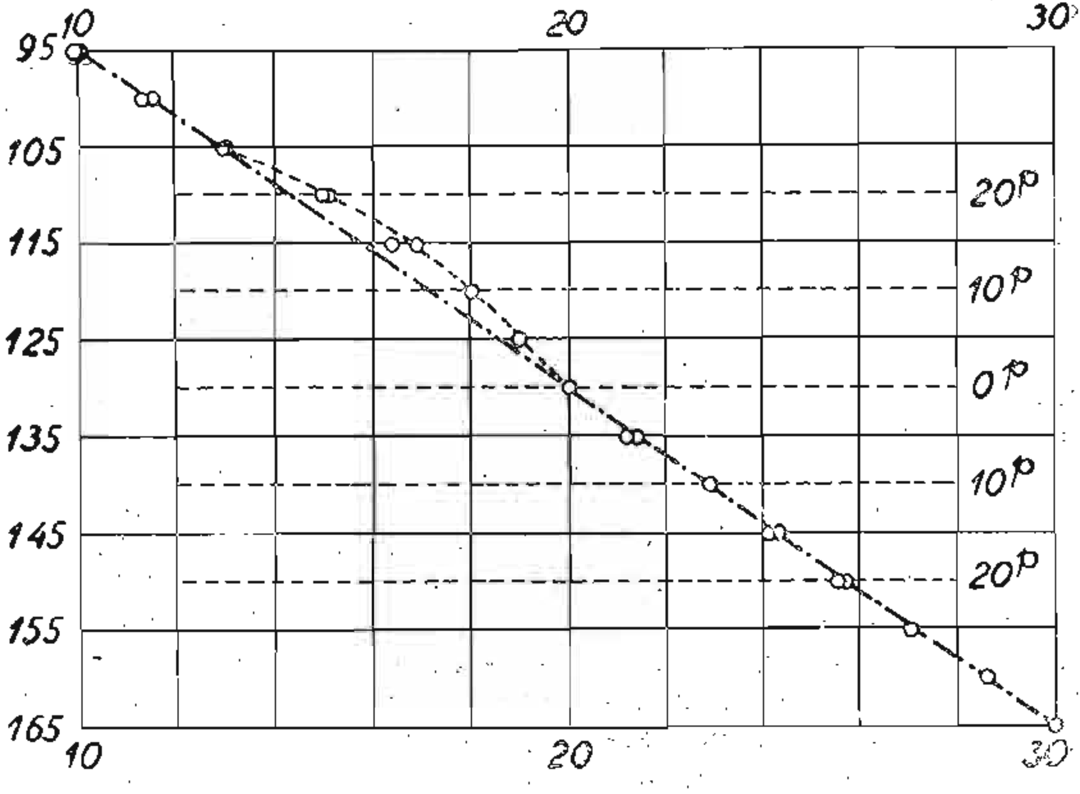
Приметимо да се често разлике стања либеле не изражавају у деловима, него у *полуделовима* њене цеви; тада се узима збир а не полузбир читања мехурових крајева, као што смо ми чинили, а даље све иде како је изложено; као резултат добива се вредност једног полудела. Разуме се да у том случају и при обради посматрања треба узимати разлику између сабраних читања мехурових крајева и 2 m, где је m број средње црте на либелиној цеви. Либелу треба испитати на разним температурама.

Постоји и други начин испитивања либеле, који не захтева да се она скида са инструмента, а који је предложио Комсток. Он је описан у §§ 64 и 65.

Пример испитивања либеле.

У првом ступцу дата су читања главе испитивачева завртња (1 део главе једнак је 0″,682); у другом, трећем, петом и шестом ступцу налазе се читања крајева либелина мехура, а у четвртом и седмом ступцу средња вредност другог и трећег, и петог и шестог ступца, тј. средина мехура:

	Прва серија			Друга серија		
95	— 1,0	21,0	10,00	— 0,8	21,0	10,10
100	0,4	22,2	11,30	0,6	22,4	11,50
105	2,0	23,9	12,95	2,0	24,0	13,00
110	4,0	26,0	15,00	4,1	26,0	15,05
115	5,5	27,4	16,45	6,0	27,9	16,95
120	7,1	29,0	18,05	7,1	29,0	18,05
125	8 0	30,0	19,00	8,0	30,0	19.00
130	9,0	31,0	20,00	9,1	31,0	20,05
135	10,2	32,1	21,15	10,5	32,3	21,40
140	12,0	33,8	22,90	11,9	33,8	22,85
145	13,2	35,0	24,10	13.4	35,2	24,30
150	14,6	36 5	25,55	14,8	36,6	25,70
155	16,0	38,0	27,00	16,1	38,0	27,05
160	17,7	39,5	28.60	17,7	39,5	28.60
165	19,0	41,0	30,00	19,0	41,0	30,00



Сл. 22.

Ако нанесемо тачке онако како је речено на страни 51 добићемо сл. 22. Јасно се запажа испупчење криве између либелиних поделака 13,0 и 20,0. Средња вредност једног дела једнака је

$$\frac{165-95}{30,0-10,0} \text{ делова завртњеве главе} = \frac{70}{20} = 3,50 \text{ делова главе} =$$

$$= 3,50 \cdot 0'',682 = 2'',39,$$

али притом је допуштено отступање до три дела главе, тј. до 2'', ако средина мехура стоји на 15—18 подеоку либеле. Да бисмо обрачунали ово отступање треба се користити *кривом* линијом и скалом чија нула одговара средини либелине цеви; ова скала нанета је испрекиданим линијама.

42. Нивелисање инструмента. — Ако је либела на алхидади вертикалног круга спојена са инструментом како је описано у § 23, може се помоћу ње довести алхидадна осовина приближно у положај вертикале. У том циљу се окрене вертикални део инструмента тако да осовина либеле буде паралелна једноме од три крака основе и обртањем положајног завртња A на крају тога крака доведе се мехур либеле на средину; претпоставимо да је после тога угао између алхидадне осовине и вертикале такав да је његова пројекција на вертикалну раван паралелну осовини либеле i_1 [в. § 39]; при чему нам је величина i_1 потпуно непозната. Затим се горњи део инструмента окрене око алхидадне осовине инструмента приближно за 180°; мехур ће у општем случају отићи на крај цеви, јер ће осовина либеле према изложеном у § 39 скренути за угао $2i_1$ од оног свог положаја када мехур стоји на средини цеви; тада опет доводимо мехур на средину цеви окретањем истог положајног завртња A једноликим обртањем његове главе, на пр. четврт по четврт обрта, *бројећи* ова кретања. Ми смо значи нагнули инструменат за угао $2i_1$ и према томе је његова осовина у вертикалној равни паралелна осовини либеле опет нагнута за угао i_1, али у супротну страну; зато обрћемо поменути завртањ A у супротну страну за *половину* избројаних четвртина обрта, на тај начин осовина је већ доведена приближно вертикално и i_1 се ближи нули. Затим завртњем на алхидади с либелом окрећемо је док мехур не дође на средину. После тога се окреће вертикални део инструмента око алхидадне осовине за 90°; мехур либеле неће остати у средини цеви, јер алхидадна осовина инструмента у равни паралелној осовини либеле образује с вертикалом угао i_2 (сетимо се сл. 19 — на страни 48 и инструменат треба да нагнемо док његова алхидадна осовина крећући се у *тој* равни не дође до вертикале. У том циљу обрћемо обема рукама друга два положајна завртња B и C, један заврћући, други одврћући, једнаким и једновременим обртима, све док мехур либеле не дође на средину и угао приближно на нулу.

Никада не полази за руком да се све ове радње изврше са таквом тачношћу да се боља пожелети не може, те се јавља потреба да се оне понове још једанпут, а понекад и неколико пута истим редом. Када се дође дотле да се при обртању горњег дела инструмента за 180° мехур само мало удаљује од средине, тако да се оба његова краја могу прочитати на подели цеви, онда већ није подесно ценити скретање инструмента према обртима положајног завртња, већ га треба ценити према померању либелина мехура и за половину тога померања враћати мехур ка средини цеви положајним завртњем, а за другу половину завртњем алхидаде с либелом.

43. Други начин нивелисања. — Постоји други начин нивелисања при коме се користе само два положајна завртња, на пр. A и B, а трећи се C не дира. Ево његова кратка описа: читаоцу се предлаже да испита шта се дешава с алхидадном осовином инструмента после сваке радње. Горњи део инструмента доведе се тако да осовина либелина буде паралелна са AC; завртњем A доведе се либелин мехур на средину; обрне се горњи део инструмента за 180°; мехур се доведе на средину цеви померањем до половине завртњем A, као у првом начину (броје се четвртине обрта итд.), а од половине завртњем на алхидади; горњи део инструмента окрене се за 90°; мехур се доведе на средину завртњем B. Ради веће тачности све се понови још једанпут или неколико пута истим редом.

Може се сматрати да је нивелисање добро, ако ни у једном положају горњег дела мехур не отступа од средине више од једног дела. Бољем нивелисању не треба тежити, јер се у току посматрања тачније нивелисање скоро никад не може сачувати.

Када је инструменат нивелисан, може се: 1) проверити узајамна управност његових осовина, 2) правилно поставити мрежа конаца, да хоризонталан конац буде доиста хоризонталан, 3) проверити управност визуре према обртној осовини.

44. Теорија и пракса либеле на обртној осовини. — Да би се одредио угао између осовина инструмента треба после брижљивог нивелисања одредити угао између обртне осовине и хоризонталне равни; видећемо касније (в. §§ 60 и 94), да је ово потребно и при мерењу азимута. Овај се угао одређује помоћу тзв *либеле на хоризонталној или обртној осовини.* У њој је стаклена цев либелина смештена у облогу која има облик месингане цеви или плоче на чијим су крајевима утврђени *носачи*, који се завршавају правоуглим ракљама као и лежишта осовине; овим се ракљама либелина облога може *ставити* на наглавке обртне осовине или *обесити* о њих што не претставља битну разлику. Али је важно да се свака ракља либелине облоге ослања на *исти* (тзв. радни) пресек наглавка, којим се он ослања о своје лежиште.

Теорија и пракса употребе овакве либеле састоји се у овоме. Претпоставимо да је обртна осовина инструмента тачно хоризонтална, да оба наглавка имају једнак пречник и да се нула либелина налази на једном њеном крају. Ставимо либелу на осовину тако да нула либелина буде лево (први положај), забележимо читања мехурових крајева, левог a и десног b; $b > a$. Скинемо либелу, обрнемо тако да нула дође десно (други положај) и опет је ставимо на осовину. Како се оба наглавка налазе на истој висини (јер је по претпоставци осовина хоризонтална), то ће се после обртања либеле оба њена краја налазити на *ранијој* висини, па се положај мехура у другом положају неће изменити и читања његових крајева биће иста, десног a и левог b. Претпоставимо сад да се правац осовине инструмента променио, да је она нагнута за угао i'' према хоризонту и то да је подигнут њен десни крај; претпоставимо да је α'' вредност једног дела либеле и обележимо разломак i''/α'' са i. Тада ће се у првом положају либеле мехур померити у односу на његов положај када је осовина хоризонтална за i делова и читања његових крајева биће $\overline{a}_1 = a + i$, $\overline{b}_1 = b + i$; у другом положају мехур ће се такође померити у десно, али ће се овај пут он померити ка нули либеле и зато ће читања бити $\overline{b}_2 = b - i$ и $\overline{a}_2 = a - i$.

Приметимо да се идеалан положај обртне осовине не може никад постићи, али нам сваки реалан случај пружа могућност да добијемо читања обележена словима са цртицом изнад; значи читања $\overline{a}_1$, $\overline{b}_1$, $\overline{a}_2$, $\overline{b}_2$ биће нам позната. Но из горе написаних једнакости лако добивамо

$$\frac{1}{2}(\overline{a}_1 + \overline{b}_1) = \frac{1}{2}(a + b) + i,$$

$$\frac{1}{2}(\overline{a}_2 + \overline{b}_2) = \frac{1}{2}(a + b) - i.$$

Одатле изводимо

$$i = \frac{1}{2}\left(\frac{\overline{a}_1 + \overline{b}_1}{2} - \frac{\overline{a}_2 + \overline{b}_2}{2}\right)$$

и

$$\frac{a + b}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\overline{a}_1 + \overline{b}_1}{2} + \frac{\overline{a}_2 + \overline{b}_2}{2}\right).$$

На тај начин из наших реалних читања добијамо нагиб осовине i изражен у деловима либеле и кад знамо α'' добијамо га израженог у лучним секундама $i\alpha''$ по следећем правилу: Од полузбира читања мехурових крајева при положају „нула либеле лево" треба одузети полузбир читања мехурових крајева при положају „нула либеле десно"; разлика је нагиб осовине у полуделовима либеле, при чему знак плус означава „да је десни крај осовине виши од левог".

45. Случај када се либелина нула налази на средини цеви. — Ако се либелина нула налази на средини цеви и подела расте у обе стране, може се једном за свагда деловима једне половине приписати знак плус, а деловима друге половине знак минус, и тада остаје у важности малочас изведено правило, само у њему треба ставити место речи „нула лево", „нула десно", речи: „негативни делови лево", „негативни делови десно". У том случају читања $\overline{a}_1$, $\overline{b}_1$, $\overline{a}_2$, $\overline{b}_2$, садрже у себи и знаке $+$ и $-$. Али се може поступити и друкчије, па се не морају деловима приписивати знаци $+$ и $-$, ако је нула на средини цеви. Довољно је да посматрач читајући либелу увек са једног свог положаја пред либелом разликује десни и леви крај либеле, тако да његови записи буду: l_1, d_1, l_2, d_2, где l и d означавају читања левог и десног краја либелина мехура. Ако упоредимо оба начина писања добићемо следеће везе:

$$l_1 = m - a_1;\ d_1 = \overline{b}_1 - m;\ l_2 = \overline{b}_2 - m;\ d_2 = m - \overline{a}_2.$$

или

$$\overline{a}_1 = m - l_1 ; \overline{b}_1 = m + d_1 ; \overline{a}_2 = m - d_2 ; \overline{b}_2 = m + l_2 ,$$

и према томе је

$$i = \frac{1}{2}\left[m + \frac{d_1 - l_1}{2} - \left(m + \frac{l_2 - d_2}{2}\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{d_1 + d_2}{2} - \frac{l_1 + l_2}{2}\right] .$$

Ако је $i > o$, десни крај либеле је виши од левог.

46. Изједначење носача либеле на обртној осовини. — Треба имати на уму да је мерење нагиба обртне осовине према хоризонталној равни на изложени начин могуће само под овим условима: 1) Ако тај нагиб није велики, — иначе ће се либелин мехур налазити увек на оном крају осовине који је виши и читање мехурових крајева биће немогуће; 2) ако се при тачно хоризонталној осовини мехур налази близу средине цеви, јер ако је један носач знатно дужи од другог мехур ће се без обзира на нагиб осовине у оба положаја налазити на једном истом крају цеви. У случају када је нивелисање универзалног инструмента већ извршено, као што је описано у § 42 и 43, нагиб обртне осовине не може бити велики и зато померања мехура при прелазу са једног положаја либеле на други не могу бити осетна; ако се ипак мехур држи на једној истој половини цеви, треба мало изменити његов положај према носачима његове облоге или, како се каже, продужити или скратити један од носача, тј. удаљити или приближити један крај либелине цеви испусту који се ослања на наглавак. Свака либела на обртној осовини има направу за ову сврху; како су оне врло различите, то их ми нећемо описивати. Кад смо, према потреби, изједначили либелине носаче, можемо постићи да читање

$$\frac{1}{2}(a+b) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(\overline{a}_1 + \overline{b}_1) + \frac{1}{2}(\overline{a}_2 + \overline{b}_2)\right]$$

буде блиско читању m на средини либелине цеви.

Носачи либеле на обртној осовини могу се изједначити и другачије и то на овај начин Инструменат се обрне око алхидадне осовине да му један крај обртне осовине дође изнад једног од три положајна завртња; обележимо га са A. Либела се стави на осовину и обртањем завртња A доведе њен мехур на средину поделе. Либела се обрне у други положај на осовини. Ако је нагиб обртне осовине i, онда из претходног закључујемо да се нагиб либелине осовине према хоризонталној равни променио за $2i$. Обрћући завртањ A и бројећи његове обрте или четвртине обрта, опет доводимо мехур на средину поделе; нека смо, на пример, са n завртњевих обрта променили нагиб обртне осовине за $2i$. У том случају обрћући завртањ за $\frac{n}{2}$ обрта у супротном смеру довешћемо обртну осовину у хоризонталан положај. Либелин мехур се притом неће зауставити на средини поделе, па ћемо га, делујући на корективне завртње, којима се један од носача може продужити или скратити, довести на средину поделе. Обично једна оваква радња није довољна, те је треба одмах поновити. Ако после обртања либеле на осовини мехур отступа само за мали број делова, завртањ *А* треба обрнути само толико да се мехур помери ка средини поделе само за половину његова растојања од средине, а померање за другу половину растојања треба извршити променом дужине носача. Тако се може постићи да и осовина буде хоризонтална и либелини носачи једнаки: у оба положаја либелина на осовини мехур ће тада стајати на средини поделе.

47. Паралелност либелине осовине и обртне осовине инструмента. — Постоји још један услов који треба да задовољи положај либелине цеви у њеној облози, и то: ако ставимо либелу на обртну осовину инструмента и ову обрћемо колико то допуштају лежишта, мехур се не сме померати дуж цеви. Он ће се међутим мало померати, ако осовина либеле није паралелна са осовином инструмента (в. §38, четврти случај). Постоје нарочити бочни завртњи којима се може један крај цеви померити у њеној облози управно на осовину и тако довести у паралелност осовина либеле и инструмента. Ако посматрач при удаљавању либеле на обртној осовини *од себе* види да се мехур помера удесно, треба запамтити да ће поправку извршити ако у облози помери десни крај цеви *од себе*.

Ако је либела у свему исправна можемо одредити нагиб обртне осовине према хоризонталној равни и, ако је претходно инструменат био нивелисан, самим тим приближно одредити и отступање између осовина од 90^0. Приметимо на овом месту да у пракси уопште није потребно познавати тачно ово отступање; потребно је само да оно буде мало и да зато и нагиб обртне осовине после нивелисања буде мали. Ако се угао између осовина покаже знатно различит од 90^0, на пр. за више од $1'$, онда га треба исправити, на пр. помоћу нарочите направе код једног лежишта описане у § 25, или на који било други начин.

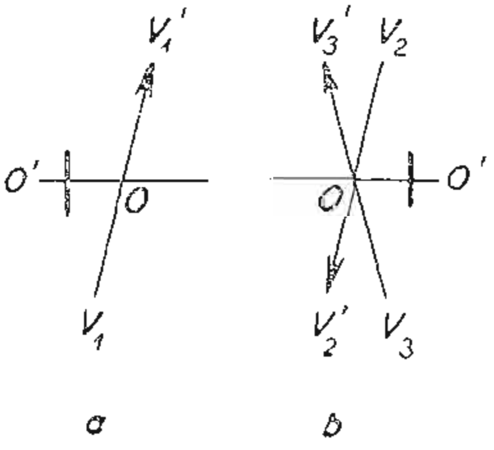
48. Нивелисање либелом на обртној осовини. — Ако је либела на обртној осовини у реду, нарочито ако је $\frac{1}{2}(a+b)$ врло близу средњем подеоку цеви, њоме се може вршити нивелисање инструмента, чак и брже него либелом на вертикалном кругу, на следећи начин. Окрене се инструменат тако да осовина либеле буде паралелна линији која спаја два положајна завртња и једним од њих се мехур доведе тачно на средину цеви, а затим се горњи део инструмента обрне за 90^0 и трећим завртњем се опет доведе мехур на средину. Али после овога ипак треба прећи на либелу код вертикалног круга и њоме нивелисање привести крају, а саму либелу поставити правилно, тј. тако да њен мехур стоји на средини цеви.

Треба добро запамтити да је описана пракса одређивања нагиба обртне осовине и осталог тачна само у случају ако су оба наглавка обртне осовине међу собом једнаки кружни ваљци. У противном случају, тј. у свим реалним случајевима, потребна су допунска испитивања. Она нису важна за одређивање зенитног отстојања зато се сада њима нећемо бавити; на то ћемо се питање вратити када будемо објашњавали читање на хоризонталном кругу у §61 и у гл. XVI.

49. Дотеривање мреже конаца. — Кад је инструменат нивелисан треба поставити тачно мрежу конаца, тј. тако да средњи хоризонтални конац буде доиста хоризонталан. У том циљу после нивелисања инструмента дурбин се управи на какав било нишан близу хоризонталне равни која пролази кроз инструменат, а који се налази на великом отстојању од инструмента (на пр. на пола километра или више), да не би било потребно јако извлачити окуларну цев из положаја у коме се налази при посматрању небеских тела. Изабрана тачка доведе се на крај хоризонталног конца у видном пољу, утврде се завртњи обеју осовина и горњи део инструмента се обрће завртњем по азимуту, а у дурбину се прати да ли тачка све време остаје на хоризонталном концу. Ако не остаје, онда треба корективним завртњима, који се увек налазе на окуларном крају дурбина, окренути мало рам с концима или окуларну цев тако да средњи конац постане што тачније хоризонталан и да нишан остаје на њему при прелазу са једног краја поља вида на други. Остали конци треба да су унапред разапети на раму тако да једни буду паралелни са овим основним хоризонталним концем, а други управни на њему.

50. Одређивање колимације централног дурбина. — У идеалном инструменту (§ 28) визура дурбина управна је на обртној осовини. У реалном инструменту она треба с њом да заклапа угао који се само за неколико лучних секунада разликује од 90°, у сваком случају мање од једне минуте. Разлика између овог угла и 90° назива се *колимација*. Ми ћемо видети даље да при раду с универзалним инструментом није потребно тачно знати вредност колимације, али је потребно да она буде мала. Стога треба објаснити како се она мери. Договоримо се тачније да угао између правца визуре од окулара ка објективу и правца обртне осовине од дурбина ка кругу обележавамо са $90^0 + c$, где је c (позитивно или негативно) величина *колимације*.

Претпоставимо на почетку расуђивања да је наш дурбин централан и да визура дурбина сече алхидадну осовину инструмента. Под претпоставком да је инструменат напољу, изаберимо исту онаку мету као при дотеривању хоризонталног конца (в. § 48), али нарочито далеко, да би се окуларна цев што је могуће мање померала из положаја за посматрање небеских тела. При положају инструмента „круг лево" наведе се дурбин на мету, тј. тако да се мета види у средишту средњег крста конаца (пресек средњег хоризонталног конца са средњим вертикалним) и прочитају се оба нонијуса (или микроскопа) на хоризонталном кругу; нека је читање круга A_1; на слици 23а положај визуре је $V_1 V_1'$. Ако обрнемо горњи део инструмента око алхидадне осовине тачно за $180^0\,00'\,00''$, визура ће прећи у положај $V_2 V_2'$, паралелан са $V_1 V_1'$, али супротног смера (сл. 23б); окренемо ли у том положају дурбин око обртне осовине ка истој мети, визура ће заузети правац $V_3 V_3'$ и посматрач ће видети у пољу вида мету, али већ не на крсту конаца, него у нашем случају лево од њега. Да би се мета довела на крст конаца биће потребно да



Сл. 23.

се обрне горњи део инструмента око алхидадне осовине у смеру казаљке на часовнику за угао једнак малом углу између $V_2'V_2$ и V_3V_3'; читање хоризонталног круга ће се изменити, и ако бројеви код подела расту у смеру казаљке на часовнику, и обрће се алхидада с индексима а круг стоји, као што то обично и бива, онда ће читање A_2 бити веће: $A_2 > A_1 + 180^0$. За колико? Ако узмемо у обзир усвојену дефиницију колимације, биће $V_1'OO' = 90^0 + c$; $V_2'OO' = 90^0 + c$; $V_2OO' = 90^0 - c$; $V_3OO' = 90^0 + c$ и према томе угао $V_3'OV_2$ за који треба дурбин окренути по азимуту биће $(90^0 + c) - (90^0 - c) = 2\,c$; тј. једнак двострукој колимацији. Према томе је $A_2 - (A_1 + 180^0) = 2\,c$. Ако је $c = 0$, мета ће после два поменута обртања доћи на средину крста, тако да окретање дурбина после читања $A_1 + 180^0$ више није потребно.

У последњем положају дурбина посматрач непосредно види двоструку колимацију: то је растојање између лика мете у дурбину и средишта крста конаца. Колимацију треба смањити што је могуће више и зато се у сваком дурбину може мрежа конаца померати у правцу обртне осовине (в. § 25). То се врши помоћу два корективна завртња, од којих један треба, да би се мрежа померила, мало одвртати, а други после тога завртати докле се може (треба пазити да се не сломе главе завртњева, оне су доста нежне). Може се поступати двојако: 1) или се запамти растојање између средишта крста и лика мете при последњем положају дурбина V_3V_3', па се мрежа конаца помери ка лику мете за *половину* тога растојања од ока; 2) или се горњи део инструмента доведе на средину између читања $A_1 + 180^0$ и A_2, тј. на $\frac{1}{2}(A_1 + 180^0 + A_2)$; тада ће се крст конаца померити за величину c ка лику мете и тада треба већ поменутим завртњима померити мрежу да се крст конаца поклопи с ликом мете.

51. Одређивање колимације бочног дурбина. — Претпоставимо да је d угао између праве која спаја изабрану мету с тачком пресека осовина инструмента и визуре у случају када је визура управљена на мету. Ако поновимо исте радње као и у случају централног дурбина, а у случају бочног дурбина обележимо читања са B, онда ћемо имати (в. сл. 24)

$$B_1 = A_1 - d, \qquad A_1 = B_1 + d.$$

$$B_2 = A_2 + d, \qquad A_2 = B_2 - d,$$

и према томе

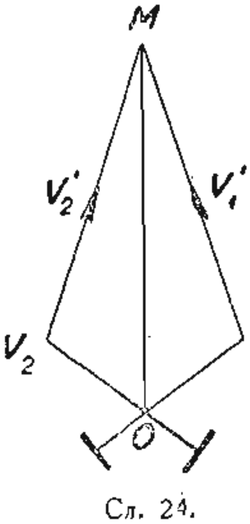
$$2\,c = B_2 - d - (B_1 + d + 180^0) = B_2 - B_1 - 180^0 - 2\,d$$

и

$$2\,(c + d) = B_2 - (B_1 + 180^0)$$

То значи да се утицај колимације сабира са утицајем бочног положаја дурбина и да се они у нашим радњама не могу одредити; треба у пракси ослабити утицај бочног положаја дурбина бирајући мету што даље, тј. d што мање.

52. Метода Мирољубове за одређивање колимације. — А. С. Мирољубова указала је на методу коју до данас, колико ми је познато, није објавила ни она нити ко други, а којом се може одредити колимација и бочног дурбина не излазећи из собе средње величине. Ево те методе нешто упрошћене.



Сл. 24.

На сл. 24 приказан је први и други положај визуре у радњи описаној у § 51, при чему је отстојање MO мете од тачке пресека осовина обележено са D, а растојање између тачака пресека обртне осовине са ахлидадном осовином и визуром, тј. OV_1 и OV_2 са a. Као што се из § 51 види, мали угао између два положаја обртне осовине је $B_2 - B_1 - 180^0$; означимо га са b. Четвороугао који образују праве: визура у првом положају, отсечак a у првом положају, исти отсечак у другом положају и визура у другом положају, — дели права OM од тачке пресека осовина до мете на два симетрична троугла; у сваком од њих највећа страна је D, а супротни угао $90^0 + c$; мања страна је a, а други налегли угао на њој је угао $90^0 - \frac{1}{2}(B_2 - B_1 - 180^0)$; према томе њој супротни угао с теменом у мети је

$$180^0 - (90^0 + c) - \left[90^0 - \frac{1}{2}(B_2 - B_1 - 180^0)\right] \text{ или } \frac{1}{2}(B_2 - B_1 - 180^0) - c.$$

Стога је

$$\frac{a}{D} = \frac{\sin\left[{}^1/_2\,(B_2 - B_1 - 180^0) - c\right]}{\sin\,(90^0 + c)} = \frac{\sin\left[{}^1/_2\,(B_2 - B_1 - 180^0) - c\right]}{\cos c}.$$

Извршимо друго такво посматрање са другом метом, чије је отстојање D' знатно, на пр. двапут веће или мање од отстојања D. Означимо односна читања са B_1' и B_2'. Тада ћемо имати сличну једначину

$$\frac{a}{D'} = \frac{\sin\left[{}^1/_2\,(B_2' - B_1' - 180^0) - c\right]}{\cos c}.$$

Ако поделимо једну једначину другом и обележимо $\frac{1}{2}(B_2 - B_1 - 180^0)$ са b, а $\frac{1}{2}(B_2' - B_1' - 180^0)$ са b' добићемо

$$\frac{D'}{D} = \frac{\sin\left[{}^1/_2\,(B_2 - B_1 - 180^0) - c\right]}{\sin\left[{}^1/_2\,(B_2' - B_1' - 180^0) - c\right]} = \frac{\sin\,(b - c)}{\sin\,(b' - c)},$$

одакле, на основи познатих особина пропорција, изводимо

$$\frac{D' - D}{D' + D} = \frac{\sin\,(b - c) - \sin\,(b' - c)}{\sin\,(b - c) + \sin\,(b' - c)} = \frac{2 \sin {}^1/_2\,(b - b') \cos\left[{}^1/_2\,(b + b') - c\right]}{2 \cos {}^1/_2\,(b - b') \sin\left[{}^1/_2\,(b + b') - c\right]}.$$

Одатле налазимо

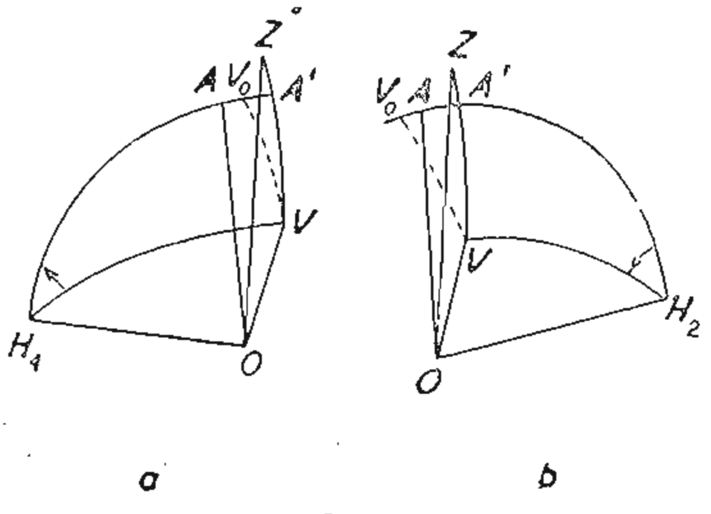
$$\operatorname{tg}\left[{}^1/_2\,(b + b') - c\right] = \frac{D' + D}{D' - D} \operatorname{tg} {}^1/_2\,(b - b').$$

С десне стране све су величине познате и на тај начин можемо израчунати $\frac{1}{2}(\mathrm{b} + b') - c$, а то значи и c.

Допуштено упрошћење методе, као што ће приметити пажљив читалац, састоји се у томе што је претпостављено да је колимација остала непромењена при навођењу на блиску и далеку мету, што разуме се није потпуно тачно. Али ако немамо у виду тачно мерење колимације (које, као што је већ речено, није ни потребно при раду са универзалним инструментом), него само приближно, да бисмо се уверили да је она мала или пак да бисмо је смањили, онда ову методу, као што је показало многоструко искуство студената Московског универзитета, пракса потпуно оправдава.

53. Израчунавање утицаја нетачног положаја осовина и колимације на мерење зенитног отстојања; постављање задатка. — На основи досадашњих излагања у овој глави у стању смо да читамо кругове без утицаја ексцентричности и да сведемо отступања нашег реалног инструмента, и то: отступање алхидадне осовине од вертикале, отступања угла између осовина од 90° и отступање угла између обртне осовине и визуре од 90°, на мале величине које не достижу једну лучну минуту; код већих и тачнијих инструмената ова одступања не прелазе ни 10 до 20 лучних секунада. Сад треба да видимо на који се начин може ослободити наше мерење зенитног отстојања, описано у § 28, од утицаја и ових малих величина, јер се баш у одређивању утицаја најмањих отступања инструмента на резултате мерења и састоји цео смисао и значај теорије астрономских инструмената и мерења.

Слике 25а и 25b претстављају две узастопне фазе мерења зенитног отстојања. На сл. 25а OH_1 је обртна осовина инструмента, OA његова алхидадна осовина, OZ вертикала, угао $AOZ = i$; OV правац визуре у тренутку њена навођења на посматрани предмет, чије се зенитно отстојање тражи. Значи лук ZV је тражена величина. После навођења на предмет по методи описаној у § 28 и читања на кругу R, посматрач обрће дурбин око обртне осовине и приближује визуру вертикали. Нека је на сл. (25а) OV_0 онај положај визурин када она лежи у равни H_1OA. Значи, угао за који притом скреће раван H_1VO с визуром је угао диедар VH_1V_0. Обртање се врши супротно казаљки на часовнику ако се из H_1 гледа у O. Лук од H_1 до V или до V_0 је



Сл. 25.

$90^0 + c$, где је c колимација; лук ZH_1 је $90^0 - b$, где је b нагиб обртне осовине према хоризонту: претпоставимо да је то положај инструмента „круг десно". Сад обрнемо горњи део инструмента око осовине OA за 180^0 у положај претстављен на сл. (25b), на којој је нов положај обртне осовине обележен са OH_2, нов положај визуре у равни H_2OA са OV_0. После тога продужујемо да га обрћемо опет супротно казаљки на часовнику, ако посматрамо из H_2 на O, и наводимо опет визуру на предмет V обрнувши притом цео покретни део инструмента за угао диедар V_0H_2V, и добијамо друго читање на вертикалном кругу L. Угао скретања мери се с једне стране разликом читања $L—R$, а с друге стране он је једнак збиру углова диедара VH_1V_0 (сл. 25а) и V_0H_2V (сл. 25b), а оно што нам треба је зенитно отстојање ZV, једнако на оба цртежа.

Ако наш инструменат има само мала отступања, линије OA, OZ и OV_0 биће само мало нагнуте једна према другој, и ако замислимо сферу, описану око O произвољним полупречником, тачке A, Z и V налазиће се близу једна другој, тако да растојање између њих неће прећи једну лучну минуту, а тачке H_1 и H_2 лежаће скоро тачно на 90^0 од тих тачака. Стога је раван ZOV (раван посматрања) скоро тачно управна на равни H_1OA или H_2OA. Обележимо са A' тачку пресека лука ZV са луцима H_1A и H_2A. Јасно је да је тачка A' такође врло близу тачака A и Z. Обележимо ZA' са i_1, а AA' са i_2. Треба приметити да су ZA' и AA' пројекције лука AZ, једнаког i, на раван посматрања и на раван која је управна на њој. Не заборавимо де је осовина либеле на вертикалном кругу паралелна равни посматрања и да ова либела осића промену i_1, али не осећа промену i_2 (в. § 39). Обележимо угле диедре VH_1V_0 и V_0H_2V са z_1 и z_2, а тражено зенитно отстојање са z. Ми претпостављамо, и у идеалном инструменту то је потпуно тачно, да је $z = {}^1/_2\ (z_1 + z_2)$, и сад треба да одредимо какво при том чинимо отступање у случају реалног инструмента који има своја отступања. Из сферног троугла VH_1A' имамо

$$\cos VA' = \cos H_1V \cos H_1A' + \sin H_1V \sin H_1A' \cos VH_1A'.$$

Али се H_1A' због скоро потпуне управности H_1A' према ZA' врло мало разликује од H_1Z, тј. од $90^0—b$. Зато се до величина првог реда може усвојити да је $H_1A' = 90^0—b$; зато је

$$\cos VA' = \cos (90^0 + c) \cos (90^0 - b) + \sin (90^0 + c) \sin (90^0 - b) \cos z_1.$$

С друге стране, са слике се види да је

$$z = VA' + i_1.$$

Сличне изразе добијамо и за слику 25b, при чему не морамо обавезно претпостављати да су i_1 и b, па ни c, једнаки на обема сликама, тј. у обе фазе мерења.

Из изложеног је јасно да за мерења z треба да испитамо: 1) Каква је разлика између VA' и z_1, VA' и z_2 и 2) како да одредимо i_1 и његов утицај на наша мерења.

54. Утицај нагиба обртне осовине и колимације на мерење зенитног отстојања. — Позабавимо се првим задатком, узимајући у обзир да су b и c мале величине. Тада је

$$\cos VA' = -\sin c \sin b + \cos c \cos b \cos z_1.$$

Ако се ограничимо на прве и друге степене малих величина b и c, можемо написати

$$\cos VA' = -cb + (1 - {}^1/_2 c^2)\,(1 - {}^1/_2 b^2) \cos z_1 =$$
$$= -cb + \cos z_1 - {}^1/_2\,(c^2 + b^2) \cos z_1,$$

одакле добијамо

$$\cos VA' - \cos z_1 = -bc - {}^1/_2\,(b^2 + c^2) \cos z_1$$

или, ако разлику $\cos VA' - \cos z_1$ заменимо са $-(VA' - z_1) \sin z_1$, сагласно првој тачки § 12 добијамо

$$-(VA' - z_1) \sin z_1 = -bc - {}^1/_2\,(b^2 + c^2) \cos z_1$$

и

$$VA' - z_1 = \frac{bc}{\sin z_1} + \frac{1}{2}\,(b^2 + c^2) \operatorname{ctg} z_1.$$

Као и у свима обрасцима који се у анализи изводе, и овде су углови изражени у радијантима. Ако треба да их изразимо у лучним секундама, треба имати у виду да је b у радијантима једнако b'' (у лучним секундама) $\times \dfrac{1}{206265''} = b''$ arc $1''$, где b'' означава број лучних секунада у углу или луку b. Према томе, ако и у последњем обрасцу све углове изразимо у лучним секундама, добићемо

$$\frac{(VA' - z_1)''}{206\,265} = \frac{b''\,c''}{(206\,265'')^2} + \frac{1}{2}\,\frac{b''^2 + c''^2}{(206\,265'')^2}$$

или

$$(VA' - z_1)'' = \left[\frac{b''\,c''}{\sin z_1} + \frac{1}{2}\,(b''^2 + c''^2]^2 \operatorname{ctg} z_1\right] \text{arc } 1''.$$

Кад су b и c мали, вредност десне стране је врло мала, иако она расте кад z опада. И доиста, ако узмемо да су b и c једнаки $60''$, што је већ много за добар инструменат, а осим тога једнаки $45''$, $30''$ и $15''$, добијамо следећу таблицу вредности десне стране за разне вредности z_1, а она даје и аналоге вредности за z_2.

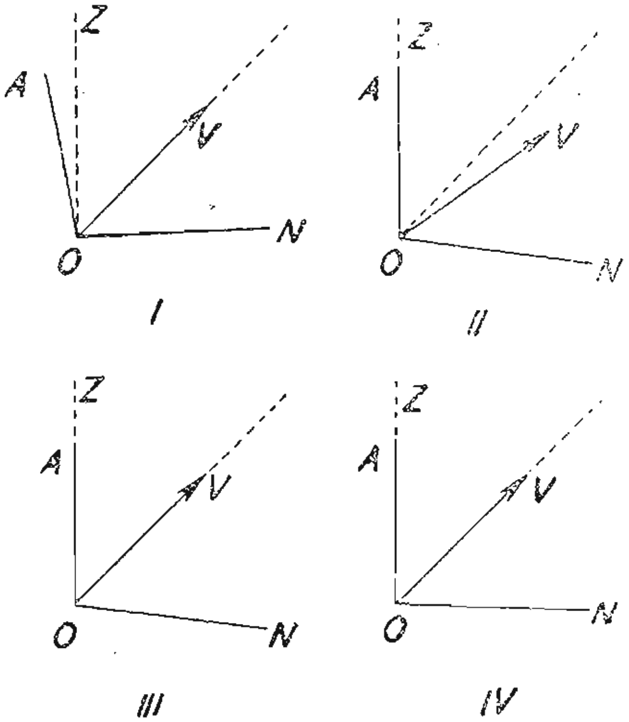
z	$bc/\sin z + {}^1/_2\,(b''^2 + c''^2) \operatorname{ctg} z$			
	$60''$	$45''$	$30''$	$15''$
20	0,10	0,04	0,02	0,00
15	0,13	0,07	0,03	0,01
10	0,20	0,11	0,05	0,01
5	0,40	0,22	0,10	0,02

Видимо да су вредности десне стране тако мале, да се *утицаји малих отступања b и c при мерењу зенитних отстојања могу потпуно занемарити, само ако се избегавају мерења веома малих зенитних отстојања*. Кад z тежи нули изгледа као да разлика $VA' - z_1$ тежи бескончности; али то је само привидна последица и читаоцу се предлаже да из основне једначине $\cos VA' = \ldots$ изведе да највећа разлика између VA' и z_1 износи само $b + c$, и то при $z_1 = 0$. Али је боље избегавати мерење малих зенитних отстојања, како уопште не би било потребно мерити величине b и c.

55. Израчунавање утицаја угла i_1 на читање. — Користићемо се резултатима претходног параграфа у коме је било доказано да је утицај отступања b и c, то значи и i_2 које улази у b, занемарљиво мали и да је, значи, једино отступање о коме треба водити рачуна i_1''; ознака $''$ значи да је угао изражен у лучним секундама. Нека дакле наш инструменат има само ово отступање. Даље нека у равни посматрања (то је и раван цртежа) лежи алхидадна осовина OA инструмента и заклапа с вертикалом OZ непознати угао i_1''; нека је визура управљена на предмет, а мехур либеле стоји тако да се његова средина налази на неком подеоку $\bar{c}$; читање на кругу нека буде $\bar{A}$. Овај случај (сл. 26, I) не одговара идеалном у коме се алхидадна осовина поклапа с вертикалом, а либелин мехур стоји увек на неком произвољно изабраном, али у току низа посматрања непромењљивом подеоку c_0. Преведимо у мислима наш инструменат из реалног положаја у идеалан. Окренимо цео инструменат за угао i_0'' око осовине управне на равни посматрања, коју код нас претставља раван цртежа. Тада ће се (сл. 26, II) алхидадна осовина поклопити с вертикалом, читање круга остаће као и раније $\bar{A}$, само ће се либелин мехур померити за $\frac{i_1''}{\alpha''}$ делова, ако је α'' вредност једног либелиног дела у лучним секундама, и средина мехура зауставиће се на подеоку $c = \bar{c} \pm \frac{i_1''}{\alpha''}$, где ће знак $\pm$ зависити од тога да ли се у почетном положају (сл. 26, I) осовина OA и либелина нула налазе с једне стране вертикале (тада минус) или са разних страна вертикале (тада плус). На пр., ако се на сл. 26 нула либелина налази лево од читаоца, онда поменуто обртање треба вршити у смеру казаљке на часовнику; значи леви крај либеле се диже и мехур се помера улево, ка нули либеле, а средина мехура зауставља се на

$$\bar{c} - \frac{i_1''}{\alpha''} = c.$$

У положају II дурбин више неће бити управљен на предмет, и да бисмо довели лик мете на средину крста конаца треба да окренемо дурбин, а заједно с њим и круг за угао i_1''. Зато ће се у положају III читање на кругу променити за величину i_1'' и постати $\bar{A} \pm i_1''$, где знак $\pm$ зависи од почетног положаја осовине OA и од тога да ли читања на кругу расту или опадају кад се он обрће у смеру казаљке на часовнику. Не упуштајући се у све могуће случајеве, претпоставимо да је почетни положај осовине OA онакав као на сл. 26 и да подела на кругу расте у смеру казаљке на часовнику. Тада ће при прелазу са положаја II на положај III бити потребно да се окрене дурбин а с њим



Сл. 26.

и круг супротно кретању казаљке на часовнику, а алхидада с либелом и микроскопима (или нонијусима) биће непомична и, значи, читање на кругу порашће за угао i_1'' и постати $A = \bar{A} + i_1''$. Сада нам је алхидадна осовина вертикална, визура управљена на предмет, али средина либеле стоји на неком случајном подеоку, $c = \bar{c} - \frac{i_1''}{\alpha''}$, а у идеалном инструменту она увек треба да стоји на једном истом подеоку, рецимо c_0. Окренућемо алхидаду с либелом тако, да (положај IV) средина мехура дође на c_0; услед тога ће се променити читање и постаће не A, него рецимо A_0. Треба да видимо како је везана величина A_0 са A. Посматрајмо случај претстављен на нашем цртежу; претпоставимо да је $c_0 > c$; тада алхидаду треба обртати супротно казаљки на часовнику и читање ће се смањити: $A_0 = A - (c_0 - c)\,\alpha''$.

Ако је пак $c_0 < c$, алхидаду треба обртати у смеру казаљке на часовнику и добиће се $A_0 = A + (c - c_0)\,\alpha''$, тј. у оба случаја добија се један исти образац.

Сад је положај IV, положај у случају идеалног инструмента, само треба видети како је читање A_0 везано са читањем $\bar{A}$ у положају I, које ми једино и можемо обавити. Из претходног се види да је

$$A_0 = A + (c - c_0)\,\alpha'' = \bar{A} + i_1'' + (c - c_0)\,\alpha'' =$$

$$= \bar{A} + (\bar{c} - c)\,\alpha'' + (c - c_0)\,\alpha'' = \bar{A} + (\bar{c} - c_0)\,\alpha'',$$

јер је према горе показаном $i'' = (\bar{c} - c)\alpha''$. Ми ћемо даље добити читање идеалног инструмента из нашег читања круга $\bar{A}$ и либеле $\bar{c}$ по следећем правилу:

Ако се нула либелина налази лево од читаоца, подела на кругу расте у смеру казаљке на часовнику, и ако је c_0 неки произвољни али за време низа посматрања стални поделак на либелиној цеви, онда је тачно читање A_0 равно $\bar{A} + (\bar{c} - c_0)\alpha''$, где је α'' вредност једног дела либеле. Под другим условима, ако је рецимо нула либелина десно или подела на кругу опада у смеру казаљке на часовнику, добија се $A_0 = \bar{A} - (\bar{c} - c_0)\alpha''$; али ако је либелина нула десно и подела опада у смеру казаљке на часовнику, онда је опет $A_0 = \bar{A} + (\bar{c} - c_0)\alpha''$.

За почетника врло је корисно да се увери у тачност друге половине овог правила, кад су услови друкчији, држећи се истог начина расуђивања, који је горе наведен за један изабрани случај.

У пракси је увек згодно узимати за c_0 средњи поделак на либелиној цеви m, јер ће тада разлике $\bar{c} - m$ бити уопште мале.

Осим тога ми не читамо непосредно $\bar{c}$ за средину мехура, већ добивамо читања десног и левог његовог краја d и l; ако их уведемо у наш образац и употребимо вредност једног полудела либеле β'' нашем ћемо изразу дати облик

$$A_0 = \bar{A} \pm (d + l - 2\ m)\ \beta'',$$

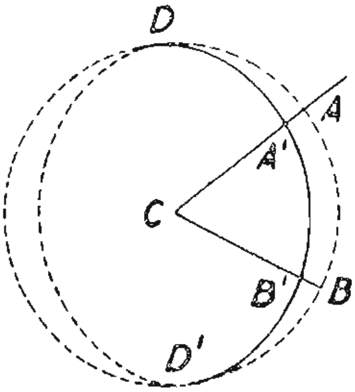
јер је разуме се

$$\bar{c} = \frac{1}{2}\ (d + l)\ .$$

Ако се нула либелина налази на средини цеви (што није згодно, јер често даје повод забуни), треба једном за свагда приписати деловима десно од нуле знак +, а деловима лево знак —. Тада горе наведено правило за „нулу лево" остаје на снази, треба само узети алгебарско збирове и полузбирове читања. Аколи је, напротив, подели лево од нуле приписан знак +, а подели десно знак —, у томе случају се може применити горе наведено правило за „нулу десно".

Може се десити да за време посматрања попусти нивелисање инструмента и либелин мехур почне да бежи на крај цеви, тако да се н могу прочитати оба његова краја. Тада можемо, надајући се да алхидадна осовина инструмента ипак није толико отступила од вертикале д треба водити рачуна о утицају нагиба b обртне осовине (в. § 54), окренути завртањ код либеле тако да мехур дође на средину, пустити д се умири, прочитати либелу и круг и образовати израз по горњем правилу: $A_0 = \bar{A} \pm (\bar{c} - c_0)\ \alpha''$. Целисходност оваквог начина заснив се на закључку да ће правило изведено у претходном параграфу остат у важности и кад *намерно* окренемо завртањ из нормалног положаја, коме су читање круга A_0 и средина либеле c_0, и доведемо га у така да читања постану $\bar{A}$ и $\bar{c}$. То исто се може применити и на ненамерн скретање алхидаде с либелом и микроскопима, на пр. на оно коме је говорено у § 36.

56. Утицај нагиба круга према обртној осовини н читање. — Из разматрања изложених у § 54 јасно је да при мерењ зенитног отстојања (касније ће то бити показано и за азимут) мерим уствари углове *диедре* који имају за ивицу обртну осовину; али мера угла диедра је угао пресека страна диедра са равни управном на његовој ивици. Зато у нашем инструменту раван круга мора бити управна на односној осовини. Испитајмо каква се отступања јављају на мерењима кад круг и осовина нису међу собом управни. Нека се на сл. 27 круг извучен испрекиданом линијом налази у равни цртежа и нека је он управан на осовини, а други круг нека је реалан круг инструмента који није управан на осовини и нека је његова предња половина, окренута читаоцу, извучена непрекидном линијом. C је средиште оба круга. Нека је DD' заједнички пречник дуж кога се кругови секу, i угао између њих, а стрелица — црта индексова (нулта црта нонијуса, нулти положај двоструког конца микрометрова).



Сл. 27.

Замислимо раван која пролази кроз C и стрелицу, управну на равни цртежа, а која сече кругове у тачкама A и A'. Треба приметити да ми при читању читамо на круговима баш тачке A и A', а у другом положају кругова, обрнутих око осовине, — тачке B и B'. Јасно је да је угао обртања BCA, а угао који читамо $B'CA'$.

Али је $BCA = DCB - DCA$ и $B'CA' = DCB' - DCA'$. Зато ће и разлика између угла BCA који нам је потрибан, и угла $B'CA'$, који уствари читамо, зависити од разлике лукова $A'D - AD$ и $B'D - BD$. Одредимо ову разлику, на пример $A'D - AD$. Из сферног троугла ADA', у коме је оштар угао код D једнак нагибу i, имамо

$$\operatorname{tg} AD = \operatorname{tg} A'D \cos i \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} AD = \operatorname{tg} A'D\,(1-2\sin^2 {}^1/_2\, i).$$

Одатле добијамо

$$\operatorname{tg} A'D - \operatorname{tg} AD = 2\sin^2 {}^1/_2 i \operatorname{tg} A'D.$$

Сматрајући да је разлика $A'D - AD$ мала величина првог реда и ограничавајући се у рачуну само на такве величине, имамо

$$\frac{A'D - AD}{\cos^2 A'D} = 2\sin^2 {}^1/_2 i \operatorname{tg} A'D,$$

одакле изводимо

$$A'D - AD = \sin^2 {}^1/_2 i \cdot 2\sin A'D \cos A'D = \sin {}^1/_2 i \sin 2\,A'D.$$

С подједнаком тачношћу, на основи § 12, можемо написати

$$A'D - AD = \sin^2 {}^1/_2 i \sin 2\,AD,$$

а у лучним секундама

$$(A'D - AD)'' = 206\,265'' \sin 2\,AD \sin^2 {}^1/_2\, i.$$

Није тешко уверити се да ће ова разлика имати највећу вредност за $AD = 45^0$ и тада је

$$\max\,(A'D - AD) = 206\,265'' \sin^2 {}^1/_2\, i.$$

Претпоставимо чак и за мале и грубе инструменте невероватно отступање од нормалности круга према осовини од $0^0{,}1$. Тада је највеће отступање читања једнако само $206\,265 \sin^2 3' = 206\,265'' (3/3438)^2 = 0'',16$. Код свих астрономских инструмената може се занемарити отступање које долази од тога што кругови нису управни на обртним осовинама зато што је ово отступање мало.

57. Завршне примедбе у вези са мерењем зенитних отстојања. — Сумирајући све што је речено о мерењу зенитних отстојања непокретних предмета, тј. предмета на земљишту, можемо прописати овакав ред радова: Пошто је инструменат нивелисан (§ 42, 43, 48), мрежа конаца постављена правилно (§ 48) и окулар дотеран на мрежу конаца ма у коме положају инструмента, на пр. „круг десно" (*KD*), наводимо дурбин на посматрану тачку предмета, користећи се најпре грубим, затим фиңим кретањем дурбина помоћу завртња, тако да се лик посматране тачке поклапа са средиштем крста конаца без паралаксе (§ 17). После тога прочитамо положаје мехурових крајева (l, d) на либели вертикалног круга и оба нонијуса (§ 29) или микроскопа (§ 31—34, са обрачунавањем run-а) $G_1^0\ M_1'\ S_1''$ *i* $G_2^0\ M_2'\ S_2''$. Затим израчунамо читање *KD*

$$R = \frac{1}{2}\,(G_1^0\ M_1'\ S_1'' + G_2^0\ M_2'\ S_2'' - 180^0) \pm (l + d - 2\ m)\ \beta''$$

на основи § 35 и 55, где је m читање на средини либелине цеви а β'' вредност полу-дела либеле у лучним секундама, знак $+$ или $-$ усвајамо према напоменама из § 55.

После тога обрнемо горњи део инструмента око алхидадне осовине за 180^0 и у положају *KL* („круг лево") наведемо као и раније дурбин на посматрану тачку, прочитамо либелу и оба нонијуса или микроскопа и израчунамо читање L по истим правилима као и читање R. Тада вредност $\pm \frac{1}{2}\,(R - L)$ (плус или минус, према томе шта је веће, R или L) даје зенитно отстојање, а $\frac{1}{2}\,(R + L) = M_z$ даје тачку или место зенита; ово вреди у случају кад при прелазу са *KD* на *KL* поред микроскопа који је усвојен за први није прошла нула (0^0) круга; а ако је она прошла, онда према § 28 треба пре образовања полуразлике и полузбира читања повећати мање читање за 360^0.

За мерење зенитног отстојања ма ког *небеског* тела треба увлачити окулар с мрежом конаца све док лик тог небеског тела не постане оштар, а затим, као и у случају предмета на земљишту, навести дурбин на небеско тело тако да се лик изабране тачке на котуру небеског тела поклопи са средиштем крста конаца без паралаксе и забележити са часовника или хронометра тренутак када се ово поклапање догодило, јер се зенитно отстојање небеских тела стално мења.

Навођење дурбина на одређену тачку на котуру небеског тела врши се у разним случајевима на разне начине. На пример ако се мери зенитно отстојање небеског тела у близини меридијана, где се оно споро мења, онда је згодно да се стварно, дејствујући на оба микрометарска завртња по азимуту и висини, дурбин наведе на небеско тело тако да у тренутку одређеног удара часовника или хронометра изабрана тачка небеског тела буде *тачно* на хоризонталном концу крста близу вертикалног;

ако је хоризонтални конац тачно хоризонталан, није потребно да тачка небеског тела буде тачно на вертикалном концу, јер мало отступање у колимацији има незнатан утицај на мерено зенитно отстојање.

Ако се пак посматра небеско тело даље од меридијана, нарочито у близини првог вертикала, где се зенитна отстојања најбрже мењају, обично је тешко навести конац на звезду (или на одређену тачку на котуру небеског тела) у одређени тренутак, већ је подесније да се она постави близу хоризонталног конца, а да се дурбин помера завртњем по азимуту, док се звезда услед дневног кретања креће по висини. Тада се забележи тренутак када је она пресекла хоризонтални конац. Дурбин треба померати завртњем у азимуту тако да се овај пресек догоди близу вертикалног конца.

Затим, као и у случају предмета на земљишту, треба прочитати либелу и круг, рецимо у положају *KD*. Нека је читање, поправљено стањем либеле, R_*. Да би се добило зенитно отстојање треба од R_* одузети тачку зенита M_z нађену из посматрања предмета на земљишту, или обрнуто, R_* одузети од тачке зенита M_z, према томе шта је од њих веће, јер је z увек позитивно. Исто тако треба поступати и при положају „круг лево". Да би се добило z не може се узимати полуразлика читања из два положаја инструмента, *KD* и *KL*, јер док посматрач преведе инструменат из једног положаја у други, зенитно отстојање небеског тела се промени.

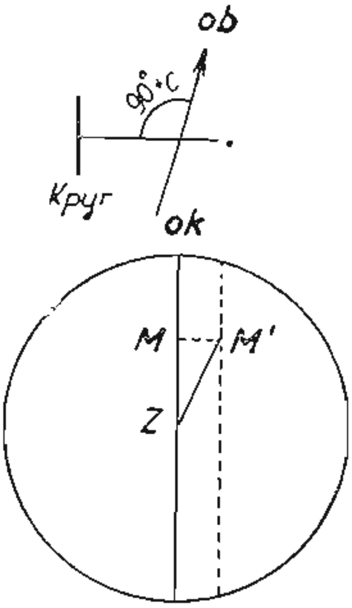
Ако после читања нонијуса или микроскопа опет погледамо на либелу, већином ћемо наћи да су се читања њених крајева променила и постала l' и d', па се поставља питање шта треба унети у образац: прва читања или средње вредности из оба пара читања? Ако је померање мехура наступило од тога што је посматрач додиривао алхидаду и изгледа да долази од померања саме алхидаде, правилније је узимати средње вредности. Али ово померање може да наступи и од приближавања посматрача либели, нарочито ако је либела врло осетљива; тада је правилније узимати само прво читање либеле. Све зависи од увиђавности посматрача и опште се правило не може поставити.

58. Читање хоризонталног круга. Утицај компоненте нагиба i_1. — При мерењима азимута потребно је добивати тачна читања хоризонталног круга. Претпоставимо да имамо идеалан инструменат, без отступања, као што је већ више пута описан, на пр. у § 28 Тада визура описује вертикалну раван. Визура се најпре наведе на један предмет и прочитају оба нонијуса или микроскопа хоризонталног круга, затим се визура наведе на други предмет и опет прочита круг. На основи раније реченог разлика ова два читања претставља меру угла диедра између обеју вертикалних равни (или између висинских кругова, како их још називају), тј. разлику азимута два предмета.

У случају реалног инструмента, који носи отступања, ово није тачно. Испитајмо утицај сваког отступања на читање хоризонталног круга независно од осталих, сматрајући привремено да друга отступања не постоје, да су једнака нули.

Замислимо идеалан инструменат и визуру управљену на предмет. Нека је читање круга *A*. Претпоставимо да је инструменат окренут око обртне осовине, управне на равни посматрања, тј. на висинском кругу посматране тачке. Читање се неће изменити, али ће визура сићи са те тачке. Међутим довољно је обрнути дурбин око обртне осовине, која ће бити по претпоставци тачно хоризонтална, па да визура опет пролази кроз посматрану тачку. Звачи, нагиб i_1 у равни посматрања (в. § 53) не утиче на читање хоризонталног круга.

59. Утицај колимације. — Претпоставимо сад да у нашем инструменту, за разлику од идеалног, колимација није једнака нули. Претпоставимо да је инструменат у положају „круг лево“, да је угао између визуре од окулара ка објективу и правца осовине од дурбина ка кругу $90^0 + c$ и да при обртању горњег дела инструмента у смеру казаљке на часовнику (гледано озго) читања хоризонталног круга расту (као што обично и бива). Тада би, при $c = 0$, визура описивала вертикални круг ZM, који пролази кроз посматрану тачку M, и читање на кругу било би рецимо L. Ако је пак $c > 0$, визура ће при читању L сећи небеску сферу по малом кругу, који је на сл. 28 означен испрекиданом линијом, а који је паралелан вертикалу MZ и од њега удаљен за c. Да би се визура довела на тачку M, требало би обрнути инструменат за угао x супротно казаљки на часовнику ако се гледа озго, као што читалац гледа на сл. 28. Читање ће се смањити и постати $\overline{L} = L - x$. Но из узаног правоуглог троугла $ZM'M$, у коме је $MM' = c$, $ZM = z$, а $M'ZM = x$, добијамо $\operatorname{tg} c = \sin z \operatorname{tg} x$. Кад је угао c мали, угао x ће такође бити мали, па је са довољном тачношћу $x = c \operatorname{cosec} z$, тако да ће се тачно читање L добити из стварног читања $\overline{L}$ по обрасцу



Сл. 28.

$$L = \overline{L} + c \operatorname{cosec} z.$$

Доведимо сад инструменат у положај „круг десно“. Тада ће на идеалном инструменту ($c = 0$) читање при навођењу на предмет бити $R = 180^0 + L$, под претпоставком да је $R > L$. На инструменту који носи отступања оно ће бити веће од R за величину x, тј. биће $\overline{R} = R + x$, одакле добијамо

$$R = 180^0 + L = \overline{R} - x = R - c \operatorname{cosec} z.$$

Отуд добијамо

$$L = \overline{R} - c \operatorname{cosec} z - 180^0.$$

Ако образујемо аритметичку средину из два добивена читања за L, имаћемо

$$L = {}^1/_2\ [\overline{L} + (\overline{R} - 180^0)],$$

а чланови са c потрће се. С друге стране је

$$R = L + 180^0 = {}^1/_2\ [\overline{R} + (\overline{L} + 180^0)].$$

Ако је $R < L$, обрасци ће бити, као што се сам читалац лако може уверити:

$$L = R + 180^0,$$

$$R = {}^1/_2\ [\bar{R} + (\bar{L} - 180^0)],$$

$$L = {}^1/_2\ [\bar{L} + (\bar{R} + 180^0)].$$

Одавде се види да није потребно познавати саму колимацију c да бисмо читање хоризонталног круга ње ослободили. Читања извршена у оба положаја инструментова, KL и KD, омогућују да се израчунају тачна читања R и L која бисмо добили са инструмента који не носи отступања.

60. Утицај компоненте нагиба i_2 и нагиба обртне осовине. — Претпоставимо сад да је у нашем инструменту који носи отступања $i_1 = 0$ и $c = 0$, али да алхидадна осовина заклапа угао i_2 (сходно ранијим ознакама у §§ 39 и 53) с вертикалом, тако да је цео инструменат нагнут за угао i_2 према хоризонталној линији која лежи у равни посматрања. Претпоставимо да је леви крај обртне осовине инструмента виши од десног (десно и лево рачунају се од посматрача који је окренут лицем према инструменту и посматраном предмету), тада ће читање круга остајати A, као и код идеалног инструмента, али ће визура скренути десно од предмета, и да бисмо је управили на њ треба (читалац то мора сам да увиди) да окренемо горњи део инструмента око његове алхидадне осовине супротно казаљки на часовнику за известан угао y; услед тога ће се читање на кругу смањити за тај угао и постати $\bar{A} = A - y$. Значи, да бисмо из $\bar{A}$ нашли A, треба умети израчунати y. На сл. 29 H_1ZH_2 претставља висински круг посматране тачке M који лежи у равни цртежа; њега описује визура идеалног инструмента, OA је алхидадна осовина инструмента и H_1AH_2 претставља раван коју описује визура у случају нашег инструмента који носи отступања; полукруг H_1NAH_2 лежи иза равни цртежа; за посматрача је леви крај обртне осовине виши од деснога; углови код H_1 а H_2 једнаки су i_2; повуцимо лук великог круга AM; угао H_1AM је тражени угао y. Замислимо сад лук великог круга који пролази кроз M, стоји управно на AH_1, и сече AH_1 у тачки N. Тада из сферног троугла MH_1N добијамо $\sin MN = \sin i_2 \sin H_1M$, а из сферног троугла MAN добијамо $\sin MN = \sin y \sin MA$. Стога можемо написати

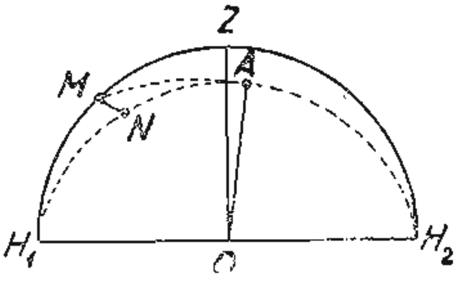
$$\sin y \sin MA = \sin i_2 \sin H_1M.$$

Услед мале вредности угла i_2 (он је уствари увек мањи од 1—2′) може се усвојити да је $MA = MZ =$ зенитном отстојању z тачке M, а H_1M је висина тачке M, тј. значи $H_1M = 90^0 - z$. Зато се последња једначина претвара у следећу:

$$\sin y \sin z = \sin i_1 \cos z,$$

одакле добијамо

$$\sin y = \sin i_2 \operatorname{ctg} z.$$



Сл 29.

Према томе кад је угао i_2 мали, и величина y биће мала, за само z није сувише мало. Под тим условом ми можемо не само мест sin i_2 написати i_2 (у радијантима) или i_2'' (у лучним секундама), већ т исто учинити и за угао y. Стога је $y'' = i_2''$ ctg z и тачно читањ хоризонталног круга добиће се из нашег реалног, нетачног читања по обрасцу

$$A = \bar{A} + i_2'' \operatorname{ctg} z.$$

Треба приметити да ће бити

$$A = \bar{A} - i_2'' \operatorname{ctg} z,$$

ако је осовина нагнута у супротну страну, тако да је десни кра обртне осовине виши од левог.

Претпоставимо напослетку да се наш инструменат с отступањим разликује од идеалног само по томе што му осовине нису узајамн управне, те иако је алхидадна осовина вертикална, обртна осовина ниј из овог разлога хоризонтална, него је нагнута према хоризонталној равн за угао i_3. Тада ће расуђивање, потпуно слично претходном, показат да ће у том случају правило остати непромењено, да ће бити

$$A = \bar{A} - i_3'' \operatorname{ctg} z.$$

Уствари ми не можемо раздвојити i_3 од i_2, а то нам није ни потребно; збир $i_2 + i_3$ даје нам нагиб b'' обртне осовине који треба д меримо либелом на њој, као што је описано у §§ 44 и 45, и затим да поправимо наше нетачно читање круга $\bar{A}$ по обрасцу

$$A = \bar{A} + b'' \operatorname{ctg} z.$$

При томе, као што смо видели, сматрамо b'' за позитивно, ако ј леви крај осовине виши од десног. Стога, ако читања мехурових крајева обележимо са l и d, положај када је нула либеле лево индексом 1 а супротно индексом 2 и вредност полудела либеле β'' изразимо у лучним секундама, добијамо

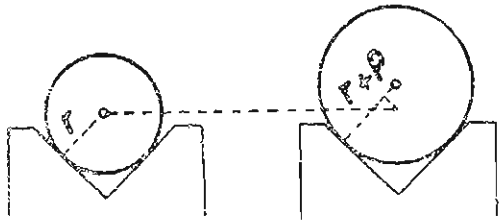
$$b'' = [{}^1\!/_2\ (l_2 + d_2) - {}^1\!/_2\ (l_1 + d_1)]\,\beta''.$$

Ако се нула либелина налази на средини цеви, онда је

$$b'' = {}^1\!/_2\ (l_1 + l_2 - d_1 - d_2)\,\beta''.$$

Сумирајући све што је речено долазимо до следећег правила за добијање читања хоризонталног круга које је ослобођено инструментових отступања. Наводимо дурбин на предмет при „кругу десно", читамо хоризонтални круг (читање R) и меримо нагиб обртне осовине b_1'', читамо приближно и вертикални круг, рецимо на $1'$, затим обрнемо горњи део инструмента за 180°, опет наведемо дурбин на предмет, прочитамо хоризонтални круг (читање L) и измеримо нагиб обртне осовине b_2''; приближно прочитамо и вертикални круг. Из ова два читања његова израчунамо зенитно отстојање предмета z; начинимо полузбир $\frac{1}{2}[\bar{R} + (\bar{L} \pm 180^0)]$ и додамо му поправку $+ \frac{1}{2}(b_1'' + b_2'')\,\mathrm{ctg}\,z$ држећи се горе изложеног правила за знаке; тада добијамо тачно читање за почетни положај инструмента (по нашем правилу за „круг десно").

61. Утицај неједнакости наглавака обртне осовине. — Видели смо да при читању хоризонталног круга, за разлику од читања вертикалног, велики значај има нагиб обртне осовине, због чега се он мора одређивати с високом тачношћу. Због тога је умесно испитати отступање које може доћи од неједнакости њених наглавака. Претпоставимо да сваки наглавак претставља кружни ваљак, само да су им пречници различити и узмимо конкретно да је рецимо наглавак код круга већи од оног другог, да је његов полупречник $r + \rho$ а полупречник оног другог r.



Сл. 30.

Нека је инструменат у положају „круг десно" и нека је при једнаким наглавцима нагиб осовине b_0 у деловима либеле, а при неједнаким нека буде b, при чему је b мање од b_0 за извесну величину x, јер дебљи наглавак лежи десно; $b = b_0 - x$ Није тешко са сл. 30 видети да је средиште десног наглавка издигнуто према левоме, тако да је његово отстојање од сваке стране лежишта повећано за ρ. Зато је $x = \rho\,\sqrt{2}/\alpha''\,d\,\mathrm{arc}\,1''$ ако су стране лежишта узајамно управне, ако је са d обележено растојање између лежишта и ако је α'' вредност једног дела либеле. Замислимо да је читање либеле са нулом лево, при *једнаким* наглавцима l_0, d_0, тј. да средина мехура стоји на $\frac{1}{2}(l_0 + d_0)$. Ако је десни наглавак дебљи, десни се крај либеле подиже за x јер је десни крај осовине подигнут за x, и још за x јер десни носач либеле стоји на дебљем наглавку. Зато ће читања мехурових крајева постати $l_1 = l_0 + 2x$ и $d_1 = d_0 + 2x$. После обртања либеле, кад нула пређе на десну страну, читања при једнаким наглавцима била би $l_0' = l_0 + 2\,b_0$ и $d_0' = d_0 + 2\,b_0$, а при неједнаким наглавцима она ће бити:

$$l_2 = l'_0 - 2x = l_0 + 2b_0 - 2x \quad \text{и} \quad d_2 = d_0' - 2x = d_0 + 2b_0 - 2x.$$

Зато ће привидни нагиб, изведен по општим правилима, рачунајући као у § 60 да је нагиб позитиван ако је леви крај осовине виши од десног, бити

$$\bar{b} = \frac{1}{2}\left[\frac{l_2 + d_2}{2} - \frac{l_1 + d_1}{2}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{l_0 + 2b_0 - 2x + d_0 + 2b_0 - 2x}{2} - \frac{l_0 + 2x + d_0 + 2x}{2}\right] = b_0 - 2x = b - x.$$

Према томе, привидни нагиб $\bar{b}$, који се одређује из читања либеле, мањи је за исту величину x од стварног нагиба $b = b_0 - x$, за коју је овај последњи мањи од нагиба b_0 који би постојао да су наглавци једнаки.

Ако замислимо да је инструменат преведен у положај „круг лево" обртањем око алхидадне осовине, што је, као што смо видели, потребно да би се читање хоризонталног круга ослободило отступања, онда ће дебљи наглавак прећи на леву страну, и ако поновимо претходна расуђивања, наћи ћемо да је привидни нагиб обртне осовине постао за исту величину већи од њеног стварног нагиба: $\overline{b'} = b' + x$. Али према § 62 да бисмо исправили читање хоризонталног круга, треба да узмемо полузбир нагиба обртне осовине. А ми видимо да је полузбир нагиба који носе отступања од неједнакости наглавака једнак полузбиру стварних нагиба:

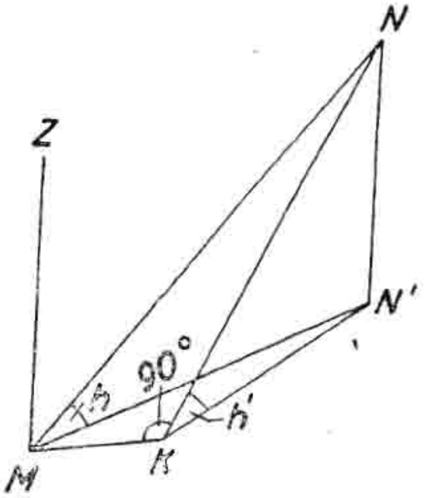
$$\frac{\overline{b} + \overline{b'}}{2} = \frac{b - x + b' + x}{2} = \frac{b + b'}{2} .$$

Према томе одређујући читање хоризонталног круга онако како је горе поменуто, ми аутоматски ослобађамо читање од утицаја неједнакости наглавака.

Горе стоји ствар кад су наглавци неправилни, тј. кад нису *кружни* ваљци, тако да њихови радни пресеци, којима се они ослањају о лежишта и на које се стављају носачи либеле, нису кругови. Да бисмо ослободили читање хоризонталног круга од неправилности наглавака треба да одредимо ове неправилности, а то је тако сложена радња да она још ни на једном универзалном инструменту није извршена.

Треба имати у виду да у образац за поправку читања круга улази ctg z. Зато је при мерењу *разлика* азимута таквих предмета *на земљишту* чије је z близу 90^0 утицај нагиба осовине изванредно мали. Он може бити знатан само при одређивању самог *азимута*, јер се тада морају одређивати читања круга из навођења дурбина на звезду, обично Северњачу, а тада је z већ далеко од 90^0, а такође и у случајевима високих предмета на земљишту, као што су врхови блиских зграда, брда и томе слично.

62. Централни и бочни дурбин. — Код универзалних инструмената постављају се и централни дурбини, код којих се у идеалном случају визура и обе осовине секу у једној тачки, и бочни, са дурбином на једном крају обртне осовине и тегом на другом. За посматрање небеских тела ово нема значаја, јер се због њихове даљине праве повучене ма од које тачке инструмента до ма које тачке небеског тела могу сматрати паралелним. За предмете на земљишту ово не важи. Претпоставимо да је централни дурбин управљен на известан предмет. Замислимо да је он паралелно померен на крај обртне осовине. Тада ће лик предмета сићи са крста конаца устрану и биће потребно скренути дурбин да бисмо га поново управили на предмет, а од тог скретања измениће се читања на кругу. Али није тешко видети да ће, услед симетрије, после премештања дурбина на један крај обртне осовине бити потребно окренути инструменат око алхидадне осовине ради довођења лика предмета на крст конаца, рецимо за угао α у једну страну, а ако затим пренесемо дурбин на други крај обртне осовине на исто отстојање од алхидадне осовине као и раније, да ће бити потребно ради довођења дурбина на предмет окренути га на супротну страну за исти угао α. Значи, ако је читање на хоризонталном кругу централног дурбина било A, код бочног дурбина оно ће бити $A+\alpha$ и $A-\alpha$. Стога ако имамо бочни дурбин, онда при „кругу десно" и „кругу лево" имамо баш читања хоризонталног круга $A+\alpha$ и $A-\varepsilon$, чија је средња вредност A, као и у случају централног дурбина. На тај се начин утицај овог ексцентричног положаја дурбина на читање хоризонталног круга, слично утицају колимације (в. § 58), искључује посматрањима из два положаја инструмента KD и KL.



Сл. 31.

Да бисмо испитали утицај бочног положаја дурбина на зенитно отстојање, претпоставимо (сл. 31) да је M тачка пресека осовина инструмента, MZ — вертикала, N — посматрана тачка, N' — подножје нормале из N на хоризонталну раван која пролази кроз M, MK — обртна осовина инструмента, K — тачка где визура бочног дурбина сече обртну осовину. Једноставности ради претпоставимо да су отступања инструмената једнака нули.

Са слике се види да је у случају централног дурбина угловна висина посматране тачке угао $NMN' = h$, а у случају бочног дурбина — угао $NKN' = h'$. Са слике је

$$NN' = MN \sin h; \qquad NN' = KV \sin h'; \qquad KN^2 = MN^2 - MK^2.$$

Према томе је

$$MN \sin h = \sqrt{MN^2 - MK^2} \sin h',$$

одакле добијамо

$$\sin h = \sqrt{1 - \frac{MK^2}{MN^2}} \sin h'.$$

Одатле приближно добијамо

$$\sin h = \left(1 - \frac{1}{2} \frac{MK^2}{MN^2}\right) \sin h' = \sin h' - \frac{1}{2} \sin h' \frac{MK^2}{MN^2},$$

а затим

$$\sin h' - \sin h = \frac{1}{2} \sin h' \frac{MK^2}{MN^2}.$$

Но кад заменимо разлику $\sin h' - \sin h$ са $(h' - h) \cos h$ према првој тачки § 12, добићемо

$$\sin h' - \sin h = (h' - h) \cos h,$$

занемарујући више степене величине $(h' - h)$.

Према томе је

$$(h' - h) \cos h = \frac{1}{2} \sin h' \, \frac{MK^2}{MN^2} \, .$$

Ако је MK сразмерно мало према MN, разлика $h' - h$ је мала и са довољном тачношћу можемо узети да је

$$h' - h = \frac{1}{2} \, \frac{MK^2}{MN^2} \operatorname{tg} h \quad \text{или} \quad z - z' = \frac{1}{2} \, \frac{MK^2}{MN^2} \operatorname{ctg} z.$$

У случају централног дурбина посматрач на раније описани начин измери угао h (или $z = 90^0 - h$) из тачке N, а у случају бочног дурбина — угао h' (или $z' = 90^0 - h'$) из тачке K. Последњи обрасци показују колико се ови углови разликују један од другог.

63. Савијање дурбина. — Многобројни огледи су показали да и после најстрожијих обрачунавања свих испитаних отступања универзалног инструмента може остати још отступање које се састоји у томе да се сва мерења зенитна отстојања добијају или сувише велика или сувише мала према правим зенитним отстојањима и да разлика између ових зависи од самих зенитних отстојања. Несумњиво да један од узрока таквог отступања може бити савијање дурбина. И доиста ниједан дурбин није апсолутно чврсто тело и, ако је доведен у хоризонталан положај, обе се његове половине, и она која носи објектив и она која носи окулар, савијају тако да им се крајеви спуштају. Колико се спусти објектив у односу на замишљени праволиниски апсолутно чврст дурбин, исто се толико спусти и лик спољних предмета у његовој жижи. Ако се исто толико спустила и мрежа конаца од савијања окуларне половине дурбина, као и објектив, лик звезде неће сићи с крста, ако се он на њему налазио у апсолутно чврстом дурбину. Ако се објектив спустио мање од мреже конаца, звезда ће сићи са крста и кретати се на више тако да ће се навођењем на звезду добити веће зенитно отстојање од онога које би се добило кад не би било таквих савијања дурбинових половина. Највећи је утицај савијања, разуме се, кад је дурбин хоризонталан, кад је вертикалан претпоставља се да је он једнак нули.

Обично се сматра да се отступање зенитног отстојања које долази од савијања изражава обрасцем $a \sin z$. Али је одређивање коефицијента a и уопште испитивање савијања дурбинова тешко. Није сигурно да отступање у мерењу зенитног отстојања, о коме је било говора у почетку овог параграфа, зависи само од савијања дурбина, које је осим тога код малих инструмената и мало вероватно. Стога, да бисмо се ослободили оваквог отступања, треба распоређивати сама посматрања тако да се из њиховог скупа ово отступање само по себи искључи. Често је ово и у пракси могуће На пример при одређивању географске ширине, о чему је кратко говорено у § 2 а подробније се говори у гл. VI, могу се мерити зенитна отстојања звезда јужно од зенита, и тада се ширина одређује из деклинације δ и мереног зенитног отстојања z по обрасцу (3) изведеном у § 3:

$$\varphi_s = \delta_s + z_s \, ,$$

а у случају звезде (у горњој кулминацији) северно од зенита:

$$\varphi_n = \delta_n - z_n .$$

Претпоставимо да су уствари z_s и z_n оба сасвим мали и приближно једнаки међу собом; значи оба захтевају исту поправку $+ x$, тако да се тачне вредности географске ширине изражавају обрасцима

$$\varphi_s = \delta_s + (z_s + x) \quad \text{и} \quad \varphi_n = \delta_n - (z_n + x) .$$

На тај начин, ако не знамо x, не можемо добити тачну вредност ширине само из јужне или само из северне звезде, али ако узмемо аритметичку средину обеју вредности, добићемо тачну вредност, јер се утицај отступања x поништава:

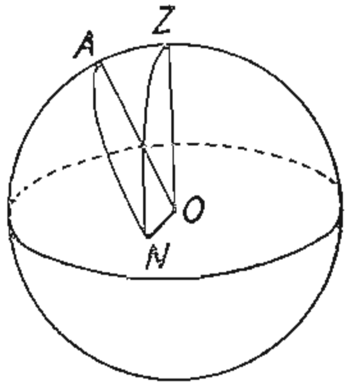
$$\text{ширина} = {}^1/_2 \, (\varphi_s + \varphi_n) = {}^1/_2 \, (\delta_s + z_s + \delta_n - z_n) ,$$

где су z_s и z_n нетачно измерена зенитна отстојања.

Сличне се методе морају примењивати свуда гдегод је могуће, да би се искључила оваква отступања инструментова, која се могу само открити или на која се сумња, али која се не могу испитати ни обрачунати.

64. Замисао Комстокове методе за испитивање либеле.

— Најсигурнија метода испитивања либеле је њено испитивање, разуме се заједно са њеном облогом, на добром испитивачу. Али с врло великом тачношћу можемо испитати либелу и не скидајући је с инструмента, само ако инструменат има сигуран и прецизан хоризонталан круг. Методу таквог испитивања либеле предложио је амерички астроном Комсток.



Сл. 32.

Нека је на сл. 32 O центар помоћне небеске сфере; OZ — правац вертикале; Z — зенит; OA — алхидадна осовина инструментова, који је најпре пажљиво нивелисан тако да је његова алхидадна осовина OA била близу OZ, али затим намерно нагнут тако да OA заклапа са OZ осетни угао I реда 1^0. Нека је ON — осовина либеле; угао AON, близак 90^0, нека је једнак $90^0 - \beta$, где је β мала величина. При обртању инструмента око OA за 360^0 осовина либелина постаје двапут хоризонтална, у два приближно (при $\beta = 0$ тачно) дијаметрално супротна положаја. Замислимо, с једне стране, раван ZOA, с друге — раван AON и испитајмо величину угла i између осовине либеле и хоризонталне равни у зависности од угла ZAN између поменутих равни, који ћемо обележити са A. У сферном троуглу ZAN је $AZ = I, ZN = 90^0 - i$, $AN = 90^0 - \beta$ (не мења се при обртању око OA),

$$\cos ZN = \cos AZ \cos AN + \sin AZ \sin AN \cos AN$$

или

$$\cos (90^0 - i) = \cos I \cos (90^0 - \beta) + \sin I \sin (90^0 - \beta) \cos A,$$

или

$$\sin i = \cos I \sin \beta + \sin I \cos \beta \cos A.$$

Како су у пракси важни само мали углови i, реда неколико десетина лучних секунада, угао β уствари износи само 10—20'', а угао I је реда 1^0, то $\cos A$ износи приближно $\sin i / \sin I$, тј. $100''/3600'' = {}^1/_{36}$ или мање, тј. угао A близак је 90^0 (88^0—92^0).

У два разна положаја инструмента, који одговарају угловима A_1 и A_2, имаћемо

$$\sin i_1 = \cos I \sin \beta + \sin I \cos \beta \cos A_1,$$

$$\sin i_2 = \cos I \sin \beta + \sin I \cos \beta \cos A_2.$$

Ако одузмемо прву једначину од друге, добивамо

$$\sin i_2 - \sin i_1 = \sin I \cos \beta \, (\cos A_2 - \cos A_1).$$

Зато што су углови i и β мали можемо с довољном тачношћу у последњој једначини ставити $\cos \beta = 1$ и разлику $\sin i_2 - \sin i_1$ заменити разликом углова i_2 и i_1 у радијантима; а ако означимо са i_2'' и i_1'' њихове величине у лучним секундама, имаћемо

$$i_2'' - i_1'' = 206\,265'' \sin I \, (\cos A_2 - \cos A_1) =$$

$$= 206\,265'' \sin I \cdot 2 \sin {}^1/_2 \, (A_2 + A_1) \sin {}^1/_2 \, (A_1 - A_2) \, .$$

На основи горе реченог о углу A (88^0—92^0) можемо с довољном тачношћу за практичне циљеве ставити $\sin {}^1/_2 \, (A_1 + A_2)$ једнако 1 (са отступањем које не прелази $0{,}06\%$ и заменити $\sin {}^1/_2 \, (A_1 - A_2)$ углом израженим у радијантима (са отступањем које не прелази $0{,}02\%$). Ако означимо са ${}^1/_2 \, (A_1 - A_2)'$ број лучних минута у углу ${}^1/_2 \, (A_1 - A_2)$, добијамо

$$i_2'' - i_1'' = \frac{206\,265''}{3438'} (A_1 - A_2)' \sin I.$$

Напослетку, ако узмемо у обзир околност да при $I = 1^0$ можемо са отступањем које не прелази $0{,}005\%$ ставити $\sin I = I^0 / 57^0{,}296$, где I^0 означава број степена у углу I, добијамо на крају прост образац

$$i_2'' - i_1'' = \frac{60}{57{,}3} \, I^0 \, (A_1 - A_2)' = 1{,}0472 \, I^0 \, (A_1 - A_2)'.$$

Одатле се види да је промена нагиба либелине осовине према хоризонту, тј. $i_2'' - i_1''$, сразмерна углу обртања инструмента кад се он налази у положају да му је осовина либеле блиска хоризонту.

65. Примена Комстокове методе у пракси. — При постављању инструмента на стуб или статив треба се старати да раван која пролази кроз алхидадну осовину и један од положајних завртњева прође кроз какву белегу на зиду павиљона, или неке зграде ако се посматрање врши напољу. Инструменат се пажљиво нивелише, дурбин се наведе на изабрану белегу, изврши се тачно читање вертикалног круга и либеле. Затим се дурбин обрне око обртне осовине на пример за 1^0, тачно се прочита вертикални круг, а после тога се поменутим положајним завртњем цео инструменат обрне тако да се дурбин опет постави на ону исту белегу.

Јасно је да ће разлика два извршена читања на вертикалном кругу после ових радњи показати баш колико алхидадна осовина инструмента отступа од вертикале. Да неизбежна отступања ових читања не би знатно утицала на крајњи резултат, треба она да износе мали део ове разлике два читања; зато њу и треба бирати око 1°. Јасно је да је то баш угао I.

После тога се окрене инструменат око алхидадне осовине из правца уперeног на белегу на једну или другу страну приближно за 90° и потражи се онај положај инструмента при коме ће либелин мехур стајати на средини њене цеви. Тада се учврсти инструменат у азимуту и завртњем за фино кретање обрће док се читање хоризонталног круга A не доведе на цео број лучних минута, или чак ако је подесно и на округао број минута, а да притом либелин мехур стоји на крају њене цеви. Изврши се читање A_1 и добију односна читања мехурових крајева a_1 и b_1. Затим се окрене инструменат тако да тачно читање A_2 изнесе опет цео (боље округао) број минута, а да се мехур помери за 2—3 дела и опет се прочита либела (a_2 и b_2). Затим се окрене инструменат још за онолико лучних минута колико износи разлика $A_2 - A_1$, и опет се прочита либела итд.. Ове се радње продужују све дотле док либелин мехур не дође до другог краја цеви. Ова радња је потпуно аналога обртању завртња испитивача либеле за целе делове завртњева обрта и читању либеле после сваког обртања завртња.

Као и при испитивању либеле на испитивачу, тако је и код Комстокове методе корисно истим померањима инструмента вратити либелин мехур на онај крај од кога је почело испитивање. Затим се инструменат може обрнути за 180° око алхидадне осовине и исто тако испитивање извршити у близини другог таквог положаја његовог када либелин мехур стоји на средини цеви. Ово се испитивање може поновити онолико пута колико се покаже потребним.

Напослетку треба добити тачно читање *вертикалног* круга. Затим се обртањем истог оног положајног завртња којим је осовина инструмента била изведена из вертикалног положаја, успостављa вертикалан положај те осовине, и после прецизног нивелисања дурбин се опет наводи на белегу и добива читање вертикалног круга. Разлика ова два читања вертикалног круга такође нам даје вредност угла I, упоредљиву с вредношћу добивеном (види горе) у почетку испитивања. Обе вредности угла I^0 у границама неизбежних отступања морају се слагати једна с другом ако је цела радња извршена како треба. За обраду разуме се треба узети средњу вредност угла I.

У циљу обраде мерења израчунава се из познате вредности I (у степенима) и из разлике читања $A_2 - A_1$ (у лучним минутама), једнаке за сва померања, а по обрасцу

$$i_2'' - i_1'' = 1{,}0472\ I^0\ (A_2 - A_1)'$$

угао $(i_2 - i_1)''$, за који се мења нагиб либелине осовине према хоризонту при сваком обртању инструмента око алхидадне осовине за угао $A_2 — A_1$. Према томе имамо све што нам је потребно за одређивање средње вредности либелина дела и за њено испитивање.

Ако се подеси да буде $I^0 = 57^0{,}3/60$, тј. да угао I буде једнак 57',3, онда се у обрасцу $1{,}0472\ I^0$ претвара у јединицу и $(i_2 — i_1)''$ постаје једнако $(A_2 - A_1)'$. То значи да је промена нагиба либелине осовине према хоризонту у лучним секундама бројно једнака углу обртањ инструмента око алхидадне осовине израженом у лучним минутам

Разуме се да не можемо од ока поставити раван која пролаз кроз алхидадну осовину и положајни завртањ тако да она тачно пролази кроз изабрану белегу. Али је ту тешко отступити више од 2^0; с толиким отступањем, као што показује просто разматрање, вреднос либелина дела се добија мања од стварне у односу cos 2^0 : 1, тј. з 0,06%, и чак са отступањем од 4^0 добивена вредност дела разликуј се од стварне само за 0,24%. Практично је пак потпуно довољно знат вредност либелина дела са тачношћу до 0,5%.

Добре стране ове методе састоје се очевидно у томе што не захтева посебан инструменат и у томе што се либела испитује на истом инструменту на коме се она употребљава при посматрањима, а то је врло важно.

Разуме се ова метода претпоставља да се обртање инструмента око алхидадне осовине врши, истина у границама врло малог угла од нека 2—4^0, — геометриски тачно. Али се у ово тешко може сумњати ако инструменат није сасвим рђав. У сваком случају вреди приметити да се у суштини ова идеја може применити на испитивање правилности обртања инструмента око алхидадне осовине, и то у следећем облику. Инструменат се нивелише на чврстом стубу што пажљивије, нониус (микроскоп) хоризонталног круга поставља се узастопно на 0^0, 30^0, 60^0, 90^0, ... 330^0, и притом чита положај средине мехура либеле на вертикалном кругу или либеле на обртној осовини, по обрасцу $c_i = {}^1/_2 (a_i + b_i)$. После тога начини се график на чију се апсцисну осовину нанесу степени 0^0, 30^0, 60^0, ..., а на ординатну односне вредности c_i. Ако се осовина у својој облози обрће савршено тачно, са геометриском тачношћу, добивене тачке треба да леже у границама неизбежних отступања либелиних читања на синусоиди, чија је осовина паралелна апсцисној осовини, а амплитуда угао између вертикале и алхидадне осовине инструмента. Отступање криве од синусоиде, ако се не може објаснити отступањима посматрања, указује на то да се обртање осовине у њеној облози не врши геометриски тачно.

ГЛАВА ПЕТА

ЧАСОВНИЦИ И ХРОНОМЕТРИ

66. Општи опис. — При сваком астрономском посматрању потребно је бележити време када се посматрана појава догађа. За показивање времена са односном тачношћу за сваки случај служе инструменти који показују протекло време; то су часовници и хронометри. Астрономски часовник састављен је у основи као и обичан зидни часовник с тегом и клатном, а хронометар као џепни часовник, само знатно прецизније.

Астрономски часовник има систем зупчаника који се крећу под дејством каквог тега; овај тег или виси на канапу (или струни), који се при навијању часовника намотава на кратки ваљак спојен с најспоријим зупчаником, па одвијањем обрће овај зупчаник, или ма на који други начин ставља у обртање један од зупчаника, а преко њега и све остале. Прекиди у обртању зупчаника регулишу се клаћењем клатна, које је преко такозване *котве* и *котвиног зупчаника* у вези са читавим системом зупчаника. Клатно астрономског часовника обавља једно клаћење с лева у десно или с десна у лево, или за 1 секунду (то је секундно клатно, дугачко око 1 m), или за $^1/_2$ секунде (полусекундно, дугачко око $^1/_4$ m), и то или средњег времена, ако је часовник *средњи*, или звезданог, ако је *звездани*. На осовини котвиног зупчаника налази се секундна казаљка, на двема другим — минутна и часовна.

У хронометру се систем зупчаника креће под дејством савијене опруге, а прекидање кретања регулише се такозваним *балансом*, кога покреће спирална опруга, која код џепног часовника има облик пљоснате спирале и зове се влакно. Осовина баланса повезана је са котвиним зупчаником помоћу нарочите котве; за котвин зупчаник утврђена је секундна казаљка, а за друге — минутна и часовна. Код хронометра се цело клаћење баланса, напред и назад, обави за пола секунде средњег или звезданог времена.

Сваки часовник или хронометар носи назив који се састоји из имена часовничара који га је израдио и назива фабрике и броја.

Секундни удари часовника и полусекундни хронометра веома су разговетни, кратки и толико јаки да се могу чути на растојању од неколико метара. За време посматрања појаве посматрач гледа у дурбин, слуша и броји у себи секунде часовника или хронометра. Када се деси појава чији тренутак он жели да забележи, он уочи последњу одбројану секунду пре наступања појаве, а десети део када се појава догодила процени и истог тренутка забележи у посматрачку бележницу, а одмах затим и минуту и час.

Да би се лако и поуздано могли оценити тренуци посматрањ појава, треба се увежбати у сигурном бројању откуцаја без гледања хронометар. Боље је бројати секундне, а не полусекундне ударе хронометра, а половине секунада у себи или наглас пропраћати звуком „и или десетицом секунада, на пример овако: нула, (и) један, (и) два, (три), . . . (и) деветнаест, (и) двадесет, (двадесет) један, (двадесет) два, . . . (педесет) девет, (и) нула, . . . итд..

67. Стање и дневни ход. — Ниједан часовник не може д показује савршено тачно оно време које би требало да показује, али с посматрањем појава на небу помоћу нарочитих инструмената може одредити *поправка часовника* која се још назива и *стање часовника*. То ј онај број минута, секунада и делова секунде који треба *алгебарск* додати са његовим знаком + или — показивању часовника, па да с добије тачно време које би он требало да показује, средње или звездано, и то време *одређеног меридијана*. Ниједан часовник не може ићи тачно. Зато се његово стање непрекидно мења. Промена стања за једа дан (средњи или звездани) у смеру „данашње минус јучерашње стање" назива се дневни *ход часовника* или хронометра Ако са u обележим стање у тренутку T, а са ω дневни ход, у тренутку T, стање ће бити

$$u + \omega\,\frac{T'-T}{24}\,,$$

где је $T' - T$ изражено у часовима и деловима часа. Али се притом претпоставља да је ω стална величина. Уствари она то није. Зато интерполовање, а нарочито екстраполовање стања није лак посао и не даје увек поуздане резултате.

68. Клатно. — Ход часовника регулише се трајањем клаћења клатна. Из механике је познато да се код математичког клатна (чија је маса концентрисана у једној тачки, конац без тежине, а дужина равна l, време клаћења с једне стране на другу претставља обрасцем

$$T=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\sin^2\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2\sin^4\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2\sin^6\frac{\alpha}{2}+\ldots\right],$$

где је g убрзање силе Земљине теже, а α амплитуда клаћења, тј. највеће удаљење конца од вертикалног положаја. За физичко клатно образац је сложенији, али сличан претходном:

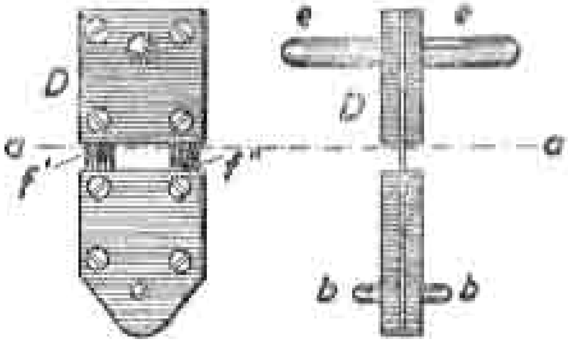
$$T=\pi\sqrt{\frac{(a^2+k^2)}{ga}}\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\sin^2\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2\sin^4\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2\sin^6\frac{\alpha}{2}+\ldots\right],$$

где је a отстојање тежишта од тачке вешања. Ако је M маса тела, k^2M је моменат инерције клатна у односу на осовину која пролази кроз његово тежиште паралелно осовини клаћења. Код астрономског часовника амплитуда је обично око 70 лучних минута.

Да би ход часовника био сталан важно је пре свега да је стална „дужина" клатна $(a^2+k^2)/a$, а она зависи од температуре. Стога су пронађена клатна код којих промена температуре не утиче на време клаћења. Изложићемо суштину неких од њих без тачног прорачуна.

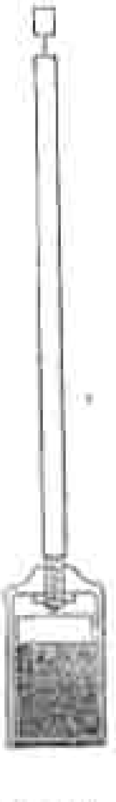
Приметимо пре свега да се клатно веша о мали испуст на задњој плочи механизма помоћу направе приказане на сл. 33. Већи клин *ее* почива на поменутом испусту у равни клаћења клатна. Једно или као на цртежу два вита пера *Г* и *Г'* стегнута су горњим крајевима у горњој квадратној плочи, а доњим у доњој. На доњој плочи је клин *bb* о који се само клатно веша двоструком куком на његовом горњем крају.

Живино клатно састоји се из челичне шипке која виси на танком, равном, често двоструком перу (сл. 33), чији је горњи крај на неки начин утврђен за основну плочу часовника.

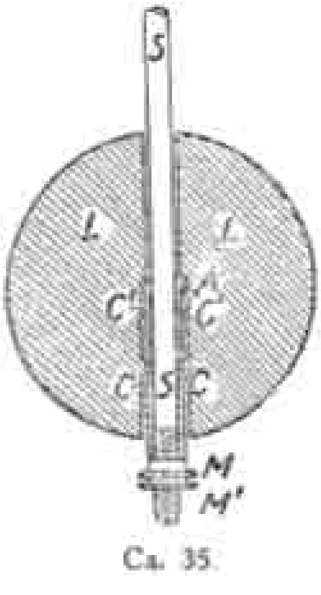


Сл. 33.

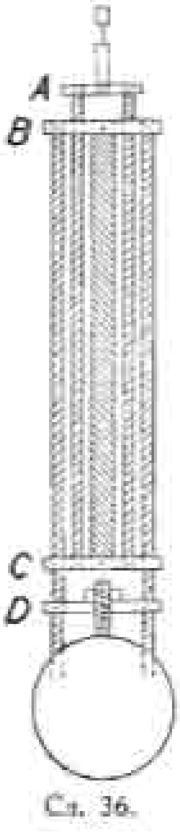
На доњи крај шипке (сл. 34) наврнута је округла плоча на којој виси стаклени ваљкасти суд са живом, који претставља тег клатна. Да би расуђивање било простије занемарићемо тежину шипке и величину k^2 у поређењу са a^2; тада ће дужина клатна бити растојање од пера до тежишта живе; кад се температура повишава, дно суда са живом се спушта, јер се шипка и бочни зидови суда продужују, али се тежиште живе над дном суда пење, јер се и стуб живе у суду продужује. Како је коефицијенат ширења челика знатно мањи него живе, то је довољна мала висина живе у ваљкастом суду, приближно од 17 cm, да се спуштање њеног тежишта од продужавања шипке надокнади његовим пењањем услед продужења живиног стуба.



Сл. 34.



Сл. 35.



Сл. 36.

Клатно од инвара. Крајем XIX в. француски физичар Гијом открио је важне особине легуре никла и челика; између осталог он је нашао да легура од 36% никла и 64% челика има веома мали коефицијенат топлотног ширења; ова легура добила је назив инвар од француске речи

„invariable" — непромењив; ускоро су је почели примењивати свуд где је потребна мала промењивост дужине са температуром, изме осталог и за клатна астрономских часовника. Коефицијенат ширењ инвара није једнак нули, он зависи од његова састава, али је 15 до 2 пута мањи него у челика, а око 30 пута мањи него у месинга. Стог се компензација клатна са шипком од инвара врши свако (сл. 35); н доњем крају шипке налази се матица *M*; на њен се обод опире це *cc'* од месинга дуга неколико центиметара, која слободно обухват шипку; на горњи крај цеви ослања се плоча утврђена у тежишт клатнова тега *L* (ваљак или двогубо испупчено сочиво од олова). Ка су одређени коефицијенти ширења инвара и месинга, израчуна с дужина месингане цеви тако да њена промена дужине од температур буде једнака промени дужине шипке од инвара.

Клатно од цинка и челика (сл. 36). Ово се заснива на чињениц да је коефицијенат ширења цинка 2 до 3 пута већи од коефицијент ширења челика. Клатно се у суштини израђује на следећи начин (распореду шипака може бити разлике): од пера на коме виси, полаз челична шипка дугачка око 17 cm и иде до пречаге *A* за чије је средиште причвршћена; од крајева те пречаге полазе челичне шипк дугачке око 70 cm, утврђене при врху за пречагу *A*, при дну за пречаг *C*, а пролазећи слободно кроз пречагу *B*. Из средишта пречаге *C*, између поменутих челичних, протеже се навише цинкана шипка до пречаг *B*, утврђена својим крајевима за *C* и за *B*; од крајева пречаге *B* полаз наниже челичне шипке, које слободно пролазе кроз пречагу *C*, али с утврђене за пречагу *D* и улазе у тег клатна; он опет виси на завртњ који слободно пролази кроз средиште пречаге *D* и при врху има матицу

При повишењу температуре челичне шипке се продужују и тег с спушта, али се услед издуживања цинкане шипке горња пречага *B* диж према доњој *C* и, значи, тег се подиже. Спуштање тега једнако је збир ширења челика од тачке вешања до пречаге *C* и од пречаге *B* до *D* а дизање тега једнако је ширењу цинка од пречаге *B* до пречаге *C* дужина челичних шипака преко два пута је већа од дужине цинканих али је и ширење цинка преко два пута веће од ширења челика; стог се може постићи да промена температуре не утиче на дужину клатна Прорачун овог клатна, разуме се, сложенији је него прорачун дв претходна.

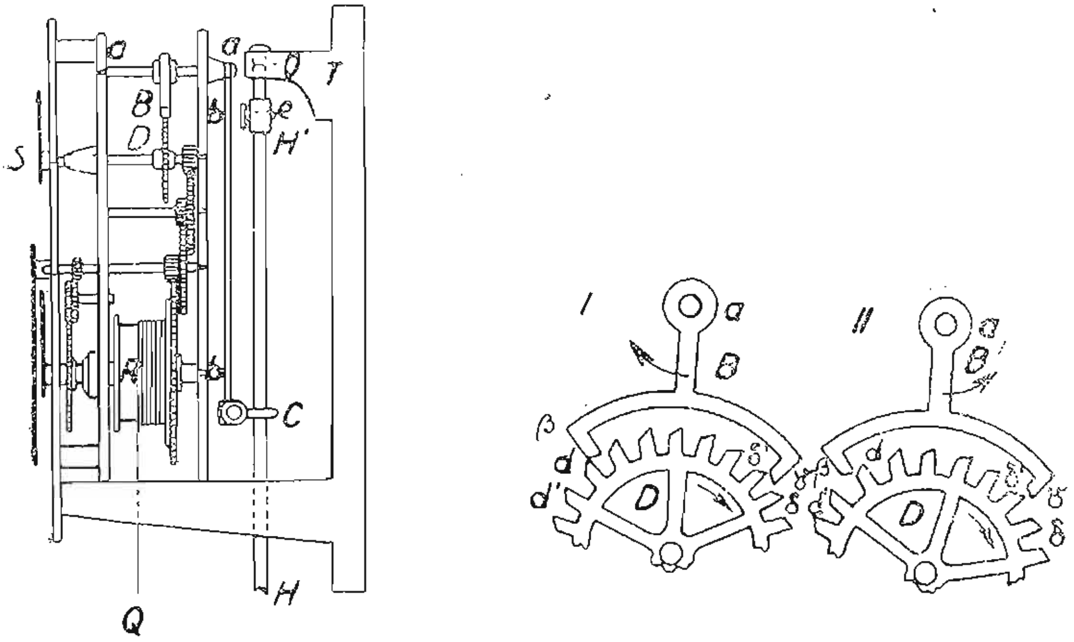
Свако клатно има матицу на завртњу помоћу које се може померати тег дуж клатна у границама од неколико милиметара и тако с може мењати мало трајање клаћења, значи и ход часовника.

За ово је, разуме се, потребно заустављати часовник. Да би с могло мало мењати време клаћења без заустављања часовника, налаз се на шипци клатна мали тас; клатно се регулише најпре подизањем и спуштањем његовог тега при чему смо на тас ставили мали тег, на пример од 1 g. Детаљно се регулисање врши без заустављања клатна, опрезним скидањем овог малог тега и стављањем тежег (тада се клатн клати брже, јер му се тежиште подиже) или пак лакшег.

69. Отклањање утицаја температуре и барометарско притиска на клаћење клатна. — У разматрањима из § 68 крије се претпоставка да је температура свих делова клатна једнака. Испитивање је показало да то није тачно, да постоји слојевитост температуре, тј. температура је при врху увек виша него при дну, ако ово није измењено вештачким загревањем, а изменити ово константно није могуће и, што је главно, разлика између горње и доње температуре се мења. Ова околност квари компензацију клатна, осим код последњег типа (челик-цинк), где су елементи који се међусобно компензују распоређени у средини клатна и на већем делу његове дужине.

Услед тога Рифлер преноси у последње време месингану цев која компензује шипку од инвара с њеног доњег краја на средину, где је температура, разуме се, ближа средњој температури шипке.

Како ни поред свега тога компензација не може бити беспрекорна, јер на ход часовника утиче и промена температуре пера на коме клатно виси, тежи се да се часовници држе у таквој просторији где се температура, или вештачким регулисањем загревања или природно, због велике дубине испод Земљине површине (10 и више метара), одржава приближно сталном; нарочито је важно отсуство дневних колебања температуре.

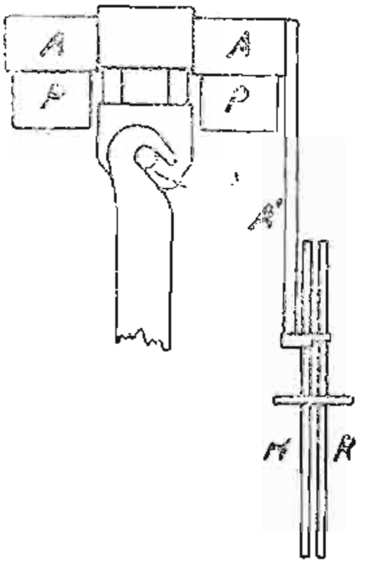


Сл. 37. Котва и котвин зупчаник

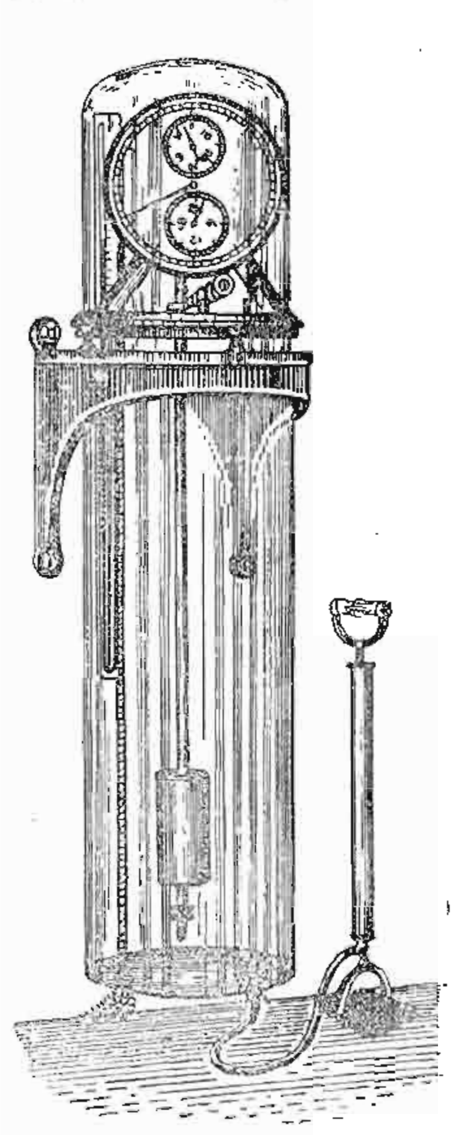
Осим температуре, на време клаћења клатна утиче још и густина ваздуха у коме се оно креће; једини поуздан начин да се отстрани овај утицај је сместити часовник у херметички затворен цилиндар, у коме се маса, па дакле и густина ваздуха неће мењати (цилиндар не сме да пропушта). Ипак се не мора сувише разређивати ваздух у том цилиндру, али је разуме се ово корисно ако поклопац цилиндра то допушта. Најзад треба омогућити да се часовник може навијати а да се ваздух не пусти у цилиндар (в. § 71).

70. Котва. — Клаћења клатна претварају се у обртање зупчаника и на крају крајева казаљки помоћу котве или анкера и котвиног зупчаника, на чијој се осовини налази секундна казаљка (сл. 37). Котва се *B* клацка на осовини *a* која се налази изнад осовине *D* котвиног зупчаника. Од његове осовине спушта се шипка *bb* дугачка око једног дециметра, на чијем се крају налази или хоризонтална виљушка *C* која обухвата шипку клатна, или мала хоризонтална шипка која улази у отвор

на шипки клатна. Кад се клатно клати оно покреће котву да се клац
и онда редом, час леви, час десни зубац котве улази међу зупце к
твиног зупчаника, који тежи да се обрће под дејством тега. Услед то
зупци зупчаника ударају о крајеве котве, што се и чује као „удар
клатна", иако се притом никакви ударци на клатно не врше нити
смеју вршити. Али ипак зубац котвина зупчаника клизећи притом пе
време по зупцу котве врши на овај последњи лак притисак који



Сл. 38. Вешање клатна
код Рифлеровог часовника



Сл. 39. Рифлеров часовник

преноси и на само клатно и подржава његово клаћење. Без овог лак
потстицања клатно би се, разуме се, зауставило услед отпора вазду
и трења у механизму часовника.

Међутим овакво потстицање клатна сваке секунде, које се на ње
преноси притиском на тачку која лежи нешто испод пера о које
клатно обешено, нарушава слободно клаћење клатна и механичари
одавно тежили да направе што слободније клатно за часовник. Рифле
је то постигао на тај начин што је са горњим делом витог пера споји
две челичне призме *AA* (сл. 38), чије се доње оштре ивице управ
нара ван клаћења клатна ослањају на ахатне хоризонталне плочице *P*
утврђене за основну плочу часовника. За ове призме утврђена је кот

A' која се укопчава у двоструки котвин зупчаник *HR*. Клатно се клати око ивица призама *AA* као око осовине. Ове ивице треба да леже на продужењу осовине клаћења клатна *aa* (в. сл. 37). Притисак зубаца котвиног зупчаника на рамена котве изазива савијање витог пера, а ово савијање одржава енергију клаћења клатна; на тај начин ништа не додирује клатно испод витог пера.

71. Навијање. — Часовник који виси у обичном орману, који механизам штити само од прашине, навија се као обичан часовник. Код њега се канап или струна о коју виси тег намотава на ваљак обртањем тога ваљка на његовој осовини. Ваљак је чврсто везан са првим зупчаником који покреће све остале зупчанике до последњег, котвиног секундног зупчаника. Сваки зупчаник има одређен, праксом проверен, број зубаца. Осовина једног од зупчаника служи као осовина минутне казаљке, а од те осовине преко посебног система зупчаника долази се до часовне казаљке. Код астрономског часовника се обично средишта часовног и минутног цифарника не поклапају.

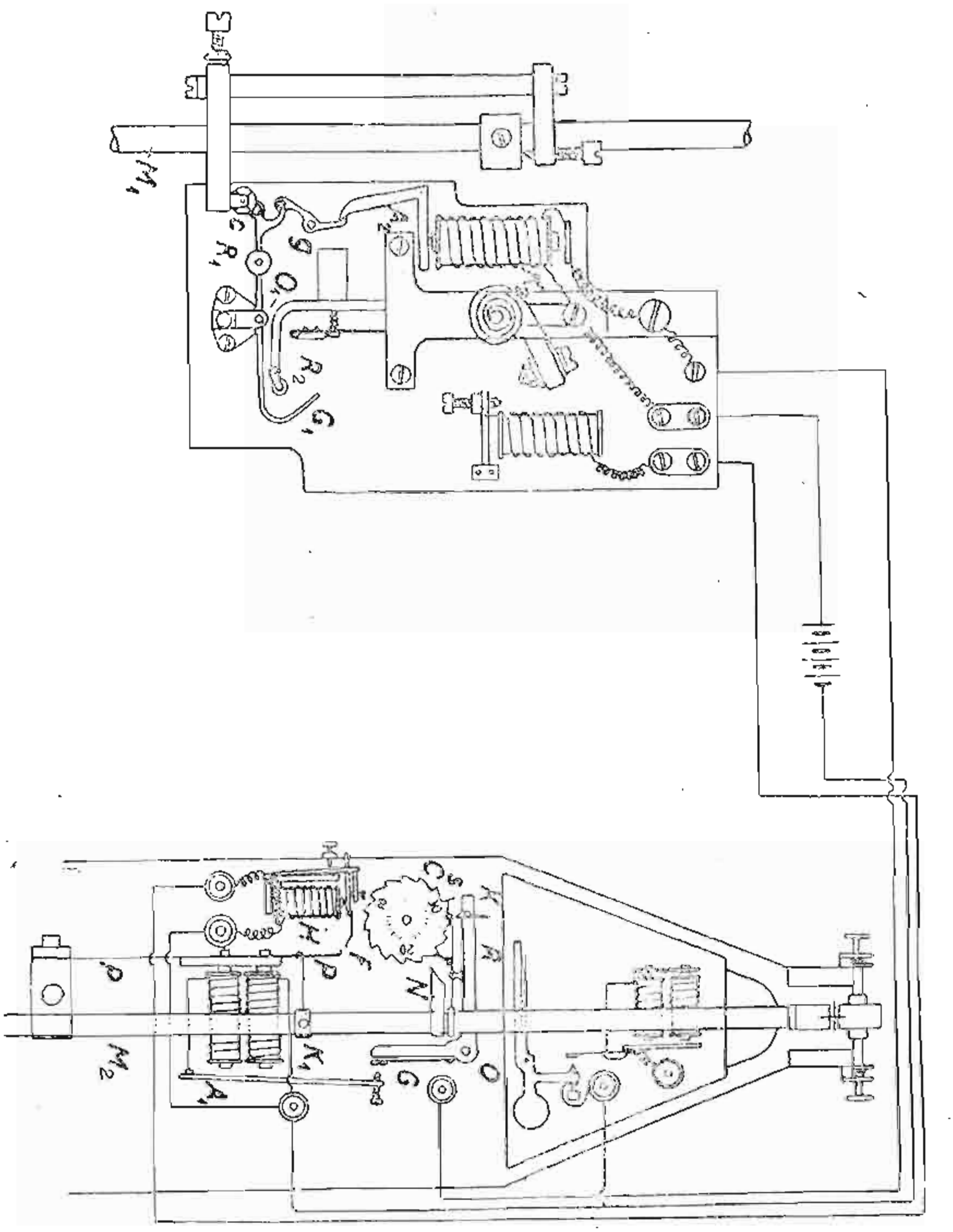
Код часовника смештеног у херметички затворен простор (цилиндар) потребно је омогућити навијање тако, да при навијању ваздух не може да уђе у цилиндар; ово се постиже на разне начине, помоћу електричне струје чије је коло уведено споља у часовник.

На пример Рифлерови часовници (сл. 39), смештени у затворене цилиндре, раде под дејством теже на мали тег који се сваких 30—36 секунада спушта до свог најнижег положаја и затвори коло струје које пролази кроз један електромагнет; електромагнет тада привуче своју котву која је утврђена за крај једне полуге; други се крај полуге брзо подигне и одбаци поменути тег увис; услед тога се коло струје одмах прекине, а тег се нађе на врху свога пута и притиском на зупце једног зупчаника подржава ход часовника; цео овај механизам, разуме се, налази се под цилиндром, а напоље излази само вод за батерију.

72. Шортов часовник састоји се из два одвојена дела. Један од њих налази се где је то посматрачу потребно. Његово клатно M_2 (в. десну страну сл. 40) помоћу односног контакта (§ 74) затвара за мали део секунде коло струје које се користи у синхронизованим часовницима, хронометрима (в. § 75) итд. Други део се састоји из клатна M_1, које се налази у просторији где је температура по могућству стална. Клатно M_1 затворено је у стаклени ваљак из кога је извучено 96% ваздуха. Оба клатна начињена су од инвара и компензована на температурске промене, као што је описано у § 69.

Одржавање клаћења оба клатна и регулисање клаћења клатна M_2 слободним клатном M_1 врши се овако. Клатно M_2 при сваком свом потпуном клаћењу, крећући се с лева надесно, помера помоћу лаке куке (која се на цртежу налази изнад слова *r)* за један зубац мали зупчаник *C* који има 15 зубаца. Када овај зупчаник после 30 секунада изврши пун обрт, клин *s* одгурне у десно куку *K* која придржава полугу *ROG*. Ова тада, обрћући се око своје осовине *O*, клизне ваљком *r* по бочној (на цртежу левој) површини испуста *N*, причвршћеног за клатно, и самим тим потстакне клатно када оно с лева на десно пролази кроз свој равнотежни положај.

Чим се то догодило, и полуга се *ROG* довољно обрнула, она својим доњим крајем затвори коло струје електромагнета K_1, који ће привући котву A_1. Ова котва нагло удари полугу *ROG*, која се обртањем у смеру казаљке на часовнику поново закачи за куку K. У ист колу струје налази се и електромагнет K_2. смештен у ваљку слободн клатна. Електромагнет K_2 привуче своју котву A_2 Ова са обрне о своје осовине и доњим крајем гурне надесно малу полугу g. До



Сл. 40. Схема Шортовог часовника

крај њен помери се налево, ослободи виљушку лаке полуге $R_1O_1G_1$ а ова својим доњим крајем обрне за мали угао лаки точак c, који је утврђен за клатно. На тај начин клатно при свом пролазу кроз равнотежни положај с десна налево добија мали импулс. Када се полуге g и $R_1O_1G_1$ враћају у свој нормални положај затвори се за кратко време

[0^s,03] коло струје у коме се налази електромагнет *H* поред клатна M_2 и који служи да се оно синхронизује с клатном M_1.

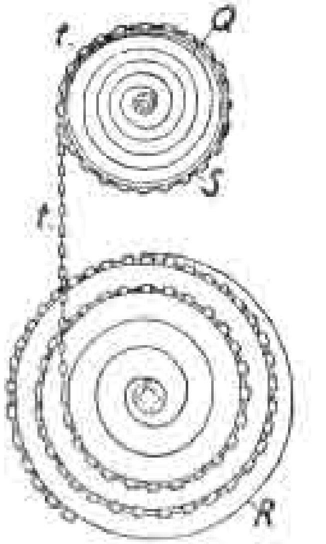
У ту сврху се клатно M_2 регулише тако да дневно заостаје 6 секунада те ће за пола минуте заостајати за 6/2 · 1440 = 1/480-ти део секунде. Струја о којој је малочас било речи пролази кроз електромагнет *H* и једном сваких 30 секунада привлачи котву *F*, која одмах пада наниже. Том приликом она својим десним крајем може да уопште и не додирне вертикалну опругу *pp*, причвршћену за клатно (клатно се за то време креће с десна налево), ако врх *p* у тренутку падања котве *F* буде лево од савијеног краја котве. Пола минуте касније она ће само лако ударити о врх опруге *p*. У оба случаја ништа неће променити кретање клатна. После наредних 30 секунада, при падању котве *F*, опруга *pp* налазиће се још више удесно но што је била пола минуте и минуту раније, јер се клатно M_2 клати спорије од слободног клатна M_1. Стога ће се при кретању опруге *pp* налево њен савијени врх одупрети о десни крај котвин. На тај начин, у току читаве секунде, док клатно M_2 не дође до свог крајњег левог положаја и не врати се с лева надесно у равнотежни положај, опруга *pp* биће свијена на десно. Према томе она ће вући клатно ка равнотежном положају, деловаће дакле исто као сила теже, па ће према томе убрзавати кретање клатна. Еластичност опруге *pp* прорачуната је тако да у току ове секунде заостајање клатна M_2 у односу на слободно клатно M_1 буде повиштено. Наредних секунада клатно M_2 почеће опет да заостаје у односу на клатно M_1. После пола минуте, када котва *F* опет падне, она још неће закачити опругу *pp*, али при наредном или трећем падању доћи ће опет до њиховог закачињања, па ће се опет клаћење клатна M_2 довести у склад са клаћењем слободног клатна M_1. Тако ово последње управља клаћењима клатна M_2.

Посматрања извршена последњих година на Гривничкој опсерваторији и другим местима показала су да Шортов часовник има равномернији ход него часовници других конструктора, ако се поведе рачуна о преосталом малом утицају температурских промена. Тежи се да се у све часовне службе уведу Шортови часовници (в. § 61). У данашње време постигнута је израда часовника Шортова типа у СССР у радионицама Савезног научног истраживачког института за метрологију.

73. Хронометар. — Код хронометра је покретачка сила опруга за навијање, као код џепног и стоног часовника, будилника, а регулатор је *баланс* који обавља осцилације час у једну час у другу страну под еластичним дејством друге спиралне опруге. Последња није пљосната као код џепног часовника; њени навоји једнаког полупречника распоређени су један изнад другог у виду завојнице; једним крајем опруга је утврђена за масу хронометра а другим за баланс. Баланс, грубо речено, претставља прстен са полужицом која пролази кроз средиште прстена, где управно на његову раван пролази осовина око које прстен осцилује, као код џепног часовника и будилника.

Да би ход био правилан крајеви спирале морају имати теориски одређен и у пракси разрађен облик. Да би време осциловања баланса, па према томе и ход хронометра, били што стални и независнији од промена температуре, у њему су, поред брижљиве израде свих делова,

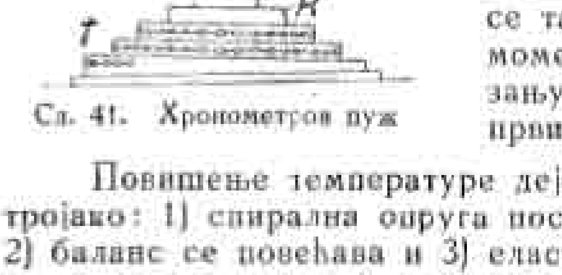
остварене мере да се отклоне утицаји слабљења силе опруге за на
јање (јер ова попушта у току рада хро
метра) и да се компензује време осцилова
баланса које се мења под утицајем проме
температуре.



Сл. 41. Хронометров пуж

Први се утицај отклања на тај нач
(сл. 41), што се са ваљка *S*, у коме се н
лази опруга *Q* за навијање, при навијањ
одмотава ланац *l* (по саставу беочуга слич
лацу на бициклу) и намотава на *пуж*
тако да при одмотавању опруге овај лан
силази најпре са најужег навојка и пост
пено прелази на шире. Стога при јако з
тегнутој опрузи, одмах после навијања, лан
вуче пуж дејствујући на крај полупречни
његовог најужег навојка, а уколико опру
слаби, дејствује постепено на крајеве с
већих и већих полупречника. Ход пужа би
се тако да би се добили једнаки обрт
моменти његове осовине при сваком зат
зању опруге. На осовину пужа навучен
први најспорији зупчаник.

Повишење температуре дејствује на трајање осциловања балан
тројако: 1) спирална опруга постаје дужа, шира и дебља, уопште јач
2) баланс се повећава и 3) еластичност спиралне опруге слаби. Теори
показује да се утицај прва два узрока узајамно поништава, али да трећ
узрок утиче на ход хронометра н
пута јаче него ма који од прва дв
Искуство показује да хронометар с
челичном опругом и месинган
балансом при повишењу температу
за 1° закашњава 11 секунада днев
Да би се отклонио овај велики н
достатак, баланс се израђује расече
и од два метала (сл. 42). За крајев
његове полужице утврђена су д
лука или једним крајем или сред
ном, израђена од два метала: изнутр
од челика (мањи коефицијенат ширења), споља од месинга (већи ко
фицијенат ширења); на слободне крајеве ових лукова навучени су ма
тегови *k*. Кад се температура повишава, слободни се крајеви луко
савијају унутра, тегови се приближују осовини баланса и момен
инерције се смањује, па зато и поред слабљења еластичности спирал
опруге услед повишења температуре трајање осцилације може остат
непромењиво, ако се на подесан начин изаберу димензије свих дело
механизма.



Сл. 42. Расечени баланс

Али искуство показује да ни коефицијенат еластичности опруг
ни коефицијенат ширења баланса нису тачно сразмерни температури
већ имају чланове сразмерне t^2. Овај последњи члан је код коефици
јента ширења позитиван, а код коефицијента еластичности негатива
Због тога се ход хронометра може подесити да буде равномеран сам

на двема температурама, на пример око 0^0 и око $+ 30^0$; на температурама између њих хронометар стално жури, а на температурама мањим од 0^0 и већим од $+ 30^0$ касни.

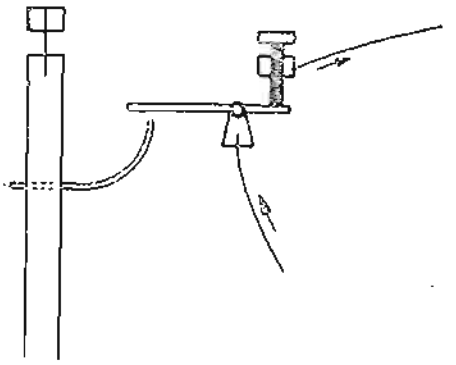
Значајан напредак у погледу отклањања температурског утицаја на ход хронометра је био учињен када је Гил предложио да се биметални баланс израђује од месинга и нарочите легуре никла и челика, са којим се и утицај квадрата температуре t^2 скоро потпуно отклања.

За промену дневног хода хронометрова служе мали тегови *m* причвршћени на крајевима балансове полужице. Ако оба тега подједнако уврнемо или одврнемо (тј. удаљимо их од осовине баланса) смањујемо или повећавамо моменат инерције баланса и на тај начин убрзавамо, односно успоравамо његово осциловање. Услед тога ће хронометар журити, односно каснити.

Веза између баланса и секундног зупчаника остварена је код хронометра преко котве, која је сложенија од котве часовника. Једанпут у току једне потпуне осцилације баланса (назад и напред), која траје пола секунде, помери се секундни зупчаник за полусекунду и да лак потстрек балансу, потребан да се одржи његово осциловање. И једно и друго догађа се врло брзо, за $\frac{1}{80} - \frac{1}{100}$ део секунде, док код часовника притисак зубца секундног зупчаника на котву траје знатно дуже, што се може приметити и по брзини скокова секундне казаљке: код хронометра ови се догађају увек врло брзо, а код часовника приметно спорије.

74. Електрични контакти у часовницима и хронометрима. — У последње време код часовника скоро редовно, а код хронометара врло често, не служи као што је описано у § 66 звук за обележавање секунада и полусекунада, већ спајање и прекидање струје које врше прекидачи или контакти; ова се струја користи за бележење тренутака спајања и прекидања кола на такозваним *хронографима*. Прекидачи код часовника могу бити везани за шипку клатна, на пр. онако како је показано на сл. 43: на горњем крају клатна с десне стране израђена је кукица повијена навише; при избијању клатна удесно крај кукице подиже леви крај лаке полуге чија је осовина утврђена за масу часовника и на тај начин прекида спој на десном крају полуге између ње и завртња више ње; напротив када се клатно налази лево од свог равнотежног положаја, десни крај полуге ослања се на тај завртањ (леви крај полуге тежи је од десног) и на тај начин се затвара коло струје која пролази кроз осовину полуге и завртња. Са оваквом везом, разуме се, временски је размак између два споја или између два прекида сталан, али временски размак између споја и наредног прекида зависи од положаја завртња, може се мењати и уопште намерно одржавати мало дужи или мало краћи од секунде зато да би се разликовале парне секунде од непарних. Са таквом везом не могу се разликовати почетак и крај минуте, сви су парови секунада једнаки.

Код Рифлеровог часовника секундни је контакт остварен друкчије. Код њега је на осовину секундног зупчаника навучен други зупчаник са тридесет зубаца по којима клизи ваљчић утврђен за један крај полуге чији други крај осцилује између два утвђена завртња; горњи је завртањ електрички изолован, а доњи проводи струју. Када зупчаник стоји тако да се ваљчић налази на врху једног зупца, други крај полуге се налази у најнижем положају те додирује завртањ који проводи струју, и струја пролази кроз осовину полуге и тај контакт. Следеће секунде ваљчић упадне у зарез између два зупца на зупчанику, леви се крај полуге издигне и коло струје прекине. Кад је секундни контакт остварен на овај начин, свака секунда има своју сопствену дужину која зависи од облика и величине односног зупца и једнакост секунада се може постићи само ако су на зупчанику сви зупци потпуно једнаки. Код ове врсте контакта може се један од зубаца заменити двама малим и тако између две узастопне секунде добити само кратки прекид струје; на тај начин се те две секунде (обично 59 и нулта) разликују од осталих и обележавају крај и почетак сваке минуте.



Сл. 43.

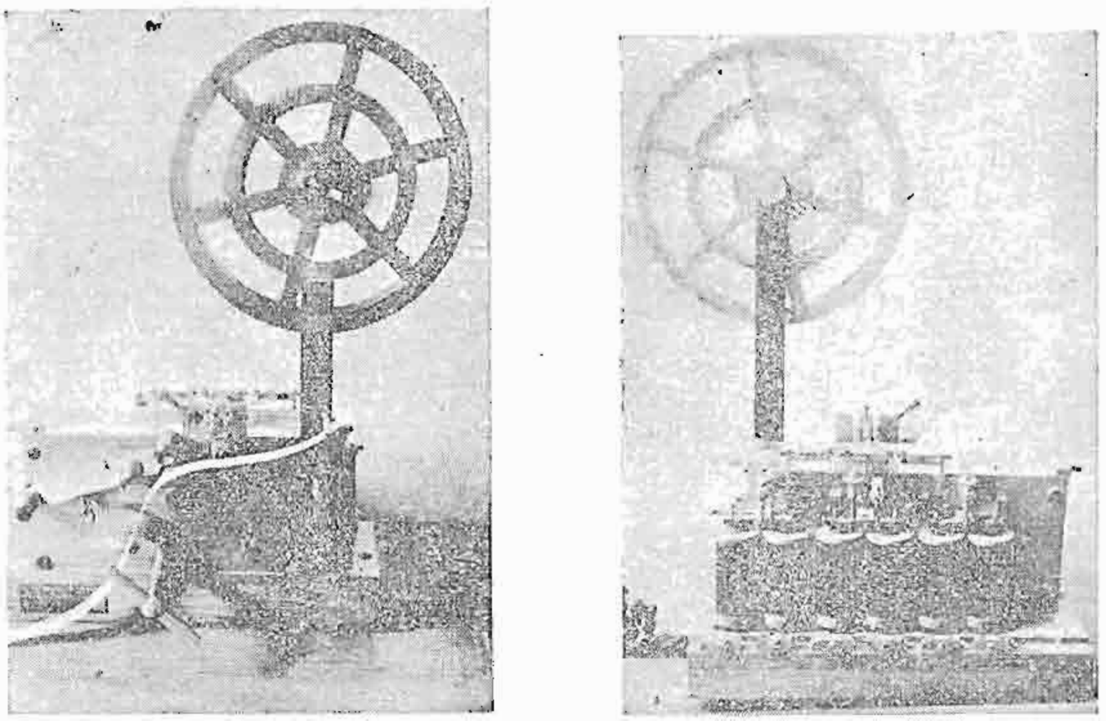
Секундни контакт израђује се и код хронометара; он је везан за померање зубаца једног зупчаника који је навучен на осовину секундне казаљке, тако да је коло струје пола секунде затворено, а наредне пола секунде отворено. Али како код хронометара пола секунде траје цела осцилација баланса и скокови секундног точка се врше врло брзо, то је код њих за разлику од Рифлерових часовника трајање затварања и отварања кола с великом тачношћу међу собом једнако и само у незнатној мери зависи од нетачности зупчастог точка. Може се једно затварање и наредно отварање кола изоставити и пустити да прекид (или спој) траје $1^{1}/_{2}$ секунду; на тај начин се могу обележити крај и почетак сваке минуте.

Треба запамтити да се тренуци спојева и тренуци прекида струје не поклапају тачно с тренуцима секундних и полусекундних удара, иако је код хронометара разлика између њих врло мала.

Треба имати на уму да се без опасности по контакте и ход часовника и хронометара сме кроз контакте пропуштати само слаба струја, на пр. од 10—20 милиампера. Ако она није довољна за даљу употребу, на пр. за покретање пера на хронографу, онда се она користи само за покретање осетљивог релеа, па се тек контакт релеа користи за даље циљеве.

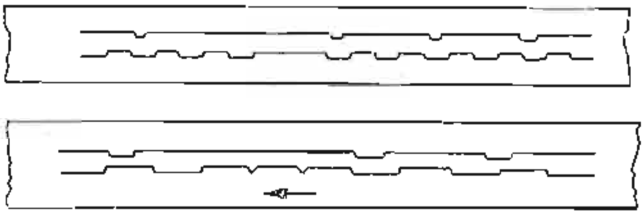
Иако је струја од 10—20 милиампера слаба, ипак између контакта прескаче варница и оксидише их. Да до тога не би дошло треба варницу отстранити или смањити. Ово се обично постиже на тај начин што се паралелно месту прекида и спајања струје веже повећи отпор (реда 1000 ома) који нема самоиндукције. За ту сврху су погодне на пример обичне мале електричне сијалице, нарочито угљене. При оваквој вези струја у колу тече стално, али у секунди када је контакт у часовнику прекинут тече кроз велики отпорник, па је зато толико слаба да не може покренути реле. Боље је употребљавати такозване поларизоване релее код којих је котва намагнетисана, а немају опругу.

75. Хронограф. — Хронограф је инструменат у коме се користе прекиди струје, који се добијају помоћу малочас описаних секундних контакта и релеа. Код хронографа (сл. 44), као код телеграфских апарата, механизам снабдевен регулатором покреће равномерно траку хартије широку $1^1/_2$—2 cm. Изнад те траке стоје и лако је додирују два вертикална пера налик на два пера за цртање, која се пуне мастилом. Свако се перо налази на крају полуге која се може мало померати око осовине, а на другом крају полуге налази се котва електромагнета. Спуштено на хартију перо исписује праву линију када је струја прекинута. Кад се у електромагнет пусти струја он одмах привуче котву и перо помери устрану са правца његове линије, па ово продужује да исписује црту и у овом положају. Кад се коло струје прекине, нарочита опруга враћа полугу и са њом перо у нормалан положај. Ако се коло струје спаја и прекида секундним контактом часовника, онда се на траци добија регистрован јасан траг спојева и прекида струје и то са обележеним почетком сваке минуте, ако је секундни контакт тако подешен (сл. 45). Друго, сигнално перо, исписује праву паралелну првој све до оног тренутка који посматрач жели да забележи, у коме он отсечним притиском на тастер ручног контакта споји коло струје. Тада се и друго перо помери устрану и исписује линију паралелну првој све док посматрач не отпусти ручни контакт и не прекине струју у електромагнету. Тако се на траци бележе и секунде часовника и тренути посматрања, и треба још само обележити секунде, минуте и часове.



Сл. 44. Хронограф (изглед спреда и позади)

Зато је најбоље да крај посматрача стоји синхронизовани часовник, који без тега и клатна иде потпуно складно са основним часовником под дејством струје коју прекида и спаја секундни контакт основног часовника. Према оваквом часовнику посматрач притеже ручни контакт који покреће сигнално перо, у тренутку одређене секунде, и тако је записује; тада и испуст сигналног пера показује на другој црти, црти секундног пера, испуст који одговара забележеној секунди. Тако се утвђује почетак за одбројавање секунада на траци хронографа. Тада треба само пројектовањем испуста сигналног пера на линију секундног утврдити којим секундама, десетим и стотим деловима секунде одговара који испуст. За ово читање забележених тренутака или читање хронографске траке служе нарочити прибори на чијем се опису нећемо задржавати.



Сл. 45. Хронографска трака

Али треба још узети у рачун и *паралаксу пера*, треба пустити струју једновремено кроз оба електромагнета. Услед саме конструкције хронографа оба се испуста неће никада пројектовати један на други на паралелним линијама које исписују оба пера, па зато треба измерити који испуст и за колико делова секунде предњачи испред другог и ово неслагање (паралаксу пера) узети у обзир.

Искуство је показало да се у многим случајевима на хронографу могу забележити потребни тренуци знатно тачније него методом „вида и слуха", тј. гледајући у дурбин и слушајући часовник или хронометар. Зато се сада хронограф врло често употребљава у астрономији.

За правилну употребу хронометра потребно је да пера бар у току једног низа посматрања раде под сталним условима. То значи да и затегнутост сваке опруге и јачина струје у сваком електромагнету треба да буду сталне. Скретање пера не наступа у самом тренутку када се коло струје у часовнику или инструменту затвара или отвара: томе су узрок самоиндукција у електромагнету и опруге које привлаче котву када се у калему прекида струја и чије дејство струја треба да савлада да би перо скренуло. Опруге не треба да буду јако затегнуте. Боље је користити прекид струје, који притом мора настати у свим контактима у колу, него спој, јер је искуство показало да под тим условом за правилан рад апарата није потребна јака струја. Може се, напротив, употребити јака струја, па ће притом и затварање и отварање струјног кола деловати подједнако поуздано.

76. Упоређивање часовника и хронометара. — Ако је познато стање једног часовника може се одредити стање другог. За ту сврху потребно је наћи *једновремено* показивање оба часовника. Ако и један и други имају секундни контакт и треба да се упореде тренуци спојева или прекида струје, онда се то ради на хронографу пуштајући секунде једног часовника на једно перо, другог на друго, затим се ради отклањања паралаксе пера први часовник пусти на друго перо, а други на прво, и напослетку се врати на првобитни распоред да би средњи тренутак једног и другог распореда струје приближно био један исти. Средња разлика показивања биће тада разлика показивања часовника или хронометара у средњем тренутку.

Ако треба упоредити секундне ударе два часовника или хронометра, такво се упоређење, тј. утврђивање једновременог показивања оба часовника, како искуство показује, не може извршити са већом тачношћу од $0^s,1$, ако се просто на слух процењују удари једног часовника између удара другог. Већа се тачност може постићи ако се упоређује средњи хронометар (или часовник) са звезданим и то стога што се с времена на време удари једног и другог *поклапају*, а тренуци поклапања могу се оценити са високом тачношћу.

Доиста, звездани хронометар жури испред средњег за приближно 4 минуте дневно, тј. за пола секунде сваке 3 минуте или за један удар сваке три минуте. Зато се сваке три минуте догађају поклапања удара које треба оценити (то није тешко) и правилно записати једновремена показивања оба хронометра (то је за почетника врло тешко, најтеже од свих основних радњи у практичној астрономији). За једну секунду, показивања хронометара разилазе се за $0^s,5/180$, тј. за $0^s,003$, и без великог искуства није тешко одредити тренутак поклапања са отступањем од три секунде, тј. оценити поклапање са отступањем од $0^s,01$. Тачност зависи и од отсечности удара хронометра.

Од посматрачких метода сматрамо да је најбоља следећа: посматрач броји ударе једног хронометра и слуша оба, не гледајући ни на један, уочава секунду, не јурећи за полусекундом, када му се чини да је било најбоље поклапање, и после тога броји још 5—6 секунада, затим записује уочену секунду, а после 10 или 20 секунада уочава погледом и записује односну секунду другог хронометра који је слушао, али није гледао ни по њему бројао; ако од ње одузме 10, односно 20 секунада, добиће поред првог записивања *једновремено* показивање оба хронометра у тренутку поклапања њиних удара; затим се записују минуте и часови. Очигледно да се на тај начин могу упоређивати само разноимени хронометри (средњи са звезданим); за упорађење истоимених за везу треба узети разноимени.

Пример упоређења Нарденовог средњег и звезданог хронометра 1939 г. новембра 19.

Nardin (средњи)	Nardin (звездани)
$2^h\ 30^m\ 18^s$	$18^h\ 20^m\ 25^s,0$
33 24,0	23 31,5

Ради узајамног проверавања треба увек извршити бар два упоређења. Проверавање се састоји у томе што разлика два узастопна тренутка поклапања откуцаја (који настају сваке 3 минуте) код звезданог хронометра треба да буде $0^s,5$ већа него код средњег.

Знатно брже, али са нешто мањом тачношћу, може се извршити упоређење два произвољна хронометра помоћу тзв. тринаестоударника. То је хронометар који за 6 секунада изврши 13 удара уместо12; нулти удари сваке серије догађају се на 0, 6, 12, 18 итд. секунада сваке минуте; а остали удари сваке серије следују за нултим, и то:

1-ви	удар	после	$0^s,46$	5-ти	удар	после	$2^s,31$	9-ти	удар	после	$4^s,15$
2	„	„	0 92	6	„	„	2 ,77	10	„	„	4 ,62
3	„	„	1 ,38	7	„	„	3 ,23	11	„	„	5 ,08
4	„	„	1 ,85	8	„	„	3 ,69	12	„	„	5 ,54

Није тешко схватити да ће сваки хронометар сваке шесте секунде имати једно и само једно поклапање или тачније приближавање његових удара са ударима тринаестоударника, при чему разилажења неће бити никад већа од $0^s,02$, тј. од половине разлике између њихових удара 0,50 и 0,46. Посматрач, бројећи у себи ударе тринаестоударника: 0, 1, 2, . . . 12, 0, 1, 2, . . . итд., гледа на хронометар и, кад чује поклапање удара, записује оно што види да тога тренутка показује хронометар као и одбројани удар тринаестоударника, а одмах затим број секунада његовог нултог удара у тој серији, па минуту и час са оба хронометра. Тада ће се показивање тринаестоударника добити као збир тренутка његовог нултог удара и размака из дате таблице, који одговара записаном редном броју удара тринаестоударника.

Састав часовника и хронометара описан је у следећим књигама и радовима:

1) *Проф. Л. П. Шишелов,* Механика часового механизма, део I и II, 1931.

2) *Генрих Канн,* Практическое руководство по часовому делу, у редакцији доктора техничких наука *Н. Х. Прейпича,* 2-е изд. вып. I и III, ОНТИ, 1937.

3. А. *Шейбе,* Точное измерение времени, Успехи физических наук, 18 вып. 1,79—130, 1937.

Начини оцењивања релативних вредности хронометара описани су у следећим књигама и радовима:

1) *Н. Цингер,* Курс практической астрономии, ГИЗ, 1924.

2) *В. Wanach,* Ueber die Genauigkeit interpolierter und exstrapolierter Uhrkorrectionen und Gänge, Astronomische Nachrichten, **190**, № 4546.

3) *N. M. Liapin,* A Method of Determining of Mean Accidental Variations in Daily Rates of Number of Chronometers. Monthly Notices, **80**, 1917.

4) *Н. Х. Прейпич,* Теория ошибок в приложении к часам, хронометрам и к определению долгот пунктов, Труды Всесоюзного института метрологии и стандардизации, вып. 2 (18), 1932.

ГЛАВА ШЕСТА

ОДРЕЂИВАЊЕ ШИРИНЕ МЕСТА ИЗ АСТРОНОМСКИХ ПОСМАТРАЊА

77. Основни образац. — Као што је већ било поменуто у глави првој, ако смо у стању у извесном тренутку прочитаном са звезданог хронометра да измеримо зенитно отстојање неког небеског тела, да га ослободимо утицаја рефракције и паралаксе и тако добијемо геоцентрично отстојање z, и ако с друге стране знамо геоцентричне координате тог небеског тела α и δ, узете из астрономског годишњака *за тренутак посматрања,* онда из обрасца

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (T + u - \alpha), \qquad (10)$$

где је T показивање хронометра у тренутку посматрања, а u стање хронометра, можемо израчунати или ширину φ ако нам је познато стање хронометра u, или стање хронометра u ако нам је позната ширина φ.

Сад треба да испитамо: 1) под којим ће се условима посматрања добити тачнија ширина, тј. под којим ће условима она мање зависити од отступања на другим величинама, а у првом реду на величинама T и u и 2) како је најподесније израчунавати φ из горе написане једначине.

78. Најповољнији услови посматрања. — Претпоставимо да су величине α и δ тачно познате. Ова претпоставка се увек врши у случају одређивања φ, јер се звезде за ова одређивања бирају из астрономских годишњака. Последњи садрже само координате звезда одређене посебним посматрањима, с високом тачношћу, која превазилази тачност мерења помоћу преносних инструмената, који служе за одређивање ширине и стања часовника. Према томе претпоставимо да у једначини (10) величине z, φ, T и u нису потпуно тачне. Претпоставимо да смо узели за z вредност измереног зенитног отстојања за тренутак T забележен са хронометра, а за u већ познато стање хронометра, на пр. из његова упоређења са другим часовницима или из посматрања, па израчунали из једначине (10) ширину и за њу добили вредност φ. Претпоставимо сад да z није тачно и да захтева неку поправку Δz коју не познајемо, да је T нетачно и да захтева непознату нам поправку ΔT, а u поправку Δu. Ако бисмо рачунали ширину из једначине (10) узимајући за z величину $z + \Delta z$, за T величину $T + \Delta T$, а за u величину $u + \Delta u$, не бисмо добили ранију вредност ширине φ, већ неку нову $\varphi + \Delta\varphi$. Треба да видимо како је ова поправка ширине $\Delta\varphi$ везана с поправкама Δz, ΔT и Δu. У том циљу приметимо да ћемо, према напред реченом, за израчунавање $z + \Delta z$ имати једначину

$$\begin{aligned} \cos (z + \Delta z) = {} & \sin (\varphi + \Delta\varphi) \sin \delta + \\ & + \cos (\varphi + \Delta\varphi) \cos \delta \cos (T + \Delta T + u + \Delta u - \alpha). \end{aligned}$$

Ако од ове једначине одузмемо једначину (10), добићемо тражену везу.

Али ово је одузимање, ако занемаримо производе малих величина Δz, $\Delta\varphi$, Δu и ΔT, исто што и диференцијаљење једначине (10) и замена диференцијала малим коначним приращтајима. Тако добијамо

$$- \sin z \, \Delta z = \sin \delta \cos \varphi \, \Delta\varphi -$$
$$- \cos \delta \cos (T + u - \alpha) \sin \varphi \, \Delta\varphi - \cos \varphi \cos \delta \sin (T + u - \alpha) (\Delta T + \Delta u),$$

Но из сферног троугла зенит — пол — звезда имамо

$$\sin z \cos (180^0 - A) = \sin \delta \cos \varphi - \cos \delta \sin \varphi \cos (T + u - \alpha),$$

где је A азимут небеског тела. Стога можемо написати

$$- \sin z \, \Delta z = - \sin z \cos A \, \Delta\varphi - \cos \varphi \cos \delta \sin (T + u - \alpha) (\Delta T + \Delta u).$$

Одатле налазимо

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta z}{\cos A} - \frac{\cos \varphi \cos \delta \sin (T + u - \alpha)}{\sin z \cos A} (\Delta T + \Delta u).$$

Али из тога троугла имамо такође

$$\cos \delta \sin (T + u - \alpha) = \sin z \sin A,$$

па зато добијамо

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta z}{\cos A} - (\Delta T + \Delta u) \cos \varphi \operatorname{tg} A.$$

Ако желимо да отступање Δu на стању хронометра, па према томе и отступање на самом забележеном тренутку ΔT (јер су она нераздвојна) што је могуће мање утичу на измерену ширину φ, из горње једначине следи да треба да посматрамо под таквим условима при којима коефицијенат уз Δu, тј. величина $\cos \varphi \operatorname{tg} A$, има најмању вредност, а то разуме се бива кад је $A = 0^0$ или $A = 180^0$, тј. кад се посматра у меридијану. Приметимо да под условом $A = 0$, $\cos A$ достиже највећу вредност ($\cos A = 1$), па је зато у том случају и утицај отступања Δz на ширину мањи но у свим другим случајевима посматрања.

79. Одређивање ширине из посматрања звезда у меридијану. — Према изведеним закључцима треба за одређивање ширине инструменат после нивелања дотерати тако да његова визура описује раван меридијана. Затим треба обртањем дурбина само око обртне осовине доводити хоризонтални конац на сваку изабрану звезду непосредно испред тренутка њена пролаза иза средњег вертикалног конца.

Да би се визура довела у раван меридијана може се одредити азимут Северњаче и затим инструменат обрнути за потребан износ (в. главу осму). Или се може, ако је стање часовника познато с тачношћу од неколико секунада, поступним приближавањем, помоћу две до три звезде, померајући инструменат у азимуту, постићи да тренутак пролаза звезде иза средњег вертикалног конца буде једнак ректасцензији звезде (показивање хронометра плус његово стање).

После тога, при пролазу изабране звезде кроз меридијан, доводимо средњи хоризонтални конац на звезду и за сваку звезду узимамо само једно читање вертикалног круга, било D (круг десно) или L (круг лево), Познајући из посматрања предмета на земљишту тачку зенита M_z.

добијамо зенитна отстојања звезда као разлике $\pm (D - M_z)$ и $\pm (M_z - D)$. Када ове ослободимо рефракције добијамо поправљена зенитна отстојања. Узмемо ли из астрономског годишњака деклинације звезда, добићемо ширину φ по обрасцима $\varphi = \delta + z$ (ако се звезда налазила јужно од зенита) или $\varphi = \delta - z$ (ако се звезда налазила у горњој кулминацији северно од зенита).

Свако мерење садржи отступање једнако отступању тачке зенита M_z, али треба имати у виду да утицај овог отступања на вредност φ има различите знаке за „круг десно" и „круг лево". Стога треба извршити подједнак број посматрања при KD и KL и јужних и северних звезда.

С друге стране, ако имамо у виду оно што је речено у § 63 о отступању при мерењу зенитног отстојања које се не може узети у рачун, доћи ћемо до закључка да треба по могућству извршити подједнак број мерења зенитног отстојања звезда и северно и јужно од зенита да би се ово отступање искључило.

Коначна обрада посматрања врши се тада овако. Означимо поправку услед отступања у тачки зенита при KD са $+ x$. Тада ће при KL она бити $- x$. Означимо поправку зенитног отстојања која се не може узети у рачун (в. § 63) са $y \sin z$, а ширину, одређену помоћу неке звезде на изложени начин, са φ. Тада ће поправљена вредност ширине φ_0 бити:

1) $\varphi_0 = \delta + z + x + y \sin z$ (KD звезда јужно од зенита);
2) $\varphi_0 = \delta + z - x + y \sin z$ (KL „ „ „ „);
3) $\varphi_0 = \delta - z - x - y \sin z$ (KD звезда северно од зенита);
4) $\varphi_0 = \delta - z + x - y \sin z$ (KL „ „ „ „).

Узмимо приближну вредност тражене величине φ_0, на пример вредност једнаку аритметичкој средини израчунатих ширина φ и означимо је са φ'. Она се може и од ока оценити, а боље је заокруглити је на целу лучну секунду. Означимо $\varphi_0 - \varphi'$ са $\Delta\varphi$. Ако одредимо $\Delta\varphi$, добићемо тражено φ_0 по обрасцу $\varphi_0 = \varphi' + \Delta\varphi$. Сменимо ли овај израз у нашим обрасцима, добићемо:

1) $\Delta\varphi - x - y \sin z = \delta + z - \varphi'$ (KD звезда јужно од зенита);
2) $\Delta\varphi + x - y \sin z = \delta + z - \varphi'$ (KL „ „ „ „);
3) $\Delta\varphi + x + y \sin z = \delta - z - \varphi'$ (KD звезда северно од зенита);
4) $\Delta\varphi - x + y \sin z = \delta - z - \varphi'$ (KL „ „ „ „).

С десне стране налазе се величине које су нам познате. Овакву једначину добијамо за сваку звезду, а из њих методом најмањих квадрата добијамо тражену вредност $\Delta\varphi$, као и тражене величине x и y.

Читаоци који познају методу најмањих квадрата разумеће да је у циљу сигурног одређивања $\Delta\varphi$, x и y потребно да из посматрања добијемо приближно једнак број једначина у свакој од четири горе поменуте категорије, тј. да извршимо приближно једнак број посматрања 1) при KD и при KL и 2) северно и јужно од зенита.

Ако се хоће да се по правилима изложеним у § 8 израчуна средње и вероватно отступање сваког појединог одређивања и резултата, онда претходно треба ослободити свако одређено φ систематских отступања која зависе од x и y. Вредности φ, поправљене на овај начин, треб тада упоређивати са φ_0. Ово се врши зато што вредности φ_0, x и које су нађене на описани начин, треба сменити у прву групу једначин 1—4 за све посматране звезде. Разлике левих и десних страна могу с сматрати за случајна отступања мерења v. У циљу одређивања њихови средњих и вероватних отступања треба применити обрасце из § 8.

Ова је метода подесна када објектив употребљеног дурбина ниј мали, те се у астрономском годишњаку може наћи довољно звезда кој се могу посматрати не губећи много времена на очекивање погодни звезда. Ако се дурбином могу посматрати само сјајне звезде, боље ј применити методу описану у наредном параграфу.

80. Одређивање ширине из зенитних отстојања око меридијана; израчунавање свођења на меридијан; примедбе о свођењу посматрања. — Није рационално задовољавати се само једним навођењем дурбина на звезду близу меридијана, неопходно је потребно узети неколико навођења, и то подједнак број при *K D* и *K L*. Да би се уклонило могуће отступање тачке зенита на кругу. Зато је ова метода добила назив методе одређивања ширине из мерења циркумеридијанских зенитних отстојања небеских тела или, како се често каже, из апсолутних зенитних отстојања око меридијана.

Како се посматрања врше близу меридијана, то часовни угао није велик, а измерено зенитно отстојање z се мало разликује од зенитног отстојања z_m у меридијану, које је, као што смо видели, једнако у горњој кулминацији $z_m = \varphi - \delta$ или $z_m = \delta - \varphi$, према томе да ли небеско тело кулминује јужно или северно од зенита, а у доњој кулминацији $z_m = 180^0 - \varphi - \delta$.

Према томе, ако бисмо умели израчунати малу разлику $z_m - z$, коју ћемо означити са r и која се назива *свођење на меридијан* измереног зенитног отстојања z, то бисмо додавањем r на z добили z_m, па према томе лако бисмо израчунали ширину по горњим обрасцима.

Да бисмо извели r замениђемо у обрасцу (10) $\cos\,(T + u - \alpha)$ са $1 - 2\sin^2 {}^1/_2\,(T + u - \alpha)$ и краткоће ради обележићемо у случају горње кулминације $T + u - \alpha$ са t. Тада ћемо добити

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta\ (1 - 2\sin^2 {}^1/_2\, t),$$

одакле изводимо

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta - 2\cos\varphi \cos\delta \sin^2 {}^1/_2\, t$$

и

$$\cos z = \cos z_m - 2\cos\varphi \cos\delta \sin^2 {}^1/_2\, t,$$

где z_m претставља, као што је речено, зенитно отстојање у меридијану, једнако $\varphi - \delta$ или $\delta - \varphi$. Из последње једначине добијамо

$$\cos z - \cos z_m = 2\sin\frac{z_m - z}{2}\sin\frac{z + z_m}{2} = -\ 2\cos\varphi \cos\delta \sin^2 {}^1/_2\, t$$

и

$$2\sin\frac{z_m - z}{2} = -\ \frac{2\cos\varphi \cos\delta}{\sin\frac{1}{2}(z_m + z)}\ \sin^2 {}^1/_2\, t.$$

Ако означимо, као и горе, $z_m - z$ са r, добијамо, због тога што је r мало за мале углове t, следећи израз

$$r'' = -\frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin\frac{1}{2}(z_m + z)} 206\ 265'' \cdot 2 \sin^2 {}^1\!/_2\, t$$

(где r'' означава r у лучним секундама), а за ширину φ израз

$$\varphi = z + r'' + \delta \quad \text{или} \quad \varphi = \delta - z - r''.$$

Ако у случају доње кулминације $(T + u - \alpha - 180^0)$ обележимо са t', где је t' мала величина, из обрасца (10) за тај случај ћемо добити

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta - \cos\varphi \cos\delta\ (1 - 2 \sin^2 {}^1\!/_2\, t')$$

и на сличан начин као и напред извести образац

$$\cos z = \cos(180^0 - \varphi - \delta) + 2 \cos\varphi \cos\delta \sin^2 {}^1\!/_2\ t'$$

$$r'' = \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin\frac{1}{2}\ (z_m + z)}\ 206\ 265'' \cdot 2 \sin^2 {}^1\!/_2\, t'.$$

За ширину места имаћемо израз

$$\varphi = 180^0 - \delta - z - r''.$$

Треба имати у виду да у крајњим обрасцима за φ ($\varphi = \delta + z + r''$ и т. сл.) треба узимати δ звезде из годишњака са истом оноликом тачношћу колика је и тачност наших рачуна; израчунавања пак треба вршити с већом тачношћу него што је тачност са којом се врше посматрања; обично се у рачуну узме једно децимално место више него у подацима мерења, на пр. при посматрању с тачношћу од 10″, 1″, 0″,1 израчунавања треба вршити с тачношћу од 1″, 0″,1, 0″,01.

Али у обрасцима за свођење на меридијан r'' потребне су само приближне вредности δ, φ и z_m, јер је t мало, па је зато и r'' мало. Од тих величина φ и z_m су нам непознате; али њихове приближне вредности лако добивамо из самих посматрања на овај начин. Начинимо график у коме ће апсцисе бити часовни углови небеског тела у тренуцима посматрања, тј. $t = T + u - \alpha$, а ординате посматрана зенитна отстојања ослобођена утицаја рефракције (а у случају посматрања Сунца, и паралаксе). Повучемо непрекидну криву кроз те тачке водећи рачуна о томе да минимум зенитног отстојања мора пасти на $t = 0$. Са те криве прочитамо ординату за $t = 0$ и то ће бити z_m, а знајући z_m и, разуме се, δ, наћи ћемо и φ из горе изведених образаца. Разуме се овако израчунато φ биће само приближно, на такав начин неће се моћи добити лучна секунда, али за израчунавање свођења на меридијан тачност вредности φ биће довољна, јер је њу лако добити са тачношћу до једне минуте па и до 0′,5, нарочито ако су посматрања била сасвим близу меридијана и нису била сувише малобројна (ако на пр. њихов број није био мањи од четири).

Величина 206 265″ · 2 $\sin^2 {}^1/_2\, t$ или њен логаритам налазе с
посебним помоћним таблицама које се могу наћи у неким збирка
за пр. у књизи *Th. Albrecht*'-а „Formeln und Hilfstafeln zur geographisc
Ortsbestimmung". Таблица за lg 2 $\sin^2 {}^1/_2\, t$ у којој је аргуменат вре
налази се у збирци „Мореходные таблицы" коју је издала Хид
графска управа.

Пошто смо израчунали свођење на меридијан r'' за свако посм
трање, добијамо онолико вредности φ колико је посматрања извршен
Свака вредност може још носити отступање од нетачног познава
тачке зенита на кругу, али из тог узрока посматрања при $K\,D$ има
исто толико отступање на једну страну, колико посматрања при K
на другу, јер се у једном случају тачка зенита одузима од читања кру
а у другом се читање круга одузима од тачке зенита.

Означимо са $+\,x$ поправку која долази од отступања тачке з
нита при посматрањима при KD; при KL опет ће бити $-\,x$. Свако по
пуно посматрање једне звезде, тј. посматрање при KD и при KL да
вредност за x по обрасцу $\varphi_D + x = \varphi_L - x$, где φ_D и φ_L претстављај
вредност ширине добивену из те звезде при $K\,D$ и при KL, према том
је $x = {}^1/_2\,(\varphi_L - \varphi_D)$. Ако узмемо средњу вредност x_m свих вредности
добијених у току вечери или низа посматрања, добијамо коначну вред
ност за x. Тада ће $\varphi_D + x_m$ и $\varphi_L - x_m$ бити вредности ширине осло
бођене отступања у тачки зенита (в. и § 85).

81. Свођење на меридијан у облику реда. — Свођењ
на меридијан може се написати у облику реда. И доиста у § 1
извели смо образац

$$z - z_0 = (\cos z - \cos z_0)\ \frac{-1}{\sin\ z_0} - \frac{(\cos z - \cos z_0)^2}{1 \cdot 2}\ \frac{\cos z_0}{\sin^3 z^0} - \ .\ .\ .\ .$$

У садањем случају место z_0 имамо z_m и

$$\cos z - \cos z_m = -\,2 \cos \varphi \cos \delta \sin^2 {}^1/_2\, t \text{ (за горњу кулминацију).}$$

Зато можемо написати

$$z = z_m + \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin\ z_m}\, 2 \sin^2 {}^1/_2\, t - \frac{4 \cos^2 \varphi \cos^2 \delta\ \sin^4\ {}^1/_2\ t}{2}\ \ \frac{\cos\ z_m}{\sin^3\ z_m}\ ,$$

одакле добијамо

$$r = z_m - z = -\ \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin z_m}\ 2 \sin^2 {}^1/_2 t + \left(\frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin z_m}\right)^2 \operatorname{ctg} z_m\, 2 \sin^4 {}^1/_2 t\, .\, .$$

и

$$r'' = -\,\frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin z_m}\ 206\ 265'' \cdot 2 \sin^2 {}^1/_2\, t +$$

$$+ \left(\frac{\cos\varphi\ \cos\delta}{\sin\ z_m}\right)^2\ \operatorname{ctg} z_m \cdot 206\ 265'' \cdot 2 \sin^4 {}^1/_2\, t\ .\ .\ .\ .$$

За доњу кулминацију на сличан начин добијамо

$$r'' = + \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin z_m} 206\,265'' \cdot 2\sin^2 {}^1/_2\, t' + $$
$$+ \left(\frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin z_m}\right)^2 \operatorname{ctg} z_m \cdot 206\,265'' \cdot 2\sin^4 {}^1/_2\, t \;\ldots.$$

Ови изрази за r'' разликују се од образаца добивених у § 80 тиме што су коефицијенти уз $\sin^2 {}^1/_2\, t$ и $\sin^4 {}^1/_2\, t$ једнаки за сва посматрања сваке звезде; у њих улази $\sin z_m$, а не синус полузбира $\sin {}^1/_2\, (z_m + z)$, који се мења од једног до другог посматрања. Зато се израчунавање врши брже, али притом за велике вредности t треба израчунавати и други члан свођења са $\sin^4 {}^1/_2\, t$, који је за мале вредности t врло мали.

Крајњи изрази за ширину су:

$$\left.\begin{aligned}
\varphi &= \delta + z - \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin z_m} 206\,265'' \cdot 2\sin^2 {}^1/_2\, t + \\
&\quad + \left(\frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin z_m}\right)^2 \operatorname{ctg} z_m \cdot 206\,265'' \cdot 2\sin^4 {}^1/_2\, t \text{ (горња кулм.)}, \\
\varphi &= \delta - z + \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin z_m} 206\,265'' \cdot 2\sin^2 {}^1/_2\, t - \\
&\quad - \left(\frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin z_m}\right)^2 \operatorname{ctg} z_m \cdot 206\,265'' \cdot 2\sin^4 {}^1/_2\, t \text{ (горња кулм.)}, \\
\varphi &= 180^0 - \delta - z - \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin z_m} 206\,265'' \cdot 2\sin^2 {}^1/_2\, t' - \\
&\quad - \left(\frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin z_m}\right)^2 \operatorname{ctg} z_m \cdot 206\,265'' \cdot 2\sin^4 {}^1/_2\, t' \text{ (доња кулм).}
\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

У њима је z ослобођено од рефракције и паралаксе, t је часовни угао $T + u - \alpha$, t' је $T + u - \alpha - 180^0$.

Пример за одређивање ширине из зенитних отстојања јужне звезде.

Место посматрања: Астрономска опсерваторија Московског универзитета.

Датум: 1933 г. августа 17. Посматрач *П. Дубовски.*

Фенелов универзални инструменат No 8377 с нонијусима. Вредност дела либеле вертикалног круга 21'',4. Хронометар Nardin 311. Свођење на московско звездано време $= - 0^m 50^s$. Посматранаје γ Орла. Читање барометра 748,1 *мм*; читање термометра $+ 11^0{,}4$ C.

Положај круга	Читање хронометра	Либела *a*	*b*	Читања нон. *A*	круга нон. *B*	$(a + b - 20) \times 10'',7$	$^1/_2\,(A + B)$	Поправљено читање
K L	$19^h 37^m 13^s$	4,7	15,8	44⁰59'30''	57'40''	+ 5''	44⁰58'35''	44⁰58'40''
K D	44 44	5,8	16,6	314 23 00	20 50	+ 26	314 21 55	314 22 21
K D	46 57	4,8	15,5	314 23 00	22 00	+ 3	314 22 30	314 22 33
K L	50 28	2,8	14,0	44 59 00	58 30	− 34	44 58 45	44 58 11

Посматрањем предмета на земљи нађена је тачка зенита 359⁰40'00''. Из Астрономског годишњака добивене су за тренутак посматрања координате $\alpha = 19^h 43^m 08^s$, $\delta = + 10^0 27' 04''$.

Израчунавање ширине

	K L	*K D*	*K D*	*K L*
Читање	$44^0 58'40''$	$314^0 22'21''$	$314^0 22'33''$	$44^0 58'11''$
Посматрано z	45 18 40"	45 17 39"	45 17 27"	45 18 11"
Рефракција	$+ 57''$	$+ 57''$	$+ 57''$	$+ 57''$
$t = T + u - \alpha$	$45^0 19'37''$	$45^0 18'36''$	$45^0 18'24''$	$45^0 19'08''$
lg 2 $\sin^2 {}^1/_2\, t/\text{arc } 1''$	$- 6^m 45^s$	$+ 0^m 46^s$	$+ 2^m 59^s$	$+ 6^m 30^s$
lg 1-ог члана од r	1,9516	0,0622	1,2424	1,9188
1 члан од r	1,8429	9,9535	1,1337	1,8101
z_m	$- 70''$	$- 1''$	$- 14''$	$- 65''$
$\varphi = z_m + \delta$	$45^0 18'27''$	$45^0 18'35''$	$45^0 18'10''$	$45^0 18'03''$
Средње φ	$55^0 45'31''$	$55^0 45'39''$	$55^0 45'14''$	$55^0 45'07''$
	$55^0 45,23''$			

Споредни рачуни

1) Рефракција се узима из таблица рефракције или се израчунава по обрасцу

$$60'',2\ \frac{748}{760}\ \frac{273}{284,4}\ \text{tg}\ z \quad \text{или} \quad 21'',62\ \frac{748}{284,4}\ \text{tg}\ z;$$

$$\begin{aligned} \lg 21.62 &= 1,3349 \\ \lg 748 &= 2,8739 \\ \text{clg}\ 284,4 &= 7,5461 \\ \lg \text{tg}\ 46^0 19' &= 0,0048 \\ \hline & \ 1,7597 \end{aligned}$$

С тачношћу до 1" рефракција се брже израчунава помоћу логаритмара.

2) Да бисмо израчували t образујемо $\alpha - u = 19^h 43^m 58^s$ и ту величину одузимамо од T.

3) За израчунавање свођења r на меридијан ми већ из самих посматрања при малим вредностима t налазимо приближну вредност $z_m = 45^0 18'$, а како је $\delta = 10^0 27'$, то је с довољном тачношћу $\varphi = z_m + \delta = 55^0 45'$. Према томе можемо рачунати

$$\lg\,(\cos\varphi\,\cos\delta/\sin z_m) = 9,7503 + 9,9927 + 0,1483 = 9,8913.$$

4) За lg $(2 \sin {}^1/_2\, t/\text{arc } 1'')$ израђене су посебне таблице из којих се овај логаритам вади по аргументу t израженом у времену. Ако калкулатор нема такве таблице на расположењу, онда из обичних логаритамских таблица вади за t вредности lg $\sin {}^1/_2\, t$ и удвостручава их тако да добија lg $\sin^2 {}^1/_2\, t$, а засебно израчунава величину lg $(2 \cos\varphi \cos\delta/\sin z_m) \cdot 206\,265''$, у нашем случају $9,8913 + 0,3010 + 5,3144 = 5,5067$, коју додаје на lg $\sin^2 {}^1/_2\, t$ да би добио логаритам првог члана свођења r. Према томе ово израчунавање врши се по овој схеми:

t	$- 1^0 41'15''$	$+ 0^0 11'30''$	$+ 0^0 44'45''$	$+ 1^0 37'30''$
${}^1/_2\, t$	$- 0\ 50\ 38$	0 05 45	0 22 22	0 48 45
lg $\sin^2 {}^1/_2\, t$	6,3362	4,4468	5,6268	6,3033
lg 1-ог члана	1,8429	9,9535	1 1335	1,8100

5) Да би се сабрала стална величина (у нашем примеру 9,8913 или 5,5067) с бројевима у појединим колонама [тј. lg $(2 \sin^2 {}^1/_2\, t/\text{arc } 1'')$ или lg $\sin^2 {}^1/_2\, t$] никако не треба писати у свакој колони један исти број (9,8913 или 5,5067), већ се треба користити „помоћном хартијом": на доњем крају комадића хартије испише се број који треба додавати (9,8913 или 5,5067), хартија се поставља изнад онога броја коме овај треба додати и оба се саберу, а затим се хартија помера од колоне до колоне.

6) По правилима рачуна вероватноће (в. § 8) треба, да би се израчунало средње отступање једног посматрања и резултата, прво образовати разлике: $- 8''$, $- 16''$, $+ 9''$, $+ 16''$, а даље израчунати

$$v_m = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{4}} = \sqrt{\frac{657}{4}} = \sqrt{164} = \pm\ 13'',\quad v_p = \pm\ 0,67 \times 13'' = \pm\ 9'',$$

$$\varepsilon_m = \sqrt{\frac{164}{3}} = \pm\ 7'',\quad \varepsilon_p = \pm\ 5''.$$

82. Одређивање ширине из посматрања Северњаче. — Како се Северњача (α Малог Медведа) налази близу северног небеског пола (у данашње време њено поларно отстојање износи 1^0), то се њена висина над хоризонтом мало разликује од ширине места, а како је она уз то доста сјајна (2,15 пр. вел.), тако да се у осветљеном видном пољу види чак и у малим дурбинима, то је она врло подесна за одређивање ширине места у сваком тренутку звезданог дана, а не само око времена кулминације као свака друга звезда. Треба само имати подесне обрасце да би се из измереног зенитног отстојања Северњаче израчунало зенитно отстојање пола, једнако $90^0 - \varphi$.

83. Израчунавање ширине места тачним обрасцима. — За ту сврху може се применити логаритамско израчунавање по тачном обрасцу, који се може добити из познатог израза

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t,$$

где је

$$t = T + u - \alpha.$$

Увешћемо помоћне величине: позитивну величину m и угао M које су једнозначно одређене једначинама

$$m \sin M = \sin \delta \quad \text{и} \quad m \cos M = \cos \delta \cos t,$$

одакле излази да је $\operatorname{tg} M = \operatorname{tg} \delta \sec t$; M је у првом или другом квадранту према знаку од $\sec t$.

Тада ћемо имати

$$\cos z = m \sin \varphi \sin M + m \cos \varphi \cos M = m \cos [\pm (M - \varphi)],$$

одакле добијамо

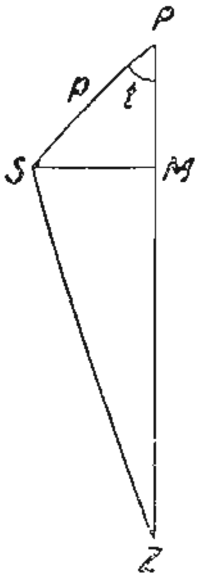
$$\cos [\pm (M - \varphi)] = \frac{\cos z}{m} = \frac{\cos z \sin M}{\sin \delta}.$$

Да бисмо одредили да ли у овим обрасцима треба узимати $+ (M - \varphi)$ или $- (M - \varphi)$, треба повести рачуна о вредности M. Из образаца којима је одређено m и M закључујемо да је у крајњим случајевима, при $\cos t = +1$ и $\cos t = -1$, M равно δ и $180^0 - \delta$, а како је δ Северњаче блиско 89^0, то значи да је M блиско 90^0; $\delta < M < 180^0 - \delta$. Према томе угао у првом квадранту, чији је косинус једнак $\cos z \sin M / \sin \delta$ је $M - \varphi$ и у нашим обрасцима треба писати $+ (M - \varphi)$. Крајњи ће обрасци бити:

$$\operatorname{tg} M = \operatorname{tg} \delta \sec t, \quad \cos (M - \varphi) = \frac{\cos z \sin M}{\sin \delta}.$$

84. Израчунавање ширине помоћу реда. — Може се φ наћи и из зенитног отстојања Северњаче помоћу реда уређеног по степенима њеног поларног отстојања. Да бисмо га извели бацимо поглед на сл. 46, на којој је PS поларно отстојање Северњаче означено са p, PZS њен азимут означен са A, основа нормале из S на ZP — са M, лук MP — са x, лук SM — са u; остале величине означене су као и раније; тада је $ZM = 90^0 - \varphi - x$.

Из сферног троугла ZSM имамо



Сл. 46.

$$\operatorname{tg} ZM = \operatorname{tg} z \cos A = \operatorname{tg} z\,(1 - 2 \sin^2 {}^1\!/_2\, A),$$
$$\operatorname{tg} ZM - \operatorname{tg} z = - 2 \operatorname{tg} z \sin^2 {}^1\!/_2\, A.$$

Примењујући Тејлоров образац можемо написати

$$ZM - z = (\operatorname{tg} ZM - \operatorname{tg} z)\,\frac{dz}{d \operatorname{tg} z} + \frac{(\operatorname{tg} ZM - \operatorname{tg} z)^2}{1 \cdot 2} \cdot \frac{d^2 z}{(d \operatorname{tg} z)^2} + \ldots,$$

а имајући у виду да је

$$\frac{dz}{d \operatorname{tg} z} = \cos^2 z$$

и
$$\frac{d^2 z}{(d \operatorname{tg} z)^2} = \frac{d \cos^2 z}{d \operatorname{tg} z} = - 2 \sin z \cos z\,\frac{dz}{d \operatorname{tg} z} = = - 2 \sin z \cos^3 z,$$

добијамо:

$$\left(\frac{\pi}{2} - \varphi - x\right) - z = - 2 \operatorname{tg} z \sin^2 {}^1\!/_2\, A \cos^2 z - - 2 \operatorname{tg}^2 z \sin^4 {}^1\!/_2\, A \cdot 2 \sin z \cos^3 z + \ldots = = - \sin 2z \sin^2 {}^1\!/_2\, A - 2 \sin 2z \sin^2 z \sin^4 {}^1\!/_2\, A, \quad (12)$$

ако се ограничимо на четврти степен синуса $^1/_2\, A$. У овом изразу треба x и $\sin^2 {}^1/_2\, A$ да изразимо помоћу p.

На првом месту из сферног троугла SMP имамо $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} p \cos t$. Према томе из познатог реда (в. § 10)

$$x = \operatorname{tg} x - {}^1\!/_3 \operatorname{tg}^3 x + {}^1\!/_5 \operatorname{tg}^5 x - \ldots$$

налазимо

$$x = \operatorname{tg} p \cos t - {}^1\!/_3 \operatorname{tg}^3 p \cos^3 t + \ldots,$$

ограничавајући се четвртим степеном од p, и даље

$$x = \left(p + \frac{p^3}{3}\right) \cos t - \frac{p^3 \cos^3 t}{3} = p \cos t + \frac{p}{3} \cos t\,(1 - \cos^2 t) = = p \cos t + \frac{p^3}{3} \cos t \sin^2 t.$$

С друге стране, из сферног троугла ZSP имамо

$$\sin A : \sin t = \sin p : \sin z,$$

одакле добивамо

$$\sin A = \frac{\sin t}{\sin z}\left(p - \frac{p^3}{6} + \ldots\right),$$

а из познатог реда (в. § 10)

$$a = \sin a + \frac{\sin^3 a}{6} + \ldots$$

добијамо

$$A = \frac{\sin t}{\sin z}\left(p - \frac{p^3}{6}\right) + \frac{1}{6}\,\frac{\sin^3 t}{\sin^3 z}\left(p - \frac{p^3}{6}\right)^3 + \ldots =$$

$$= p\,\frac{\sin t}{\sin z} - \frac{p^3}{6}\,\frac{\sin t}{\sin z}\left(1 - \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z}\right).$$

Али је

$$2 \sin^2 {}^1\!/_2\, a = 1 - \cos a = 1 - \left(1 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{24} - \ldots\right) = \frac{a^2}{2} - \frac{a^4}{24} + \ldots$$

и, према томе, до четвртог степена од p је

$$\sin^2 {}^1\!/_2\, A = \frac{1}{4}\left[p\,\frac{\sin t}{\sin z} - \frac{p^3}{6}\,\frac{\sin t}{\sin z}\left(1 - \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z}\right)\right]^2 - \frac{1}{48}\,p^4\,\frac{\sin^4 t}{\sin^4 z} =$$

$$= \frac{1}{4}\left[p^2\,\frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} - \frac{1}{3}\,p^4\,\frac{\sin^2 t}{\sin^2 z}\left(1 - \frac{\sin^2 t}{\sin^2 z}\right)\right] - \frac{1}{48}\,p^4\,\frac{\sin^4 t}{\sin^4 z} =$$

$$= \frac{1}{4}\,p^2\frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} - \frac{1}{12}\,p^4\,\frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} + \frac{1}{16}\,p^4\,\frac{\sin^4 t}{\sin^4 z}.$$

Ако сменимо нађене изразе за x и $\sin {}^1\!/_2\, A$ у једначину (12), добијамо

$$\frac{\pi}{2} - \varphi - p \cos t - \frac{p^3}{3} \cos t \sin^2 t - z =$$

$$= - \sin 2z \left(\frac{p^2}{4}\,\frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} - \frac{p^4}{12}\,\frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} + \frac{p^4}{16}\,\frac{\sin^4 t}{\sin^4 z}\right) - 2 \sin 2\, z \sin^2 z\,\frac{p^4}{16}\,\frac{\sin^4 t}{\sin^4 z}.$$

Коефицијенат уз p^4 трансформише се на овај начин:

$$+ \frac{1}{12} \sin 2\, z\,\frac{\sin^2 t}{\sin^2 z} - \frac{1}{16} \sin 2\, z\,\frac{\sin^4 t}{\sin^4 z} - \frac{1}{8} \sin 2 \cdot z \sin^2 z\,\frac{\sin^4 t}{\sin^4 z} =$$

$$= \frac{1}{6} \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{1}{8}\,\frac{\cos z \sin^4 t}{\sin^3 z}\,\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \operatorname{ctg} z \sin^4 t =$$

$$= \frac{1}{6} \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{1}{8}\,\frac{\sin^4 t}{\sin^3 z} \cos z\,(\cos^2 z + \sin^2 z) - \frac{1}{4} \operatorname{ctg} z \sin^4 t =$$

$$= \frac{1}{6} \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{1}{8} \operatorname{ctg}^3 z \sin^4 t - \frac{3}{8} \operatorname{ctg} z \sin^4 t =$$

$$= - \frac{1}{8} \operatorname{ctg}^3 z \sin^4 t + \frac{1}{24} \operatorname{ctg} z \sin^2 t\,(4 - 9 \sin^2 t),$$

па се добија

$$\frac{\pi}{2} - \varphi - p \cos t - \frac{p^3}{3} \cos t \sin^2 t - z =$$

$$= -\frac{p^2}{2} \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{p^4}{8} \operatorname{ctg}^3 z \sin^4 t + \frac{p^4}{24} \operatorname{ctg} z \sin^2 t \,(4 - 9 \sin^2 t),$$

одакле следи

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - z - p \cos t + \frac{1}{2} p^2 \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{1}{3} p^3 \cos t \sin^2 t +$$

$$+ \frac{1}{8} p^4 \operatorname{ctg}^3 z \sin^4 t - \frac{1}{24} p^4 \operatorname{ctg} z \sin^2 t \,(4 - 9 \sin^2 t).$$

Овде су сви углови изражени у радијантима; ако их изразимо у угловној мери и означимо коефицијенат 206 264″,8 са k, а за величину p у лучним секундама задржимо једноставности ради ознаку p, добићемо

$$\varphi = 90^0 - z - p \cos t + \frac{1}{2} \frac{p^2}{k} \operatorname{ctg} z \sin^2 t - \frac{1}{3} \frac{p^3}{k^2} \cos t \sin^2 t +$$

$$+ \frac{1}{8} \frac{p^4}{k^3} \operatorname{ctg}^3 z \sin^4 t - \frac{1}{24} \frac{p^4}{k^3} \operatorname{ctg} z \sin^2 t \,(4 - 9 \sin^2 t). \qquad (13)$$

Израчунајмо највеће вредности појединих чланова овог реда. Није тешко видети да ће величина $\sin^2 t\,(4 - 9 \sin^2 t)$ имати највећу вредност за $\cos t = 0$ и за $\sin^2 t = {}^2/_9$; овим највећим вредностима одговарају величине последњег члана:

$$\frac{5}{24} \frac{p^4}{k^3} \operatorname{ctg} z \quad \text{и} \quad \frac{1}{54} \frac{p^4}{k^3} \operatorname{ctg} z.$$

У данашње време је $p = 62' = 3720''$; зато су ове величине једнаке: 0″,0045 ctg z и 0″,0004 ctg z. Већа од њих достиже 0″,02 само при $z = 12^0$, тј. за φ око 78^0.

Претпоследњи члан реда има највећу вредност за $\sin t = 1$ једнаку $\frac{1}{8} \frac{p^4}{k^3} \operatorname{ctg}^3 z$ или 0″,0027 $\operatorname{ctg}^3 z$; он достиже 0″,02 при $z = 27^0$, тј. за φ око 63^0, и 0′,10 при $z = 17^0$, тј. за $\varphi = 73^0$.

Напослетку члан са p^3 достиже највећу вредност при $\sin^2 t = {}^2/_3$ и ова највећа вредност једнака је 0″,16.

Према томе, ако се могу занемарити отступања која не прелазе практично 0″,2—0″,3, можемо се ограничити само на чланове са p и p^2, тј. на образац

$$\varphi = 90^0 - z - p \cos t + \frac{1}{2} \frac{p^2}{k} \sin^2 t \operatorname{ctg} z, \qquad (14)$$

у коме је p изражено у лучним секундама. У неким астрономским годишњацима дају се уз овај образац таблице за израчунавање ширине из посматрања зенитних отстојања Северњаче. За израчунавање се употребљава образац:

$$90^0 - \varphi = z + p \cos t - \frac{1}{2} \frac{p^2}{k} \sin^2 t \operatorname{ctg} z.$$

Пример за одређивање ширине из посматрања Северњаче.

Место посматрања: Астрономска опсерваторија Московског универзитета, датум: 1933 август 15. Посматрач *Б. Дубовски.*

Фенелов универзални инструменат № 8377 с нонијусима: вредност дела либеле на вертикалном кругу 21'',4. Хронометар Nardin 311; његово стање — $0^m\ 56^s$. Барометар 752,8 *mm*; термометар + 11°,0 C.

Посматрања

Положај круга	Приказивање хронометра	Либела a	Либела b	Читање круга нон. A	Читање круга нон. B	$(a+b-$ $-20)\times$ $\times 10'',7$	$^1/_2(A+B)$	Поправљено читање
K L	$19^h43^m49^s$	7,0	18,0	33°53'00''	51'40''	+ 54''	33°52'20''	33°53'14''
K D	49 50	9,0	20,0	325 27 00	25 00	+ 96	325 26 00	325 27 36
K D	57 38	8,3	19,3	325 29 30	27 30	+ 81	325 28 30	325 29 51
K L	20 04 45	6,0	17,2	33 48 00	46 00	+ 34	33 47 00	33 47 34

Посматрањем предмета на земљи одређена је тачка зенита 359°40'04''. Из Астрономског годишњака узете су за тренутак посматрања координате Северњаче:

$$\alpha = 1^h39^m04^s,\ \delta = +88°56'38'',\ \text{према томе је}\ p = 1°03'22'' = 3802'' = [3,5800].$$

Извођење ширине

	K L	*K D*	*K D*	*K L*
Посматрано z	34°13' 14''	34°12' 24''	34°10' 09''	34°07' 34''
Рефракција	39''	39''	39''	39''
z	34°13' 53''	34°13' 03''	34°10' 48''	34°08' 13''
Звездано време	$19^h42^m53^s$	$19^h48^m54^s$	$19^h56^m42^s$	$20^h03^m49^s$
t	$18^h03^m49^s$	$18^h09^m50^s$	$18^h17^m38^s$	$18^h24^m45^e$
t	270°57' 15''	272°27' 30''	274°24' 30''	276°11' 15''
lg cos t	8,2215	8,6324	8,8857	9,0326
lg p cos t	1,8015	2,2124	2,4657	2,6126
lg $\sin^2 t$	9,9998	9,9992	9,9974	9,9950
lg ctg z	0,1672			0,1688
	1,7116			1,7084
p cos t	+ 1' 03''	+ 2' 43''	+ 4' 52''	+ 6' 50''
2-ги члан свођења	— 51''	— 51''	— 51''	— 51''
$90° - \varphi$	34°14' 05''	34°14' 55''	34°14' 49''	34°14' 12''
φ	55°45' 55''	55°45' 05''	55°45' 11''	55°45' 48''

Споредни рачуни; примедбе уз свођење

1) Рефракција се узима из посебних таблица или ако не треба веће тачности од 1'' као у датом случају, она се израчунава по обрасцу (в. § 5)

$$\rho = 21'',62\ \frac{B}{273°+t°\ \mathrm{C}}\ \mathrm{tg}\, z;\ \lg 21'',62 = 1,3349.$$

2) Да би се добили lg cos t и lg $\sin^2 t$ врло је згодно имати таблице у којима су логаритми тригонометриских функција дати с аргументом у временској мери, такве „Наутичке таблице" издала је Хидрографска управа. У том случају није потребно претварати t, изражено у времену, у угловну меру.

3) Засебно се израчунава логаритам коефицијента другог члана свођења, исти за све тренутке, тј. величина $\lg \dfrac{1}{2}\ \dfrac{p^2}{k} = \lg \dfrac{(3802)^2}{2 \cdot 206\,265} = 1,5446.$

4) При израчунавању p cos t и другог члана свођења никако не треба писати у свакој колони један исти број, тј. 3,5800 и 1,5446, већ се треба користити помоћном хартијом поменутом на страни 104

5) Обратимо пажњу на то да је за *K D* величина φ добивена систематски мања у средњу руку 55°45'8'', него за *K L*, у средњу руку 55°45'52''; то управо показује да за време посматрања тачка зенита није била на 359°40'00'', као што је усвојено у рачунима, већ се разликовала од ове вредности за $^1/_2$ (55°45'52'' — 55°45'08''), тј. за 22'', и

била на 359°39'38". Ово отступање нема никаквог утицаја на свођење јер је мало, али к се упоређују посматрања међу собом мора се узети у обзир, тј. вредности φ из посм трања при *K L* морају се смањити за 22", а φ из посматрања при *K D* повећати, та добивамо ове вредности за φ:

$$50^0 45'33'',\ 55^0 45'27'',\ 55^0 45'33'',\ 55^0 45'26'',$$

које се, као што видимо, знатно боље слажу међу собом од оних које садрже отступан тачке зенита. Средња вредност је $\varphi = 55^0 45'30''$.

Да бисмо, по правилима § 8. израчунали средња и вероватна отступања, образујм проста отступања $-3''$, $+3''$, $-3''$, $+4''$, из којих добијамо

$$v_m = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{4}} = \sqrt{\frac{43}{4}} = \pm 3'',\ v_p = \pm 2'',\ \varepsilon_m = \sqrt{\frac{43}{4 \cdot 3}} = \pm 2'',\ \varepsilon_p = \pm 1'$$

85. Потреба посматрања јужних и северних звезда. – Водећи рачуна о овоме што је било речено у § 63 о немогућност проверавања отступања у мерењу зенитног отстојања, излази да треб одређивати ширину из јужних и северних звезда приближно једнаки зенитних отстојања јужно и северно од зенита, да бисмо искључил утицај овог отступања. Није могуће због ограниченог избора звезд постићи потпуну једнакост јужних и северних зенитних отстојања, ал овоме треба тежити у границама могућности. Северњача служи ка врло подесна северна звезда и можемо се ограничити само на т једну, али узимати онолико мерења њеног зенитног отстојања колик их је извршено на свима јужним звездама. Ни за једну јужну звезд није рационално скупљати сувише много вредности *z*, већ их треб посматрати само на малим часовним угловима, да би се упростил обрада посматрања. Међутим два посматрања, једно при *K D* и друго при *K L* претстављају најмањи број за сваку звезду. Ако звезде ид једна за другом споро и има довољно времена могу се извршити п четири посматрања сваке јужне звезде: два при *K D* и два при *K L.* Међутим боље је посматрати неколико звезда, зато што се тад сва ова неизбежна мала отступања у деклинацијама звезда могу средњој вредности узајамно поништити.

Коначна обрада посматрања може се извршити како је то изложено на крају § 79.

86. Одређивање ширине места из посматрања Сунца. — Посматрање Сунца је сложеније од посматрања звезда стога што с не може наводити дурбин на средиште Сунца чије се координате да у годишњацима. Он се може наводити на горњу или на доњу ивиц Сунца доводећи Сунчев лик у дурбину тако да хоризонталан кона у тачки пресека с вертикалним додирује Сунчев котур, или, пошто с конац ван Сунчева котура не види, тако да се хоризонтални конац шт мањим својим делом пројектује на Сунчев котур у виду кратке његов тетиве. На тај начин се измери зенитно отстојање горње и доње ивиц Сунца и пошто се ова мерења поправе за утицај рефракције и паралаксе, њима се дода, односно одузме, угловна вредност Сунчева полупречника узета из годишњака и на тај начин се добије геоцентричн зенитно отстојање Сунчева средишта. Из сваког положаја инструмента *K D* и *K L*, треба мерити зенитно отстојање и горње и доње ивиц Сунца.

87. Обрасци за израчунавање ширине из посматрања Сунца. — За обраду Сунчевих посматрања примењују се исти обрасци који и код звезда. Али притом треба водити рачуна о овим разликама:

1) Часовни угао t добива се по обрасцу $t = T + u - \alpha$ само у том случају ако се при посматрању употребљава звездани хронометар. Али ако се употребљава, као обично, средњи хронометар, онда се t добија по обрасцу $t = T + u$ — временско изједначење, где је T показивање средњег хронометра, u — његово стање, а временско се изједначење узима у смеру: средње време мање право време у тренутку посматрања, јер је t часовни угао правог Сунца, тј. право сунчано време; за посматрање пре правог подна треба узимати t негативно.

2) Како се Сунчева деклинација брзо мења у току времена, то се у крајњем обрасцу $\varphi = \delta + z + r$ она не може сматрати константном за сва посматрања сваког дана, као у случају звезда, али се може узимати средња вредност δ за израчунавање свођења на меридијан r'', а у крајњем обрасцу интерполована деклинација за сваки тренутак посматрања; а може се наћи и величина, аналога величини r'', из ових расуђивања.

Како се Сунчева деклинација непрекидно мења, то Сунце не достиже најмање зенитно отстојање у тренутку пролаза кроз меридијан, већ нешто касније ако му деклинација расте, и раније ако му деклинација опада. Пита се, да ли се може применити образац за r'', ако га сматрамо као образац за свођење измерених зенитних отстојања на то најмање зенитно отстојање и ако t рачунамо од тренутка тог најмањег отстојања, а не од меридијана; и ако је то могуће, онда како да се нађе разлика између пролаза кроз меридијан и тренутка најмањег z.

Означимо са δ_0 деклинацију Сунца у тренутку његове кулминације, тј. у право подне, и са β њену часовну промену у лучним секундама; онда је при часовном углу t деклинација једнака $\delta_0 + \beta t$, где је t изражено у часовима. У том случају добијамо по обрасцу (8) изведеном у § 81, ако одбацимо последњи члан и 206 265″ означимо са k:

$$\varphi = \delta_0 + \beta t + z - \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)} k \cdot 2\sin^2 {}^1\!/_2\, t.$$

Претпоставимо сад да, рачунајући време од неког другог тренутка а не од пролаза кроз меридијан, можемо ставити да је

$$\beta t - \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)} k \cdot 2\sin^2 {}^1\!/_2\, t = - \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)} k \cdot 2\sin^2 {}^1\!/_2\, (t-y),$$

тако да је

$$\varphi = \delta_0 + z - \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)} k \cdot 2\sin^2 {}^1\!/_2\, (t-y).$$

Тада за одређивање y добивамо из претпоследње једначине

$$\beta t = \frac{\cos\varphi\cos\delta}{\sin(\varphi-\delta)} k \cdot 2\,[\sin^2 {}^1\!/_2\, t - \sin^2 {}^1\!/_2\, (t-y)].$$

Али је

$$\sin^2 a - \sin^2 b = (\sin a + \sin b)\ (\sin a - \sin b) = \sin (a + b) \sin (a - b),$$

па је зато

$$\beta t = k \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)}\ 2 \sin (t - {}^1\!/_2\, y)\ \sin {}^1\!/_2\, y,$$

одакле добијамо

$$\sin {}^1\!/_2\, y = \frac{\beta}{2k} \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\varphi \cos\delta} \frac{t}{\sin\ (t - {}^1\!/_2\, y)}.$$

Но како β не прелази 60″, то је y мало, па се с довољном тачношћу (в. сличан случај у § 12) може узети да је

$$y = \beta \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\varphi \cos\delta} \frac{t}{\sin t}.$$

Овде су β и y изражени у лучним секундама, а t у часовима и деловима часа. Али је

$$t \text{ у часовима} = \frac{t \text{ у врем. секундама}}{3600} = \frac{t \text{ у лучним секундама}}{15 \cdot 3600} =$$

$$= \frac{206\,265 \cdot t \text{ у радијантима}}{15 \cdot 3600},$$

$$y \text{ у временским секундама} = \frac{y \text{ у лучним секундама}}{15}$$

и како је t мала величина, то (t у радијантима/$\sin t$) можемо сматрати независним од t и једнаким 1.

Према томе је

$$y \text{ у временским секундама} = \frac{206\,265}{15^2 \cdot 3\,600}\ \beta \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\varphi \cos\delta}.$$

Ако са μ означимо промену δ за 48^h у лучним секундама, то је $\beta = \mu/48$ и тада је

$$y^s = \frac{\mu}{188{,}5} \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\varphi \cos\delta} = \frac{\mu}{188{,}5} (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \delta);$$

y^s је часовни угао на коме Сунце достиже највећу висину.

Према томе, при обради Сунчевих посматрања по овој методи треба израчунавати y^s по последњем обрасцу, а часовни угао t Сунца, који улази у редукциони образац (8) изведен у § 81, рачунати од тренутка највеће висине Сунца (а не од тренутка пролаза кроз меридијан) и израчунавати га по обрасцу

$$t = T_{sr.\dots} + u - \text{временско изједначење} - y^s.$$

88. Утицај дневне аберације на одређивање ширине места. — У геоцентричне положаје небеских тела дате у годишњацима унесен је утицај годишње аберације, али у њих не може бити унет утицај дневне аберације и он се мора обрачунавати посебно код свију астрономских мерења. Из сферне астрономије је познато да се услед дневне аберације сва небеска тела померају по луку великог круга ка источној тачки, куда је усмерено кретање посматрача које долази од Земљина обртања око осовине. Величина померања једнака је $0'',31 \cos \varphi \sin l$, где је l отстојање небеског тела од источне тачке.

Ако се небеско тело налази у меридијану, онда су, као што није тешко увидети, велики кругови који иду од тачака меридијана до источне тачке управни на меридијану, а како су све тачке меридијана удаљене 90° од источне тачке, то све звезде при пролазу кроз меридијан бивају услед дневне аберације померене за $0'',31 \cos \varphi$ управно на меридијан. Услед тога се њихова зенитна отстојања мењају сразмерно са z_m за незнатну величину, која се у сваком случају може занемарити ако само z_m није врло мало, а мала зенитна отстојања се иначе морају избегавати и из других узрока чије је порекло у инструментима.

ГЛАВА СЕДМА

ОДРЕЂИВАЊЕ ЧАСОВНИКОВА СТАЊА ИЗ МЕРЕНИХ ЗЕНИТНИХ ОТСТОЈАЊА НЕБЕСКИХ ТЕЛА

89. Постављање задатка. — Ако имамо зенитно отстојање измерено у тренутку T по звезданом хронометру ослобођено рефракције и паралаксе или једном речју геоцентрично отстојање z небеског тела, чије су геоцентричне координате узете из астрономског годишњака *за тренутак посматрања* α и δ, и ако је позната астрономска ширина φ места посматрања, онда из обрасца

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (T + u - \alpha)$$

можемо одредити непознато стање хронометра u. Потребно је само испитати: 1) под којим ће условима ово одређивање бити најтачније, тј. најмање зависити од отступања $\Delta \varphi$ на усвојеној вредности ширине φ, и 2) како је најлакше израчунати u по овом обрасцу.

90. Најповољнији услови посматрања. — Да бисмо решили први задатак постављен у претходном параграфу, треба поновити исто расуђивање као у § 78. Сматраћемо α и δ потпуно тачним. Претпоставићемо да усвојена вредност φ захтева поправку $\Delta \varphi$, измерено z поправку Δz, а са хронометра забележен тренутак T поправку ΔT и извешћемо какву ће поправку Δu добити тражена величина u, ако су у рачуну узете у обзир поправке $\Delta \varphi$, Δz и ΔT. Тражени однос добијамо диференцијаљењем горњег обрасца:

$$\begin{aligned} - \sin z \triangle z = {} & \cos \varphi \sin \delta \Delta \varphi - \sin \varphi \cos \delta \cos (T + u - \alpha) \Delta \varphi - \\ & - \cos \varphi \cos \delta \sin (T + u - \alpha) (\Delta T + \Delta u), \end{aligned}$$

одатле на основи расуђивања из § 78 добијамо:

$$- \sin z \Delta z = - \sin z \cos A \Delta \varphi - \cos \varphi \sin z \sin A (\Delta T + \Delta u).$$

Одатле следи

$$\Delta u = - \Delta T + \frac{1}{\cos \varphi \sin A} \Delta z - \frac{1}{\cos \varphi \operatorname{tg} A} \Delta \varphi .$$

Из ове се једначине види да ће $\Delta \varphi$ онда најмање утицати на одређивање u када је коефицијенат $1/\cos \varphi \operatorname{tg} A$ што мањи, а то ће бити када $\operatorname{tg} A$ има највећу вредност, тј. када је азимут A близу 90^0 или 270^0, тј. када се небеско тело посматра око тренутка пролаза кроз први вертикал на истоку или западу. Тада је и $\sin A$ највећи по апсолутној вредности, па и утицај Δz на u најмањи и једнак $\Delta z / \cos \varphi$.

91. Израчунавање часовникова стања. — Да бисмо решили други задатак постављен у § 89 приметимо да се из чисто геометриских расуђивања може лако видети да се часовни угао $T+u-\alpha$ може кретати од малих вредности (ако је z мало, што се уосталом избегава из разлога изложених у § 54) до 90^0, (ако је z близу 90^0, што се такође избегава због рефракције и рђавих слика).

t можемо одредити из основног обрасца који даје

$$\cos t = \cos\,(T+u-\alpha) = \frac{\cos z}{\cos\varphi\cos\delta} - \operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\delta = A\cos z - B, \qquad (15a)$$

где су A и B величине сталне за посматрања једне звезде у току једне вечери, јер се δ у току неколико часова само незнатно мења. Овај образац је нарочито подесан при израчунавању рачунском машином, но само ако t није врло мало, јер се у том случају његова вредност само несигурно може одредити из косинуса.

Часовни је угао боље одређивати из тангенса или синуса полуугла. Стога, ако краткоће ради означимо $T+u-\alpha$ са t, а $^1/_2\,(\varphi+\delta+z)$ са S, добијамо

$$\cos z = \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\,(1-2\sin^2{}^1/_2\,t),$$

$$\cos z = \cos\,(\varphi-\delta) - 2\cos\varphi\cos\delta\sin^2{}^1/_2\,t,$$

$$\sin^2{}^1/_2\,t = \frac{\cos\,(\varphi-\delta)-\cos z}{2\cos\varphi\cos\delta} = \frac{\cos\,(\varphi-\delta)}{2\cos\varphi\cos\delta} - \frac{\cos z}{2\cos\varphi\cos\delta} = C - D\cos z \qquad (15b)$$

или

$$\sin^2{}^1/_2\,t = \frac{\sin{}^1/_2\,(\varphi-\delta+z)\sin{}^1/_2\,(z-\varphi+\delta)}{\cos\varphi\cos\delta} =$$

$$= \sin\,(S-\delta)\sin\,(S-\varphi)\sec\varphi\sec\delta, \qquad (15c)$$

$$\cos^2{}^1/_2\,t = 1 - \sin^2{}^1/_2\,t = \frac{\cos\,(\varphi+\delta)+\cos z}{2\cos\varphi\cos\delta}, \qquad (15d)$$

или

$$\cos^2{}^1/_2\,t = \frac{\cos{}^1/_2\,(\varphi+\delta+z)\cos{}^1/_2\,(\varphi+\delta-z)}{\cos\varphi\cos\delta} =$$

$$= \cos S\cos\,(S-z)\sec\varphi\sec\delta, \qquad (15e)$$

$$\operatorname{tg}^2{}^1/_2\,t = \frac{\sin\,(S-\delta)\sin\,(S-\varphi)}{\cos S\cos\,(S-\delta)}. \qquad (15f$$

Притом, ако се небеско тело посматра на западу, онда је $0^0 < {}^1/_2\,t < 90^0$, а ако се посматра на истоку, онда је $90^0 < {}^1/_2\,t < 180^0$.

Образац (15b) подесан је за рачунање машином, али само ако се имају таблице функције $\sin^2{}^1/_2\,t$ по аргументу t, а за логаритамско рачунање најподеснији је у облику

$$\sin^2{}^1/_2\,t = \frac{\cos\,(\varphi-\delta)}{2\cos\varphi\cos\delta}\left[1-\frac{\cos z}{\cos\,(\varphi-\delta)}\right], \qquad (15b')$$

под претпоставком да калкулатор има на расположењу таблице логаритама збирова и разлика. Од посматрања до посматрања мења се само други члан у загради и из његова логаритма (постоје такве таблице) одмах се добија логаритам величине која стоји у загради. Ако калкулатор не располаже таквим таблицама, остаје да се примени образац који садржи S, али то захтева више времена него примена обрасца (15b′).

Кад је t израчунато, онда се стање хронометра u добија из везе $T + u - \alpha = t$ написане у облику $u = t + \alpha - T$.

92. Примедбе у вези с посматрањима. — По програму посматрачке вечери посматрач доводи дурбин на изабрану звезду или од ока или помоћу њеног азимута који је претходно израчувао (помоћу Северњаче треба наћи положај меридијана на хоризонталном кругу, в. главу VIII) и зенитног отстојања њеног за одређену минуту са хронометра (стање хронометра треба знати с тачношћу до ± 1 m). Затим посматрач доводи звезду изнад средњег хоризонталног конца (ако је она источно), или испод хоризонталног конца (ако се звезда налази на западу). Кретањем по азимуту настоји да дурбин помера тако да се звезда креће близу вертикалног конца (на пример између два вертикална конца). Затим бележи са хронометра или помоћу хронографа тренутак када звезда пресече хоризонтални конац. Важно је да место на хоризонталном концу где се пролаз догодио буде близу средњег вертикалног, иако не мора бити тачно на њему, јер ће тада колимација при посматрању бити мала. Пошто је записао тренутак посматрања, посматрач чита либеле на вертикалном кругу, а затим оба нонијуса или микроскопа на алхидади вертикалног круга.

Да бисмо израчунате резултате ослободили утицаја отступања на мереним зенитним отстојањима која се не могу одредити, треба узимати подједнак број мерења на источној и западној половини првог вертикала и уз то се трудити да средње зенитно отстојање источних и западних звезда буде приближно једнако. И доиста, ако диференцијалимо образац

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t,$$

добијамо за брзину промене зенитног отстојања услед дневна кретања образац

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\cos \varphi \cos \delta \sin t}{\sin z}.$$

Али из троугла зенит — пол — звезда имамо

$$\cos \delta \sin t = \sin z \sin A,$$

где је A азимут рачунат од јужне тачке. Према томе је

$$\frac{dz}{dt} = \cos \varphi \sin A, \quad \frac{dt}{dz} = \frac{1}{\cos \varphi \sin A} \quad \text{и} \quad \Delta t = \frac{\Delta z}{\cos \varphi \sin A}.$$

То значи да са отступањем Δz на зенитном отстојању имамо на часовном углу отступање $\Delta z / \cos \varphi \sin A$, а како је у близини првог вертикала $\sin A \approx +1$ на западу и $\sin A \approx -1$ на истоку, то отступања на t, па значи и на u, добијају из источних и западних звезда приближно једнаке вредности, које се разликују само по знаку, ако су отступања Δz приближно једнака. Према томе се у аритметичкој средини утицај овог отступања поништава при једнаком броју посматрања на истоку и на западу.

За састављање програма за посматрачке вечери веома је корисно (скоро неопходно) имати две помоћне таблице, од којих би једна давала часовни угао небеског тела у тренутку његова пролаза кроз први вертикал са тачношћу до временске минуте, а друга његово зенитно отстојање са тачношћу до десетог дела степена, у зависности од ширине места посматрања и деклинације посматраног небеског тела. Помоћу оваквих таблица, а имајући пред собом годишњак са списком звезда и карту звезданог неба ради приближне оријентације, није тешко изабрати по времену и по зенитном отстојању звезде које се могу посматрати у првом вертикалу. Ако повучемо на провидној хартији, водећи рачуна о пројекцији карте, криву која претставља први вертикал (а ово је врло просто урадити ако имамо поменуте таблице и ако уцртамо на провидној хартији тачку пола и меридијан), па овај цртеж положимо на карту и окрећемо га око пола, одмах видимо звезде које пролазе кроз први вертикал и по положају меридијана одређујемо звездано време сваког пролаза, а затим ако из годишњака узмемо њихове координате, можемо израчунати помоћу таблица тачније вредности њихових часовних углова и зенитних отстојања у тренуцима пролаза кроз први вертикал.

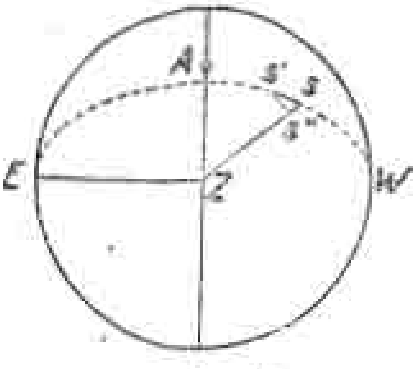
У случају Сунчевих посматрања, као и при одређивању ширине места, треба сакупити при сваком положају инструмента — $K\,D$ и $K\,L$ — по једнак број навођења на горњу и доњу ивицу Сунца. При обради посматрања треба интерполовати δ Сунчева средишта из годишњака за сваки тренутак посматрања, за шта треба приближно знати разлику између показивања хронометра и гринвичког времена (или дужину места посматрања и стање хронометра) и то данас експедиције добијају из пријема радиосигнала тачног времена. Када су израчунати часовни углови t, тј. право сунчано време у тренутку посматрања, стање хронометра се добива из обрасца

$$t + \text{временско изједначење} = T + u,$$

написаног у облику

$$u = t + \text{временско изједначење} - T.$$

93. Утицај дневне аберације. — Да бисмо одредили утицај дневне аберације треба одредити у ком смеру и колико она мења зенитно отстојање једне звезде, а затим колико ова промена зенитног отстојања мења тренутак кад звезда достиже одређену висину за разлику од случаја кад дневне аберације не би било. Треба приметити да дневна аберација смањује зенитна отстојања звезда на западној половини неба, а повећава их на источној, а како се на западној половини зенитна отстојања повећавају у току времена, то звезда привидно померена аберацијом стиже на одређено зенитно отстојање касније него звезда на коју не би утицала аберација; зато се добијају времена посматрања нешто већа него што треба. Исти се резултат добија и за звезде на источној половини неба, где аберација повећава зенитна отстојања, а она се у току времена смањују. Бројна вредност поправака на тренуцима посматрања добива се на овај начин.



Сл. 47.

Нека слика 47 претставља небеску сферу посматрану споља, озго; Z — зенит, ZA — меридијан, E — источну тачку, S — положај звезде без утицаја аберације, S' — положај звезде померене аберацијом, $S'S''$ — управну на ZS. Тада по закону аберације имамо $SS' = k \cos \varphi \sin SE$, где је k — коефицијенат дневне аберације, једнак $0'',31 = 0^s,021$, а из сферног троугла ESZ имамо

$$\sin SE \cos S'SZ = \cos EZ \sin ZS - \sin EZ \cos ZS \cos EZS.$$

Али је $EZ = 90^0$, а $EZS = 90^0 + A$, где је A азимут који се рачуна од југа преко запада, севера и истока до 360^0. Стога је $\sin SE \cos S'SZ = \cos z \sin A$. Из троугла $S'SS'$, који се може сматрати за раван зато што је довољно мали, имамо

$$SS'' = -dz = SS' \cos S'SS'' = k \cos \varphi \sin SE \cos S'SS'' =$$
$$= k \cos \varphi \cos z \sin A.$$

Према томе је $dz = -k \cos \varphi \cos z \sin A$, а како се брзина промене z у току времена изражава са $\frac{dz}{dt} = \cos \varphi \sin A$ (§ 92), то је време које протекне док се z промени за dz једнако $dz : dz/dt$, па добијамо

$$-\frac{k \cos \varphi \cos z \sin A}{\cos \varphi \sin A} = -k \cos z - 0^s,021 \cos z.$$

На тај начин поправка посматраних тренутака у свима случајевима изражава се обрасцем $-0^s,021 \cos z$, тј. поправка изведеног стања хронометра је $+0^s,021 \cos z$.

Пример за одређивање часовникова стања из мерења зенитних отстојања у близини првог вертикала.

Место посматрања: Астрономска опсерваторија Московског универзитета; $\varphi = 55^0 45' 19'',5$.

Датум: 1933 августа 27. Посматрач: *Б. Дубовски.*

Фенелов универзални инструменат № 8377 с нонијусима. Вредност дела либеле на вертикалном кругу 21'',4. Хронометар Dent 1795. Посматрана је α Bootis. Барометар 745,3 *mm*; термометар + 13°,1 C.

Посматрања

Положај круга	Показивање хронометра	Либела *a*	Либела *b*	Читање круга нон. *A*	Читање круга нон. *B*	$(a+b-20) \times$ $\times 10'',7$	$\frac{1}{2}(A+B)$	Поправљено читање
K D	$18^h 57^m 34^s,0$	4,5	15,5	296°17'30''	16'00''	00''	296°16'45''	296°16'45''
K L	19 00 58 ,0	4,3	15,3	63 32 00	30 30	− 4	63 31 15	63 31 11
K L	19 03 20 ,5	4,2	15,2	63 51 40	51 00	− 6	63 51 20	63 51 14
K D	19 15 44 ,0	5,0	16,0	293 44 10	43 40	+11	293 43 55	293 44 06

За тачку зенита усвојено је $359^{\circ}39'20''$. Из годишњака су за тренутак посматрања узете ове координате: α Bootis, $\alpha = 14^h 12^m 38^s,1$, $\delta = 19^{\circ}31'42''4$.

Извођење хронометрова стања

	K D	*K L*	*K L*	*K D*
Посматрано z	$63^{\circ}22'35''$	$63^{\circ}51'51''$	$64^{\circ}11'54''$	$65^{\circ}55'14''$
Рефракција	$+ 1'51''$	$+ 1'55''$	$+ 1'56''$	$+ 2'05''$
Поправљено z	$63^{\circ}24'26''$	$63^{\circ}53'46''$	$64^{\circ}13'50''$	$65^{\circ}57'19''$
lg cos z	9,65093	9,64345	9,63824	9,61007
lg cos z — lg cos $(\varphi - \delta)$	9,74423	9,73675	9,73154	9,70337
A	9,90420	9,92084	9,93222	9,99116
lg ( )	9,64843	9,65759	9,66376	9,69453
lg $\sin^2 {}^1/_2\, t$	9,52953	9,53869	9,54486	9,57563
lg $\sin {}^1/_2\, t$	9,76476	9,76934	9,77243	9,78782
${}^1/_2\, t$	$35^{\circ}34'33''$	$36^{\circ}00'42''$	$36^{\circ}18'35''$	$37^{\circ}50'38''$
t	$70^{\circ}09'06''$	$72^{\circ}01'24''$	$72^{\circ}37'10''$	$75^{\circ}41'16''$
t у времену	$4^h 44^m 36^s,4$	$4^h 48^m 5^s,6$	$4^h 50^m 28^s,7$	$5^h 02^m 45^s,1$
$t + \alpha$	$18^h 57^m 14^s,5$	$19^h 00^m 43^s,7$	$19^h 03^m 06^s,8$	$19^h 15^m 23^s,2$
u	$- 19^s,5$	$- 14^s,3$	$- 13^s,7$	$- 20^s,8$
u поправљено	$- 16\ ,4$	$- 17^s,4$	$- 16^s,8$	$- 17^s,7$
u средње	$- 17^s,1$			

Споредни рачуни; примедбе уз свођење.

1) О израчунавању рефракције види примедбе уз извођење ширине на стр. 104 и 109.

2) Израчунавање израза $\sin^2 {}^1/_2\, t$ врши се по обрасцу

$$\sin^2 {}^1/_2\, t = \frac{\cos(\varphi - \delta)}{2 \cos \varphi \cos \delta} \left[1 - \frac{\cos z}{\cos(\varphi - \delta)} \right].$$

Зато, пре свега, треба са стране образовати разлику

$$\varphi - \delta = 55^{\circ}45'19'',5 - 19^{\circ}31'42'',4 = 36^{\circ}13'37''$$ и даље израчунати $\lg \dfrac{\cos(\varphi - \delta)}{2 \cos \varphi \cos \delta}$:

$$\begin{aligned} \lg \cos(\varphi - \delta) &= 9{,}90670 \\ \mathrm{D} \lg 2 &= 9{,}69897 \\ \mathrm{D} \lg \cos \varphi &= 0{,}24970 \\ \mathrm{D} \lg \cos \delta &= 0{,}02573 \\ \hline & 9{,}88110 \end{aligned}$$

Затим се за свако посматрање исписује lg cos z и израчунава се логаритам величине у загради помоћу логаритама разлика; затим се на комадићу хартије испише 9,88110 и додаје се овом логаритму, па се добија lg $\sin^2 {}^1/_2\, t$. Добро је ако се имају логаритамске таблице тригонометриских функција са аргументом израженим у временској мери; у том случају добијамо t у часовима, минутама и секундама. Иначе, као и горе, треба угловну меру претварати у временску. Кад смо израчунали t, образујемо $t + \alpha = t + 14^h 12^m 38^s,1$, и најзад $u = t + \alpha$ — показивање хронометра.

3) Обратимо пажњу на то да се при положају инструмента *K D* добија очигледно већа вредност за u (по апсолутној величини) (— 19,5 и — 20,8), него при *K L* (— 14,3 и — 13,7). Ово очигледно долази од отступања на усвојеној тачки зенита; стога се не може судити о степену тачности посматрања упоређивањем ових величина, него их прво треба ослободити од утицаја отступања тачке зенита. У том циљу образоваћемо средњу вредност из u за *K D*, — 20,2, и за *K L*, — 14,0, и узећемо њихову полуразлику

$${}^1/_2\, (- 20{,}2 + 14{,}0) = - 3{,}1,$$

и додати на вредност u из *K L*, а одузети од вредности u за *K D*. Тада добијамо ове вредности за u: — 16,4, — 17,4, — 16,8, — 17,7, из чијег слагања можемо изводити закључак о каквоћи посматрања и добивених резултата.

4) Као што је познато, применом логаритама са пет децимала не обезбеђује се потпуно тачност до лучне секунде у добивеним резултатима, ако у датом случају рачунамо с логаритмима са шест децимала, добићемо ове вредности за u: — 19,0. — 14,0, — 13.7, — 21,2; отступање тачке зенита једнако је

$$\tfrac{1}{2}\,(-20{,}1 + 13{,}85) = -3{,}1\,;$$

поправљене вредности u су: — 15,9, — 17,1, — 16,8, — 18,1, средња вредност — 17,0. Разлике појединих вредности добивених израчунавањем са пет, односно са шест децимала, долазе искључиво од заокругљивања пете децимале при одбацивању шесте.

5) Из последњих вредности израчунавамо по обрасцима из § 8 средња и вероватна отступања, разлике и јесу: — 1^s,1, + 0^s,1, — 0^s,2, + 1^s,1.

$$\upsilon m = \sqrt{\frac{\Sigma\upsilon^2}{4}} = \sqrt{\frac{2{,}47}{4}} = \sqrt{0{,}62} = \pm\, 0^s{,}8, \quad \upsilon p = \pm\, 0^s{,}5,$$

$$\varepsilon_m = \sqrt{\frac{2{,}47}{4{,}3}} = \sqrt{0{,}21} = \pm\, 0^s{,}5, \quad \varepsilon_p = \pm\, 0^s{,}3.$$

У ту сврху из образаца (16) одређујемо прво

$$\operatorname{tg} A_s = \frac{\cos\delta \sin t}{-\cos\varphi \sin\delta + \sin\varphi \cos\delta \cos t}\,,$$

затим

$$\operatorname{tg}\delta \cos\varphi = \sin\varphi \cos t - \sin t \operatorname{ctg} A_s$$

и, као што је раније речено у § 78 и 90, диференцијалимо овај образац.

Добићемо $$\frac{d\delta}{\cos^2\delta}\cos\varphi - \operatorname{tg}\delta \sin\varphi\, d\varphi = \cos\varphi \cos t\, d\varphi - \sin\varphi \sin t\, dt -$$
$$- \cos t \operatorname{ctg} A_s\, dt + \sin t \frac{dA_s}{\sin^2 A_s}\,.$$

Одатле добијамо

$$d\,A_s = \frac{\sin^2 A_s}{\cos^2\delta}\ \frac{\cos\varphi}{\sin t}\, d\delta - \sin^2 A_s \left(\frac{\operatorname{tg}\delta \sin\varphi}{\sin t} + \cos\varphi \operatorname{ctg} t\right) d\varphi +$$
$$+ \sin^2 A_s\,(\sin\varphi + \operatorname{ctg} t \operatorname{ctg} A_s)\, dt.$$

Но из паралактичког троугла је

$$\frac{\sin A_s}{\sin t} = \frac{\cos\delta}{\sin z}\,,$$

па је, према томе,

$$\frac{\sin A_s}{\sin t \cos\delta} = \frac{1}{\sin z}\,.$$

Стога коефицијенат уз $d\varphi$ прелази у

$$\sin A_s \left(\frac{\sin\delta \sin\varphi}{\sin z} + \frac{\cos\varphi \cos\delta \cos t}{\sin z}\right) \text{ или } \sin A_s \operatorname{ctg} z.$$

Коефицијенат уз dt преиначићемо овако:

$$\frac{\sin A_s}{\sin t}\,(\sin A_s \sin\varphi \sin t + \cos A_s \cos t) = \frac{\cos\delta}{\sin z}\cos q,$$

где q означава паралактички угао, тј. угао PSZ (P — пол, S — небеско тело, Z - зенит, сл. 48).

Коефицијенат уз $d\delta$ биће

$$\frac{\sin^2 A_s}{\cos^2\delta \sin^2 t}\sin t \cos\varphi = \frac{\sin t \cos\varphi}{\sin^2 z} = \frac{\sin q}{\sin z}\,,$$

па је према томе

$$d\,A_s = \frac{\sin q}{\sin z}\,d\delta + \cos q\,\frac{\cos\delta}{\sin z}\,dt - \sin A_s \operatorname{ctg} z\, d\varphi.$$

ГЛАВА ОСМА

ОДРЕЂИВАЊЕ АЗИМУТА ПРЕДМЕТА НА ЗЕМЉИШТУ

94. Основи методе. — У глави IV претресли смо питање о добивању тачних читања на хоризонталном кругу. Наводећи дурбин на један предмет, а затим на други, и узимајући тачна читања хоризонталног круга, а затим образујући разлику ових читања, добивамо разлику азимута тих предмета. Према томе ако нам је азимут једног од њих познат, лако ћемо израчунати и азимут другог. За предмет чији је азимут познат бира се звезда чије су координате α и δ познате и при посматрању бележи се тренутак посматрања T са хронометра, чије стање u такође мора бити познато, исто као и ширина φ места посматрања.

Тада се часовни угао t добива по обрасцу

$$t = T + u - \alpha,$$

а затим за израчунавање азимута имамо из троугла зенит — пол — звезда обрасце

$$\left.\begin{aligned}\sin z \sin A_s &= -\sin z \sin A_n = \cos\delta \sin t,\\ \sin z \cos A_s &= -\sin z \cos A_n = -\cos\varphi \sin\delta + \sin\varphi \cos\delta \cos t,\end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

где A_s претставља азимут рачунат од јужне тачке S преко запада, севера и истока, а $A_n = A_s + 180^0$ — азимут рачунат од северне тачке N преко истока, југа и запада.

Ако су M_* и M читања хоризонталног круга ослобођена свих отступања и узета са главног микроскопа (са кога се читају степени на кругу) при посматрању звезде и предмета на земљишту, на пр. у положају $K\,D$, то ћемо, ако читања на кругу расту кад се горњи део инструмента обрће у смеру казаљке на часовнику, имати:

читање круга главним микроскопом кад је дурбин уперен у јужну тачку $M_s = M_* - A_s$,

читање круга главним микроскопом кад је дурбин уперен у северну тачку $M_n = M_* - A_n$,

азимут предмета на земљишту једнак је $M - M_s$, ако се рачуна од јужне тачке, или $M - M_n$, ако се рачуна од северне тачке, како је горе речено.

95. Најповољнији услови посматрања. — Сад треба испитати најповољније услове посматрања, тј. утврдити под којим условима отступања на усвојеним вредностима T, u, а исто тако и δ најмање утичу на израчунавање азимута A_s или A_n. У ту сврху најпре из образаца (16) налазимо

$$\operatorname{tg} A_s = \frac{\cos\delta \sin t}{-\cos\varphi \sin\delta + \sin\varphi \cos\delta \cos t},$$

затим

$$\operatorname{tg}\delta \cos\varphi = \sin\varphi \cos t - \sin t \operatorname{ctg} A_s$$

и по принципима изложеним раније у § 78 и 90 диференцијалимо овај образац. Добијамо тако

$$\frac{d\delta}{\cos^2\delta} \cos\varphi - \operatorname{tg}\delta \sin\varphi \, d\varphi = \cos\varphi \cos t \, d\varphi - \sin\varphi \sin t \, dt -$$

$$- \cos t \operatorname{ctg} A_s \, dt + \sin t \frac{dA_s}{\sin^2 A_s}.$$

Одатле налазимо

$$dA_s = \frac{\sin^2 A_s}{\cos^2\delta} \frac{\cos\varphi}{\sin t} d\delta - \sin^2 A_s \left(\frac{\operatorname{tg}\delta \sin\varphi}{\sin t} + \cos\varphi \operatorname{ctg} t\right) d\varphi +$$

$$+ \sin^2 A_s (\sin\varphi + \operatorname{ctg} t \operatorname{ctg} A_s) \, dt.$$

Из паралактичког троугла имамо

$$\frac{\sin A_s}{\sin t} = \frac{\cos\delta}{\sin z},$$

или

$$\frac{\sin A_s}{\sin t \cos\delta} = \frac{1}{\sin z}.$$

Зато се коефицијенат уз $d\varphi$ претвара у

$$\sin A_s \left(\frac{\sin\delta \sin\varphi}{\sin z} + \frac{\cos\varphi \cos\delta \cos t}{\sin z}\right) \quad \text{или} \quad \sin A_s \operatorname{ctg} z.$$

Коефицијенат уз $d\delta$ претвара се у

$$\frac{\sin A_s}{\sin t} (\sin A_s \sin\varphi \sin t + \cos A_s \cos t) = \frac{\cos\delta}{\sin z} \cos q,$$

где је q паралактички угао, тј. угао PSZ (P — пол, S — небеско тело, Z — зенит, сл. 48).

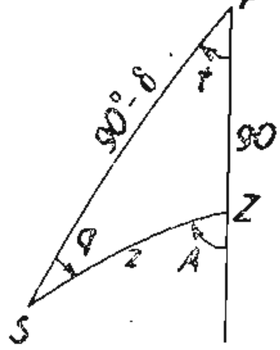
Коефицијенат уз $d\delta$ постаје једнак

$$\frac{\sin^2 A_s}{\cos^2\delta \sin^2 t} \sin t \cos\varphi = \frac{\sin t \cos\varphi}{\sin^2 z} \frac{\sin q}{\sin z}.$$

Према томе на крају добијамо

$$dA_s = \frac{\sin q}{\sin z} d\delta + \cos q \frac{\cos\delta}{\sin z} dt - \sin A_s \operatorname{ctg} z \, d\varphi.$$

Одатле се види да dl, једнако $dT + du$, има најмање утицаја на A_s, кад је $\cos q = 0$, тј. $q = 90^0$ или 270^0, тј. кад се звезда налази у највећој дигресији. А отступање на ширини φ има најмањи утицај на A_s, кад је $\sin A_s$ мали, тј. кад се посматрана звезда налази близу меридијана или тачно у меридијану, али тада q не може бити 90^0. Но ма какву вредност имало q, коефицијенат уз dl је утолико мањи уколико је мањи $\cos \delta_0$, тј. уколико је звезда ближа полу, а како је тада и $\sin A_s$ довољно мали, то оваква звезда има дигресију близу меридијана и задовољава оба услова. Такво нас разматрање доводи до закључка да је најбоља звезда за одређивање азимута Северњача, која је уз то и довољно сјајна, те се може видети чак и у малим дурбинима: зато се за ову сврху она скоро искључиво и употребљава. Као уопште при читању хоризонталног круга, треба, да бисмо добили читања ослобођена инструментских отступања [в. § 60], при посматрању звезде вршити читања хоризонталног круга и у положају „круг десно" и у положају „круг лево", да би се искључио утицај колимације. Исто тако треба у сваком положају либелом на обртној осовини измерити њен нагиб према хоризонту, а такође треба и вертикални круг приближно прочитати да бисмо могли израчунати зенитно отстојање.



Сл. 48.

При навођењу визуре на звезду треба или тачно довести звезду на пресек конаца или пак, ако притом хоризонтални конац буде сметао да се звезда тачно доведе на вертикални (а то је баш и важно при мерењу азимута), треба довести звезду на вертикални конац, па ма се она и не налазила тачно на пресеку конаца, него нешто изнад или испод њега. Отстојање тачке на коју је звезда доведена од пресека конаца не би било од утицаја када бисмо могли бити сигурни да је вертикални конац доиста вертикалан. Али се на то не треба ослањати, уколико се у то нисмо уверили посебним испитивањем сличним испитивању којим се уверавамо у хоризонталност хоризонталног конца (в. § 49); за узајамну, пак, управност конаца који образују крст никако се не може јамчити.

Ако је звезда доведена на вертикални конац нешто изнад хоризонталног при положају инструмента, на пример, „круг десно", онда је при положају „круг лево" треба довести од ока исто толико испод хоризонталног конца. У том случају отступање које долази од нагиба вертикалног конца према вертикали поништиће се у аритметичкој средини читања $K\ D$ и $K\ L$. Остављамо читаоцу да се у то увери сличним расуђивањем као у § 59 у вези са утицајем колимације на читање хоризонталног круга.

96. Израчунавање азимута Северњаче врши се по обрасцу

$$\operatorname{tg} A_s = \operatorname{tg} A_n = \frac{\cos\delta\ \sin t}{-\cos\varphi\sin\delta + \sin\varphi\cos\delta\ \cos t}, \qquad (17)$$

при чему је, на основи образаца (16) изведених у § 94, јасно да се A_s налази између 90^0 и 180^0, а A_n између 270^0 и 360^0 или да је негативно, ако је $0^h < t < 12^h$, и да се A_s налази између 180^0 и 270^0, а A_n између 0^0 и 90^0, ако је $12^h < t < 24^h$.

Како сва одређивања азимута зависе од једне звезде, то је за разлику од других задатака (одређивање ширине и стања часовника) важно да отступање у деклинацији δ не утиче осетно на резултат. Из горе добивеног диференцијалног обрасца видимо да је утицај отступања $d\delta$ на азимут пропорционалан $\sin q/\sin z$, тј. да постаје једнак нули кад је $\sin q = 0$, тј. у горњој и доњој кулминацији. Али није економично због губитка времена посматрати звезду само око кулминације. Отступање у деклинацији може се искључити ако се посматрања врше двапут при једнаким, али супротно означеним вредностима за $\sin q$, тј. симетрично са обе стране меридијана на часовним угловима t и $24^h - t$, скоро потпуно избацивање отступања у деклинацији постиже се и на часовним угловима t и $12^h + t$.

За удобнији логаритамски рачун образац (10) претвара се овако:

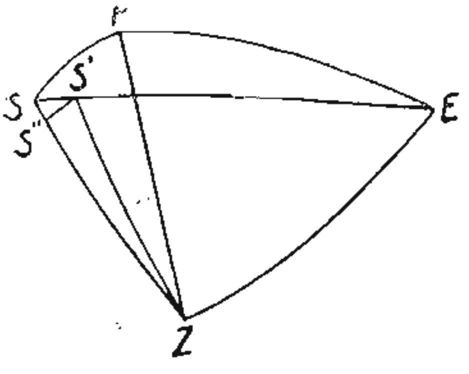
$$\operatorname{tg} A_s = \operatorname{tg} A_n = \frac{\sin t}{\sin \varphi \cos t - \cos \varphi \operatorname{tg} \delta},$$

или још згодније овако:

$$\operatorname{tg} A_s = \operatorname{tg} A_n = -\frac{\operatorname{ctg} \delta \sec \varphi \sin t}{1 - \operatorname{ctg} \delta \operatorname{tg} \varphi \cos t}.$$

Логаритам именитеља добива се непосредно из таблица за логаритме разлика за аргуменат: допуна $\lg \operatorname{ctg} \delta \operatorname{tg} \varphi \cos t$ до нуле; у неким збиркама таблица даје се таблица нарочито за овај задатак; види на пр. „Таблицы для астрономических вычислений" у редакцији проф. К. А. Цветкова поменуте у предговору другом издању ове књиге (таблица 21).

97. Утицај дневне аберације. — На слици 49 употребљене су ознаке: Z — зенит, P — пол, E — источна тачка, S — Северњача, S' — положај Северњаче померене дневном аберацијом по луку SE, $S'S''$ лук великог круга повучен из S' управно на ZS. Угао SZS' је промена азимута услед дневне аберације. Са цртежа се види да се под утицајем дневне аберације азимут (како A_s тако и A_n) повећава, тј. да је азимут Северњаче добивен из посматрања већи од азимута добивеног рачунски по горњим обрасцима. Ово се повећавање, тј. угао $SZS' = \triangle A$, израчунава овако. Ако је $k = 0'',32 \cos \varphi$, то је $SS' = k \sin SE$. Означимо угао ZSE са x. Тада је $S'S'' = k \sin SE \sin x$; с друге стране је $\sin S'S'' = \sin \triangle A \sin ZS'$ или, пошто је лук $S'S''$ мали, $S'S'' = \triangle A \sin z$. Према томе је $k \sin SE \sin x = \triangle A \sin z$. Али из троугла SZE, зато што је лук $ZE = 90^0$, имамо



Сл. 49.

$$\sin SE \sin x = \sin ZE \sin SZE = \sin (180^0 - A_s + 90^0) = -\cos A_s.$$

Према томе је $-k \cos A_s = \Delta A \sin z$, одакле излази да је

$$\Delta A = -0'',32 \cos \varphi \cos A_s / \sin z.$$

Но како се $\cos A_s$ увек врло мало разликује од — 1 (на ширини од 80^0 шта више само за $^1/_{70}$). то се са незнатним отступањем може узети да је $\triangle A_s = + 0'',32 \cos\varphi/\sin z$. Како се z разликује од $90^0 - \varphi$ само за $\pm 62'$ (поларно отстојање Северњаче), то се $\triangle A$ за ширине између 30^0 и 60^0 креће између $+ 0'',31$ и $+ 0'',33$, а на ширини и од 80^0 само између $+ 0'',29$ и $0'',35$. Са цртежа је јасно да је $\triangle A_s = \triangle A_n$

За ту величину треба да се повећа израчунати азимут Северњаче A_* пре но што се унесе у образац из § 94; стога имамо: азимут предмета на земљишту једнак је $M - M_* + A_s + \triangle A$ или $M - M_* + A_n + \triangle A$, што зависи од усвојеног правила за рачунање азимута.

98. Одређивање азимута из мерења зенитног отстојања небеског тела. — При одређивању азимута предмета не морамо се служити хронометром (ако га немамо или не знамо његово стање), већ за одређивање азимута небеског тела и затим места јужне тачке M_s на хоризонталном кругу можемо мерити зенитно отстојање небеског тела. Доиста, ако је z мерено зенитно отстојање ослобођено рефракције (а ако је потребно и утицаја паралаксе и привидна полупречника небеског тела, као на пример код Сунца), δ његова деклинација, а φ позната ширина места посматрања, онда су у паралактичком троуглу познате све стране, па се могу израчунати углови. За израчунавање се може употребити основни образац

$$\cos(90^0 - \delta) = \cos(90^0 - \varphi)\cos z - \sin(90^0 - \varphi)\sin z \cos A_s$$

или

$$\sin\delta = \sin\varphi\cos z - \cos\varphi\sin z\cos A_s,$$

одакле добијамо

$$\cos A_s = \frac{\sin\varphi\cos z - \sin\delta}{\cos\varphi\sin z} = \operatorname{ctg} z - \frac{\sin\delta}{\cos\varphi\sin z} = \frac{1}{\sin z}\left(\cos z - \frac{\sin\delta}{\cos\varphi}\right).$$

Како се при посматрању увек зна да ли се небеско тело налази на истоку или западу, то је већ из овог потпуно одређен квадрант азимута.

Да бисмо одредили најповољније услове за посматрање треба да диференцијалимо основни образац. На тај начин добијамо

$$\cos\delta\, d\delta = \cos\varphi\cos z\, d\varphi - \sin\varphi\sin z\, dz + \sin\varphi\sin z\cos A_s\, d\varphi -$$
$$- \cos\varphi\cos z\cos A_s\, dz + \cos\varphi\sin z\sin A_s\, dA_s.$$

Одавде после простих преиначења, као у § 95, добијамо

$$dA_s = \frac{d\delta}{\cos\varphi\sin t} + \frac{\cos q}{\cos\varphi\sin t}\, dz - \frac{\operatorname{ctg} t}{\cos\varphi}\, d\varphi.$$

Одавде се види да отступање у зенитном отстојању најмање утиче на одређивање азимута ако је $q = 90^0$, тј. ако се небеско тело налази у највећој дигресији; тада је и $\sin t$ блиско јединици. Ако посматрано небеско тело, на пример Сунце, на датој ширини φ не долази у положај највеће дигресије, онда га треба посматрати у близини првог вертикала, и то кад је t близу 90^0; тада коефицијенат $\frac{\cos q}{\sin t}$ неће бити сувише мали. У оба случаја ни нетачно познавање ширине $(d\varphi)$ неће бити од великог утицаја.

ГЛАВА ДЕВЕТА

ОДРЕЂИВАЊЕ ОТСТУПАЊА КРУЖНЕ ПОДЕЛЕ И ЗАВРТЊЕВИХ ОТСТУПАЊА

99. О отступањима кружне поделе. — Подела кругова на степене врши се на један од ових начина.

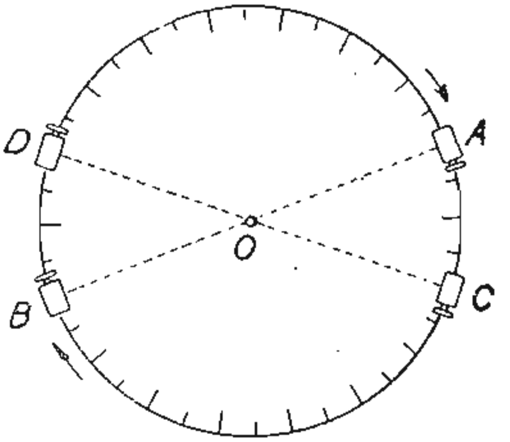
1) У радионици постоји круг са поделом чија су отступања испитана на известан начин; он се може обртати око осовине која пролази што је могуће тачније кроз средиште поделе. На ову се осовину навуче круг на који треба урезати поделу. Мајстор, гледајући кроз довољно јак микроскоп у поделу основног круга, нарочитим завртњем обрће оба круга заједно од једног до другог подеока и повлачи ножем црте на кругу који се дели. Он притом мора водити рачуна о отступањима основног круга, да круг који се дели не би садржао ова иста отступања. На тај начин се добија поправљена копија основног круга, ако мајстор случајно није начинио отступања или ако различите температуре на разним деловима оба круга, или други узроци, нису унели нова отступања.

2) Основни круг може имати или немати поделу, али на његовом ободу постоје зупци које захвата бескрајни завртањ (спуж), који се покреће мотором; кад се завртањ окрене за један обрт, круг се обрне рецимо за један степен или за одређени део степена. На осовину овог круга ставља се круг који се хоће да издели и када се завртањ окрене за известан део обрта, његово кретање и кретање круга *аутоматски* се заустављају, нож се спушта на круг, зарезује црту на кругу који се дели, а када је она повучена нож се диже, завртањ се поново окреће за исти део обрта, зауставља се, нож се спушта, зарезује наредну црту итд. На тај начин црте се наносе *аутоматски* и морају се поклопити, тј. између последње и прве црте мора се појавити исти размак као и између осталих суседних црта на кругу.

3) Оно што је у другом начину радио мотор ради мајстор руком окрећући узастопце завртањ који окреће круг и пуштајући у дејство механизам за повлачење зареза (полуаутоматско дељење кругова).

Ма како да је круг дељен, треба обавезно претпоставити да његова подела носи отступања и да би се добили резултати највише тачности треба одредити ова отступања. За то постоје разне методе, али се све оне заснивају на једном принципу: да би се одредила отступања кружне поделе треба мерити један исти вештачки начињен угао разним деловима круга. Иако се методе разликују једна од друге по оштроумности примене поменуте основне идеје и по количини посла који је потребан да се испита круг, у сваком случају је то веома велики посао, ако је потребно да се одреде отступања *свих* поделака на кругу не претпостављајући да се отступања кружне поделе периодички понављају после извесног размака. Због тога на опсерварторијама постоји само мали број кругова чија су отступања одређена за *све* подеоке; обично се задовољава одређивањем отступања само за неке подеоке, на пр. само за подеоке који одговарају целим степенима. Ми ћемо изложити само суштину методе која се примењује.

100. Основи методе за одређивање отступања кружне поделе. — Јасно је да се може сматрати да је први нанесени поделак на кругу нанет тачно, али морамо претпостављати да сви остали носе отступања.



Сл. 50.

Претпоставимо да је извесно читање круга $G^0M'S''$ везано за црту са ознаком G^0M'; ако је ова црта нанета са отступањем, онда можемо сматрати да њена ознака није тачна и да треба да гласи $G^0M' + \Delta$, где је Δ тражена *поправка* цртине ознаке и у исто време *поправка* нашег читања.

Да би се избегао неспоразум треба дефинисати овде употребљене речи *поправка* и *отступање*. Поправка је овде, као и у сваком другом случају, она величина коју треба додати на нетачну вредност извесне величине да би се добила њена тачна вредност; у том значењу израз „поправка" употребљава се и у другим књигама. Реч „отступање" нема тако одређено значење и зато ову реч не употребљавамо као термин. У недостатку боље дефиниције усвојићемо да је „отступање" „поправка узета са обрнутим знаком".

Претпоставимо да имамо круг који читамо помоћу два дијаметрално супротна микроскопа *A* и *B* (сл. 50). Да би се испитала његова подела треба поставити још два таква микроскопа *C* и *D* тако да у свима њима њихови двоструки конци стоје на нултим положајима (в. §31), и када се обртањем круга црта $0^0\,0'$ доведе под двоструки конац микроскопа *A*, да под двоструким концем микроскопа *C* стоји $\varphi^0\,0'$, а под двоструким концима микроскопа *B* и *D*, респективно, $180^0\,0'$ и $(180 + \varphi)^0\,0'$. Лук $\varphi^0\,0'$ мора се цео број пута садржати у једноме или неколико кругова; ово разуме се тачно не може бити, али приближно мора да буде. Тада ће угао, који у равни круга образују праве које унакрст спајају места што одговарају срединама између двоструких конаца у микроскопима када су ови на својим нултим положајима, или праве *AB* и *CD*, бити баш онај угао који ћемо мерити разним деловима круга и то на овај начин. Узмимо конкретно да је $\varphi = 30^0$. Окренимо круг тако да под микроскопом *A* стоји црта $0^0\,0'$ и наведимо двоструки конац у сваком микроскопу *на млађу црту* која се у њему види поред двоструког конца. Обележимо читања на котурима микроскопа *A*, *B*, *C* и *D*, претворена у лучне секунде, са *a*, *b*, *c* и *d*; тада ће читања микроскопа бити:

$$A)\ 0^0\,0'\,a;\quad B)\ 180^0\,0'\,b;\quad C)\ 30^0\,0'\,c;\quad D)\ 210^0\,0'd.$$

Обележимо *поправке* односних црта или поправке њихових читања са Δ_0, Δ_{180}, Δ_{30}, Δ_{210}. Значи *тачна* читања ће бити

$$A)\ 0^0 0' + a + \Delta_0;\quad B)\ 180^0 0' + b + \Delta_{180};\quad C)\ 30^0 0' + c + \Delta_{30};\quad D)\ 210^0 0' + d + \Delta_{210}.$$

Сетимо ли се онога што је речено у §§ 35 и 36 о отступању због ексцентричности, није тешко видети да је тачна вредност угла који образују две поменуте праве разлика полузбирова

$$\frac{30^0 00' + c + \Delta_{30} + 210^0 00' + d + \Delta_{210}}{2} - \frac{0^0 00' + a + \Delta_0 + 180^0 00' + b + \Delta_{180}}{2};$$

обележимо овај непознати угао са $30^0 00' + x$. Ако изједначимо оба његова израза и извршимо очевидна скраћивања, добићемо

$$\frac{\Delta_{30} + \Delta_{210}}{2} - \frac{\Delta_0 + \Delta_{180}}{2} - x = \frac{a+b}{2} - \frac{c+d}{2} = f_0,$$

где нам је десна страна позната у лучним секундама; означимо је са f_0, где индекс нула значи да под микроскопом A стоји 0^0. Извршимо иста таква мерења доводећи под микроскоп A црте 30^0, 60^0, 90^0 итд., тада ћемо добити ове једначине:

$$\begin{aligned}
{}^1/_2\,(\Delta_{30} + \Delta_{210}) - {}^1/_2\,(\Delta_0 + \Delta_{180}) &= x + f_0 = g_0,\\
{}^1/_2\,(\Delta_{60} + \Delta_{240}) - {}^1/_2\,(\Delta_{30} + \Delta_{210}) &= x + f_{30} = g_{30},\\
{}^1/_2\,(\Delta_{90} + \Delta_{270}) - {}^1/_2\,(\Delta_{60} + \Delta_{240}) &= x + f_{60} = g_{60},\\
{}^1/_2\,(\Delta_{120} + \Delta_{300}) - {}^1/_2\,(\Delta_{90} + \Delta_{270}) &= x + f_{90} = g_{90},\\
{}^1/_2\,(\Delta_{150} + \Delta_{330}) - {}^1/_2\,(\Delta_{120} + \Delta_{300}) &= x + f_{120} = g_{120},\\
{}^1/_2\,(\Delta_{180} + \Delta_0\ ) - {}^1/_2\,(\Delta_{180} + \Delta_{330}) &= x + f_{150} = g_{150}.
\end{aligned}$$

При даљем окретању круга добиће се опет *те исте* једначине. Значи за одређивање наших Δ (12 на броју) и x имамо свега 6 једначина, тј. недовољан број. Но како су наше Δ везане у парове и на пример Δ_0 и Δ_{180} нераздвојни, то значи можемо уствари да одредимо само полузбирове који стоје на левим странама једначина, 6 њих на броју. Но и тада заједно са x имамо 7 непознатих, а 6 једначина. Ако саберемо све једначине, добићемо $0 = 6x + \Sigma f$, где Σf означава збир свих f; одатле излази да је $x = -{}^1/_6\,\Sigma f$. Ако овај израз за x уврстимо у једначине, добићемо на десним странама познате нам величине $g_0, g_{30}, \ldots, g_{150}$, али сам збир једначина даје идентичност $0 = 0$. Према томе, помоћу њих можемо само да изразимо све полузбирове једним од њих, например сабирањем прве две, прве три, прве четири, итд. једначине добијамо

$$\begin{aligned}
{}^1/_2\,(\Delta_0 + \Delta_{180}) &= {}^1/_2\,(\Delta_0 + \Delta_{180}),\\
{}^1/_2\,(\Delta_{30} + \Delta_{210}) &= {}^1/_2\,(\Delta_0 + \Delta_{180}) + g_0,\\
{}^1/_2\,(\Delta_{60} + \Delta_{240}) &= {}^1/_2\,(\Delta_0 + \Delta_{180}) + g_0 + g_{30},\\
{}^1/_2\,(\Delta_{90} + \Delta_{270}) &= {}^1/_2\,(\Delta_0 + \Delta_{180}) + g_0 + g_{30} + g_{60},\\
{}^1/_2\,(\Delta_{120} + \Delta_{300}) &= {}^1/_2\,(\Delta_0 + \Delta_{180}) + g_0 + g_{30} + g_{60} + g_{90},\\
{}^1/_2\,(\Delta_{150} + \Delta_{330}) &= {}^1/_2\,(\Delta_0 + \Delta_{180}) + g_0 + g_{30} + g_{60} + g_{90} + g_{120}.
\end{aligned}$$

Резултат можемо оставити такав какав је.

За $^1/_2\,(\Delta_0 + \Delta_{180})$ можемо узети произвољну величину.

Можемо тако претпоставити да је збир свих полузбирова на левим странама једначина нула, и тако добити вредност $^1/_2\,(\Delta_0 + \Delta_{180})$, а затим и вредности свих осталих полузбирова.

Решење изгледа неодређено, али у њему ми имамо све што нам је потребно. И доиста, да бисмо отстранили ексцентричност морамо читати круг помоћу два дијаметрално супротна микроскопа и увек образовати полузбир читања везаних за дијаметрално супротне црте, а то значи да нам је само и потребан полузбир поправака $^1/_2\,(\Delta_k + \Delta_{180+k})$, а не засебне поправке Δ_k и Δ_{180+k}. С друге стране, при сваком мерењу, на пример зенитног отстојања, азимута итд., морамо да узимамо *разлику* два читања, рачунајући свако читање обављено на два микроскопа; према томе, ако *два* читања отступају за исту, макар и непознату величину, у њихову *разлику* ово отступање уопште неће ући; зато и можемо за $^1/_2\,(\Delta_0 + \Delta_{180})$ узети произвољну величину. Полузбирови поправака $^1/_2\,(\Delta_k + \Delta_{180+k})$ називају се понекад *поправке пречника;* јасан је смисао овог назива: ако су обе, дијаметрално супротне црте нанете с подједнаким отступањем, на пример од 5″ у смеру рашћења поделе, за исту ће величину бити скренут и пречник који их спаја и носиће исто толико отступање; а ако су црте нанесене са отступањем за исту величину, рецимо од 5″, али у *разне* стране, пречник који их спаја неће бити скренут, а с друге стране, њихове ће поправке Δ_k и Δ_{180+k} бити једнаке, али супротна знака; њихов полузбир биће једнак нули и поправка пречника је у том случају нула.

На показани се начин могу одредити поправке пречника помоћу угла за који се могу размакнути помоћни микроскопи C и D од основних A и B; због њихових димензија ово се размицање не може спустити испод извесне границе. С друге стране разматрања која се односе на могућа отступања резултата говоре против избора сувише мало угла φ за мерење. Зато је у пракси подесно разделити поступак одређивања поправака за пречнике на низ поступака; на пример прво узети $\varphi = 90^0$; затим, *полазећи од нађене поправке* $^1/_2\,(\Delta_{90} + \Delta_{270})$, узети $\varphi = 30^0$, затим $\varphi = 10^0$ итд. или, пак, примењивати рационалније и оштроумније поступке. Не улазећи у појединости, поменућемо да бе сумње за један од бољих таквих поступака треба сматрати Брунсов методу „розета", изложену у раду H. Bruns-a, „Untersuchung der War schaff'schen Theilung", Astronomische Nachrichten, Bd. 130, S. 17, 1892 а такође у Annales de l'Observatoire de Paris, Vol. XXVII (где ју ј изложио Фај).

У досадашњем излагању претпостављали смо да поправке пречник круга не подлеже никаквој законитости и горе изложени метод одговара тој претпоставци; законитост се може открити у резултату испитивања и то се често догађа. Али постоје методе за одређивање отступања пречника у чијој основи лежи претпоставка да се поправк црте k (k изражено у степенима и минутама) може претставит Фуријеовим редом):

$$\Delta_k = a_1 \sin(k + l_1) + a_2 \sin(2k + l_2) + a_3 \sin(3k + l_3) + a_4 \sin(4k + l_4) + \ldots$$

и, према томе, отступање пречника редом

$$^1/_2\,(\Delta_k + \Delta_{180+k}) = a_2 \sin(2k + l_2) + a_4 \sin(4k + l_4) + a_6 \sin(6k + l_6) + \ldots$$

пошто се синуси с непарним коефицијентима уз k узајамно потиру у збиру ($\Delta_k + \Delta_{180+k}$).

Под том претпоставком могу се разрадити и друге методе испитивања пречника; најчешће се примењује Хојфелинкова, описана у раду: Heuvelink, „Die Prüfung der Kreisteilungen...“, Zeitschrift für Instrumentenkunde, Bd 45, Heft 2, 1925.

Да бисмо стекли неку слику о величини поправака пречника које се добијају код добрих кругова с поделом даћемо резултате испитивања отступања меридијанских кругова Пулковске и Московске опсерваторије. Оба су круга израђена у познатој Репсолдовој радионици астрономских инструмената. Пулковски меридијански круг има два круга с поделама на по 2′. Код Московског је један круг подељен до на 2′, а други до на 10′. Микроскопима се кругови могу читати с тачношћу до 0″,1 (десети део котуровог дела).

Показало се да су код сва четири круга поделе извршене на сличан начин. Ово показује, а то је било познато и пре испитивања, да су Репсолдови кругови копије једног истог круга који је постојао у радионици. Поправке пречника се код њих крећу у границама од 0″,0 до 1″,2 (Пулково) и од 0″,0 до 1″,7 (Москва). Ако начинимо график преносећи по апсцисној осовини степене од 0 до 180°, а по ординатној поправке односних пречника, испоставља се да добијене тачке доста приближно леже на синусоиди са периодом од 180°. Ако, дакле, читање круга вршимо помоћу четири микроскопа утврђена на по 90° један од другога, онда ће у средњој вредности четири читања поправке пречника (који се разликују за по 90°) дати приближно једну исту величину (ординату синусоидине осовине) с малим отступањима до ± 0″,3.

101. О отступањима микрометарских завртања. — Линиско померање паукова конца завртњем мора бити сразмерно броју делова на завртњеву котуру, који прођу поред његова индекса за време померања конца из једног положаја у други. Ако не постоји строга сразмерност, каже се да завртањ има отступања. Њих има две врсте: 1) *прогресивна*, ако се конац не помера подједнако кад се завртањ окреће за један по један цео обрт, већ се величина овог померања мења, обично правилно, без скокова, при померању конца с једног крајњег положаја на други, и 2) *периодична*, која се понављају из обрта у обрт, а разликују се међу собом у границама једног обрта; како завртањ лежи у матици са својих десет и више навојака, то није вероватно и не среће се у пракси да се периодична отступања суседна два до три обрта знатно разликују, већ је ова разлика могућа између обрта који су удаљенији један од другог. Теориски се може претпоставити да периодична отступања бар делимично могу наступити од нетачно издељеног котура и од ексцентричности котура према његовој обртној осовини, али при савременом ступњу прецизне механике овај извор осетних отступања потпуно је невероватан; отступања завртња долазе од самог завртња или од начина на који је он постављен у кутији. Услед отступања завртња свако читање котура је нетачно и захтева поправку, после чијег се додавања добија тачно читање; ако је читање a (број *делова котурових* код индекса), онда ћемо његову поправку означити са c_a, било у деловима целог обрта, било једног дела котурова; збир $a + c_a$ је тачно читање.

Поправка c_a је функција читања *a при одређеној* вези котура са завртњем; стога треба бити начисто с тим да, после померања котура у односу на завртањ, *ранија* поправка c_a неће више одговарати *новом* читању *a*. Из тога се разлога *не сме окретати котур на завртњу између испитивања завртња и посматрања*, у противном случају нађене поправке неће исправљати читања добивена при посматрању.

102. Основна замисао свих метода за одређивање поправака завртњевих читања. — Да би се одредиле поправке завртњевих читања треба мерити разним деловима завртња један исти размак, на пр. растојање између два конца, зареза или између оптичких ликова два предмета слична зарезима. Ако број котурових делова којима се овај размак мери није једнак на разним деловима завртња, онда значи да постоје отступања и свако читање *a* захтева поправку c_a. У пракси се може поступати на разне начине. Могу се заузети где било (на кругу, на машини за дељење) две тачке или црте и над њима померати микроскоп са микрометром (као што је то описано у § 31 и 32) чији завртањ треба испитати. Ликови двеју тачака који се добијају у равни микрометарских конаца остварују тај размак који се при померању микроскопа мери разним деловима завртња. Са кутије са завртњем и концима може се скинути сва оптика, затим се помоћу друге оптике остваре ликови двеју црта и ови ликови дотерају у раван померања конаца, како би се омогућило да при померању кутије са завртњем и концима, конци остају у истој равни, те да буде омогућено мерење непромењљивог размака између поменутих ликова два зареза разним деловима завртња који се испитује; због тачности самог навођења конаца на црту треба посматрати кроз довољно јак микроскоп. Могу се замислити и друге методе. Најбоља је она метода која најтачније остварује сталност мереног размака и што већу тачност навођења покретних конаца на конце или црте мереног размака.

103. Ридбергова метода за одређивање завртњевих периодичних отступања. — Код свих метода за одређивање *периодичних* поправака завртња претпоставља се да се периодична поправка сваког читања може претставити Фуријеовим редом. Ако је завртањ довољно добар и довољно брижљиво постављен, у ово не треба сумњати. Претпоставимо да је *n* број делова на котуру; означимо $360^0/n$ са α; претпоставља се да је

$$c_a = k_1 \sin(\alpha a + \beta_1) + k_2 \sin(2\alpha a + \beta_2) + k_3 \sin(3\alpha a + \beta_3) + \dots$$

Приметимо да није потребно у овај ред уводити константни члан k_0, пошто свакоме читању можемо додати произвољну константу не кварећи резултате мерења, јер резултати зависе од *разлике* два читања, а из те разлике ће константа k_0 ишчезнути. Из излагања сваке методе за одређивање поправака завртња види се да се овај константни члан k_0 не може ни одредити баш из поменутог разлога.

По Беселовој методи мерења се распоређују тако да би се могли одредити параметри: k_1, β_1 (за то је најподесније мерити размак једнак половини обрта испитиваног завртња), k_2, β_2 (размак од $^1/_4$ обрта), k_3, β_3 (размак од $^1/_6$ обрта) итд.; обично испитивање не иде даље од прва два члана реда. Овај метод подробно је изложен на руском језику у књизи Ф. Н. Красовског и В. В. Данилова „Руководство по высшей геодезии“, часть I, вып 1, § 50, М., 1926.

Ми ћемо изложити Ридбергову методу, која је мало позната, али даје поправке завртња на простији рачунски начин него Беселова метода. Ридбергова метода објављена је у „Zeitschrift für Instrumentenkunde", Bd. 16, 1896.

По њој се изабрани размак, који се садржи цео број пута у целом броју завртњевих обрта, мери *узастопним* деловима завртња. Претпоставимо да овај размак садржи d делова завртњева котура и да се d цео број пута, рецимо p пута, садржи у q завртњевих обрта, тако да је $dp = qn$, где је n број делова на котуру.

Мерења почињемо од произвољна подеока. Наводећи микрометарске конце на крај размака, добићемо (као средњу вредност од неколико навођења) читање a_0; навођење на други крај размака даће a_0'. Померићемо кутију са испитиваним завртњем или мерени размак, што зависи од склопа нашег диспозитива, тако да наредно навођење на почетак размака буде приближно a_0' и извршити читање a_1 (блиско a_0'), затим ће навођење на крај размака дати читање a_1'. Опет ћемо померити кутију са завртњем или размак и добити навођење на почетак размака a_2 (блиско a_1') и навођење a_2' на његов крај и тако продужити све дотле док не добијемо p парова читања, јер p размака по d делова дају цео број q завртњевих обрта.

Означимо поправку читања a_0 са c_0, поправку читања a_0' и њему блиског читања a_1 са c_1. Треба се старати да читања a_0' и a_1 буду стварно блиска једно другоме, приближујући се што више случају да размак садржи по могућству тачно d (цео број) делова котура; поправку читања a_1' и њему блиског читања a_2 означићемо са c_2 итд. Тада ће разлика читања у сваком пару, када се на читање примене поправке, дати једну исту величину, и то баш d које још не знамо тачно.

Добићемо:

$$\begin{array}{l|l}
(a_0' + c_1) - (a_0 + c_0) = d, & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
(a_1' + c_2) - (a_1 + c_1) = d, & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
(a_2' + c_3) - (a_2 + c_2) = d, & (a'_{p-1} + c) - (a_{p-1} + c_{p-1}) = d.
\end{array}$$

Треба приметити да ће a'_{p-1}, бити блиско a_0 и да је стога $c_p = c_0$. Ако означимо познате вам разлике: $a_0' - a_0$ са d_0, $a_1' - a_1$ са d_1, и уопште разлику $a'_i - a_i$ са d_i, добвићемо из претходних једначина:

$$\left.\begin{array}{l|l}
c_1 - c_0 = d - d_0 = f_0, & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
c_2 - c_1 = d - d_1 = f_1, & c_{p-1} - c_{p-2} = d - d_{p-2} = f_{p-2}, \\
c_3 - c_2 = d - d_2 = f_2, & c_0 \quad - c_{p-1} = d - d_{p-1} = f_{p-1},
\end{array}\right\} \qquad (18)$$

Свега p једначина садрже $p + 1$ непознату: $c_0, c_1 \ldots, c_{p-1}$ и d (значење слова f биће објашњено ниже).

Да бисмо добили још једну неопходну једначину, треба повести рачуна да је збир $c_0 + c_1 + c_2 + \ldots + c_{p-1}$ скоро тачно једнак нули; у томе се и састоји суштина Ридбергове методе. И доиста, ако се c изражава Фуријеовим редом, онда је:

$$\begin{aligned}
c_0 &= k_1 \sin(\alpha a_0 + \beta_1) + k_2 \sin(2\alpha a_0 + \beta_2) + \\
&\quad + k_3 \sin(3\alpha a_0 + \beta_3) + \ldots + k_p \sin(p\alpha a_0 + \beta_p) + \ldots, \\
c_1 &= k_1 \sin(\alpha a_1 + \beta_1) + k_2 \sin(2\alpha a_1 + \beta_2) + \\
&\quad + k_3 \sin(3\alpha a_1 + \beta_3) + \ldots + k_p \sin(p\alpha a_1 + \beta_p) + \ldots, \\
c_2 &= k_1 \sin(\alpha a_2 + \beta_1) + k_2 \sin(2\alpha a_2 + \beta_2) + \\
&\quad + k_3 \sin(3\alpha a_2 + \beta_3) + \ldots + k_p \sin(p\alpha a_2 + \beta_p) + \ldots. \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots; \\
c_{p-1} &= k_1 \sin(\alpha a_{p-1} + \beta_1) + k_2 \sin(2\alpha a_{p-1} + \beta_2) + \\
&\quad + k_3 \sin(3\alpha a_{p-1} + \beta_3) + \ldots + k_p \sin(p\alpha a_{p-1} + \beta_p) + \ldots.
\end{aligned}$$

Ако саберемо све ове изразе, с леве стране ћемо добити збир свих c од c_0 до c_{p-1}, а с десне стране по познатој теореми (в. § 13) збирови синуса уз $k_1, k_2, k_3, \ldots$ биће нуле (као збирови синуса углова који образују аритметичку прогресију), изузев збира синуса уз k_p, јер смо видели да је $a_i - a_{i-1}$ врло приближно једнако d. Стога је $(p\alpha a_1 + \beta_p) = p\alpha\,(a_0 + d) + \beta_p = p\alpha a_0 + p\alpha d + \beta_p = p\alpha a_0 + \beta_p + qn\alpha = p\alpha a_0 + \beta_p + 360^0\,q$, тј. $p\alpha a_1 + \beta_p$ за цео број пуних углова је веће од $p\alpha a_0 + \beta_p$, па је зато и $\sin(p\alpha a_1 + \beta_p) = \sin(p\alpha a_0 + \beta_p)$ и на основи тога и сви други синуси уз коефицијенат k_p такође су једнаки првом од њих; зато њихов збир неће бити једнак нули, као уз друге коефицијенте, него $pk_2 \sin(p\alpha a_0 + \beta_p)$, а то исто ће бити и уз коефицијенте k_{2p}, k_{3p} итд. Према томе ако претпоставимо да су ови коефицијенти толико мали да се могу занемарити, добијамо

$$c_0 + c_1 + c_2 + \ldots + c_{p-1} = 0. \tag{19}$$

То је та $(p+1)$-ва једначина која заједно са једначинама (18) омогућује да једнозначно одредимо тражене поправке од c_0 до c_{p-1}.

Да бисмо једначине решили сабирамо једначине (18); збир левих страна идентички је једнак нули, а збир десних даје

$$pd - \sum_{i=0}^{i=p-1} d_i = 0.$$

Одатле добијамо $d = \Sigma d_i / p$ и ову вредност d стављамо у једначине (18); тада њихове десне стране постају познате, па ћемо их означити са f_i. Даље, из прве једначине, из збира двеју првих, из збира трију првих итд., добијамо редом:

$$\left.\begin{aligned}
c_1 &= c_0 + f_0, \\
c_2 &= c_0 + f_0 + f_1, \\
c_3 &= c_0 + f_0 + f_1 + f_3, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
c_{p-1} &= c_0 + f_0 + f_1 + f_2 + \ldots + f_{p-2}.
\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Ако им још прикључимо идентичност $c_0 = c_0$ и све једначине саберемо, добијамо

$$c_0 + c_1 + c_2 + \ldots + c_{p-1} = pc_0 + (p-1)\, f_0 +$$
$$+ (p-2)\, f_1 + (p-3)\, f_2 + \ldots + 2f_{p-3} + f_{p-2}.$$

Али је лева страна једнака нули, као што је већ показано, и према томе из ове једначине одређујемо c_0, а из претходних (20) — све остале c_i овог низа.

До воље нам стоји да испитивање почнемо од кога хоћемо подеока котура; зато можемо у узастопним низовима мерења ставити a_0 једнако 0, 5, 10, 15 итд. делова котурових и добити поправке c за подеоке

$$0,\ d,\ 2d,\ 3d,\ 4d,\ \ldots,\ (p-1)\,d,$$
$$5,\ 5+d,\ 5+2d,\ 5+3d,\ 5+4d,\ \ldots,\ 5+(p-1)\,d,$$
$$10,\ 10+d,\ 10+2d,\ 10+3d,\ 10+4d,\ \ldots,\ 10+(p-1)\,d,$$
$$i,\ i+d,\ i+2d,\ i+3d,\ i+4d,\ \ldots,\ i+(p-1)\,d,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

тј. за које желимо подеоке котура. Остаје да се реши питање колику треба изабрати величину размака d. Ридберг решава ово питање из израза који одређује степен тачности с којом се могу при разним d одредити коефицијенти реда, тј. величине k. Кад је d дато, разне вредности k се одређују са различитом тачношћу, као и у Беселовој методи. Ридберг одређује d тако, да највећа вероватна отступања величина k не прелазе много двоструку вредност њихових најмањих отступања.

Тада се добијају ове вредности d подесне за праксу:

1) $d = {}^8/_8$ (или ${}^5/_8$) обрта; притом су односи M стварних вероватних отступања према најмањим могућим ови:

$$N^0 = \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9$$
$$M = 1{,}08;\ 1{,}41;\ 2{,}61;\ 1{,}00;\ 2{,}61;\ 1{,}41;\ 1{,}08;\ \infty;\ 1{,}08;\ \ldots,$$

где је N⁰ редни број члана у низу. Коефицијенти 8., 16., 24-ти итд. остају неодређени.

2) $d = {}^2/_5$ (или ${}^3/_5$) обрта; у том случају величине M су ове:

$$N^0 = \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9$$
$$M = 1{,}05;\ 1{,}71;\ 1{,}71;\ 1{,}05;\ \infty;\ 1{,}05;\ 1{,}71;\ 1{,}71;\ \ldots.$$

3) $d = {}^1/_4$ (или ${}^3/_4$) обрта; величине M су ове:

$$N^0 = \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$
$$M = 1{,}41;\ 1{,}00;\ 1{,}41;\ \infty;\ 1{,}41;\ 1{,}00;\ \ldots$$

Размаке $d = {}^1/_2$ обрта и $d = {}^1/_3$ обрта не треба узимати, јер при првом сви парни коефицијенти остају неодређени, а при другом трећи, шести, девети итд.

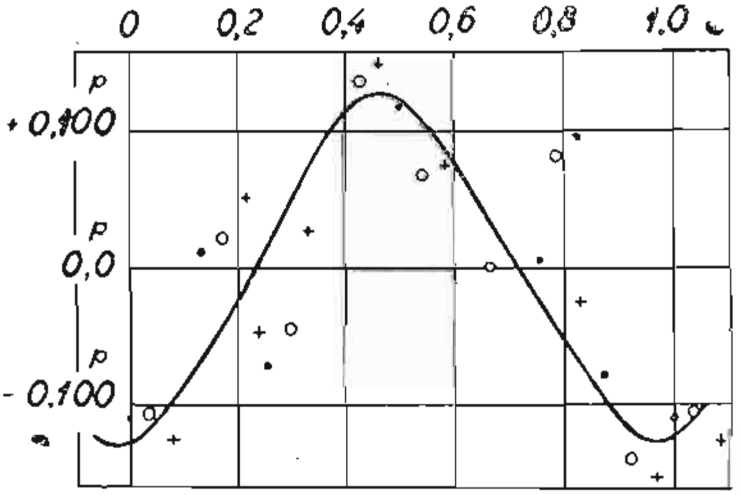
Када су добијене поправке за неколико поделака котура, начини се график: апсцисе су подеоци котура, ординате њихове поправке; и повуче се непрекидна крива кроз нанесене тачке. Са ове криве може се узети поправка за сваки поделак и ако је потребно саставити подесна таблица за праксу. Помоћу ове исте криве могу се обичним методама одредити, ако је то потребно, и коефицијенти k_1, k_2, итд. из 12 или 24 ординате на једнаким растојањима.

Пример одређивања завртњевих периодичних отступања.

Хоризонтални завртањ Асканијиног инструмента за мерење плоча. Посматрач *К. А. Куликов.* Размак $^5/_8$ обрта. Читања на 0,0005 обрта или на 0,05 једног дела котуровог помоћу посебног нонијуса на котуру. Испитивање обрта 305 – 310.

	305,0010	6 215	305,0400	6 215	305,0800	6 210
	5,6215	+ 144 + 144 + 34	5,6615	+ 106 + 106 — 2	5,7010	+ 125 + 125 0
1	5,6260	6 240	5,6650	6 230	5,7060	6 220
	6,2500	— 106 + 38 — 72	6,2880	— 44 + 62 — 46	6,3280	+ 25 + 150 + 25
2	6,2495	6 230	6,2910	6 235	6,3310	6 240
	6,8725	— 005 + 32 — 78	6,9145	— 94 — 32 — 140	6,9550	— 175 — 25 — 150
3	6,8750	6 210	6,9150	6 205	6,9590	6 200
	7,4960	+ 194 + 226 + 116	7,5355	+ 206 + 174 + 66	7,5770	+ 225 + 200 + 75
4	7,5000	6 240	7,5400	6 230	7,5800	6 225
	8,1240	— 106 + 120 + 10	8,1630	— 44 + 130 + 22	8,2025	— 25 + 175 + 50
5	8,1250	6 230	8,1650	6 220	8,2050	6 230
	8,7480	— 006 + 114 + 4	8,7870	+ 56 + 186 + 73	8,8280	— 75 + 100 — 25
6	8,7500	6 220	8,7890	6 220	8,8300	6 205
	9,3720	+ 094 + 208 + 98	9,4110	+ 56 + 242 + 134	9,4505	+ 175 + 275 + 150
7	9,3750	6 250	9,4140	6 250	9,4550	6 250
	310,0000	— 206 0 — 110	10,0390	— 244 0 — 108	10,0800	— 275 0 — 125
		$62\,\frac{\overline{235}}{8}$ $\frac{\overline{882}}{8}$		$62\,\frac{\overline{205}}{8}$ $\frac{\overline{868}}{8}$		$62\,\frac{\overline{180}}{8}$ $\frac{\overline{1000}}{8}$
		62 294 — 110		62 256 — 108		62 225 — 125

Испитивање је извршено трипут: 1) почев од обрта 305,00; 2) од 305.04; 3) од 305.08. У првим ступцима дата су читања $a_0\ a_0'$; $a_1\ a_1'$; . . . . $a_7\ a_7'$ у обртима и деловима обрта. У другим ступцима дате су разлике d, тј. $a_0' - a_0$, $a_1' - a_1$, . . . итд. у десетохиљадитим деловима обрта. Доле су испод црте дате израчунате аритметичке средине тих разлика



Сл. 51.

62,94 . . . у стохиљадитим деловима обрта (или у хиљадитим деловима једног дела); у другим, пак, ступцима су под $(a_0' - a_0)$ итд. дате разлике [средње $- (a'_i - a_i)$] или f_i са односним знаком; у трећим ступцима дато је f_0, $f_0 + f_1$ итд.; то су $c_1 - c_0$, $c_2 - c_0$, . . . $c_7 - c_0$; у последњем реду написана је 0, тј. $c_0 - c_0$. Испод црте стоји збир осам бројева трећег ступца који је једнак $- 8\,c_0$, а испод овога осмина тог збира са промењеним знаком, тј $+ c_0 \cdot - 110$,

— 108, — 125; у четвртим ступцима дати су збирови (c_0 + бројеви из трећих стубаца); то су тражене поправке $c_1, c_2, \ldots c_7$ у стохиљадитим деловима обрта; у последњем реду дато је c_0. Свако c_i одговара оном читању које се налази у истом реду у првом ступцу сваког од три дела таблице; на пример + 34 одговара читању 5,6215, — 72 одговара читању 6,2500. Збир свих c у сваком низу мора бити једнак нули или малом броју јединица на последњем месту. Ово претставља проверавање свих израчунавања у сваком низу.

Добивене 24 поправке c унете су у цртеж 51. На њему су по апсцисној осовини пренети делови обрта, а по ординатној односне поправке c. Поправке првог низа означене су тачкама, другог кружићима, трећег крстићима. Кроз добивене тачке повучена је изравната крива са које треба узимати коначне вредности периодичних поправака завртњевих за обрте 305—310.

Иако у повлачењу криве несумњиво има произвољности, она ипак не прелази 0,02 једног дела на котуру. То је, пак, величина толико мала да се потпуно може занемарити. Као што видимо поправке су уопште незнатне, јер не прелазе ± 0,105 једног дела на котуру; несигурност одређивања поправака може се оценити са ± 0,105 дела или мање.

104. Испитивање завртњевих прогресивних отступања. — За микрометарске завртње на микроскопима за читање кругова потпуно је довољно испитати периодична отступања. Али други астрономски инструменти имају дугачке завртње, за које се може претпоставити да осим периодичних имају и прогресивна отступања завртњева хода, која се не понављају у сваком обрту, те се стога и ова отступања морају испитати. Да би се она испитала треба мерити разним, најбоље узастопним, деловима завртња размак једнак целом броју његових обрта. Овај се размак остварује на сличан начин као и размаци за испитивање периодичних отступања завртња (в. § 102).

Претпоставимо да је мерени размак једнак једном обрту + x, где је x врло мала величина, изражена у деловима обрта или у деловима котура. Овај се интервал мери почињући од једног краја завртња, с нултим положајем двоструког конца; означимо са a_i и a'_i читања котура при навођењу конца на један и други крај размака. Сва читања a_i треба да су по могућству једнака, да би њихова периодична отступања била међу собом једнака. Нека је c_i поправка читања a_i, а c_i, поправка читања a'_i. Претпоставимо да је x тако мало да се при мерењу истог размака наредним обртом, када ће читања бити a_{i+1} и a'_{i+1}, читање a_{i+1} тако мало разликује од a'_i (тј. прво читање у том мерењу од последњег читања у претходном), да се поправке c_{i+1} и c'_i могу сматрати једнаким. У том случају, ако испитујемо n завртњевих обрта, имаћемо ове једначине:

$$1\text{-ви обрт}: (1 \text{ об.} + a_0' + c_0') - (0 \text{ об.} + a_0 + c_0) = 1 \text{ об.} + x,$$
$$2\text{-ги обрт}: (2 \text{ об.} + a_1' + c_1') - (1 \text{ об.} + a_1 + c_1) = 1 \text{ об.} + x,$$
$$3\text{-ћи обрт}: (3 \text{ об.} + a_2' + c_2') - (2 \text{ об.} + a_3 + c_2) = 1 \text{ об.} + x,$$

. . . .

$$n - 1 \text{ обрт}: [(n - 1) \text{ об.} + a'_{n-2} + c'_{n-2}] -$$
$$- [(n - 2) \text{ об.} + a_{n-2} + c_{n-2}] = 1 \text{ об.} + x,$$
$$n \text{ обрт}: [n \text{ об.} + a'_{n-1} + c'_{n-1}] - [(n - 1) \text{ об.} + a_{n-1} + c_{n-1}] =$$
$$= 1 \text{ об.} + x,$$

а ако узмемо у обзир да је по претпоставци $c'_i = c_{i+1}$, из ових једначина добијамо:

$$\left.\begin{array}{l}
c_1 \;\; - c_0 \;\; = x - (a_0' \;\; - a_0 \;\;), \\
c_2 \;\; - c_1 \;\; = x - (a_1' \;\; - a_1 \;\;), \\
c_3 \;\; - c_2 \;\; = x - (a_2' \;\; - a_2 \;\;), \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
c_{n-1} - c_{n-2} = x - (a'_{n-2} - a_{n-2}), \\
c_n \;\; - c_{n-1} = x - (a'_{n-1} - a_{n-1}).
\end{array}\right\} \qquad (21)$$

Добили смо укупно n једначина са $n + 2$ непознате: $c_0, c_1, \dots\dots, c_{n-1}, c_n$ и x.

Али треба имати у виду да можемо, ниуколико не смањујући општост испитивања, претпоставити да је $c_n = c_0$. И доиста, видели смо да се траже *неправилности*, неједнакости у обртима нашег завртња. Стога можемо сматрати да је дужина n његових обрта потпуно тачна и да садржи тачно n *једнаких* обрта идеалног завртња, а да поједини обрти нашег реалног завртња нису једнаки међу собом. Те њихове неједнакости ми баш и тражимо. Због ових неједнакости, уопште узевши, ниједан обрт реалног завртња није једнак тачно $\frac{1}{n}$ делу збира n обрта од првог до n-тог закључно и никаквих k узастопних обрта нису једнаки $\frac{k}{n}$ делова збира n његових обрта, а од идеалног завртња за астрономску праксу баш се тражи равномерност свих његових делова.

Према томе, не крњећи општост испитивања, ставићемо $c_0 = c_n$ и приметити да је c_n поправка последње црте n-тог обрта завртњева или нулте црте $(n + 1)$-ог обрта.

Ако тада саберемо свих n једначина, добивамо с леве стране идентично нулу и према томе

$$nx + \sum_{k=0}^{k=n-1} (a'_k - a_k) = 0.$$

Одатле израчунавамо x и смењујемо његову вредност у односне једначине. Ако затим означимо већ познате величине на десним странама једначина са b, добијамо

$$\begin{array}{l|l}
c_1 - c_0 = b_0, & \dots\dots\dots\dots \\
c_2 - c_1 = b_1, & c_{n-1} - c_{n-2} = b_{n-2}, \\
\dots\dots\dots & c_0 \;\; - c_{n-1} = b_{n-1}.
\end{array}$$

Из тих једначина могу се изразити све величине c помоћу једне од њих, на пример помоћу c_0, и како на крају крајева нама при сваком мерењу треба *разлика* завртњевих читања, то опет не крњећи општост испитивања можемо претпоставити да је $c_0 = 0$. За вредности појединих величина c добијамо:

$$\begin{array}{l}
c_1 = b_0 = - b_1 - b_2 - \dots - b_{n-1}, \\
c_2 = b_0 + b_1 = - b_2 - \dots - b_{n-1}, \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
c_k = b_0 + b_1 + \dots + b_{k-1} = - b_k \dots - b_{n-1}, \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
c_{n-1} = b_0 + b_1 + \dots + b_{n-2} = - b_{n-1}.
\end{array}$$

Када смо добили све величине c, наносимо тачке с апцисама једнаким броју обрта: $0, 1, 2, \ldots, (n-1), n$ и с ординатама једнаким односним вредностима c: $0, c_1, c_2, \ldots, c_{n-1}, 0$.

Пракса показује да се ове тачке распоређују по извесној кривој коју можемо сматрати за непрекидну, јер ако завртањ већим бројем обрта лежи у матици није вероватно да се отступања његова хода мењају прекидно. Према томе са повучене непрекидне криве ми ћемо прочитати поправке прогресивних отступања завртња у свакој његовој тачки.

Ако се изврши неколико оваквих испитивања једног истог завртња и обради као што је речено, тј. под претпоставком $c_0 = c_n = 0$ и тачке нанесу на један график, видеће се да ће се тачке више или мање слагати на крајевима завртња, али ће се приметно разилазити на његовој средини. Ово је неизбежна последица скупљања случајних отступања наших мерења сталног размака $a_0' - a_0, a_1' - a_1, a_2' - a_2, \ldots$. Према томе, да бисмо добили поузданије вредности поправака у средини завртња, треба извршити неколико таквих мерења и од њих узети средњу вредност.

Наш се задатак може решити и друкчије, и то тако што ће се претпоставити да је поправка равна нули у средини завртња. Нека буде, ради простијег расуђивања, као што то увек и бива, n паран број једнак $2\,m$. Ако тада ставимо $c_m = 0$, добићемо место претходног система једначина овај

$$\left.\begin{array}{lcl}
c_1 - c_0 = b_0, & \text{одакле је} & c_0 = -b_0 - b_1 - \ldots - b_{m-1}, \\
c_2 - c_1 = b_1, & ,, & c_1 = -b_1 - b_2 - \ldots - b_{m-1}, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
c_{m-1} - c_{m-2} = b_{m-2}, & ,, & c_{m-2} = -b_{m-2} - b_{m-1}, \\
0 - c_{m-1} = b_{m-1}, & ,, & c_{m-1} = -b_{m-1}, \\
c_{m+1} - 0 = b_m, & ,, & c_{m+1} = b_m, \\
c_{m+2} - c_{m+1} = b_{m+1}, & ,, & c_{m+2} = b_m + b_{m+1}, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
c_n - c_{n-1} = b_{n-1} & ,, & c_n = b_m + b_{m+1} + \ldots + b_{n-1}.
\end{array}\right\} (22)$$

У овој методи решавања непоуздано одређивање поправака услед неизбежног скупљања случајних отступања пренето је на оба краја завртња.

Али још лакше је поступити овако: пошто смо образовали размак једнак половини дужине завртња, тј. m његових обрта, особито брижљиво одредићемо поправку c_m, измеривши више пута овај размак првом и другом половином завртња; добићемо једначине

$$c_m - c_0 = x - (a'_{m-1} - a_0) \quad \text{и} \quad c_n - c_m = x - (a'_{n-1} - a_m).$$

Стављајући опет $c_0 = c_n = 0$, наћи ћемо из две једначине c_m и x. После тога испитаћемо, као што је раније изложено, поправке целих обрта у свакој половини завртња, стављајући $c_0 = 0$, c_m једнако добивеној вредности и $c_n = 0$. За сваку половину добићемо једначине аналоге претходним, тј.

$$\begin{array}{ll}
c_1 - c_0 = x - (a_0' - a_0), & c_{m+1} - c_m = x - (a'_m - a_m), \\
c_2 - c_1 = x - (a_1' - a_1), & c_{m+2} - c_{m-1} = x - (a'_{m+1} - a_{m+1}), \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
c_m - c_{m-1} = x - (a'_{m-1} - a_{m-1}), & c_n - c_{n-1} = x - (a'_{n-1} - a_{n-1}).
\end{array}$$

Али у њима је, као што је речено, $c_0 = c_n = 0$ и c_m познато, према томе сваки систем од m једначина садржи по m непознатих:

$$1)\ c_1,\ c_2,\ \ldots,\ c_{m-1}\ \text{и}\ x \quad \text{и}\ 2)\ c_{m+1},\ c_{m+2},\ \ldots,\ c_{n-1}\ \text{и}\ x$$

и решава се потпуно одређено.

Највећа несигурност у одређивању поправака c преноси се по овој методи на делове завртња који се налазе на средини између његове средине и његових крајева.

Када је повучена непрекидна крива поправака, може се, ако је потребно, покушати да се претстави каквом било једначином. Обично се узима парабола

$$c_k = a + bk + ck^2 + dk^3 + \ldots,$$

где су a, b, c, d, . . . коефицијенти које треба одредити, а k отстојање од 0 завртња до уочене тачке изражено у завртњевим обртима.

Само по степену слагања добивених низова мерења може се судити о томе, рецимо, какав облик можемо и треба да дамо непрекидној кривој и о томе у којој мери таква алгебарска или каква друга формула одговарају стварности. Строго узев немамо права да унапред, без испитивања, поправке завртња подвргавамо било каквом обрасцу.

Постоје и друге методе за одређивање прогресивних отступања завртња, које дају тачније резултате, али су оне сувише сложене да би се могле описати у кратком курсу практичне астрономије. Оне који се интересују упућујемо на рад W. Zurhellen'a „Die Untersuchung von Mikrometerschrauben in der Praxis", Astronomische Nachrichten, **172,** 1—20, 1906 и К А. Куликова „Исследование аппарата для измерения астрофотографии „Askania-Werke Bamberg", принадлежащего Государственному астрономическому институту им. П. К. Штернберга", Труды Государственного астр. института им. П. К. Штернберга, том XII.

ГЛАВА ДЕСЕТА

ОДРЕЂИВАЊЕ ЧАСОВНИКОВА СТАЊА ИЗ ЈЕДНАКИХ ВИСИНА ЗВЕЗДА. ЦИНГЕРОВА МЕТОДА

105. Метода једнаких висина примењена на једну звезду. — Претпоставимо да смо помоћу за то одређеног инструмента посматрали једну исту звезду пре и после њена пролаза кроз меридијан на произвољном, али у оба случаја једнаком зенитном отстојању, не вршећи тачно мерење тог самог зенитног отстојања.

Нека су координате звезде α и δ; тренуци са звездавог хронометра када се звезда налази на том зенитном отстојању, источно и западно од меридијана, T_e и T_w; стања хронометра у тим тренуцима u_e и u_w. Сматрајући да је рефракција у оба посматрања једнака и да се промене координата α и δ од тренутка T_e до T_w могу занемарити, долазимо до закључка да су не само привидна но и права, тј. ослобођена од утицаја рефракције, зенитна отстојања у оба тренутка једнака, а према томе једнаки и часовни углови рачунати од меридијана у обе стране, тј.

$$\alpha - (T_e + u_e) = T_w + u_w - \alpha,$$

одакле добијамо

$$^1/_2\,(u_e + u_w) = \alpha - {}^1/_2\,(T_e + T_w). \qquad (23)$$

Сматрајући да је ход хронометра равномеран, закључујемо да је $^1/_2\,(u_e + u_w)$ једнака стању хронометра у тренутку $^1/_2\,(T_e + T_w)$ и, према томе, стање хронометра за тренутак $^1/_2\,(T_e + T_w)$ добива се по обрасцу (23).

Ако посматрамо пролаз звезде кроз хоризонталан конац (или конце) инструмента у тачки његова пресека с вертикалним концем и прочитамо, осим показивања хронометра још и хоризонтални круг, можемо добити, занемарујући константе инструмента, и тачку меридијана на кругу, јер је она једнака просто полузбиру добивених читања хоризонталног круга.

Ово је по замисли врло проста метода одређивања часовникова стања, јер не захтева мерење висине и према томе читање круга, али она је јако неекономична у погледу губитка времена, јер звезду треба посматрати што даље од миридијана, када се њена висина довољно брзо мења, као и при одређивању времена из апсолутних висина близу првог вертикала. Зато између два посматрања морају да протекну неколико часова и при несталној ведрини неба постоји опасност да се друго посматрање не може извршити због облака, па према томе да и прво остане узалудно.

Зато се у пракси ова идеја примењује само у оним случајевима када је, с једне стране, због недовољне квалификације посматрача потребна што простија метода, а с друге стране, кад није потребна висока тачност, па се отступања инструмента и промене рефракције могу занемарити. Ова се метода нарочито примењује за посматрање Сунца помоћу врло простог инструмента, тзв. сунчаног троугла или сунчаног прстена, чија замисао потиче из XVI века. Ову методу је потом више пута обнављао и предлагао у руској литератури професор С. П. Глазенап у виду одређивања времена сунчаним прстеном. Кад се ова метода примењује на Сунце треба водити рачуна о промени Сунчеве деклинације за неколико часова од T_e до T_w, јер она може бити знатно већа од промене рефракције за то време и промене утицаја инструментових отступања на резултат.

Због промене Сунчеве деклинације између тренутака T_e и T_w средњи тренутак $^1/_2\ (T_e + T_w)$ неће бити једнак тренутку пролаза Сунца кроз меридијан, тј. правоме подну и на $^1/_2\ (T_e + T_w)$ треба додати извесну поправку y, која зависи разуме се од брзине промене Сунчеве деклинације. Тада ће бити $^1/_2\ (T_e + T_w) - y$ тренутак правог подна по хронометру, а с друге стране, овај тренутак у средњем сунчаном времену једнак је 0^h + временско изједначење, при чему се под временским изједначењем разуме разлика: средње време — право време; ово се узима из астрономског годишњака. Према томе стање хронометра у подне једнако је

$$u_m = {}^1/_2\ (u_e + u_w) = 0^h + \text{врем. изједначење} - [{}^1/_2\ (T_e + T_w) + y] =$$
$$= 0^h + \text{врем. изједначење} - {}^1/_2\ (T_e + T_w) - y.$$

Да бисмо нашли y треба изразити обрасцем једнакост зенитних отстојања у тренуцима T_e и T_w. Означујући деклинацију Сунца у месно подне са δ, претпоставимо да су деклинације Сунца у тренуцима T_e и T_w једнаке $\delta - \Delta\delta_e$ и $\delta + \Delta\delta_w$.

Обележимо заједничко зенитно отстојање са z и ширину места са φ; часовни углови, рачунати источно и западно од меридијана, кад се занемари ход часовника, тј. $^1/_2\ (u_e + u_w)$, биће:

$$t_e = {}^1/_2\ (T_e + T_w) + y - T_e = {}^1/_2\ (T_w - T_e) + y$$

и

$$t_w = {}^1/_2\ (T_w - T_e) - y;$$

и ако затим означимо $^1/_2\ (T_w - T_e)$ са t, добићемо

$$\cos z = \sin\varphi \sin(\delta - \Delta\delta_e) + \cos\varphi \cos(\delta - \Delta\delta_e) \cos(t + y) =$$
$$= \sin\varphi \sin(\delta + \Delta\delta_w) + \cos\varphi \cos(\delta + \Delta\delta_w) \cos(t - y).$$

Како су $\Delta\delta$, а према томе и y, мали (најбржа промена Сунчеве деклинације је 24′ дневно или 1′ на час), то се при развијању синуса и косинуса збирова и разлика може узети $\sin\Delta\delta = \Delta\delta$, $\cos\Delta\delta = 1$ и $\sin y = y$, $\cos y = 1$, па је стога $\sin\varphi\ (\sin\delta - \Delta\delta_e \cos\delta) + \cos\varphi\ (\cos\delta + \Delta\delta_e \sin\delta]\ (\cos t - y \sin t) =$ $= \sin\varphi\ (\sin\delta + \Delta\delta_w \cos\delta) + \cos\varphi\ (\cos\delta - \Delta\delta_w \sin\delta)\ (\cos t + y \sin t).$

Отворимо ли заграде и занемаримо ли производе $\Delta\delta \cdot y$ као мале величине II реда, добићемо

$$\sin\varphi\sin\delta - \Delta\delta_e\sin\varphi\cos\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos t +$$
$$+ \Delta\delta_e\cos\varphi\sin\delta\cos t - y\cos\varphi\cos\delta\sin t =$$
$$= \sin\varphi\sin\delta + \Delta\delta_w\sin\varphi\cos\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos t -$$
$$- \Delta\delta_w\cos\varphi\sin\delta\cos t + y\cos\varphi\cos\delta\sin t.$$

Из овог после свођења добијамо

$$-2y\cos\varphi\cos\delta\sin t = (\Delta\delta_e + \Delta\delta_w)(\sin\varphi\cos\delta - \cos\varphi\sin\delta\cos t)$$

или, ако означимо половину промене Сунчеве деклинације између тренутака посматрања, тј. $^1/_2\,(\Delta\delta_e + \Delta\delta_w)$ са $\Delta\delta$, налазимо

$$-y = \Delta\delta\left(\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\sin t} - \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg} t}\right).$$

Овде су, као и увек у сличним аналитичким изразима, y и $\Delta\delta$ изражени у радијантима, да бисмо их изразили у лучним секундама треба помножити обе стране бројем лучних секунада у *радијанту*, тј. са 206 264'',8; означимо ли y и $\Delta\delta$ изражене у лучним секундама са y'' и $\Delta\delta''$, добићемо

$$-y'' = \Delta\delta''\left(\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\sin t} - \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg} t}\right).$$

$\Delta\delta$ природно је оставити изражено у лучним секундама, али y треба изразити у временским секундама; ако y^s означава број временских секунада у величини y, онда је $y'' = 15y^s$ и према томе је

$$-y^s = \frac{\Delta\delta''}{15}\left(\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\sin t} - \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg} t}\right).$$

Промена Сунчеве деклинације за време $T_w - T_e = 2t$ може се сматрати равномерном; стога ако са $d\delta''/dt^h$ означимо брзину промене Сунчеве деклинације у лучним секундама за један час и са t^h број часова у t, добијамо

$$\Delta\delta'' = \frac{d\delta''}{dt^h}\,t^h,$$

и затим

$$y^s = \frac{1}{15}\,\frac{d\delta''}{dt^h}\,t^h\left(-\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\sin t} + \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg} t}\right).$$

Ако означимо са t^0 број степена у углу t, није тешко увидети да је $t^h = \frac{1}{15}\,t^0 = \frac{1}{15}\cdot t\cdot 57{,}3$, где је 57,3 приближни број степена у радијанту.

Према томе је

$$y^s = \frac{1}{15}\,\frac{d\delta''}{dt^h}\,\frac{57{,}3}{15}\left(-\frac{t}{\sin t}\operatorname{tg}\varphi + \frac{t}{\operatorname{tg} t}\operatorname{tg}\delta\right) =$$

$$= \frac{1}{3{,}927}\,\frac{d\delta''}{dt^h}\left(-\frac{t}{\sin t}\operatorname{tg}\varphi + \frac{t}{\operatorname{tg} t}\operatorname{tg}\delta\right).$$

Напослетку, ако са μ означимо промену δ за 48 часова, добијамо

$$y^s = \frac{\mu}{720}\left(-\frac{t^h}{\sin t}\operatorname{tg}\varphi + \frac{t^h}{\operatorname{tg} t}\operatorname{tg}\delta\right) = \frac{\mu}{188{,}5}\left(-\frac{t}{\sin t}\operatorname{tg}\varphi + \frac{t}{\operatorname{tg} t}\operatorname{tg}\delta\right).$$

За различите вредности t сврстане су у астрономским таблицама вредности коефицијената уз $\operatorname{tg}\varphi$ и $\operatorname{tg}\delta$ да би се олакшала обрада посматрања. Види:

1) „Мореходные таблицы", издање Хидрографске управе.

2) „Русский астрономический календарь" (годишњак). Стални део, четврто издање, 1930.

106. Основи Цингерове методе. — Метода одређивања стања часовника из посматрања двеју звезда на једнаким висинама била би врло практична, кад би се могли наћи на небу такви парови звезда да у сваком пару звезде имају једнаку деклинацију, а по ректасцензији да се разликују толико да пролазе кроз једно исто зенитно отстојање, близу првог вертикала, једна на истоку друга на западу, убрзо једна за другом (у размаку од неколико минута). Нека су у том случају α_e и δ координате источне звезде, а α_w и δ координате западне звезде; T_e и T_w тренуци када једна и друга достижу једнаку висину, која не мора бити тачно позната, а u стање хронометра у то време. Како се T_e од T_w разликује само за неколико минута, није тешко израчунати промену u за то време. Дневни ход хронометра увек је довољно тачно познат за ту сврху или је тако мали да се може занемарити за неколико минута; из истог разлога и промена рефракције може бити само незнатна.

Ако су деклинације звезда једнаке, њихови часовни углови рачунати источно и западно од меридијана морају бити једнаки у тренуцима посматрања, и према томе је

$$\alpha_e - (T_e + u) = (T_w + u) - \alpha_w\,,$$

одакле добијамо

$$u = {}^1/_2\,(\alpha_e + \alpha_w) - {}^1/_2\,(T_e + T_w).$$

Међутим на небу не постоји пар звезда с потпуно једнаком деклинацијом, али се зато може наћи довољан број парова таквих звезда код којих разлика деклинација није велика и које су у исто време према њиховом положају на небу врло подесне за посматрање на истоку и западу близу првог вертикала на датој ширини места посматрања. Јасно је да ће се при малој разлици деклинација звезда у таквом пару израз за стање часовника разликовати од последњег израза само за малу величину y:

$$u = {}^1/_2\,(\alpha_e + \alpha_w) - {}^1/_2\,(T_e + T_w) + y,$$

где је y утолико ближе нули, уколико су деклинације обеју звезда у пару по вредности ближе једна другој, јер за $\delta_e = \delta_w$ имамо $y = 0$.

Примена таквих парова звезда за одређивање стања часовника претставља суштину Цингерове методе, назване тако по руском геодети Н. Ј. Цингеру који је ову методу предложио 1874 год. Међутим вредност Цингерове методе није одмах била оцењена и она није била брзо прихваћена, може бити зато што ни сам аутор нити ко други није израдио помоћне таблице са којима би се могле лако одабирати потребне звезде за посматрање на произвољној ширини и у разним тренуцима звезданог времена.

Такве су се таблице почеле израђивати тек крајем XIX века и данас се Цингерова метода увелико примењује у СССР при одређивању географских координата, а почиње да се примењује и у иностранству.

Цингер је предложио овај начин за израчунавање y, који се и данас примењује. Нека су α_e, δ_e и α_w, δ_w привидне координате источне и западне звезде, T_e и T_w односни тренуци посматрања тих звезда на једној истој висини према звезданом хронометру, u стање хронометра, φ ширина места посматрања. Како се обе звезде посматрају на једној истој висини h, то је по основном обрасцу сферне астрономије

$$\begin{aligned}\sin h &= \sin\varphi\sin\delta_e + \cos\varphi\cos\delta_e\cos(T_e + u - \alpha_e) = \\ &= \sin\varphi\sin\delta_w + \cos\varphi\cos\delta_w\cos(T_w + u - \alpha_w). \qquad (24)\end{aligned}$$

Уведимо ознаке

$$\begin{gathered}{}^1/_2\,(\delta_w + \delta_e) = \delta,\ {}^1/_2\,(\delta_w - \delta_e) = \varepsilon,\ {}^1/_2\,(\alpha_e - \alpha_w - T_e + T_w) = t\\ {}^1/_2\,(T_e + T_w) - {}^1/_2\,(\alpha_e + \alpha_w) + u = y.\end{gathered}$$

Добијамо

$$\delta_w = \delta + \varepsilon;\ \delta_e = \delta - \varepsilon;\ T_w + u - \alpha_w = t + y;\ T_e + u - \alpha_e = t - y$$

и

$$\begin{aligned}\sin h &= \sin\varphi\sin(\delta - \varepsilon) + \cos\varphi\cos(\delta - \varepsilon)\cos(t - y) = \\ &= \sin\varphi\sin(\delta + \varepsilon) + \cos\varphi\cos(\delta + \varepsilon)\cos(t + y).\end{aligned}$$

Одатле излази

$$\begin{aligned}\cos\varphi\,[\cos(\delta - \varepsilon)\cos(t - y) - \cos(\delta + \varepsilon)\cos(t + y)] &= \\ = \sin\varphi\,[\sin(\delta + \varepsilon) - \sin(\delta - \varepsilon)]\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}&\cos\varphi\,[(\cos\delta\cos\varepsilon + \sin\delta\sin\varepsilon)(\cos t\cos y + \sin t\sin y) - \\ &-(\cos\delta\cos\varepsilon - \sin\delta\sin\varepsilon)(\cos t\cos y - \sin t\sin y)] = \sin\varphi\cdot 2\sin\varepsilon\cos\delta.\end{aligned}$$

Ако једначину поделимо са $\cos\varphi$, скинемо заграде и сведемо је, добићемо

$$\begin{aligned}2\sin\delta\sin\varepsilon\cos y\cos t + 2\cos\delta\cos\varepsilon\sin y\sin t &= \\ = 2\,\mathrm{tg}\,\varphi\sin\varepsilon\cos\delta.\end{aligned}$$

Ако поделимо обе стране са 2 $\cos\delta \cos\varepsilon \sin t$, добијамо

$$\sin y + \cos y \frac{\operatorname{tg}\delta \operatorname{tg}\varepsilon}{\operatorname{tg} t} = \frac{\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\varepsilon}{\sin t}.$$

Уведемо ли помоћне углове m и n, одређене изразима

$$\operatorname{tg} m = \frac{\operatorname{tg}\delta \operatorname{tg}\varepsilon}{\operatorname{tg} t} \quad \text{и} \quad \sin n = \frac{\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\varepsilon \cos m}{\sin t},$$

биће

$$\sin y + \cos y \operatorname{tg} m = \frac{\sin n}{\cos m}$$

и према томе

$$\sin (y + m) = \sin n$$

и

$$y + m = n,$$

а затим

$$y = n - m.$$

Како ε није велико, а t није блиско нули, то су и m и n мале величине; m, n и y добијају се при таквом израчунавању у лучним секундама и зато је крајњи образац за u облика

$$u = {}^1/_2 (\alpha_e + \alpha_w) - {}^1/_2 (T_e + T_w) + \frac{1}{15} (n - m).$$

107. Најповољнији услови посматрања. — У нашим извођењима пошли смо од случаја посматрања једне исте звезде са обе стране меридијана и прешли на посматрање једне звезде на истоку и друге на западу. Приметимо међутим да израз за u важи за произвољне две звезде које се са дате ширине φ могу посматрати на једнаким зенитним отстојањима, али то не значи да су произвољне две звезде које се могу посматрати на једнакој висини подесне за наш циљ, те треба наћи услове за одређивање стања часовника са највећом тачношћу. Тај услов изводи се из ових расуђивања: за израчунавање u потребно нам је да знамо осим координата α и δ звезда, које се с довољном тачношћу дају у астрономским годишњацима, још и φ, T_e и T_w. Ове величине носе увек извесна отступања; претпоставимо да за добијање њихових тачних вредности треба датим њиховим вредностима додати односне поправке $d\varphi$, dT_e и dT_w. С величинама φ, T_e и T_w добијамо стање u, с величинама $\varphi + d\varphi$, $T_e + dT_e$ и $T_w + dT_w$ добићемо из тих истих образаца, разуме се друго, овај пут тачно стање $u + du$. Пита се како зависи величина du од других поправака. Њу треба најпре да одредимо, а затим да оценимо под којим ће условима du најмање зависити од отступања на величинама φ, T_e и T_w, тј. од поправака $d\varphi$, dT_e и dT_w. За решење овог питања треба имати у виду да израз (24), који изражава једнакост висина, подједнако важи и у облику (24), и у облику

$$\begin{aligned}\sin h = \sin (\varphi + d\varphi) \sin \delta_e + \cos (\varphi + d\varphi) \cos \delta_e \cos (T_e + dT_e + u + {}\\ + du - \alpha_e) = \sin (\varphi + d\varphi) \sin \delta_w + {}\\ + \cos (\varphi + d\varphi) \cos \delta_w \cos (T_w + dT_w + u + du - \alpha_w).\end{aligned}$$

Према томе разлика ових израза једнака је нули, а кад су поменуте поправке мале, ова је разлика потпуни диференцијал израза (21). Према томе ако индексе e и w заменимо општости ради индексима 1 и 2, добићемо

$$\begin{aligned} &\cos\varphi \sin\delta_1\, d\varphi - \sin\varphi \cos\delta_1 \cos(T_1 + u - \alpha_1)\, d\varphi - \\ &- \cos\varphi \cos\delta_1 \sin(T_1 + u - \alpha_1)(dT_1 + du) = \\ &= \cos\varphi \sin\delta_2\, d\varphi - \sin\varphi \cos\delta_2 \cos(T_2 + u - \alpha_2)\, d\varphi - \\ &- \cos\varphi \cos\delta_2 \sin(T_2 + u - \alpha_2)(dT_2 + du) \end{aligned} \tag{25}$$

Али из сферног троугла пол — зенит — звезда налазимо

$$\cos\delta \sin \text{час. угла} = \sin z \sin A$$

и

$$- \sin z \cos A = \sin\delta \cos\varphi - \cos\delta \sin\varphi \cos \text{час. угла},$$

где је A азимут, који се рачуна као и часовни угао од југа преко запада, севера и истока до 360°.

Према томе израз (25) претвара се у израз

$$\begin{aligned} &\sin z \cos A_1\, d\varphi + \cos\varphi \sin z \sin A_1 (dT_1 + du) = \\ &= \sin z \cos A_2\, d\varphi + \cos\varphi \sin z \sin A_2 (dT_2 + du), \end{aligned}$$

где се с обе стране појављује једно исто z, пошто се обе звезде посматрају на једнаким зенитним отстојањима.

Одатле, после скраћивања са $\sin z$ и свођења добијамо

$$\begin{aligned} &du \cos\varphi (\sin A_1 - \sin A_2) = (\cos A_2 - \cos A_1)\, d\varphi - \\ &- \cos\varphi \sin A_1\, dT_1 + \cos\varphi \sin A_2\, dT_2, \end{aligned}$$

одакле излази

$$du = \frac{\cos A_2 - \cos A_1}{\cos\varphi(\sin A_1 - \sin A_2)}\, d\varphi - \frac{\sin A_1}{\sin A_1 - \sin A_2}\, dT_1 +$$

$$+ \frac{\sin A_2}{\sin A_1 - \sin A_2}\, dT_2 = \frac{2 \sin {}^1\!/_2 (A_1 - A_2) \sin {}^1\!/_2 (A_1 + A_2)}{\cos\varphi\, 2 \sin {}^1\!/_2 (A_1 - A_2) \cos {}^1\!/_2 (A_1 + A_2)}\, d\varphi -$$

$$\frac{\sin A_1}{\sin A_1 - \sin A_2}\, dT_1 + \frac{\sin A_2}{\sin A_1 - \sin A_2}\, dT_2 = \frac{1}{\cos\varphi} \operatorname{tg} {}^1\!/_2 (A_1 + A_2)\, d\varphi -$$

$$- \frac{\sin A_1}{\sin A_1 - \sin A_2}\, dT_1 + \frac{\sin A_2}{\sin A_1 - \sin A_2}\, dT_2$$

Из овог обрасца изводи се закључак: да би тражено стање што мање зависило од отступања $d\varphi$ усвојене вредности ширине φ, потребно је да коефицијенат уз $d\varphi$ буде што мањи, тј. да $\operatorname{tg} {}^1\!/_2 (A_1 + A_2)$ буде близак нули или да ${}^1\!/_2 (A_1 + A_2)$ буде блиска 0° или 180°; али азимути не могу бити блиски нули, према томе ${}^1\!/_2 (A_1 + A_2)$ треба да буде блиска 180°, а $A_1 + A_2$ блиско 360°, тј. азимути A_1 и A_2 треба да се приближно допуњују до 360°. Према томе, да би отступање на усвојеној ширини што мање утицало на одређивање стања u, звезде које треба посматрати морају се налазити на разним странама меридијана — једна на источној, друга на западној полусфери и притом по могућству *симетрично према меридијану.* Тада је $\sin A_2$ приближно једнако $-\sin A_1$ и израз du претвара се у израз $du = - kdT_1 - kdT_2$, где се k мало разликује од $^1/_2$. То значи да отступања у посматраним тренуцима T_1 и T_2 утичу на одређивање стања хронометра приближно половинама својих величина.

Да би отступања на тренуцима T_1 и T_2 била што мања потребно је и по овој методи, као и по методи одређивања стања часовника из апсолутних висина звезда, посматрати звезде у близини тренутака њихових пролаза кроз први вертикал (најбржа промена висине).

Треба приметити да збир $A_1 + A_2$ не може бити тачно једнак 360°, јер ако је $A_2 = 360° - A_1$, а осим тога су висине звезда једнаке, као што захтева метода, онда и деклинације обеју звезда морају бити једнаке, а то не може да буде, јер таквих звезда нема на небу. Зато се изведени услов може испунити само приближно и утолико ближе уколико је мања разлика деклинација обеју звезда у пару.

108. Избор звезда. — Као што је већ речено, за Цингерову методу потребне су помоћне таблице са којима се могу лако изабрати парови звезда подесни за одређивање времена на датој ширини и у датом тренутку звезданог времена. Такве таблице, довољно потпуне за примену, саставили су Н. Шчоткин¹) и П. Долгов²)

У новије време изишле су још опширније и практичније „Радне ефемериде 500 парова звезда за одређивање времена по методи једнаких висина" које су израдили сарадници државног Института за геодезију и картографију; зато се овде можемо само кратко додирнути тога питања.

Најпре треба обележити парове звезда које могу доћи у обзир. За ту сврху најпростије је узети карту неба у чијем се средишту налази небески пол. На провидној хартији треба обележити тачку која претставља тај пол и, водећи рачуна о пројекцији карте, повући криву која претставља први вертикал за дату ширину и праву која претставља меридијан.

Пошто се ова хартија постави на карту тако да се полови поклопе, она се почне обртати по карти и на овој последњој потраже звезде приближно једнаких деклинација, а које се налазе симетрично према меридијану и по могућству близу првог вертикала на хартији: једна источно, друга западно. Ректасцензија меридијана на карти даће приближно звездано време оног тренутка када се обе звезде налазе на једнакој висини. Један исти пар звезда моћи ће се употребити на низу ширина с том разликом што ће азимути на разним ширинама бити различити, али ипак довољно блиски 90°, тако да ће повољни услови за примену Цингерове методе бити испуњени.

---

¹) Н. Шчоткин, Ефемериде звезда за одређивање времена по методи проф. Н. Цингера (од 39° до 61° северне ширине), 1902.

²) П. Долгов, Таблице ефемерида звезда за одређивање времена из једнаких висина (од 59° до 71° северне ширине), .9:5.

Потом се из астрономских каталога изваде координате обеју звезда, рецимо за 10 г. унапред, зато да би се таблице могле применити за већи број година, на пр. за 20 година. Из ових координата израчуна се тренутак звезданог времена S када ће се обе звезде једновремено налазити на једној висини при датој ширини места.

У циљу израчунавања S примењују се обрасци као у параграфу 106. Наиме, ако саобразно са нашим задатком ставимо

$$T_e = T_w \quad \text{и} \quad T_e + u = S,$$

добићемо

$$t = {}^1/_2\,(\alpha_e - \alpha_w) \quad \text{и} \quad y = S - {}^1/_2\,(\alpha_e + \alpha_e),$$

а обрасци за израчунавање y остају као и раније. Зато можемо написати

$$S = {}^1/_2\,(\alpha_e - \alpha_w) + \frac{1}{15}\,(n - m).$$

Величине n и m израчунавају се у том случају по обрасцима

$$\operatorname{tg} m = \frac{\operatorname{tg}\delta\ \operatorname{tg}\varepsilon}{\operatorname{tg} {}^1/_2\,(\alpha_e - \alpha_w)}, \quad \sin n = \frac{\operatorname{tg}\varphi\ \operatorname{tg}\varepsilon}{\sin {}^1/_2\,(\alpha_e - \alpha_w)}.$$

Како за припрему не треба толика тачност као за обраду посматрања, могу се ови обрасци упростити, имајући у виду да је величина ε мала.

Наиме, ако означимо са ε'' број лучних секунада у $^1/_2\,(\delta_w - \delta_e)$, а $^1/_2\,(\alpha_e - \alpha_w)$ са t и ставимо $\cos m = 1$, добијамо

$$S = {}^1/_2\,(\alpha_e + \alpha_w) + \frac{\varepsilon''}{15}\left(\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\sin t} - \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg} t}\right)$$

Затим се израчунају по обичним обрасцима заједничко зенитно отстојање и азимути:

$$\cos z = \sin\varphi\,\sin\delta_e + \cos\varphi\,\cos\delta_e\,\cos(\alpha_e - S) =$$
$$= \sin\varphi\,\sin\delta_w + \cos\varphi\,\cos\delta_w\,\cos(S - \alpha_w),$$

$$\sin A_e = \frac{\cos\delta_e\,\sin(S - \alpha_e)}{\sin z}, \quad \sin A_w = \frac{\cos\delta_w\,\sin(S - \alpha_w)}{\sin z}.$$

Ове се вредности односе на тренутак S звезданог времена кад обе звезде достижу једновремено једнаку висину. Но како се једна звезда уствари посматра неколико минута пре, а друга неколико минута после тога тренутка, то треба израчунати и брзину промене z и оба азимута (који су практично једнаки), на пр. у току 1 минуте. Разуме се да се у тренутку S, када се обе звезде налазе на једнакој висини, не могу обе посматрати; зато се посматрања могу распоредити на ова два начина.

1) Неколико минута пре S (пракса показује да су сасвим довољне $2^1/_2$ минуте) посматра се источна звезда, пре него што достигне израчунато зенитно отстојање z, а затим исто толико минута после S западна звезда, после њена пролаза кроз то зенитно отстојање. Обе звезде посматрају се према томе на једном истом зенитном отстојању, нешто већем од z, и то на $z + 2{,}5\,\dfrac{dz}{dt}$.

2) Почиње се са посматрањем западне звезде пре него што она достигне зенитно отстојање z, према томе неколико ($2^1/_2$) минута пре S, и завршава се са посматрањем источне звезде исто толико минута после S. У том случају обе звезде посматрају се на зенитном отстојању нешто мањем од z, и то на $z - 2{,}5 \frac{dz}{dt}$.

У таблицама намењеним за ширу употребу дају се зенитна отстојања и азимути обеју звезда, како за први тако и за други начин посматрања. Азимути се израчунавају из њихових полазних вредности за тренутак S и из њихових израчунатих промена у току једне минуте.

У таблицама се дају вредности свих потребних величина за *целе* степене ширине и код сваког броја даје се његова промена кад се ширина повећа за један степен. Користећи се тим подацима могу се брзо израчунати за сваку ширину приближне вредности свију величина неопходних за примену Цингерове методе у пракси.

Пред почетак посматрања саставља се програм за то вече бирањем звезда за дату ширину и звездано време и уносе се у програм S, z и азимути сваке звезде која се жели посматрати.

109. Начини посматрања. — За одређивање времена Цингеровом методом може послужити, уопште узевши, сваки универзални инструменат који има на вертикалном кругу довољно осетљиву либелу и у пољу вида бар један, а још боље неколико хоризонталних конаца, пресечених са два вертикална (ово је боље него један вертикалан). После брижљивог нивелисања треба одредити на познат начин место зенита на вертикалном кругу и читање хоризонталног круга које одговара положају када се визура налази у меридијану.

У том циљу дурбин се упери на Северњачу и забележи тренутак са хронометра чија приближна поправка мора бити позната. Из таблице приближних азимута Северњаче израчуна се њен азимут у тренутку посматрања, због чега је потребно приближно познавати вредност ширине места. Знајући тај азимут и добивено читање на хоризонталном кругу, није тешко сабирањем или одузимањем њиховим добити читање круга које одговара положају визуре у меридијану, тј. место меридијана на кругу.

Узевши први пар из програма за то вече, доведе се дурбин на зенитно отстојање тога пара и на азимут прве звезде у пару. Када се звезда појави у видном пољу, доведе се финим кретањем по азимуту на средину између вертикалних конаца и држи се обртањем истог завртња између њих, а са хронометра се бележе тренути када звезда пресеца хоризонталне конце. Пре првог и иза последњег конца прочита се либела на вертикалном кругу. После тога се дурбин окрене по азимуту и упери на другу звезду у пару, на којој се изврше иста посматрања као и на првој. За све време посматрања не сме се додиривати ни завртањ за промену висине дурбина, ни завртањ за померање либеле у односу на дурбин, да би се по могућству сачували непромењени, с једне стране, угао између визуре и алхидадне осовине инструмента, а с друге стране, угао између осовине либеле и исте алхидадне осовине, па према томе обезбедила непромењивост везе између визуре и либелине цеви. О либели се не би морало водити рачуна када би се инструменат могао идеално нивелисати, тј. кад би се постигло тачно поклапање алхидадне осовине инструмента са вертикалом. Како је то немогуће, неопходно је читати либелу, да би се у случају промене њених читања могли исправити записани тренуци са хронометра.

Како је суштина Цингерове методе у томе да се посматрају обе звезде у пару тачно на једној истој висини, то је битно да либела буде што тесније и непосредније везана са дурбином. Код обичног универзалног инструмента ова веза није непосредна и зато је боље имати за ту методу, као и за све методе засноване на посматрању звезда на истој висини, либелу на самом дурбину. Ово је најлакше постићи ако је дурбин преломљен, тако да за окуларну половину његову служи обртна осовина инструмента. Тада се либела ставља пред окулар на обртну осовину, може се причврстити за њу и има направу за фино обртање око те осовине или паралелно њој; нарочита направа задржава либелу приближно хоризонтално када је њена облога отпуштена од обртне осовине а дурбин се дотерује по висини. Оваква либела назива се обично Талкотова либела по имену астронома који ју је у XIX веку предложио за своју методу одређивања ширине (гл. XI). Кад се таква либела налази на преломљеном дурбину, посматрачу је лако читати њена стања, јер не мора да устаје с места, већ само да подигне главу с окулара да би видео либелу. У случају правог дурбина оваква се либела налази или на продужењу обртне осовине дурбина (што је најбоље) или на окуларном крају дурбина.

Ако је инструменат снабдевен Талкотовом либелом, помоћу ове либеле се врши и нивелисање инструмента.

Пред посматрање прве звезде у сваком пару дурбин се поставља на потребно зенитно отстојање, после чега се либела причвршћује за обртну осовину; завртњем код либелине облоге доводи се њен мехур на средину цеви, а направа за одржавање либеле у хоризонталном положају при дотеривању дурбина по висини искључује се, тако да либелина облога буде *везана само са дурбином и ни са каквим другим* делом инструмента. За фино померање дурбина по висини *заједно с либелом* служи обичан завртањ за дотеривање дурбина по висини; на тај начин обезбеђује се да се на либели може да прочита и најмања промена висине дурбина. Техничко остварење ове замисли и појединости везе Талкотових либела с дурбином могу бити различити, али су идеја и циљ једни исти.

За време посматрања једног истог пара завртањ код либеле, разуме се, не сме се дирати.

Кад се заврши посматрање једног пара либелина се облога отпусти од дурбина, успостави се њена веза са горњим делом инструмента, ослободи се завртањ за стезање по висини и инструменат је спреман за посматрање наредног пара.

110. Обрада посматрања. — Због несавршеног нивелисања и других могућих узрока обе звезде у једноме пару не посматрају се тачно на једној истој висини. Ово се примећује по томе што читања либеле код једне и друге звезде нису истоветна. Свако посматрање врши се при извесном отступању средине либелина мехура од средине поделе m на њеној цеви. Усвојмо за ово отстојање, изражено у лучним секундама, назив нагиба либеле i'' и сматрајмо да је i'' позитивно у случају кад је зенитно отстојање дурбина притом веће него у случају када се средина мехура поклапа са средином m либелине поделе. Ако i'' није једнако нули, посматрани тренутак T_e или T_w неће бити исти као у случају $i = 0$, и треба да израчунамо колико треба изменити са хронометра прочитани тренутак пролаза звезде кроз известан конац, да бисмо добили онај тренутак који бисмо имали да је било $i = 0$. За то је потребно имати у виду да је брзина промене часовног угла услед промене зенитног отстојања $\frac{dt}{dz} = \frac{1}{\cos\varphi \sin A}$. У нашем случају је промена z баш i лучних секунада; и ако односну промену времена изразимо у временским секундама, добијамо $i''/15 \cos\varphi \sin A$. Ако се посматра источна звезда, која се за време посматрања издиже, онда је при позитивном i посматрано раније него при $i = 0$ и зато поправка тренутка T_e износи $- i''_e / 15 \cos\varphi \sin A_e$. Западна пак звезда при позитивном i посматра се на већем зенитном отстојању него при $i = 0$ и спушта се, па зато поправка тренутка T_w износи $- i''_w / 15 \cos\varphi \sin A_w$. Зато што је величина i мала у оба израза може се сматрати да су $\sin A$ једнаки и написати: $- \sin A_e = \sin A_w = \sin A$, где је A аритметичка средина из A_w и $360^0 - A_e$. Ставимо ли у образац u на страни 146 поправљене величине тренутака пролаза звезде иза конаца, добијамо

$$u = \frac{1}{2} (\alpha_e + \alpha_w) - \frac{1}{2} (T_e + T_w) + \frac{i''_w - i''_e}{30 \cos\varphi \sin A} + \frac{1}{15} (n - m). \qquad (26)$$

Сад треба расправити питање како ћемо наћи величину i'' из читања либеле. Претпоставимо да је подела на либели обележена тако да нула либелина стоји на крају цеви. Овај облик либеле има преимућство над оним код кога нула стоји на средини цеви, јер кад је нула на крају цеви ређе долази до забуне при обради читања. У односу на цев либелину дурбин може заузетид ва положаја: 1) када је објектив ближи нули либелину и 2) када је објектив ближи супротном крају либеле, а даљи од њене нуле. Треба такође уочити де се у првом случају мехур *удаљује* од нуле, кад се дурбин са причвршћеном либелом помера у смеру *рашћења* зенитних отстојања. У другом пак случају при повећању зенитног отстојања мехур се *приближава* нули. Стога ако означимо читања мехурових крајева са a и b, а средњи поделак на либелиној цеви са m и вредност једног дела у лучним секундама са α'', онда ће у првом случају бити $i'' = [{}^1/_2 (a + b) - m] \, \alpha''$, а у другом $i'' = [m - {}^1/_2 (a + b)] \, \alpha''$.

Ако место вредности једног дела уведемо вредност једног полудела либеле $\beta'' = {}^1/_2 \, \alpha''$, обрасци се претварају у:

$$i'' = (a + b - 2m) \, \beta'' \quad \text{и} \quad i'' = - (a + b - 2m) \, \beta''.$$

На ове две могућности треба обраћати велику пажњу и у току посматрања обавезно записивати да ли се објектив налази ближе либелиној нули или другом њеном крају. Разлике нагиба i''_e и i''_w, одређене на тај начин из читања мехурових крајева уносе се у образац за u.

Стога ако се објектив налази на страни либелине нуле, имамо

$$(i''_w - i''_e)_1 = \alpha'' \, [{}^1/_2 \, (a + b)_w - {}^1/_2 \, (a + b)_e],$$

а у противном случају

$$(i''_w - i''_e)_2 = \alpha'' \, [{}^1/_2 \, (a + b)_e - {}^1/_2 \, (a + b)_w]$$

и није потребно израчунавати засебно i''_w и i''_e.

Ако уведемо вредност либелина полудела β'', добијамо на сличан начин

$$(i''_w - i''_e)_1 = [(a + b)_w - (a + b)_e]\,\beta''$$

и

$$(i''_w - i''_e)_2 = [(a + b)_e - (a + b)_w]\,\beta''.$$

Што се тиче других отступања инструмента — нагиба обртне осовине и колимације — треба имати у виду да је код Цингерове методе суштина у томе да се звезде посматрају на једној истој висини, према томе и утицај ових отступања своди се на њихов утицај на мерено апсолутно зенитно отстојање, а тај се утицај изражава обрасцем

$$\Delta z = \frac{1}{57{,}3}\left(\frac{b^2 + c^2}{2\,\mathrm{tg}\,z} + \frac{bc}{\sin z}\right),$$

где је Δz изражено у лучним секундама, b нагиб обртне осовине, а c колимација изражена у деловима лучне минуте. Овај утицај је потпуно занемарљив ако b и c не прелазе 30'', што је лако постићи, и ако z није сасвим мало, као што показује приложена таблица вредности последњег израза:

z	$b = c$			
	60''	45''	30''	15''
5⁰	0'',40	0'',22	0'',10	0'',02
10	0,20	0,11	0,05	0,01
15	0,13	0,07	0,03	0,01
20	0,10	0,04	0,02	0,00

Ако избегавамо зенитна отстојања мања од 6⁰, онда ће при $b = c = 30''$ отступање на z остајати увек испод 0,''1.

Утицај дневне аберације код Цингерове методе је исти као и при одређивању стања часовника методом мерења зенитних отстојања (§ 93), тј. поправка нађене вредности $u = + 0^s{,}021 \cos z$.

111. Допунске примедбе за обраду посматрања. — На крају имамо овај систем образаца за обраду посматрања по Цингеровој методи:

Дато: α_e, δ_e, α_w, δ_w, T_e, T_w, φ и A (A из помоћних таблица).

Образујемо: 1) $^1/_2\,(\alpha_e - \alpha_w)$,

2) $^1/_2\,(T_e - T_w)$,

3) $^1/_2\,(\alpha_e - \alpha_w) - {}^1/_2\,(T_e - T_w) = t$,

4) $\delta = {}^1/_2\,(\delta_w + \delta_e)$; $\varepsilon = {}^1/_2\,(\delta_w - \delta_e)$,

(проверавање: $\delta_w = \delta + \varepsilon$; $\delta_e = \delta - \varepsilon$).

и израчунавамо: 5) $\mathrm{tg}\, m = \dfrac{\mathrm{tg}\,\delta\;\mathrm{tg}\,\varepsilon}{\mathrm{tg}\,t}$,

6) $\sin n = \dfrac{\mathrm{tg}\,\varphi\;\mathrm{tg}\,\varepsilon}{\sin t}\cos m$,

7) $$u = {}^1/_2\,(\alpha_e + \alpha_w) - {}^1/_2\,(T_e + T_w) + \\ + \frac{i''_w - i''_e}{30\cos\varphi\sin A} + \frac{1}{15}(n - m) + 0^s{,}021\cos z.$$

Ако узмемо у обзир да су величине m и n мале, могу се за њихово израчунавање употребити изрази изведени у § 11 и употребити величина σ поменута у томе параграфу. Тада добијамо

$$\lg \operatorname{tg} m = \lg m'' - \lg k + 2\sigma\,(m) = \lg m^s + \lg 15 - \lg k + 2\sigma\,(m),$$

где m'' претставља број лучних секунада, m^s број временских секунада у углу m, а $k = 206\,265''$. Стога је

$$\lg m^s = \lg (\operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varepsilon) + \lg \operatorname{ctg} t + \lg k - \lg 15 - 2\sigma\,(m).$$

Уведимо ознаку

$$\lg \mu = \lg \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varepsilon + \lg k - \lg 15,$$

која се употребљава у публикацији „Эфемериды пар Цингера", што је издаје сваке године Астрономски институт у Лењинграду.

Тада образац

$$\lg m^s = \lg \mu + \lg \operatorname{ctg} t - 2\sigma\,(m)$$

даје непосредно m^s без израчунавања $\lg m$. На сличан начин добијамо

$$\lg \sin n = \lg \operatorname{tg} \varepsilon + \lg \operatorname{tg} \varphi + \lg \operatorname{cosec} t + \lg \cos m.$$

Ако приметимо да је

$$\lg \cos m = -3\sigma\,(m) \text{ и } \lg \sin n = \lg n^s - \lg k + \lg 15 - \sigma\,(n),$$

налазимо

$$\lg n^s - \lg k + \lg 15 - \sigma\,(n) = \lg \operatorname{tg} \varepsilon + \lg \operatorname{tg} \varphi + \lg \operatorname{cosec} t - 3\sigma\,(m),$$

одакле добивамо

$$\lg n^s = \lg \operatorname{tg} \varepsilon + \lg k - \lg 15 + \lg \operatorname{tg} \varphi + \lg \operatorname{cosec} t + \sigma\,(n) - 3\sigma\,(m).$$

Ако означимо као у поменутим „Ефемеридама" $k \operatorname{tg} \varepsilon/15$ са ν, добијамо

$$\lg n^s = \lg \nu + \lg (\operatorname{tg} \varphi \operatorname{cosec} t) + \sigma\,(n) - 3\sigma\,(m).$$

Према томе m^s и n^s израчунавају се по обрасцима

$$\lg m^s = \lg \mu + \lg \operatorname{ctg} t - 2\sigma\,(m),$$
$$\lg n^s = \lg \nu + \lg (\operatorname{tg} \varphi \operatorname{cosec} t) + \sigma\,(n) - 3\sigma\,(m).$$

Величине $\lg \mu$ и $\lg \nu$ за изабране парове дате су у поменутим „Ефемеридама Цингерових парова", а тамо такође постоје и таблице за величине σ, за $^1/_{30} \cos \varphi \sin A$ и за дневну аберацију.

Али треба водити рачуна још и о томе да се посматрања врше на неколико конаца.

Као што је већ поменуто, у дурбину треба да постоје неколико хоризонталних конаца пресечених са два вертикална и посматрач бележи тренутак када источна и западна звезда секу сваки хоризонтални конац по средини између вертикалних. Стога се за *сваки* конац добијају вредности T_e и T_w. Да би се посматрања обрадила треба образовати полуразлике $^1/_2\,(T_e - T_w)$, исправити их на основи читања либеле додавањем поправке $+ (i''_w + i''_e)/30 \cos \varphi \sin A_w$ и израчунати m и n, а затим y. Али y није потребно рачунати за сваки конац посебно; ако нема пропуста или грубих отступања на тренуцима посматрања, величине $^1/_2\,(T_w + T_e)$ за конце морају имати непрекидан ход; при томе се може открити груба грешка у посматрањима и посматрања на концу за који вредности $^1/_2\,(T_w + T_e)$ искачу из реда могу се избацити; зато се препоручује да се из свих вредности $^1/_2\,(T_e - T_w)$ узме артиметичка средина $(1/p)\,\Sigma\,^1/_2\,(T_e - T_w)$, где је p број конаца, да се она поправи *средњом* вредношћу свих добивених читања либеле по обрасцу

$$\frac{1}{2}\,(T_e - T_w)_{\text{попр.}} = \frac{1}{2}\,(T_e - T_w)_{\text{посм.}} + \frac{1}{30\cos\varphi\sin A}\,\frac{1}{p}\sum\,(i''_w + i''_e)$$

и затим изврши израчунавање y.

Али у већини случајева ова поправка од либеле може се занемарити.

Боље је образовати средњу разлику између T_e и T_w, него разлику између средњих вредности T_e и T_w, тј. по обрасцу

$$\frac{1}{p}\sum\frac{1}{2}\,(T_e - T_w) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{p}\sum T_e - \frac{1}{p}\sum T_w\right).$$

Израчунавање y у већини случајева рационално је вршити логаритмима са 5 децимала.

Коначни образац за u је

$$u = \frac{1}{2}\,(\alpha_e + \alpha_w) - \frac{1}{p}\sum\frac{1}{2}\,(T_e + T_w) - \frac{i''_e - i''_w}{15\cos\varphi\sin A} +$$
$$+ \,^1/_{15}\,(n - m) + 0^s{,}021\cos z.$$

i''_e и i''_w *овде* означавају *аритметичке средине* вредности i''_e и i''_w добивених при посматрању.

Али при оваквом израчунавању не могу се открити *мала* отступања у тренуцима посматрања ма на коме концу и, осим тога, не може се добити претстава о каквоћи посматрања. Али ако треба добити стање хронометра из посматрања на сваком концу засебно, ипак није потребно израчунавати y за сваки конац по општем обрасцу. Најпростије је поступити овако: израчунати y за две вредности $^1/_2\,(T_w - T_e)$, највећу и најмању, а затим за друге вредности $^1/_2\,(T_w - T_e)$ интерполовати величину y сразмерно разлици између сваке вредности $^1/_2\,(T_w - T_e)$ и најмање или највеће од њих.

Пример за одређивање часовникова стања по Цингеровој методи.

Место посматрања: Астрономска опсерваторија Московског универзитета. $\varphi = 55^0\,45',3$. Посматрач *М. С. Зверјев*. Датум: 1931 мај 19.

Кернов универзални инструменат №. 19116 с Талкотовом либелом; вредност дела либелина $3'',21$; објектив на страни либелине нуле. Хронометар Nardin 311. Посматрани пар звезда: χ Ursae Majoris на западу, ι Herculis на истоку. Из ефемерида је узето за њих: $z = 25^042'$; $A_w = 93^0{,}9$; зато је коефицијенат $^1/_{30}\cos\varphi\sin A_w = 0{,}060 = {}^1/_{17}$. Посматрања су извршена на 7 конаца. Доле је дато T_w и T_e, а такође и положаји средине либелина мехура; средина либелине поделе је на 20,0.

Из астрономског годишњака интерполоване координате звезда за средњи тренутак посматрања у Ајхелбергеровом систему су:

W χ UMa $\alpha_w = 11^h42^m27^s{,}19$; $\delta_w = 48^009'48'',6$;
E ι Her $\alpha_e = 17^h37^m33^s{,}19$; $\delta_e = 46^002'13'',6$.

Отуда добијамо

$$^1/_2\,(\alpha_e + \alpha_w) = 14^h40^m00^s,19; \quad \delta = 47^h06^m01^s,1;$$
$$^1/_2\,(\alpha_e - \alpha_w) = 2^h57^m33^s,00; \quad \varepsilon = +\ 1^h03^m47^s,5.$$

Конац	T_w	Либела	T_e	Либела	$^1/_2\,(T_w + T_e)$
1	$14^h40^m49^s,5$	19,4	$14^h47^m46^s,0$	18,8	$14^h44^m17^s,75$
2	41 07,8		27,9		,85
3	25,0		10,2		,60
4	44,6		46 50,8		,70
5	42 02,0		33,3		,65
6	20,6		14,7		,65
7	38,9	19,0	45 56,6	18,8	,75
Средње вредности	$14^h41^m44^s,06$	19,2	$14^h46^m51^s,36$	18,8	$14^h44^m17^s,71$

$$i_w = (19,2 - 20,0) \cdot 3'',21 = -\ 2'',6$$
$$i_e = (18,8 - 20,0) \cdot 3'',21 = -\ 3'',8$$
$$i_w + i_e = -\ 6'',4$$
$$i_w - i_e = +\ 1'',2$$

и даље израчунавамо

$$-\ ^1/_2\,(T_e - T_w) = -\ 0^h02^m33^s,65$$
$$^1/_2\,(\alpha_e - \alpha_w) = 2^h57^m33^s,00$$
$$-\frac{1}{30\cos\varphi\sin A}\,(i_w + i_e) = +\ 0^s,38$$
$$t = 2^h54^m59^s,73 = 43^\circ44'56'',0$$

$$\begin{array}{rl} \lg\ \mathrm{tg}\ \delta = 0,03186 & \lg\ \mathrm{tg}\ \varepsilon = 8,26854 \\ \lg\ \mathrm{tg}\ \varepsilon = 8,26854 & \lg\ \mathrm{tg}\ \varphi = 0,16702 \\ \mathrm{D}\ \lg\ \mathrm{tg}\ t = 0,01898 & \mathrm{D}\ \lg\ \sin\ t = 0,16021 \\ \hline \lg\ \mathrm{tg}\ m = 8,31938 & \lg\cos m = 9,99991 \end{array}$$

$$m = +\ 1^\circ11'42'',7 \qquad \lg\sin\ n = 8.59568$$
$$n = +\ 2^\circ15'32'',4$$

$$y = n - m = +\ 1^\circ03'49'',7 = +\ 0^h04^m15^s,31$$
$$^1/_2\,(\alpha_e + \alpha_w) = 14^h40^m00^s,19$$
$$-\ ^1/_2\,(T_e + T_w) = -\ 14^h44^m17^s,71$$
$$+\frac{(i_w - i_e)}{30\cos\varphi\sin T_w} = \frac{+\ 1'',2}{17} = +\ 0^h00^m00^s,07,$$

Дневна аберација $= +\ 0^h00^m00^s,02$

$$u = -\ 0^h00^m02^s,12.$$

ГЛАВА ЈЕДАНАЕСТА

ТАЛКОТОВА МЕТОДА ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ШИРИНЕ МЕСТА

112. Основи Талкотове методе. — Талкотова метода за одређивање ширине заснива се на овоме: тражена ширина мора бити приближно већ позната са тачношћу од неколико (5—10) лучних минута; из звезданих каталога бира се неколико таквих парова звезда да у сваком пару једна звезда кулминује северно а друга јужно од зенита, да се кулминације нижу брзо једна за другом, у размаку од 5—10—20^m, и да разлика зенитних отстојања обеју звезда у меридијану ни у једном пару не буде сувише велика, да не пређе 10—15', а ни сама зенитна отстојања да не буду велика (30—40°, у крајњем случају 50°). Ако у том случају посматрач може са високом тачношћу да измери разлику привидних зенитних отстојања обеју звезда у меридијану, тј. зенитних отстојања која носе утицај рефракције, и ако се из каталога могу добити тачне деклинације обеју звезда у пару, ширина се добија са истом толиком тачношћу.

И доиста, ако означимо са δ, z, ρ и ζ деклинацију звезде, њено право зенитно отстојање у тренутку кулминације (тј. оно које не носи утицај рефракције), рефракцију и привидно зенитно отстојање, тј. оно које садржи рефракцију, и ако индекси s и n означавају припадоост јужној односно северној звезди, није тешко доказати да је за јужну звезду у тренутку горње кулминације

$$\varphi = \delta_s + z_s = \delta_s + (\zeta_s + \rho_s),$$

а за северну

$$\varphi = \delta_n - z_n = \delta_n - (\zeta_n + \rho_n).$$

Ако узмемо полузбир, добијамо

$$\varphi = {}^1/_2\,(\delta_s + \delta_n) + {}^1/_2\,(\zeta_s - \zeta_n) + {}^1/_2\,(\rho_s - \rho_n).$$

Ако је северна звезда посматрана у доњој кулминацији, онда је

$$\varphi = 180^0 - \delta_n - z_n = 180^0 - \delta_n - (\zeta_n + \rho_n),$$

и тада полузбир даје

$$\varphi = 90^0 - {}^1/_2\,(\delta_n - \delta_s) + {}^1/_2\,(\zeta_s - \zeta_n) + {}^1/_2\,(\rho_s - \rho_n).$$

Величине δ_s и δ_n узимају се из звезданих каталога са највећом могућом тачношћу, ${}^1/_2\,(\rho_s - \rho_n)$ је мала величина, јер се ζ_s и ζ_n мало разликују једно од другог, па се она може израчунати са знатно већом тачношћу него засебне вредности ρ_s и ρ_n, и само ако је посматрач у стању да измери разлику привидних зенитних отстојања $\zeta'_s - \zeta'_n$ са истом тачношћу са којом су познате деклинације звезда, то ће се и ширина φ добити са истом толиком тачношћу. Ово се мерење разлика привидних зенитних отстојања врши помоћу окуларног микрометра, као што ћемо описати у наредном параграфу. Нису потребна тачна читања вертикалног круга, па зато отпадају и сва отступања која утичу на ова читања. Овде не отпада у потпуности само утицај рефракције, али је он веома незнатан; при дугом раду на једном месту није потребно тачно познавање часовникова стања, а како се при посматрању одређује микрометром разлика скоро једнаких зенитних отстојања, то се искључује и лично отступање посматрача.

Ову је методу предложио 1857 г. амерички геодет Талкот и носи његово име. Нарочито је разрађена и дошла до примене крајем прошлога века. Она се примењује као најтачнија метода за одређивање ширине у Међународној служби ширине.

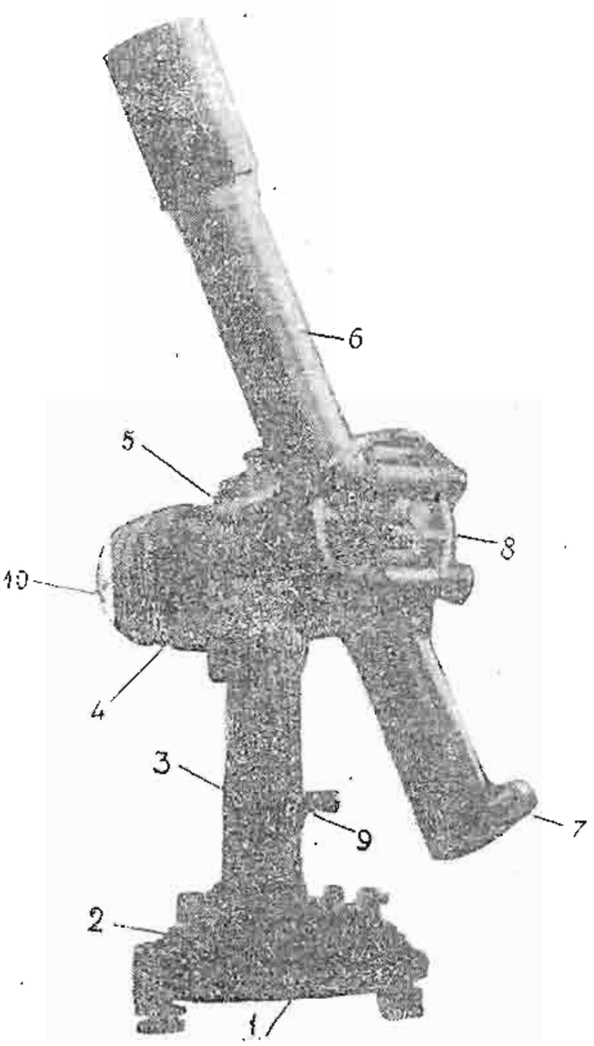
113. Опис инструмента. — За примену Талкотове методе употребљава се зенит-телескоп с окуларним микрометром (сл. 52) Дурбин инструментов постављен је азимутно, тј. може се обртати око вертикалне и хоризонталне осовине. У продужењу обртне осовине, на спољној страни самог дурбина,а у случају прелсмљеног дурбина на самој обртној осовини, између призме и окулара, смештен је носач либеле (понекад с двема паралелним либелама ради веће тачности), чија је осовина управна на обртној осовини. Носач либелин може се причврстити непосредно за цев дурбина или отпустити, а у случају кад је причвршћен уз дурбин либеле се још могу фино кретати завртњем са ситном лозом око осовине паралелне обртној осовини инструмента. На окуларном крају дурбина налази се окуларни микрометар. Он се састоји из кутије у којој се налази оквир, који може да се у њој помера финим микрометарским завртњем; на оквиру је разапет конац управно на осовину завртња. Споља, на крају завртња, налази се котур подељен на 100 делова и уређај за читање броја целих завртњевих обрта. Микрометар је обично тако израђен — и то ће се претпостављати и у даљем излагању — да при завртању завртња (такозваном позитивном његовом кретању) читања завртња (како целих обрта, тако и делова обрта на котуру) расту, а покретни се конац помера ка завртњевом котуру. У случају правог дурбина микрометар се поставља на њ тако да осовина завртња буде управна, тј. покретни конац паралелан с обртном осовином инструмента, а у случају преломљеног дурбина — с његовим објективским делом, тј. с његовим делом између објектива и призме. У оба случаја, ако уперимо дурбин на звезду, у тренутку њене кулминације лик звезде која се тада креће хоризонтално, кретаће се у дурбину паралелно покретном концу; зато се овај конац назива хоризонталним (иако у преломљеном дурбину он уствари није хоризонталан). Осим покретног конца, у микрометру се налази и неколико (обично непаран број) непокретних конаца, управних на покретном, који се називају вертикалним.

Окуларни микрометар служи за мерење разлика зенитних отстојања јужних и северних звезда; стога се мора знати вредност једног завртњевог обрта, тј. број секунада у углу R, при чему је $\operatorname{tg} R = d/F$, где је d висина завртњева хода, а F жижна даљина објектива (како се одређује вредност завртњева обрта види даље). Либела служи за одређивање отступања при посматрању које долази од неизбежне нетачности нивелисања, тј. од непоклапања обртне осовине инструмента са вертикалом места посматрања.

Постављање либеле на саму цев дурбина предложио је амерички геодет Талкот, зато се такве либеле називају Талкотове, но још раније је сличну идеју имао дански астроном Хоребов, па се зато оне понекад називају Хоребов-Талкотове либеле.

На обртној осовини налази се круг који служи за то да се дурбин доведе на жељено зенитно отстојање са тачношћу до једне лучне минуте, а на алхидадној осовини хоризонтални круг за довођење дурбина у меридијан са истом толиком тачношћу.

За Талкотову методу може да се користи не само зенит-телескоп, већ и пасажни инструменат, ако се на његовој осовини налазе Талкотове либеле, а на окуларном крају дурбина окуларни микрометар. Инструменат се дотера у меридијан и место обртања дурбина за 180° врши се обртање инструмента на његовим лежиштима из једног положаја у други.



Сл 52. — Зенит-телескоп

1—троножац с постољем у облику прстена, *2*—хоризонтални круг, *3*—облога алхидадне осовине, *4*—обртна осовина, *5*—либела на обртној осовини, *6*—дурбин, *7*—окуларни микрометар, *8*—круг за довођење дурбина на одређено зенитно отстојање и две Талкотове либеле, *9*—микрометарски завртањ и завртањ за учвршћивање дурбина, *10*—тег

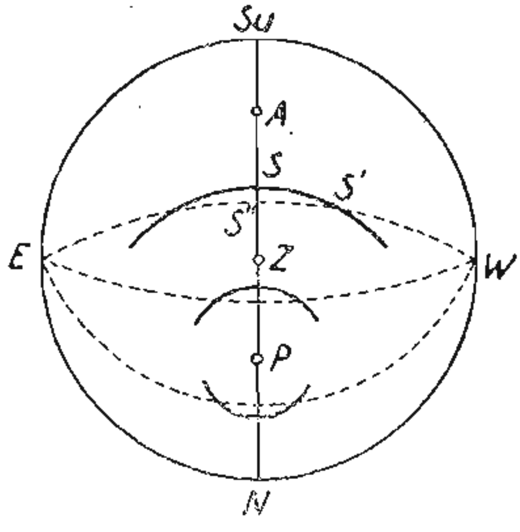
114. Начини посматрања. — Инструменат се нивелише, одреди место зенита на вертикалном кругу и помоћу Северњаче (в § 109) место меридијана на хоризонталном кругу. Кад је ово место познато може се дурбин довести у меридијан.

Узима се пар звезда који се тога тренутка може посматрати, дурбин се постави на зенитно отстојање једнако аритметичкој средини зенитних отстојања северне и јужне звезде у пару и упери на ону страну меридијана, на север или југ, где пролази кроз меридијан по времену прва звезда из пара. Либела се најпре грубим, а пошто се причврсти за дурбин, финим кретањем завртња код њена носача дотера да њен мехур што је могуће тачније буде на средини цеви; кад су две либеле оне треба да се слажу у овом погледу. Покретни конац микрометра доведе се по приближно познатој полуразлици зенитних отстојања и вредности микрометарског обрта на оно место у видном пољу дурбина, куда треба да прође по времену прва звезда. Када она уђе у видно поље посматрач прочита либелу (обе либеле ако их има две), и затим наводи покретни конац микрометра на звезду и прочита микрометар, понављајући ово последње неколико пута *симетрично* према средњем непокретном концу на одређеним местима видног поља, која су обележена непокретним концима. Да би се лако могла остварити симетричност оних места у видном пољу где се врши навођење конца на звезду, неопходно је потребно да бочни конци буду постављени симетрично према средњем. После последњег читања микрометра поново се прочитају либеле. Затим се дурбин обрне око алхидадне осовине за 180^0 и исто такво посматрање изврши на другој звезди у пару.

За време посматрања посматрач треба сву пажњу да усреди на тачност навођења конца на звезду; ово навођење не треба да буде тренутно, пошто је конац скоро паралелан правцу кретања звезде; навођења конца на звезду на симетричним местима у односу на средњи конац имају за циљ да у средњој вредности свих читања микрометра отстране мали нагиб покретног конца према правцу кретања звезде који је увек неизбежан. Никакво читање хронометра није потребно. За све време посматрања једног пара не сме се ни на који начин мењати положај либела према дурбину. Ако услед рђавог нивелисања либелин мехур после обртања инструмента за 180^0 оде далеко од средине цеви, може се он вратити на средину помоћу завртња који обрће дурбин заједно с либелом. Кад се заврши посматрање једног пара дурбин се ослободи по зенитном отстојању и спреман је за посматрање наредног пара.

115. Обрада посматрања. — Обрада посматрања почиње обрачунавањем отступања микрометарског завртња. Аритметичку средину микрометарских читања за сваку звезду ослобођених отступања завртња означаваћемо убудуће словом M.

Затим треба навођења извршена с обе стране средњег конца, симетрично према њему, свести на средњи конац. За извођење односног обрасца треба знати да се хоризонтални конац пројектује на небеску сферу као лук великог круга који пролази кроз источну и западну тачку, ако се средњи вертикални конац налази у меридијану. Слика 53 претставља небеску сферу посматрану из зенита. P је пол, Z зенит, A тачка на екватору, $SnAZPN$ меридијан. Дневни паралели звезда претстављени су круговима са средиштем у полу. Испрекидано су повучена три положаја великог круга дуж којих се пројектује покретни конац при његовом навођењу на звезду источно или западно од средњег конца, (који се по претпоставци налази у меридијану), у три случаја и то: 1) кад је звезда између екватора и зенита, 2) кад је звезда између зенита и пола и 3) кад је звезда близу доње кулминације. Претпоставимо једноставности ради да микрометарска читања расту када и зенитна отстојање. Тада треба имати на уму да ће у случају јужне звезде



Сл. 53.

микрометарско читање при њеном посматрању на бочном концу бити *мање* него при њеном посматрању на средњем концу, иако је зенитно отстојање звезде ван меридијана веће него у меридијану; код звезде (2) ово читање је веће од читања на средњем концу, код звезде (3) мање од читања на средњем концу. У сва три случаја покретни конац ближи је полу него при његову навођењу на звезду када је она на средњем концу. Разлика у случају јужне звезде је SS'' и аналога у друга два случаја. Да бисмо извели тражени образац приметимо да је $PS = PS'$. Из сферног троугла $PS'S''$, с правим углом код S'', имамо:

$$\cos PS' = \cos S'S'' \cos PS''$$

или

$$\cos PS' = (1 - 2 \sin^2 {}^1/_2\, S'S'') \cos PS''.$$

Одатле добијамо

$$\cos PS' - \cos PS'' = - 2 \sin^2 {}^1/_2\, S'S'' \cos PS''$$

или, како је $PS' = PS$,

$$\cos PS - \cos PS'' = - 2 \sin^2 {}^1/_2\, S'S'' \cos PS'',$$

Одакле је

$$2 \sin {}^1/_2 (PS - PS'') \sin {}^1/_2 (PS + PS'') = 2 \sin^2 {}^1/_2\, S'S'' \cos PS''.$$

Због тога што је величина $PS - PS'' = SS''$ мала може се са довољном тачношћу сматрати да је ${}^1/_2 (PS + PS'') = PS'' = PS = 90^0 - \delta$, где је δ деклинација звезде, а синуси малих лукова SS'' и $S'S''$ заменити самим луцима израженим у радијантима; тада је

$$SS'' = {}^1/_2 (S'S'')^2 \operatorname{tg} \delta.$$

Овде је $S'S''$ угловно отстојање онога места у пољу вида од средњег конца где је извршено навођење покретног конца на звезду. Ако SS'' и $S'S''$ изразимо у лучним секундама, образац ће добити облик

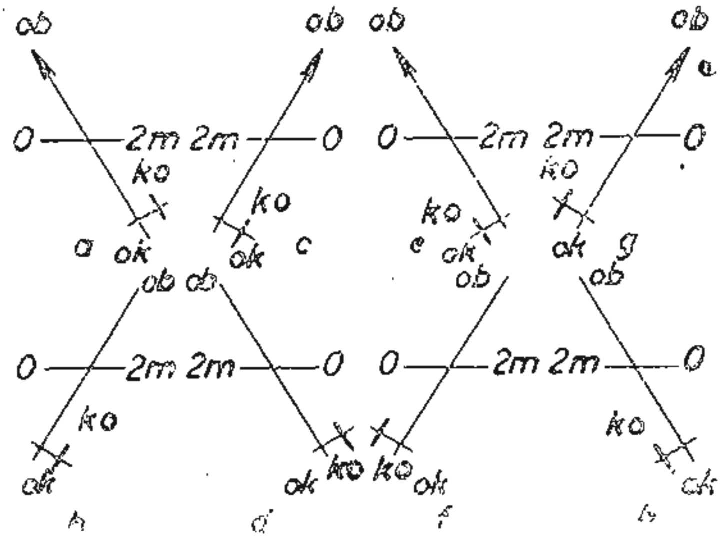
$$SS'' = \frac{1}{2 \cdot 206\,265} (S'S'')^2 \operatorname{tg} \delta.$$

Ако је SS'' изражено у лучним секундама, а $S'S''$ у временским, онда је

$$SS'' = \frac{15^2}{2 \cdot 206\,265} (S'S'')^2 \operatorname{tg} \delta.$$

Ова поправка може да се примени на два начина: или да се исправе сама микрометарска читања, но тада треба добро пазити да ли је знак + или —, што зависи од природе инструмента и услова посматрања, па затим да се из свих исправљених читања и читања на средњем концу узме средња вредност; или, што је простије и боље, да се узме средња вредност из непоправљених читања, па да се по-

M и ρ увек су позитивни, i може бити позитивно и негативно; све ове величине изражавају се у лучним минутама и секундама. Такав је образац у случају кад микрометарска читања расту с повећањем зенитног отстојања и кад се нула либелина налази на страни објектива. Могу наступити и други случајеви. Да бисмо их себи јасно претставили замислимо да гледамо у инструменат имајући непосредно пред собом либелу.



Сл. 54. — *Различити положаји објектива, окулара и либеле* (схематски) *ob*—објектив, *ok*—окулар, *ko*—котур микрометра, 0—*2m* и *2m*—0—либела у положајима: нула лево и нула десно

Ако је тада либелина нула лево, објектив на страни либелине нуле, тј. лево од алхидадне осовине инструмента и микрометров котур изнад осовине дурбина (сл. 54a), онда имамо баш посматрани случај. Замислимо сада да је дурбин пребачен преко зенита, онда је (сл. 54b) објектив супротно од либелине нуле, стога је при позитивном i зенитно отстојање мање него при $i = 0$, и микрометарска читања расту кад зенитна отстојања опадају; зато је

$$z = X - MR - i + \rho,$$
$$\varphi - {}^1/_2(\delta_s + \delta_n) = {}^1/_2(M_s - M_n)\,R + {}^1/_2(i_n - i_s) + {}^1/_2(\rho_s - \rho_n) + k.$$

Код датог инструмента друге комбинације не могу постојати, али код другог инструмента либелина нула под истим условима као и горе може бити с десне стране; ако је тада објектив на страни либелине нуле (сл. 54c), онда, као и увек у таквом случају позитивним вредностима и одговараіу већа зенитна отстојања но за $i = 0$, али се микрометарски котур налази испод осовине дурбина и стога микрометарска читања опадају кад зенитна отстојања расту, зато је

$$z = X - MR + i + \rho.$$

Ако и овај тип инструмента пребацимо преко зенита (сл. 54d), објектив ће се наћи супротно од либелине нуле, но котур ће бити изнад осовине цеви и стога ће бити

$$z = X + MR - i + \rho.$$

Треба обратити пажњу на то да се при *сваком* типу инструмента величине MR и i било алгебарски (јер i може бити и позитивно и негативно) сабирају (прва два случаја) или алгебарски одузимају (други тип инструмента).

Али микрометар и либела могу заузети и други положај према дурбину, и то ако је микрометар из положаја посматраних код горња два типа инструмента заокренут у равни мреже конаца управно на осовину окулара за 180°; тада сл. 54e одговара слици 54a. Ако је нула либеле лево и објектив на страни нуле, имаћемо

$$z = X - MR + i + \rho,$$

а после пребацивања дурбина кроз зенит (сл. 54f), имаћемо

$$z = X + MR - i + \rho.$$

Ако је либелина нула десно и објектив на страни либелине нуле (сл. 54g), онда је

$$z = X + MR + i + \rho,$$

а после пребацивања дурбина кроз зенит (сл. 54h)

$$z = X - MR - i + \rho.$$

Видимо да и код ових типова инструмената имамо такође два случаја: величини MR, која је по својој природи увек позитивна, величина i се или алгебарски додаје или алгебарски одузима, што зависи од типа инструмента, и добивени збир $MR + i$ или разлика $MR - i$ или се додају вредности X или се одузимају од X, према томе да ли микрометарска читања расту или опадају кад z расте.

Корисно је међутим додати да у пракси треба избегавати положај окуларног микрометра у коме је котур испод кутије микрометра, а ево зашто: у микрометарској кутији постоје једна или две опруге чија је сврха да одбијају оквир с покретним концем од котура ка другом крају завртња; при позитивном обртању завртња, којим, као што је познато, треба завршавати навођење конца на звезду да би се притом *опруга сабијала*, последња и помаже одбијање оквира од котура; ако се пак котур налази испод кутије, па према томе и испод опруге, онда на њу дејствује и тежина целог завртња с котуром и дугметом за његово обртање; како, већином, опруга није предвиђена за оволико оптерећење, она у овом положају неће бити у стању да одбија оквир од котура и обезбеди присан додир завртњева врха са ослонцем [1] Али нема ни потребе за ту промену на инструменту: посматрања по Талкотовој методи су по својој природи диференцијална и једнаким нагибом микрометарског завртња према хоризонту, како при посматрању јужне, тако и при посматрању северне звезде, потпуно се отклања могућност систематског отступања при мерењу разлика зенитних отстојања.

---

[1] Из истог разлога и код безличних микрометара на пасажним инструментима са преломљеним дурбином (в. § 151) микрометарски котур обавезно мора бити *изнад* окулара.

Као резултат овог разматрања можемо крајњи образац написати у овом облику:

$$\varphi = {}^1/_2 (\delta_s + \delta_n) \pm [{}^1/_2 (M_s R \pm i_s) - {}^1/_2 (M_n R \pm i_n)] + {}^1/_2 (\rho_s - \rho_n) + k,$$

при чему се знаци $\pm$ испред i_s и i_n односе на тип инструмента и код сваког инструмента у *оба* његова положаја (објектив на страни либелине нуле или обратно) *једнаки су*, а знаци $\pm$ испред средње заграде зависе од тога да ли микрометарска читања расту (знак +) или опадају (знак —) кад се зенитна отстојања повећавају.

117. Други начин за бележење посматрања. — Различите положаје окуларног микрометра и либеле према дурбину претресали смо овако подробно, да бисмо до танчина осветлили случајеве који се могу срести. Приметимо сада да се крајњем обрасцу може дати простији облик ако се не бележи код микрометарских читања M за какву се звезду она односе, јужну s или северну n, већ при коме су положају инструмента она добивена: дурбин источно од стуба M_e или дурбин западно од стуба M_w, а у случају преломљеног дурбина — окулар на истоку или окулар на западу (претпоставља се да је либела између окулара и коцке с призмом).

Стварно, у првом посматраном случају је $M_s = M_e$, $M_n = M_w$, а у другом случају $M_s = M_w$, $M_n = M_e$.

У оба случаја образац за φ је један исти:

$$2\varphi - (\delta_s + \delta_n) = A = (M_e + i_e) - (M_w + i_w) + \rho_s - \rho_n .$$

То је за један тип инструмента: нула либеле лево, котур микрометра десно.

У трећем случају је $M_s = M_w$, $M_n = M_e$; у четвртом случају $M_s = M_e$, $M_n = M_w$.

У оба случаја је

$$A = (M_e - i_e) - (M_w - i_w) + \rho_s - \rho_n .$$

То је за други тип инструмента: нула либеле десно, котур микрометра десно.

У петом случају је $M_s = M_e$, $M_n = M_w$; у шестом случају $M_s = M_w$, $M_n = M_e$.

У оба та случаја је

$$A = (M_w - i_w) - (M_e - i_e) + \rho_e - \rho_n .$$

То је за трећи тип инструмента: нула либеле лево, котур микрометра лево.

У седмом случају је $M_s = M_w$, $M_n = M_e$; у осмом случају $M_s = M_e$, $M_n = M_w$.

У оба случаја је

$$A = (M_w + i_w) - (M_e + i_e) + \rho_s - \rho_n .$$

То је за четврти тип инструмента: нула либеле десно, котур микрометра лево.

Према томе при оваквом обележавању микрометарских читања имамо за сваки тип инструмента *један* образац *без двоструког* знака за случајеве: 1) објектив на страни либелине нуле и 2) објектив на супротној страни. Отуда су рачуни простији, па према томе и сигурнији.

Прва два типа инструмента подесни су за лица која обрћу микрометарски завртањ десном руком, трећи и четврти тип за лица која се за ово користе левом руком.

118. Још неке примедбе уз посматрања и њихову обраду. — Сваке вечери посматра се неколико парова звезда. Бирајући их треба узети такве да код једних буде $z_s > z_n$, а код других напротив $z_n > z_s$. Тада ће код једних парова у образац за ширину φ улазити разлика ${}^1/_2\,(M_s - M_n)\,R$ која је позитивна, јер ће бити $M_s > M_n$, док ће код других парова та разлика ${}^1/_2\,(M_s - M_n)\,R$ бити негативна зато што ће бити $M_s < M_n$. Ако још сем тога збир свих ${}^1/_2\,(M_s - M_n)$ у целом низу посматрања буде близак нули, отступања вредности завртњева обрта мало ће утицати на средњи резултат. Биће, шта више, могуће да се ово отступање и одреди, а заједно с тим и тачнија вредност ширине. Доиста, нека је са усвојеном вредношћу завртњева обрта R_0 извршено израчунавање и из n посматраних парова добивене вредности ширине $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots \varphi_n$. Нека поправка вредности R_0 буде ΔR, а поправљена вредност ширине φ_0. Тада нам сваки пар даје једначину:

$$\varphi_i + {}^1/_2\,(M_s - M_n)_i\,\Delta R = \varphi_0,$$

где индекс i означава да се вредности φ и $M_s - M_n$ односе на i-ти пар. Ставимо

$$\varphi_0 = \frac{\Sigma\varphi_i}{n} + \Delta\varphi = \varphi_m + \Delta\varphi,$$

где је φ_m аритметичка средина свих вредности φ од φ_1 до φ_n. Тада ће последња једначина постати

$${}^1/_2\,(M_s - M_n)\,\Delta R - \Delta\varphi = \varphi_m - \varphi_i\,.$$

Оваквих једначина имаћемо укупно n и из њих ћемо по методи најмањих квадрата израчунати највероватније вредности ΔR и $\Delta\varphi$.

Поправка ΔR биће утолико сигурнија уколико се коефицијенти уз ΔR буду више разликовали један од другога. Значи да међу њима треба да буде и позитивних и негативних. $\Delta\varphi$ биће утолико сигурније уколико збир свих ${}^1/_2\,(M_s - M_n)$ буде ближи нули. Доиста, када су ови услови испуњени, биће у једној од нормалних једначина коефицијенат уз ΔR близак нули, а у другој коефицијенат уз $\Delta\varphi$, док други коефицијенти неће бити сувише мали. Коефицијенат уз $\Delta\varphi$ биће једнак n, а коефицијенат уз ΔR биће једнак $\Sigma\,{}^1/_4\,(M_s - M_n)^2$. Кад се посматрања своде непосредно по обрасцу потребно је, кад се микрометарска читања ослободе завртњевих отступања, да се засебно израчуна MR у лучним секундама (најзгодније логаритамски), i_s и i_n из производа $[{}^1/_2\,(a + b) - m]\alpha''$ (најзгодније логаритмаром или помоћу таблице за множење) и ${}^1/_2\,(\rho_s - \rho_n)$, за шта постоје подесне таблице.

Али се свођење посматрања може извршити простије и рационалније. Пре свега место да се претвара ${}^1/_2\,(a + b) - m$ у лучне секунде множењем са α'', треба ту величину претворити у делове завртњева обрта множењем са α''/R' (логаритмар) и алгебарски додати на M или одузети од M, (види горе) према томе ког је типа инструменат; на тај се начин добијају бројеви

$$M_s \pm [{}^1/_2\,(a + b) - m]\,\alpha''/R'' \quad \text{и} \quad M_n \pm [{}^1/_2\,(a + b) - m]\,\alpha''/R''$$

које је најрационалније израчунавати још у самој посматрачкој бележници. Затим се образује разлика

$$\{M_s \pm [{}^1/_2\,(a + b) - m]\alpha''/R''\} - \{M_n \pm [{}^1/_2\,(a + b) - m]\,\alpha''/R''\}\,.$$

Ову величину треба логаритамски помножити са R'', но с тим множењем треба спојити и израчунавање рефракције, које се заснива на овом расуђивању. Рефракција увек смањује прâву (стварну) разлику зенитних отстојања. Ако је ова разлика мала, њена је промена са великом тачношћу пропорционална тој разлици; значи, да бисмо израчунали утицај рефракције, довољно је посматрану разлику привидних зенитних отстојања која носе утицај рефракције помножити извесним бројем који није много већи од јединице и чија величина зависи од величине аритметичке средине зенитних отстојања северне и јужне звезде. Овај број је $1 + \frac{d\rho}{dz}$, где је $\frac{d\rho}{dz}$ промена рефракције у лучним секундама при промени z за 1 секунду (или у лучним минутама, при промени z за 1 лучну минуту).

Аритметичка средина зенитних отстојања звезда у пару је, као што је лако видети, $^1/_2\,(\delta_n - \delta_s)$ и ниже је дата таблица величина lg $(1 + d\rho/dz)$ по аргументу $^1/_2\,(\delta_n - \delta_s) = z_m$. На тај начин обрада посматрања своди се на сабирање логаритама: логаритма већ израчунате разлике микрометарских читања поправљених либелом + lg R'' + + lg $(1 + d\rho/dz)$; њихов збир даје логаритам броја лучних секунада који треба додати на $^1/_2\,(\delta_n + \delta_s)$ или одузети од њега, да би се, кад додамо још поправку k [§ 115], добило φ. Таблица одговара такозваној средњој рефракцији, тј. рефракцији на барометарском притиску 751,5 *mm* и температури + 9°,3 C.

Таблица за израчунавање рефракције

$^1/_2(\delta_n - \delta_s)$	$\lg\left(1 + \frac{d\rho}{dz}\right)$	$^1/_2(\delta_n - \delta_s)$	$\lg\left(1 + \frac{d\rho}{dz}\right)$	$^1/_2(\delta_n - \delta_s)$	$\lg\left(1 + \frac{d\rho}{dz}\right)$
0°	0,00012	20°	0,00014	40°	0,00021
1	12	21	14	41	21
2	12	22	14	42	22
3	12	23	14	43	23
4	12	24	14	44	23
5	0,00012	25	0,00015	45	0,00024
6	12	26	15	46	25
7	12	27	15	47	26
8	12	28	16	48	27
9	12	29	16	49	28
10	0,00012	30	0,00016	50	0,00029
11	12	31	16	51	31
12	13	32	17	52	32
13	13	33	17	53	33
14	13	34	18	54	35
15	0,00013	35	0,00018	55	0,00037
16	13	36	18	56	39
17	13	37	19	57	41
18	13	38	20	58	43
19	13	39	20	59	46
20	0,00014	40	0,00021	60	0,00048

Пример за одређивање ширине Талкотовом методом.

Место посматрања: тачка Разјездна, Азовско црноморска област. Датум 1936 г. јун 30. Посматрач *М. С. Зверјев.*

Инструменат: петсекундни универзални инструменат завода Аеро геоприбор са две Талкотове либеле; њихови полуделови су: за леву 0'',78 (њена подела иде од 0—30), за десну 0'',88 (подела иде од 60—90); вредност микрометарског полуобрта 67'',781. Инструменат је употребљаван у положају у коме су микрометарска читања расла са зенитним отстојањем, а објектив био на страни либелине нуле. Зато је образац за обраду посматрања био:

$$\varphi = {}^1/_2\,(\delta_s + \delta_n) + {}^1/_2\,(M_s + M_n)\,R'' + {}^1/_2\,(i_s - i_n) + {}^1/_2\,(\rho_s - \rho_n) + k.$$

Навођења конца вршена су на пет места у видном пољу, на овим отстојањима од средњег конца: 296'', 150'', 0'', 150'', 296''; зато је добијена за ослобађање посматрања од кривине паралела величина

$$k = \frac{1}{4 \cdot 206\,265}\;\frac{1}{5}\;[2 \cdot 296^2 + 2 \cdot 150^2]\;(\mathrm{tg}\,\delta_s + \mathrm{tg}\,\delta_n) = 0{,}054\;(\mathrm{tg}\,\delta_s \pm \mathrm{tg}\,\delta_n).$$

Посматран је пар № 1317—1328 из „Програма Талкотових парова" који је издао Астрономски институт у Лењинграду; северна звезда μ Draconis, јужна 69e Herculis.

Посматрања:

Северна звезда			Јужна звезда		
Либела	Конац	Микрометар	Либела	Конац	Микрометар
5,7—25,9	1	11,623	4,0 - 24,0	1	9,960
35,8—55,1	2	,612	34,1—53,9	2	,955
	3	,615		3	,966
5,7 - 25,9	4	,625	4,0 - 24 0	4	,970
35,8—55,1	5	,619	34,1—53,9	5	,972

Обрада:

Из астрономског годишњака и каталога узети положаји звезда су:

μ Dra $\alpha = 17^h\,04^m,\,1;\quad \delta_n = 54^0 33' 17'',75,\;(\mathrm{tg}\,\delta_n = 1{,}40),\; z = 8^0 36'$

69e Her $\alpha = 17^h\,15^m,\,5;\quad \delta_s = 37^0 21' 28'',40,\;(\mathrm{tg}\,\delta_s = 0{,}76).$

Збир читања либела $(a + b)$ и разлика $(i_s - i_n)$ у лучним секундама:

За северну звезду 31,6—90,9; 31,6—90,9; средња вредност 31,6—90,9.

За јужну звезду 28,0—88,0; 28,0—88,0; средња вредност 28,0—88,0.

Разлика $i_s - i_n = -\,3{,}60,\; -\,2{,}90$ или $-\,2'',81,\; -\,2'',55;\; {}^1/_2\,(i_s - i_n) = -\,1'',35.$

Средње вредности микрометарских читања: $M_s = 9{,}9646,\quad M_n = 11.6188.$

$${}^1/_2\,(M_s - M_n)\,R'' = -\,1{,}6542 \times 67'',781 = -\,112'',12.$$

$$\begin{aligned}
{}^1/_2\,(\delta_s - \delta_n) &= 45^0\,57'23'',08\\
{}^1/_2\,(M_s - M_n) &= -\;01'52'',12\\
{}^1/_2\,(i_s - i_n) &= -\qquad 1'',34\\
\text{Поправка за кривину паралела} + 0{,}054\,(0{,}76 + 1{,}40) &= +\qquad 0'',12\\
\text{Рефракција}^{1)} &= -\qquad 0'',04\\
\hline
\text{Ширина} &= 45^0\,55'29'',70
\end{aligned}$$

119. Одређивање угловне вредности обрта за завртањ на окуларном микрометру. — Врши се посматрањем звезда које се налазе недалеко од пола у тренутку (пре и после) њихове највеће дигресије, тј. у тренутку кад су по азимуту најудаљеније од меридијана, јер се у томе тренутку оне крећу веома приближно по вертикалу. Из познатих координата α и δ звезде изабране за ту сврху и ширине места посматрања φ израчунава се звездано време највеће дигресије и азимут звезде у том тренутку; са познатом поправком хронометра u може се израчунати и показивање хронометра T у том тренутку. Мало раније дурбин се постави у азимут највеће дигресије звезде и када звезда уђе у поље вида покретни се конац узастопно поставља на чи-

---

[1] Из таблица „Таблицы для астрономических вычислений", Госкартогеодезија 1932 г.

тања: 0,0; 1,0; 2,0 итд. или и чешће, на пример на свако пола обрта, и са хронометра се бележе тренуци кад звезда пролази кроз ове положаје конца. При сваком пролазу или само при једном прочита се либела. Такво се посматрање изврши на свима обртима микрометра. Да би се извела вредност R једног микрометарског обрта у лучним секундама потребно је за сваки прочитани тренутак T, водећи рачуна и о стању либеле, израчунати разлику зенитних отстојања звезде у том тренутку и у тренутку највеће дигресије T_0 по хронометру. Пре свега разлика $T_{\text{посм.}} - T_0$ поправи се за ход хронометра, који мора бити познат; нека је поправљена разлика $T - T_0$. Кад би читање либеле $[{}^1/_2\,(a + b) - m]$ увек било једнако нули, разлика зенитних отстојања звезде z у тренутку T и z_0 у тренутку T_0 при западној дигресији одређивала би се по обрасцу

$$z - z_0 = 206\,264'',8 \cos\delta \sin(T - T_0),$$

или, ако развијемо $\sin(T - T_0)$ у ред:

$$\sin(T - T_0) = T - T_0 - {}^1/_6\,(T - T_0)^3 + \ldots,$$

по обрасцу

$$z - z_0 = 206\,264'',8 \cos\delta\,[(T - T_0) - {}^1/_6\,(T - T_0)^3],$$

где је $(T - T_0)$ изражено у радијантима, или по обрасцу

$$z - z_0 = 15\cos\delta\left[(T - T_0) - \frac{15^2}{6\cdot 206\,265^2}\,(T - T_0)^3\right],$$

где је $(T - T_0)$ изражено у временским секундама.

Но како либелин мехур не стоји увек на средини поделе m, то при сваком пролазу постоји нагиб $i = [{}^1/_2\,(a + b) - m]\,\alpha''$ који треба алгебарски додати разлици $z - z_0$ израчунатој по горњем обрасцу или одузети од ње.

Ако је либелина нула на северној страни, онда се при позитивном i тренутак T при западној дигресији добија већи него у случају кад је $i = 0$. Стога посматране тренутке T треба смањити, па ће због тога и z и $z - z_0$ постати мањи него када је $i = 0$; зато ће образац у коме се води рачуна и о нагибу i постати:

$$z - z_0 = 15\cos\delta\left[(T - T_0) - \frac{15^2}{6\cdot 206\,265^2}\,(T - T_0)^3\right] - \left(\frac{a + b}{2} - m\right)\alpha''.$$

Ако је либелина нула на јужној страни, место $-\,i$ треба узети $+\,i$.

А у случају источне елонгације полазни образац има облик

$$z_0 - z = 15\cos\delta\left[(T - T_0) - \frac{15^2}{6\cdot 206\,265^2}\,(T - T_0)^3\right].$$

У том случају, ако је либелина нула на северној страни, при $i > 0$ за тренутке T добијамо мање вредности него када је $i = 0$, па се због тога и разлика $z_0 - z$ добија алгебарски мања него када је $i = 0$ и њој треба додати i. Зато се за тај случај добија образац

$$z_0 - z = 15 \cos \delta \left[(T - T_0) - \frac{15^2}{6 \cdot 206\,265^2} (\ - T_0)^3 \right] + \left(\frac{a + b}{2} - m \right) \alpha''.$$

Ако је либелина нула на јужној страни место $+ i$ треба узети $- i$.

Ако је n макоје микрометарско читање (у целим његовим обртима, на пример 20,000), које се узима за средње, и ако је k макоје читање на коме је као и на n извршено посматрање, за свако k имаћемо при западној дигресији (а слично и при источној) једначину типа:

$$(k - n) R'' = (z_k - z_0) - (z_n - z_0),$$

где су разлике $(z_k - z_0)$ и $(z_n - z_0)$ израчунате по горе изведеним обрасцима, или у коначном облику једначину типа

$$(k - n) R'' = 15 \cos \delta \left\{ (T_k - T_0) - (T_n - T_0) - \right.$$
$$\left. - \frac{15^2}{6 \cdot 206\,265^2} \left[(T_k - T_0)^3 - (T_n - T_0)^3 \right] \right\} - i_k + i_n .$$

Одатле се види да из чланова $(T_k - T_0) - (T_n - T_0)$ величина T_0 испада и према томе није потребно тачно познавати T_0, јер се оно јавља само у разлици других чланова у заградама датих образаца. Из низа једначина типа:

$$(k - n) R'' = (z_k - z_0) - (z_n - z_0),$$

где k узима вредности: $n - 1$, $n - 2$, $n - 3$, . . . , и $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$, . . . може се тада добити вредност једног микрометарског обрта R'' у лучним секундама.

Али потребно је још повести рачуна и о утицају рефракције. Претходни рачун даје праву разлику $z - z_0$, а ми посматрамо привидну разлику $\zeta - \zeta_0$ измењену рефракцијом, која је увек мања од $z - z_0$; зато добивену величину R'' треба смањити, поделивши је са $1 + d\rho/dz$ (види више).

Ако се кутија микрометра може окренути за 90°, тако да хоризонтални конац постане вертикалан, онда се за одређивање R'' може дурбин довести у меридијан и могу се посматрати тренуци пролаза звезде која се налази недалеко од пола (с деклинацијом од 80—87°) иза узастопних положаја покретног конца који одговарају микрометарским читањима сваког целог обрта или одређеног дела обрта, као и у случају посматрања звезде у највећој дигресији. Угловно отстојање F такве звезде од меридијана одређује се по обрасцу:

$$\sin F = \sin t \cos \delta,$$

где је t часовни угао, тј. $t = T + \Delta T - \alpha$, или, због тога што је F мало, са довољном тачношћу обрасцем

$$F'' = \frac{\sin t \cos \delta}{\text{arc } 1''} = 206\,265'' \sin t \cos \delta,$$

где F'' претставља број лучних секунада у луку F.

И у том случају добија се низ вредности F'', које одговарају низу микрометарских читања, из којих се опет може израчунати R''.

Потребно је имати у виду да и у овом случају утиче рефракција, и то на овај начин: ако имамо два положаја звезде близу меридијана или уопште две блиске тачке небеске сфере на једнаком зенитном отстојању, ми их услед рефракције видимо на зенитном отстојању $z - \rho = z - a \operatorname{tg} z$; а разлику њихових азимута ΔA рефракција не мења. Зато је њихово међусобно угловно растојање без утицаја рефракције, ако је угао ΔA мали, $d = \Delta A \sin z$, а привидно и према томе мерено микрометром $d' = \Delta A \sin (z - a \operatorname{tg} y) = \Delta A (\sin z - a \operatorname{tg} z \cos z) = = \Delta A (\sin z - a \sin z) = \Delta A \sin z (1 - a)$, тј. оно је увек мање од стварнога у односу $1 - a$ према 1 и не зависи од z; a је константа рефракције у радијантима, која за средњу рефракцију износи $a = 57'',4/206\ 265'' = {}^1/_{3600}$. Зато величина R'', нађена на горњи начин, треба да се смањи за ${}^1/_{8600}$ свој део.

Овај начин одређивања R'' је лошији од првог, у дигресијама, јер се непостојаност инструмента при посматрању у највећој дигресији проверава либелом, а при посматрању у меридијану она се ничим не проверава. Стога треба очекивати, а и пракса то потврђује, да посматрања у меридијану дају мање тачну вредност R'' него посматрања у дигресијама.

ГЛАВА ДВАНАЕСТА

ПЈЕВЦОВЉЕВА МЕТОДА ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ШИРИНЕ МЕСТА

120. Основи Пјевцовљеве методе. — У Талкотовој методи за одређивање ширине места неопходан је окуларни микрометар, па се природно намеће питање да ли се може избећи његова употреба и ширина изводити којим другим путем из посматрања јужне и северне звезде на једнаким зенитним отстојањима, разуме се не само у меридијану. Ако узмемо полазну једначину Цингерове методе у њеном општем облику

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta_1 + \cos\varphi \cos\delta_1 \cos(T_1 + u_1 - \alpha_1) =$$
$$= \sin\varphi \sin\delta_2 + \cos\varphi \cos\delta_2 \cos(T_2 + u_2 - \alpha_2),$$

то ако су у њој координате звезда (α_1, δ_1), (α_2, δ_2) познате из звезданих каталога, u_1 и u_2 из ранијих или каснијих посматрања, а T_1 и T_2 одређени самим посматрањима, у једначини остаје само једна непозната — ширина φ, тако да после свођења добијамо:

$$\sin\varphi (\sin\delta_2 - \sin\delta_1) = \cos\varphi [\cos\delta_1 \cos(T_1 + u_1 - \alpha_1) -$$
$$- \cos\delta_2 \cos(T_2 + u_2 - \alpha_2)],$$

одакле налазимо

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\cos\delta_1 \cos(T_1 + u_1 - \alpha_1) - \cos\delta_2 \cos(T_2 + u_2 - \alpha_2).}{\sin\delta_2 - \sin\delta_1} \qquad (27)$$

То значи ширину места можемо израчунати, ако одредимо на исти начин као у Цингеровој методи са хронометра тренутке T_1 и T_2 када су две звезде, једна за другом, прошле кроз једно исто зенитно отстојање, које не мора бити тачно познато. Али се сада појављује питање који су парови звезда за посматрање нарочито подесни, тј. код којих парова звезда отступање на стању хронометра најмање утиче на резултат.

121. Најповољнији услови посматрања. — Претпоставимо да φ израчунавамо по изведеном обрасцу из α_1, δ_1, α_2 и δ_2 које ћемо сматрати потпуно тачним и из T_1, T_2, u_1 и u_2 на којима можемо очекивати отступања. Претпоставимо сад, као што то уствари и јесте, да су тренуци T_1 и T_2 толико блиски да за обадва можемо усвојити једно исто стање хронометра u_1 или пак да поуздано знамо ход хронометра и, према томе, знамо разлику $u_2 - u_1$ и можемо извести u_2 из u_1.

Нека величине T_1, T_2 и u_1 нису тачне, а нека су тачне величине $T_1 + dT_1$, $T_2 + dT_2$ и $u_1 + du_1$. Значи *с тим* величинама треба израчунати *тачну* вредност ширине φ и нека је она $\varphi + d\varphi$. Тада можемо написати

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\varphi + d\varphi) = {} & \frac{\cos\delta_1 \cos(T_1 + dT_1 + u_1 + du_1 - \alpha_1)}{\sin\delta_2 - \sin\delta_1} - \\ & - \frac{\cos\delta_2 \cos(T_2 + dT_2 + u_2 + du_2 - \alpha_2)}{\sin\delta_2 - \sin\delta_1} . \end{aligned} \tag{28}$$

Одузимајући једначину (27) од једначине (28) или, што је исто, диференцијалећи прву од њих, добићемо

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} = {} & - \frac{\cos\delta_1 \sin(T_1 + u_1 - \alpha_1)(dT_1 + du_1)}{\sin\delta_2 - \sin\delta_1} + \\ & + \frac{\cos\delta_2 \sin(T_2 + u_2 - \alpha_2)(dT_2 + du_2)}{\sin\delta_2 - \sin\delta_1} . \end{aligned}$$

Али из троугла пол — зенит — звезда имамо

$$\cos\delta \sin t = \sin z \sin A,$$
$$\sin\delta = \cos z \sin\varphi + \sin z \cos\varphi \cos(180^0 - A),$$

где се азимут A рачуна, слично часовном углу, од јужне тачке преко запада, севера и истока до 360^0.

Како је $T_1 + u_1 - \alpha_1 = t$, $T_2 + u_2 - \alpha_2 = t_2$ и $\sin z_1 = \sin z_2 = \sin z$, то је

$$\frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} = \frac{-\sin z \sin A_1 (dT_1 + du_1) + \sin z \sin A_2 (dT_2 + du_2)}{\sin z \cos\varphi(-\cos A_2 + \cos A_1)} .$$

Ставимо ли $u_2 = u_1$, одатле добијамо

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{\cos\varphi} & = \frac{\sin A_2 - \sin A_1}{\cos A_1 - \cos A_2} du_1 - \frac{\sin A_1}{\cos A_1 - \cos A_2} dT_1 + \frac{\sin A_2}{\cos A_1 - \cos A_2} dT_2 = \\ & = \operatorname{ctg} {}^1/_2 (A_1 + A_2)\, du_1 - \frac{\sin A_1}{\cos A_1 - \cos A_2} dT_1 + \frac{\sin A_2}{\cos A_1 - \cos A_2} dT_2 . \end{aligned}$$

Да би $d\varphi$ што је могуће мање зависило од du_1, треба да је коефицијенат уз du_1 што мањи, најбоље нула. Али ако је $\operatorname{ctg} {}^1/_2 (A_1 + A_2) = 0$, онда је ${}^1/_2 (A_1 + A_3)$ равно 90^0 или 270^0, тј. $(A_1 + A_2)$ равно или 180^0 или 540^0.

Према томе азимути A_1 и A_2 рачунати од јужне тачке, или треба да се допуњују до 180^0, тј. обе звезде треба да се налазе на западној половини неба, једна на југу, друга на северу, и азимут друге A_n треба да буде једнак $180^0 - A_S$, или, пак, азимути треба да се допуњују до 540^0, тј. до $360^0 + 180^0$. Ово значи да сваки азимут треба да буде већи од 180^0, па величине $A_1 - 180^0$, и $A_2 - 180^0$, или азимути рачунати од северне тачке, треба да се допуњују до 180^0, тј. обе звезде треба да се налазе на источној половини неба, једна на северу, друга на југу, и то као и у првом случају, азимут јужне звезде рачунат од јужне тачке по апсолутној величини треба да буде једнак азимуту северне звезде рачунатом од северне тачке.

Ретко се могу изабрати звезде у пару тако да потпуно задовољавају овај услов, али у сваком случају он се мора задовољити приближно. Ако тада заменимо индексе 1 и 2 респективно индексима s и n (или обрнуто) добићемо из претходних образаца наредне:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\cos \delta_s \cos (T_s + u - \alpha_s) - \cos \delta_n \cos (T_n + u - \alpha_n)}{\sin \delta_n - \sin \delta_s},$$

$$\frac{d\varphi}{\cos \varphi} = \operatorname{ctg} \frac{1}{2} (A_s + A_n)\, du -$$

$$- \frac{\sin A_s}{\cos A_s - \cos A_n}\, dT_s + \frac{\sin A_n}{\cos A_s - \cos A_n}\, dT_n .$$

Приближно је (а у идеалном случају тачно) $\cos A_n = - \cos A_s$, $\sin A_n = \sin A_s$ и $\operatorname{tg} A_n = - \operatorname{tg} A_s$ (како за источне, тако и за западне парове) и зато је

$$\frac{d\varphi}{\cos \varphi} = \operatorname{ctg} \frac{1}{2} (A_s + A_n)\, du - \frac{1}{2} \operatorname{tg} A_s\, dT_s + \frac{1}{2} \operatorname{tg} A_s\, dTn =$$

$$= \operatorname{ctg} \frac{1}{2} (A_s + A_n)\, du - \frac{1}{2} (dT_s - dT_n) \operatorname{tg} A_s =$$

$$= \operatorname{ctg} \frac{1}{2} (A_s + A_n)\, du - \frac{1}{2} (dT_n - dT_s) \operatorname{tg} A_n .$$

Одатле излази да $\operatorname{tg} A_s$, па према томе и $\operatorname{tg} A_n$, треба да су по апсолутној вредности што мањи, да би $d\varphi$ што мање зависило од отступања на T_s и T_n, а ово значи да посматране звезде треба да се налазе што је могуће ближе јужном и северном делу меридијана.

Али ово није подесно с практичног гледишта: прво, избор звезда које задовољавају овај услов крајње је ограничен, јер једнакост њихових зенитних отстојања значи да деклинације звезда морају врло приближно да задовољавају услов $^1/_2\, (\delta_s + \delta_n) = \varphi$, а такве је звезде тешко наћи; друго, да би се извршила посматрања овом методом мора се примењивати, ако нећемо да прибегнемо окуларном микрометру, исти начин као код Цингерове методе, тј. посматрање пролаза сваке звезде иза неколико хоризонталних конаца инструмента, а ако су звезде близу меридијана, онда је њихово кретање по висини крајње споро и за посматрање неколико пролаза требало би много времена. а то није економично. Зато се у пракси мора прибећи компромису и морају се бирати оштри углови за азимуте звезда (и од југа и од севера) између 6^0—15^0 и 30^0—40^0. Отступања dT_s и dT_n на тренуцима T_s и T_n улазе у φ само једним својим делом сразмерно $\operatorname{tg} A$ (при 6^0 -- 0,1, при 20^0 — 0,3), и то с различитим знацима, јер ако су једнаки њихов се утицај узајамно потире. Зато, на пример. ако је лично отступање посматрача у одређивању тренутака T_s и T_n у оба случаја једнако, оно не утиче на одређивање ширине.

Сличном методом одређивали су ширину руски астрономи и геодете 80-тих година 19 века, али се ова метода нарочито распространила, кад је геодет *М. В.* Пјевцов разрадио појединости методе, извео најповољније услове посматрања и објавио их 1887 г. . Отада се ова метода назива Пјевцовљева метода. Разни писци указивали су на начине подесног избора звезда за ову методу, а 1912 г. геодет *И.* Сјеливјерстов издао је подробне таблице, помоћу којих се избор парова звезда за разне ширине од 40°—60° обавља с малим утрошком труда и времена.

Парови су изабрани тако да приближно задовољавају горе изведене услове за азимуте, а осим тога посматрање друге звезде у пару следује брзо, неколико минута после посматрања прве, тако да посматрање једног пара захтева свега неколико минута.

Избор звезда за Пјевцовљеве парове које испуњују потребне услове ($Z_s = Z_n$ и $A_s + A_n = 180$ или $540°$) знатно је сложенији и тежи, него за Цингерове парове. Зато се овим питањем нећемо бавити. Онима који се њиме интересују препоручујемо ове радове:

1. *Ф. Витрам*, О приискании звездных пар для определения широты по соответствующим высотам. (Записки военно-топографического отделения Главного штаба, ч. V, 1898).

2. *A. Orlow*, Graphische Methode zur Auswahl der Sternpaare für die Breitenbestimmung nach der Methode gleicher Zenitdistanzen. Publikationen der Universitäts-Sternwarte zu Dorpat, Bd. XXI, 1909.

3. *M. Kamiensky*, Determination of Latitude by the Method of Equal Altitudes of Different Stars (Piewzow's Method). Publications of the Astronomical Observatory of the Warsaw University, V. 3, Part I, II, 1927.

122. Инструменат и начини посматрања исти су као и у Цингеровој методи (§ 109). За Пјевцовљеву методу добро је имати густе хоризонталне конце, да се при спором кретању звезда по висини на малим азимутима не би губило много времена на размацима између пролаза звезда иза суседних конаца. Потребно је читати либеле пре и после пролаза.

123. Обрада посматрања. — Као и у Цингеровој методи, услед неизбежне нетачности у нивелисању алхидадне осовине инструмента, северне и јужне звезде не посматрају се на једнаким зенитним отстојањима, ако се дурбин са причвршћеном за њ либелом намерно не поставља тако да се средина мехура тачно поклапа са средином либелине скале (или с којим другим, али увек истим подеоком при посматрању сваке звезде у пару тешко је и зато се радије не поставља либелин мехур на једно исто место, већ се одређује његов положај читањем његових крајева *a* и *b*. Нека *i* претставља исту величину коју и у Цингеровој методи (§ 110). Ако у том случају поновимо иста извођења као и у § 110, доћи ћемо до закључка да тренутак T_s треба поправити за величину $-i''_s/15 \cos\varphi \cdot \sin A_s$ (за југозападну звезду биће знак минус зато што се звезда у току времена спушта, а $\sin A_s > 0$; за југоисточну звезду знак минус биће зато што се звезда у току времена пење, али је $\sin A_n < 0$), а тренутак T_n за величину $-i''_n/15 \cos\varphi \sin A_n$ (из истог разлога као и у случају јужне звезде, и то у обема кулминацијама). Посматраним тренуцима T_s и T_n треба додати ове поправке и затим поправљене тренутке унети у образац за израчунавање ширине φ. Међутим је у пракси згодније израчунавати φ из неисправљених тренутака посматрања, а поправку применити на већ израчунату вредност φ на основи горе добивеног израза који показује како поправка $d\varphi$ зависи од поправака dT_s и dT_n. Ми смо наиме добили раније

$$\frac{d\varphi}{\cos\varphi} = -\frac{1}{2}(dT_s - dT_n)\operatorname{tg} A_s$$

и, уносећи место dT_s и dT_n њихове поправке из читања либеле, добићемо

$$\frac{d\varphi}{\cos\varphi} = -\frac{1}{2}\left(\frac{-i''_s}{\cos\varphi\sin A_s} + \frac{i''_n}{\cos\varphi\sin A_n}\right)\operatorname{tg} A_s.$$

Одатле, множењем са $\cos\varphi$ и узимајући у обзир да је $\sin A_s = \sin A_n$, добијамо

$$d\varphi = +\frac{i''_s - i''_n}{2\cos A_s},$$

где су вредности i'' изражене у лучним секундама. Напоменимо да је $\cos A_s$ позитивно како за југозападну тако и за југоисточну звезду.

Што се тиче израза за величину i'' у зависности од прочитаних крајева либелина мехура a и b, остају на снази она правила која смо изложили у Цингеровој методи (§ 110): ако се објектив налази на страни либелине нуле, онда је

$$i'' = [{}^1/_2(a+b) - m]\,\alpha'';$$

ако је објектив на супротној страни, онда је

$$i'' = [m - {}^1/_2(a+b)]\,\alpha''.$$

Посматрања пролаза јужне и северне звезде на сваком хоризонталном концу дају независне вредности за φ. При свођењу се најпре из астрономског годишњака узимају интерполоване величине $\alpha_n, \delta_n, \alpha_s, \delta_s$ а из посматрања се добијају часовни углови $t = \Gamma + u - \alpha$ за сваки конац. Затим се израчунају величине

$$S = \frac{\cos\delta_s}{\sin\delta_n - \sin\delta_s} \quad \text{и} \quad N = \frac{\cos\delta_n}{\sin\delta_n - \sin\delta_n},$$

сталне за сваки пар звезда. Онда се из посматрања на сваком концу налази

$$\operatorname{tg}\varphi = S\cos t_s - N\cos t_n$$

и применом логаритама разлика или збирова добијамо φ.

Да бисмо φ поправили из читања либеле, образоваћемо разлику

$$(i_s - i_n)'' = [{}^1/_2(a+b)_s - {}^1/_2(a+b)_n]\,\alpha'',$$

ако је објектив на страни либелине нуле, или разлику

$$(i_s - i_n)'' = [{}^1\!/_2\,(a + b)_n - {}^1\!/_2\,(a + b)_s\,]\,\alpha'',$$

ако је објектив на супротној страни, затим ћемо, као што је горе показано, израчунати

$$d\varphi'' = + (i''_s - i_n)\,/2 \cos A_s\,.$$

Иако су биле предложене измене основног обрасца, које су му давале облик подесан за обично логаритмисање, ипак се радије прибегава непосредном израчунавању по овом обрасцу, али разуме се с применом логаритама збирова и разлика. Крајњи резултат добија се као средња вредност ширина изведених на овај начин из посматрања на сваком концу.

Обично се примењују логаритми са шест децимала. У данашње време, кад освајају све више машине за рачунање и, у вези с тим, издања таблица природних вредности тригонометриских функција, згодније је израчунавати φ из основног обрасца помоћу добре машине него ма каквим логаритмима.

Како за ово израчунавање треба доста времена, то се већ одавно тражио поступак којим би се крајњи резултат добио брже, а да се не израчунава по основном обрасцу ширина из посматрања на сваком концу. Такве методе предложили су професори А. Ј. Орлов[1], Б. В. Каврајски[2], Н. А. Урмајев. Ови стварно знатно скраћују израчунавање, но како се из њих не добијају вредности ширине за сваки конац, то је немогуће открити ма какву грешку на тренуцима посматрања и оценити тачност резултата по слагању вредности добивених за ширину из посматрања на појединим концима. Недавно је објавио М. С. Молоденски[3] методу која нема овог недостатка, јер се њоме, поред израчунавања ширине логаритмима са шест или седам децимала, добијају простим допунским рачуном са три децимале њене вредности из посматрања на сваком концу.

Пример за одређивање ширине Пјевцовљевом методом

Место посматрања: Астрономска опсерваторија Московског универзитета. Датум: 1931 мај 19. Посматрач *М. С. Зверјев.*

Инструменат: Кернов универзални инструменат № 19 116 с Талкотовом либелом, вредност либелина дела 3'',21. Објектив на страни либелине нуле. Хронометар Nardin 311. Стање хронометра + $10^m 58^s$. Посматран је пар звезда: ξ Coronae Borealis на југу, υ Draconis на северу. Из помоћних таблица Сјеливјерстова је $z = 27^0 46'$; $A_s = 325^0,2$.

За свођење интерполоване су из „Астрономическог ежегодника" ове координате (Ајхелбергеров систем):

ξ Coronae Borealis $\alpha_s = 16^h 19^m 26^s,74$; $\delta_s = + 31^0 02'48'',97$;
υ Draconis $\alpha_n = 18^h 55^m 17^s,20$; $\delta_n = + 71^0 11'57'',50$.

У колонама T_s, i_s, T_n и i_n дати су подаци посматрања, при чему је на посматрани тренутак са хронометра већ примењено његово стање; зато су T_s и T_n тренуци посма-

---

[1] Известия Русского астрономического общества, **14**, 301-303, 1909.

[2] Известия Русского астрономического общества, 26, 13-16, 1926.

[3] Астрономический журнал, 8, № 3-4, 1931.

трања у звезданом времену; i_s и i_n су положаји средине либелина мехура, тј. $\frac{1}{2}(a+b)$. Из таблица ћемо узети $\cos A_s = 0{,}82$, стога је коефицијенат за поправку ширине која долази од либеле $3''21/2 \cos A = 3'',21/1{,}64 = 1'',96$.

У доле наведеном свођењу A се узима из таблица за логаритме разлика са аргументом $(\lg \sin \delta_n - \lg \sin \delta_s)$, а C из истих таблица са аргументом $(\lg S \cos t_s - \lg N \cos t_n)$.

	T_s	i_s	T_n	i_n	t_s	t_n
1	$15^h05^m43^s,2$	$21^d,8$	$15^h10^m58^s,0$	$18^d,8$	$-1^h13^m43^s,5$	$-3^h44^m19^s,2$
2	06 14 ,9	,8	11 30 ,1	,7	11 ,8	43 47 ,1
3	47 ,5	,8	12 02 ,7	,5	12 39 ,2	14 ,5
4	07 18 ,4	,8	33 ,5	,4	08 ,3	42 43 ,7
5	52 ,0	22 ,0	13 05 ,9	,4	11 34 ,7	10 ,3
6	08 23 ,0	,4	37 ,6	,4	03 ,7	41 39 ,6
7	55 ,5	,4	14 09 ,8	,4	10 31 ,2	07 ,4

	t_s	t_n	i_{s-i_n}	$\Delta\varphi$
1	18°25'52'',5	56°04'48'',0	$+ 3^d,0$	+ 5'',9
2	17 57 ,0	55 56 46 ,5	3 ,1	6 ,1
3	09 48 ,0	48 37 ,5	3 ,3	6 ,5
4	02 04 5	40 55 ,5	3 ,4	6 ,6
5	17 53 40 ,5	32 34 ,5	3 ,6	7 ,0
6	45 55 ,5	24 54 ,0	4 ,0	7 ,8
7	37 48 ,0	16 51 ,0	4 ,0	7 ,8

$$\lg \sin \delta_n = 9{,}976187 \qquad \lg \cos \delta_n = 9{,}508230$$
$$\lg \sin \delta_s = 9{,}712431 \qquad \lg \cos \delta_s = 9{,}932851$$
$$A = 9{,}921950 \qquad \lg N = 9{,}873849$$
$$\lg(\sin \delta_n - \sin \delta_s) = 9{,}634381 \qquad \lg S = 0{,}298470$$

	1	2	3	4	5	6	7
$\lg \cos t_s$	9,977130	9.977463	9,977802	9 978121	9,978465	9,978780	9,979107
$\lg S \cos t_s$	0,275600	0,275933	0,276272	0,276591	0,276935	0.277250	0,277577
$\lg \cos t_n$	9,746651	9 748165	9,749585	9,751113	9,752654	9,754064	9,755535
$\lg N \cos t_n$	9,620510	9,622014	9.623534	9 624962	9,626503	9.627913	9.629384
C	9,891390	9,891057	9 890720	9,890402	9,890058	9,889742	9,889411
$\lg \operatorname{tg} \varphi$	0,166990	0,166990	0,166992	0,166993	0,166993	0,166992	0,166988
φ	55°45'12'',8	12'',8	13'',3	13'',5	13'',5	13'',3	12''.4
$\Delta\varphi$	5'',9	6'',1	6'',5	6''.6	7'',0	7''.8	7'',8
φ	55°45'18'',7	18'',9	19'',8	20''.1	20'',5	21'',1	20'',2
Средња вредност φ	55°45'19'',9						

По правилима изложеним у § 8 добијамо:

$$v_m = \sqrt{\frac{438}{7}} = \pm 0'',8; \quad v_p = \pm 0'',5; \quad \varepsilon_m = \pm 0'',3; \quad \varepsilon_p = \pm 0'',2.$$

ГЛАВА ТРИНАЕСТА

ЈЕДНОВРЕМЕНО ОДРЕЂИВАЊЕ ШИРИНЕ И ЧАСОВНИКОВА СТАЊА

124. Једновремено одређивање ширине и часовникова стања изложеним методама. — У изложеним методама за одређивање ширине и часовникова стања претпоставља се да је: 1) познато часовниково стање ако се одређује ширина, или 2) позната ширина ако се одређује часовниково стање. Природно се јавља питање шта ће бити ако се не зна ни једно ни друго. Треба приметити да се у пракси такав случај скоро и не може десити, јер ма где се посматрач нашао он је до тог места дошао путем који му је бар приближно познат. Значи да, знајући пређени пут, он бар приближно може да познаје ширину и дужину места где се налази, те ако му часовник бар и приближно показује време одређеног меридијана, на пример гриничког, онда, пошто зна дужину, може да израчуна и приближно часовниково стање, тј. може да нађе свођење његова показивања на месно време.

Но узмимо крајњи случај: путник је залутао или је авион извршио принудно спуштање у ненасељеном крају. Његов се хронометар зауставио и тек је навијен. Шта да ради? Ведре ноћи посматрач ће потражити на небу Северњачу (α Малог Медведа). Претпоставимо да ју је нашао. Значи да се налази на северној Земљиној полулопти. Од ока ће одредити на хоризонту северну тачку, затим на 180^0 од ње јужну и у мислима повући на небу меридијан. Ректасцензија било које сјајне звезде која се налази у близини меридијана даће му звездано време са отступањем од, рецимо, пола часа. Свој часовник или хронометар он ће дотерати тако да показује звездано време једнако ректасцензији те звезде, те ће у први мах сматрати да је часовниково стање једнако нули. Мерењем зенитног отстојања Северњаче добиће вредност ширине места и нека је она, рецимо, φ_1. Отступање које се притом може јавити (зато што је усвојено да је часовниково стање нула, док је оно уствари пола часа) неће прећи 8′, као што сам читалац може лако увидети. После тога ће измерити зенитно отстојање звезде у близини првог вертикала, израчунаће га помоћу нађене вредности за ширину и тако добити часовниково стање u_1.

Потом ће поново свести већ извршена мерења зенитних отстојања Северњаче с тачнијим часовниковим стањем u_1, те ће добити нову, тачнију вредност ширине φ_2, а с њом и нову, тачнију вредност стања u_2. Израчуна ли са овом вредношћу часовникова стања још једанпут ширину, φ_3, и нађе да се φ_3 од φ_2 разликује само за неизбежна отступања у мерењу зенитних отстојања, онда то значи да даље не треба ићи „путем поступног приближавања", те се φ_2 и u_2 могу усвојити као коначне вредности. Ако се φ_3 буде осетно разликовало од φ_2 ваљаће из φ_3 наћи u_3 и затим φ_4. Овај поступак треба наставити све док се две узастопне вредности ширине или часовникова стања буду међу собом разликовале само у границама неизбежних посматрачких отступања.

125. Тачност одређивања ширине и часовникова стања у зависности од ширине места. — У § 78 и 90 изведени су ови услови за најтачније одређивање ширине места и часовникова стања мерењем зенитних отстојања звезда:

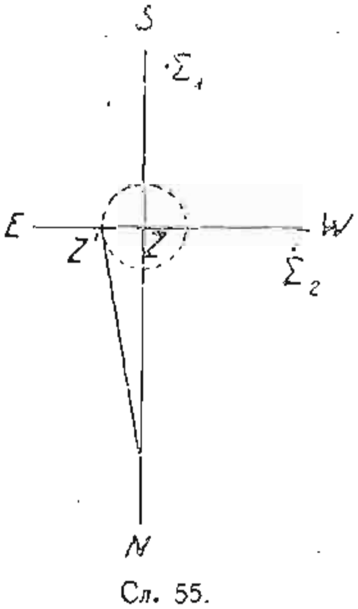
за ширину места (в. стр. 98)

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta z}{\cos A} - (\Delta T + \Delta u) \cos\varphi \operatorname{tg} A,$$

за часовниково стање (в. стр. 114)

$$\Delta u = - \Delta T + \frac{\Delta z}{\cos\varphi \sin A} - \frac{\Delta\varphi}{\cos\varphi \operatorname{tg} A} .$$

Ако погледамо како отступања $\Delta\varphi$ и Δu зависе од отступања Δz за разне вредности φ, видећемо да при одређивању φ отступање у z делује на исти начин на све ширине, $\Delta\varphi = \frac{\Delta z}{\cos A}$. Напротив, при одређивању Δu исто отступање у z различито делује на разним вредностима ширине, јер је $\Delta u = \frac{\Delta z}{\cos\varphi \sin A}$. Према томе што је φ веће, односно $\cos\varphi$ мање, то ће отступање Δz више утицати на одређивање u, утолико ће дакле једно исто отступање Δz изазивати веће отступање Δu.



Сл. 55.

Ова околност постаће нам разумљивија ако то питање размотримо и са овог гледишта. Ширина места једнака је деклинацији зенита, а звездано време у датом тренутку ректасцензији зенита. Нека слика 55 претставља део небеске сфере око зенита Z посматране споља. Одредити ширину и часовниково стање значи одредити тачку Z на небеској сфери, дакле њену деклинацију и ректасцензију. Испрекиданом линијом претстављен је круг с полупречником Δz, чије се средиште налази у Z. Када се ширина одређује по звезди Σ_1 у близини меридијана, отступање у положају тачке Z једнако је отступању Δz. Исто тако при одређивању звезданог времена помоћу звезде ζ_2 у близини првог вертикала, отступање Δz помера зенит за исти износ у правцу првог вертикала, али *часовни угао* Δu померене тачке зенита, који је једнак отступању при одређивању ректасцензије зенита *зависи од* φ, јер је

$$\sin ZZ' = \sin \Delta u \sin PZ$$

или

$$\Delta z = \Delta u \sin (90^0 - \varphi) = \Delta u \cos\varphi.$$

На тај начин када φ расте, на великим ширинама биће све теже одредити стање часовника, али ће се свим ширинама величина $\Delta u \cos\varphi$ моћи одредити *са подједнаком тачношћу*. Други образац овог параграфа можемо доиста написати у облику:

$$\Delta u \cos\varphi = -\Delta T \cos\varphi + \frac{\Delta z}{\sin A} - \frac{\Delta\varphi}{\operatorname{tg} A} .$$

Ова околност неће, међутим, практично изазвати нетачности у нашим одређивањима, јер се и Земљини меридијани исто као и деклинациски кругови на небеској сфери на великим ширинама приближују један другоме. И као што ће померање зенита за Δz у правцу првог вертикала променити u за $\frac{\Delta z}{\cos\varphi}$, тако ће и померање посматрача на Земљиној површини *дуж паралела* за једну исту дужину, рецимо 10 метара, изазвати његово померање *у дужини* за величину обрнуто сразмерну $\cos\varphi$: на екватору ово померање у дужини износи (за 10 м) 0″,3, на ширини 60° (Лењинград) — 0″,6, на ширини 82° (Рудолфово острво) — 2″,2. Стога не треба ни очекивати, а ни захтевати, да се на свим ширинама часовниково стање u одређује са једнаком тачношћу.

Међутим, без обзира на сва разматрања, примена изложених метода за одређивање φ и u на великим ширинама је тешка: како је пол близу зенита, правац меридијана се не може довољно тачно одредити, а брзина промена зенитног отстојања у првом вертикалу знатно је смањена. Због тога је у Арктику, нарочито ако се посматрач налази на покретној санти, као Папањин на броду заробљеном у леду (ледоломац „Сједов"), боље употребити друге методе, изложене у наредним параграфима. Ове се могу користити на свим ширинама.

126. Одређивање ширине и часовникова стања мерењем зенитног отстојања две или више звезда на погодним азимутима. — Задатак који треба да размотримо може се поставити овако. Претпоставимо да смо измерили зенитна отстојања две звезде: S_1 са координатама α_1, δ_1 и S_2 са координатама α_2, δ_2. Нека су z_1 и z_2 вредности зенитног отстојања у тренуцима T_1 и T_2 са хронометра, ослобођене утицаја рефракције. Претпоставимо још да су ти тренуци толико блиски да је хронометрово стање за оба тренутка исто или да разлику односних стања можемо израчунати познајући дневни ход хронометров, јер је

$$u_2 = u_1 + \frac{\omega}{24}(T_2 - T_1).$$

Тада ћемо имати две једначине:

$$\cos z_1 = \sin\varphi \sin\delta_1 + \cos\varphi \cos\delta_1 \cos(T_1 + u - \alpha_1),$$
$$\cos z_2 = \sin\varphi \sin\delta_2 + \cos\varphi \cos\delta_2 \cos(T_2 + u - \alpha_2),$$

с двема непознатим φ и u, које и треба из њих одредити. Ево методе за решавање тих једначина, која је подесна зато што се, као што ћемо видети, може применити не само у случају када су извршена посматрања двеју звезда, већ и у случају када треба израчунати највероватније вредности величина φ и u на основи сличних мерења зенитних отстојања неколиких звезда.

Приближне вредности за φ и u, које су увек познате, обележићемо са φ_0 и u_0. Помоћу њих можемо израчунати приближне вредности зенитних отстојања, које ћемо у овом поглављу означавати словом ζ:

$$\cos\zeta_1 = \sin\varphi_0 \sin\delta_1 + \cos\varphi_0 \cos\delta_1 \cos(T_1 + v_0 - \alpha_1),$$
$$\cos\zeta_2 = \sin\varphi_0 \sin\delta_2 + \cos\varphi_0 \cos\delta_2 \cos(T_2 + u_0 - \alpha_2).$$

Одузмимо респективно ове једначине од горњих и сматрајмо разлике $z_1 - \zeta_1$, $z_2 - \zeta_2$, $\varphi - \varphi_0$ и $u - u_0$ за величине првога реда, чије друге и више степене можемо занемарити. Тада добијамо, као у случајевима које смо већ више пута срели:

$$-\sin\zeta_1 (z_1 - \zeta_1) = (\cos\varphi_0 \sin\delta_1 - \sin\varphi_0 \cos\delta_1 \cos t_1)(\varphi - \varphi_0) -$$
$$- \cos\varphi_0 \cos\delta_1 \sin t_1 (u - u_0),$$

где је краткоће ради часовни угао $T_1 + u - \alpha_1$ означен са t_1. После свођења, аналогих свођењима у § 78, ова једначина постаје:

$$(\varphi - \varphi_0)\cos A_1 + (u - u_0)\cos\varphi_0 \sin A_1 = z_1 - \zeta_1,$$

где је A_1 азимут прве звезде у тренутку њена посматрања. Односна једначина за другу звезду биће:

$$(\varphi - \varphi_0)\cos A_2 + (u - u_0)\cos\varphi_0 \sin A_2 = z_2 - \zeta_2.$$

Из ове две једначине могу се једнозначно израчунати непознате величине $(\varphi - \varphi_0)$ и $(u - u_0)\cos\varphi_0$, јер су све остале величине које у њих улазе познате.

Решавањем ових једначина добијамо ове изразе:

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{(z_1 - \zeta_1)\sin A_2 - (z_2 - \zeta_2)\sin A_1}{\cos A_1 \sin A_2 - \cos A_2 \sin A_1},$$

$$(u - u_0)\cos\varphi_0 = \frac{(z_1 - \zeta_1)\cos A_2 - (z_2 - \zeta_2)\cos A_1}{\sin A_1 \cos A_2 - \sin A_2 \cos A_1},$$

где у именитељу стоји $\sin(A_1 - A_2)$. Да би отступање у $(z_1 - \zeta_1)$ и $(z_2 - \zeta_2)$ што мање утицало на величине $\varphi - \varphi_0$ и $(u - u_0)\cos\varphi_0$, треба да именитељ буде што већи по апсолутној вредности, дакле једнак ± 1, а то значи да $A_1 - A_2$ треба да буде 90^0 или 270^0. Дакле, азимути посматраних звезда треба да се разликују за 90^0. Није, међутим, уопште потребно да се једна звезда посматра у близини меридијана а друга у близини првог вертикала.

На тај начин ако имамо измерена и од утицаја рефракције ослобођена зенитна отстојања z_1 и z_2 двеју звезда у тренуцима T_1 и T_2 са хронометра, израчунаћемо зенитна отстојања ζ_1 и ζ_2 и азимуте тих звезда полазећи од приближно познате вредности ширине φ_0 и часовникова стања u_0. У ту сврху можемо користити обрасце:

$$\cos\zeta = \sin\varphi_0 \sin\delta + \cos\varphi_0 \cos\delta \cos t,$$
$$\sin A = \frac{\cos\delta \sin t}{\sin z},$$

где је $t - T + u_0 - \alpha$, ако је при посматрањима забележено у коме је квадранту био азимут сваке посматране звезде. Тачност којом се израчунава ζ треба да одговара тачности мерења z; азимут је довољно знати до на $1'$, па и до на $0^0{,}1$.

Могу се користити и обрасци

$$\sin z \sin A = \cos\delta \sin t,$$
$$\sin z \cos A = -\sin\delta \cos\varphi_0 + \cos\delta \sin\varphi_0 \cos t,$$

који дају једнозначно одређен азимут.

Пошто су ζ и A израчунати за обе звезде, налазимо $\varphi - \varphi_0$ и $(u - u_0)\cos\varphi_0$ помоћу горњих образаца.

Може се применити и метода Сомнерових линија (в. § 167).

Ово расуђивање можемо уопштити и за случај када је посматрано неколико, рецимо n звезда, а не само две. Израчунавши ζ и A за сваку посматрану звезду, добићемо тада n једначина за одређивање двеју непознатих

$$\varphi - \varphi_0 = x$$

и

$$(u - u_0)\cos\varphi_0 = y.$$

Означимо ли $z_i - \zeta_i$ са c_i добићемо:

$$\begin{aligned} x\cos A_1 + y\sin A_1 &= z_1 - \zeta_1 = c_1, \\ x\cos A_2 + y\sin A_2 &= z_2 - \zeta_2 = c_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x\cos A_n + y\sin A_n &= z_n - \zeta_n = c_n. \end{aligned}$$

Решавањем ових једначина по методи најмањих квадрата долазимо до нормалних једначина

$$\begin{aligned} x\,\Sigma\cos^2 A_i + y\,\Sigma\sin A_i \cos A_i &= \Sigma c_i \cos A_i, \\ x\,\Sigma\sin A_i \cos A_i + y\,\Sigma\sin^2 A_i &= \Sigma c_i \sin A_i. \end{aligned}$$

Ако су азимути $A_1, A_2, A_3, \ldots A_n$ равномерно распоређени по кругу, ако је, дакле,

$$A_1 - A_2 = A_2 - A_3 = A_3 - A_4 = \ldots = A_n - A_1 = \frac{360^0}{n},$$

то ће $\Sigma\cos^2 A_i$ и $\Sigma\sin^2 A_i$ достићи вредност $\frac{n}{2}$, док ће $\Sigma\sin A_i \cos A_i$ бити једнако нули. То је најзгоднији облик нормалних једначина. Разуме се да се у пракси не могу наћи звезде које би строго задовољавале овај услов, али треба тежити да он бар приближно буде задовољен.

Међутим при овим расуђивањима још нисмо узели у обзир отступање у мерењу зенитног отстојања, о коме је већ било речи у § 63, и које се не може узети у рачун. Оно се може узети у обзир ако за његову вредност прихватимо одређени израз, на пример $k \sin z$. Тада ће k ући у горње једначине као трећа непозната, па ће оне изгледати:

$$
\begin{aligned}
x \cos A_1 + y \sin A_1 + k \sin z_1 &= c_1, \\
x \cos A_2 + y \sin A_2 + k \sin z_2 &= c_2, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
x \cos A_n + y \sin A_n + k \sin z_n &= c_n.
\end{aligned}
$$

127. Одређивање ширине и часовникова стања из посматрања звезда на једнаким висинама које не морају бити познате. — Још 1808 године показао је Гаус да се φ и u могу одредити ако посматрамо три звезде на једнаким висинама, у одређеним тренуцима са хронометра. Нека су координате тих звезда, и то α_1 и δ_1 звезде S_1, α_2 и δ_2 звезде S_2 и α_3 и δ_3 звезде S_3. Тренуци са хронометра када су ове звезде посматране на истој, ма и непознатој висини, нека су T_1, T_2 и T_3. Претпоставимо да су ови тако блиски, да стање у тим тренуцима можемо сматрати за стално и једнако u. Тада можемо написати једначине

$$
\begin{aligned}
\cos z &= \sin \varphi \sin \delta_1 + \cos \varphi \cos \delta_1 \cos (T_1 + u - \alpha_1), \\
\cos z &= \sin \varphi \sin \delta_2 + \cos \varphi \cos \delta_2 \cos (T_2 + u - \alpha_2), \\
\cos z &= \sin \varphi \sin \delta_3 + \cos \varphi \cos \delta_3 \cos (T_3 + u - \alpha_3).
\end{aligned}
$$

Горње једначине можемо решити овако. Узмимо φ и $t_1 = T_1 + u - \alpha_1$ за тражене величине. Означимо разлику $(T_2 + u - \alpha_2) - (T_1 + u - \alpha_1)$, дакле разлику $(T_2 - \alpha_2) - (T_1 - \alpha_1)$ са λ_2 а разлику $(T_3 + u - \alpha_3) - (T_1 + u - \alpha_1)$, тј. разлику $(T_3 - \alpha_3) - (T_1 - \alpha_1)$ са λ_3. Очигледно је да су величине λ_2 и λ_3 познате, јер су T и α познати. Ако поделимо једначине са $\sin \varphi$ и од прве одузмемо другу а затим трећу, добијамо:

$$
\begin{aligned}
\sin \delta_1 - \sin \delta_2 + \operatorname{ctg} \varphi \cos \delta_1 \cos t_1 - \operatorname{ctg} \varphi \cos \delta_2 \cos (t_1 + \lambda_2) &= 0, \\
\sin \delta_1 - \sin \delta_3 + \operatorname{ctg} \varphi \cos \delta_1 \cos t_1 - \operatorname{ctg} \varphi \cos \delta_3 \cos (t_2 + \lambda_3) &= 0.
\end{aligned}
$$

Одавде добијамо

$$
\begin{aligned}
\operatorname{ctg} \varphi \sin t_1 \cos \delta_2 \sin \lambda_2 + \operatorname{ctg} \varphi \cos t_1 (\cos \delta_1 - \cos \delta_2 \cos \lambda_2) &= \sin \delta_2 - \sin \delta_1. \\
\operatorname{ctg} \varphi \sin t_1 \cos \delta_3 \sin \lambda_3 + \operatorname{ctg} \varphi \cos t_1 (\cos \delta_1 - \cos \delta_3 \cos \lambda_3) &= \sin \delta_3 - \sin \delta_1.
\end{aligned}
$$

Место t_1 и φ уведимо нове промењљиве x и y:

$$x = \operatorname{ctg} \varphi \sin t_1 \quad \text{и} \quad y = \operatorname{ctg} \varphi \cos t_1.$$

Краткоће ради уведимо ознаке:

$$
\begin{aligned}
a_1 &= \cos \delta_2 \sin \lambda_2, & b_1 &= \cos \delta_1 - \cos \delta_2 \cos \lambda_2, & c_1 &= \sin \delta_2 - \sin \delta_1, \\
a_2 &= \cos \delta_3 \sin \lambda_3, & b_2 &= \cos \delta_1 - \cos \delta_3 \cos \lambda_3, & c_2 &= \sin \delta_3 - \sin \delta_1.
\end{aligned}
$$

Тада ће наше једначине постати

$$a_1 x + b_1 y = c_1$$

и

$$a_2 x + b_2 y = c_2.$$

Одавде добијамо

$$x = \frac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1} = \frac{A}{C}$$

и

$$y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} = \frac{B}{C}.$$

Тада је

$$\operatorname{tg} t_1 = \frac{A}{B}$$

и

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{C}{A \sin t_1} = \frac{C}{B \operatorname{sos} t_1}.$$

Међутим једначине ове методе можемо решавати на исти начин као и сличне једначине из претходног параграфа. Наиме, полазећи од приближно познатих вредности ширине φ_0 и часовникова стања u_0 можемо добити *израчунате* вредности зенитног отстојања по обрасцима:

$$\begin{aligned}
\cos \zeta_1 &= \sin \varphi_0 \sin \delta_1 + \cos \varphi_0 \cos \delta_1 \cos (T_1 + u_0 - \alpha_1),\\
\cos \zeta_2 &= \sin \varphi_0 \sin \delta_2 + \cos \varphi_0 \cos \delta_2 \cos (T_2 + u_0 - \alpha_2),\\
\cos \zeta_3 &= \sin \varphi_0 \sin \delta_8 + \cos \varphi_0 \cos \delta_3 \cos (T_3 + u_0 - \alpha_3).
\end{aligned}$$

Величине ζ нису међу собом једнаке, јер су φ_0 и u_0 само приближне, а не тачне вредности ширине и часовникова стања. С њиховим тачним вредностима, које ћемо означити са $\varphi_0 + \Delta\varphi$ и $u_0 + \Delta u$, добићемо једнака зенитна отстојања z, због чега можемо да напишемо

$$\begin{aligned}
\cos z &= \sin (\varphi_0 + \Delta\varphi) \sin \delta_1 + \cos (\varphi_0 + \Delta\varphi) \cos \delta_1 \cos (T_1 + u_0 + \Delta u - \alpha_1),\\
\cos z &= \sin (\varphi_0 + \Delta\varphi) \sin \delta_2 + \cos (\varphi_0 + \Delta\varphi) \cos \delta_2 \cos (T_2 + u_0 + \Delta u - \alpha_2),\\
\cos z &= \sin (\varphi_0 + \Delta\varphi) \sin \delta_3 + \cos (\varphi_0 + \Delta\varphi) \cos \delta_8 \cos (T_3 + u_0 + \Delta u - \alpha_3).
\end{aligned}$$

Поступком као у § 126 добијамо:

$$\begin{aligned}
z - \zeta_1 &= \Delta\varphi \cos A_1 + \Delta u \cos \varphi_0 \sin A_1,\\
z - \zeta_2 &= \Delta\varphi \cos A_2 + \Delta u \cos \varphi_0 \sin A_2,\\
z - \zeta_3 &= \Delta\varphi \cos A_3 + \Delta u \cos \varphi_0 \sin A_3
\end{aligned}$$

Одузмемо ли другу и трећу једначину од прве, добићемо

$$\begin{aligned}
\zeta_2 - \zeta_1 &= \Delta\varphi\, 2 \sin \frac{A_1 + A_2}{2} \sin \frac{A_2 - A_1}{2} +\\
&\quad + \Delta u \cos \varphi_0\, 2 \sin \frac{A_1 - A_2}{2} \cos \frac{A_1 + A_2}{2},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\zeta_3 - \zeta_1 &= \Delta\varphi\, 2 \sin \frac{A_1 + A_3}{2} \sin \frac{A_3 - A_1}{2} +\\
&\quad + \Delta u \cos \varphi_0\, 2 \sin \frac{A_1 - A_3}{2} \cos \frac{A_1 + A_3}{2}.
\end{aligned}$$

или

$$\Delta\varphi \sin\frac{A_1+A_2}{2} - \Delta u \, \mathrm{sos}\, \varphi_0 \cos\frac{A_1+A_2}{2} = \frac{\zeta_2-\zeta_1}{2\sin\frac{A_2-A_1}{2}} = c_2,$$

и

$$\Delta\varphi \sin\frac{A_1+A_3}{2} - \Delta u \cos\varphi_0 \cos\frac{A_1+A_3}{2} = \frac{\zeta_3-\zeta_1}{2\sin\frac{A_3-A_1}{2}} = c_3.$$

Из ове две једначине израчунавају се $\Delta\varphi$ и $\Delta u \cos\varphi_0$, па се онда добија

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi \quad \text{и} \quad u = u_0 + \Delta u.$$

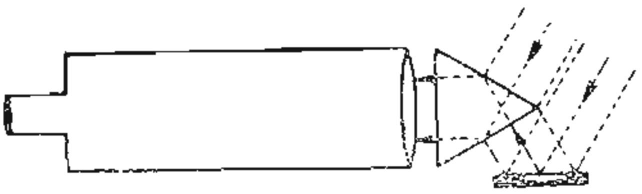
Оваква посматрања могу се, уопште узев, извршити било каквим универзалом. Нарочито је згодно вршити их инструментом који има либелу. Но извођење посматрања и њихово свођење биће због тога сложеније, јер зенитно остојање на коме се посматра једна или друга звезда зависи од положаја мехурова према либелиној цеви. Стога је ова метода посматрања три звезде на истој висини добила ширу примену тек када је нарочито за ова посматрања био израђен посебан инструменат — *астролаб с призмом.*

На његовом разрађивању радило је више аутора, али је инструменат на себе привукао већу пажњу тек када су му Клод и Дрианкур дали довољно прост облик, француско предузеће Жобен почело да га израђује и продаје, а у пракси се показале његове добре особине.

ГЛАВА ЧЕТРНАЕСТА

АСТРОЛАБ С ПРИЗМОМ

128. Опис инструмента и начин посматрања. — Главни делови астролаба са призмом (сл. 56) јесу: 1) приближно хоризонтални дурбин; 2) правилна тространа стаклена призма код које су све три стране оптички изглачане површине; она је утврђена испред објектива тако да је њена страна окренута објективу што приближније вертикална, а ивице призме хоризонталне; хоризонталност дурбина и ивица призме и вертикалност призмине стране окренуте објективу потребне су само са тачношћу до 1′; 3) живин хоризонат, тј месинган амалгамисан тањирић у који је насута у танком слоју жива. Цео инстуменат може се окретати око вертикалне осовине, а азимут се може читати највише са тачношћу од 1′.



Сл. 56.

Он се употребљава на овај начин: претпоставимо да се извесна звезда налази на зенитном отстојању 30^0 и да је инструменат постављен тако да главни пресек призме (раван управна на њене ивице и стране омотача) који је приближно вертикалан, пошто су призмине ивице приближно хоризонталне, пролази кроз звезду. Тада зраци од звезде улазе у дурбин на два начина: 1) они падају под правим углом на горњу страну призме, тотално се рефлектују од њене доње стране, падају управно на њену вертикалну страну окренуту објективу и пролазе кроз доњу половину објектива; 2) зраци падају на живин хоризонат, одбијају се од њега под углом који је једнак упадном углу, падају управно на доњу страну призме, тотално се рефлектују од њене горње стране, пролазе кроз вертикалну страну призме управно и затим пролазе кроз горњу половину објектива. Како и једни и други зраци падају управно на вертикалну страну призме, то нам изгледа као да они претстављају две половине једног истог снопа паралелних зракова, па се зато од њих добија *само једна слика* звезде, коју посматрач види близу средине видног поља дурбина, уколико су остварени горе поменути услови вертикалности и хоризонталности разних делова инструмента.

Али, како показује подробно испитивање хода зракова, на шта ћемо сада прећи, ако је зенитно отстојање звезде мање или веће од

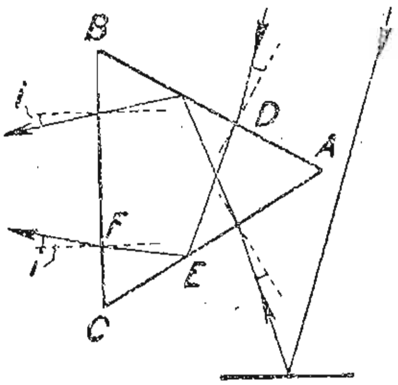
30^0, добиће се не један, него *два* лика звезде, који ће бити размакнути утолико више уколико се више зенитно отстојање звезде разликује од 30^0.

Замислимо сад да се звезда, која се налази источно од меридијана, издиже услед привредног дневног обртања неба, достиже зенитно отстојање 30^0 и пролази кроз њ; посматрач који гледа у дурбин видеће најпре две звезде, које ће се постепено приближавати једна другој померајући се у исто време с лева на десно или с десна на лево услед кретања звезде по азимуту. Путеви обеју звезда пресећи ће се, и после тренутног поклапања два лика звезде они ће се даље разилазити. Поклапање ће се догодити баш у тренутку кад звезда достигне зенитно отстојање од 30^0; овај тренутак посматрач треба да забележи са свог хронометра. У томе се састоји процес посматрања.

Битна одлика овог инструмента за одређивање тренутка када звезда достиже једно исто зенитно отстојање, од веома приближно $30^0\ 0'00''$, састоји се у томе што није потребна висока тачност ни у узајамном распореду делова инструмента, ни у његовоме постављању да би се постигла *истоветност* зенитног отстојања при свима посматрањима.

То ће се видети из теорије астролаба с призмом на коју сада прелазимо.

129. Ход зракова у идеалном инструменту. — Главни део инструмента који одређује све његове одлике је призма. У идеалном случају она мора бити тачна призма, а не зарубљена пирамида, тј. њене ивице морају бити паралелне међу собом; углови међу њеним странама морају бити једнаки по 60^0; она мора стајати тако да њене ивице буду хоризонталне, а страна BC окренута објективу, вертикална.



Сл. 57.

Претпоставимо да су ти услови остварени, да се звезда налази у главном пресеку призме и да је зенитно отстојање звезде $30^0 - i$, где је i мали угао. Тада спољна нормала на страни AB образује с вертикалом угао од 30^0. Зраци са звезде, као што показује слика 57, образују с том нормалом угао i; односни преломни угао r у унутрашњости призме тада је одређен једначином $\sin i = n \sin r$, где је n индекс преламања, као што је познато, различит за зраке разне боје; у унутрашњости призме $\sphericalangle DEA = 180^0 - A - ADE = 180^0 - 60^0 - (90^0 - r) = 30^0 + r$; по закону одбијања светлости је $\sphericalangle DEA = FEC$; према томе је $\sphericalangle EFC = = 180^0 - C - FEC = 180^0 - 60^0 - (30^0 + r) = 90^0 - r$; значи упадни угао на страну BC у унутрашњости призме је r и зрак излази из призме образујући с нормалом на страни BC угао раван i и креће се *оздо навише* (сл. 57).

Ако сад одредимо скретање зрака при пролазу кроз призму, добићемо скретање δ = скретању у тачки D + скретање у тачки E + скретање у тачки $F = (i - r) + 2\ DEA + (i - r) = 2\ (i - r) + 2\ (30^0 + r) = = 60^0 + 2\ i$.

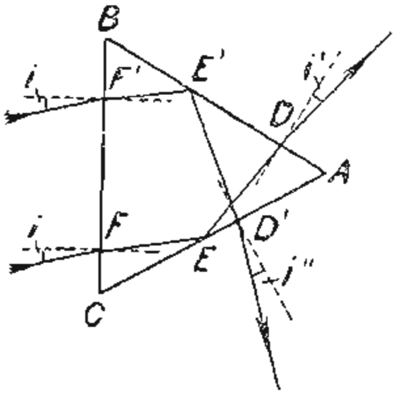
Зраци који долазе од исте звезде али се најпре одбијају од живиног хоризонта, а затим падају на призму, улазе у њу оздо са надирним отстојањем $30^0 - i$; пут њихов је потпуно симетричан с путем посматраних зракова и на крају крајева ови зраци излазе из стране BC, заклапајући са нормалом на њу такође угао i, само се крећу *озго на ниже*. На тај начин, ако се звезда налази на зенитном отстојању $30^0 - i$, један њен лик у пољу дурбина биће *горе*, а други *доле* и угао између њих биће $2i$. Кад зенитно отстојање расте, тј. кад i опада, ликови ће се приближавати један другом; кад постане $i = 0$, они ће се поклопити и кад зенитно отстојање продужи даље расти, они ће се разилазити. Да би наступило поклапање приближно у средини видног поља потребно је да дурбин буде приближно хоризонталан, али потпуна тачност овде није потребна и *не треба да постоји* у средини видног поља никакав крст конаца, да се процес поклапања ликова не би ничим заклонио.

130. Ход зракова у призми чији углови нису једнаки. — Испитаћемо сада ход зракова у општијем случају, када се они крећу као и раније кроз главни пресек призме, али кад сама призма није идеална, када углови A, B, C нису међу собом једнаки. Посматраћемо најпре пут зракова који падају на страну BC окренуту објективу под углом i према нормали на страни BC, а који се крећу оздо навише као што је приказано на слици 58. Треба разликовати део зракова који се одбијају на страни CA од оног њиховог дела који се одбија на страни BA. У оба случаја преломни угао r дат је једначином $\sin i = n \sin r$, где је n индекс преламања. Даље је

$$\sphericalangle FEC = 180^0 - CFE - ECF = 180^0 - (90^0 + r) - C = 90^0 - C - r;$$
$$\sphericalangle DEA = \sphericalangle FEC.$$

$$\sphericalangle EDA = 180^0 - DEA - A = 180^0 - (90^0 - C - r) - A =$$
$$= 90^0 + C - A + r.$$

Стога је угао r' под којим зраци падају на страну AB у унутрашњости призме једнак $\sphericalangle EDA - 90^0 = C - A + r$ и угао i' (види цртеж) такав да је $\sin i' = n \sin.(C - A + r)$. Скретање зракова од првобитног правца (до њиховог уласка у призму)



Сл. 58.

$$\delta_1 = -(i - r) + 2\,FEC - (i' - r') = -(i - r) +$$
$$+ 2\,(90^0 - C - r) - [i' - (C - A + r)].$$

Ако на потпуно исти начин испитамо пут зракова који се одбијају на страни AB, добићемо

$$\sphericalangle F'E'B = \sphericalangle AE'D' = 180^0 - (90^0 - r) - B =$$
$$= 90^0 - B + r;$$

$$\sphericalangle AD'E' = 180^0 - (90^0 - B + r) - \mathrm{A} = 90^0 +$$
$$+ B - \mathrm{A} - r.$$

Угао под којим падају зраци на страну AC у унутрашњости призме је

$$r'' = 90^0 - \sphericalangle AD'E' = A - B + r,$$

а угао i'' (в. цртеж) је такав да је

$$\sin i'' = n \sin (A - B + r).$$

Скретање ових зракова од првобитног правца до њиховог улаза у призму је

$$\delta_2 = (i - r) + 2\,F'E'B + [i'' - (A - B + r)] =$$
$$= (i - r) + 2\,(90^0 - B + r) + [i'' - (A - B + r)].$$

Као што се из цртежа види скретања зракова δ_1 и δ_2 догађају се у разне стране од првобитног њиховог заједничког правца; стога да бисмо добили величину разилажења зракова који излазе из призме кроз стране AB и AC, треба узети збир $\delta_1 + \delta_2$. Добићемо

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 2\,(90^0 - C - r) + 2\,(90^0 - B + r) + i'' - i' +$$
$$+ (C - A + r) - (A - B + r),$$

одакле, после свођења сличних чланова, добијамо

$$\delta = 360^0 - C - B - 2A + i'' - i'.$$

Ако i износи само мали број лучних минута (испод 1^0), што се у пракси лако постиже, и разлика углова призме A, B, C није већа од $1'$, и углови i' и i'' такође неће бити велики, па се стога с врло малим отступањем на δ, које практично не достиже ни $0'',016$, може место горе наведених тачних образаца узети

$$i' = nr' = n\,(C - A + r) \quad \text{и} \quad i'' = nr'' = n\,(A - B + r),$$

а тада ћемо, имајући у виду да је $C + B + A = 180^0$, добити:

$$\delta = 180^0 - A + n\,(2A - B - C) =$$
$$= 180^0 - A + n\,(3A - 180^0) = 180^0 - A - 2A + 2A + 3n\,(A - 60^0) =$$
$$= 2A + (3n - 3)\,(A - 60^0) = 120^0 + (3n - 1)\,(A - 60^0).$$

Из ових израза видимо: 1) да разилажење зракова практично не зависи од угла i само ако он није већи од 1^0; 2) да се угао δ утолико мање разликује од 120^0, уколико је угао призме A ближи 60^0.

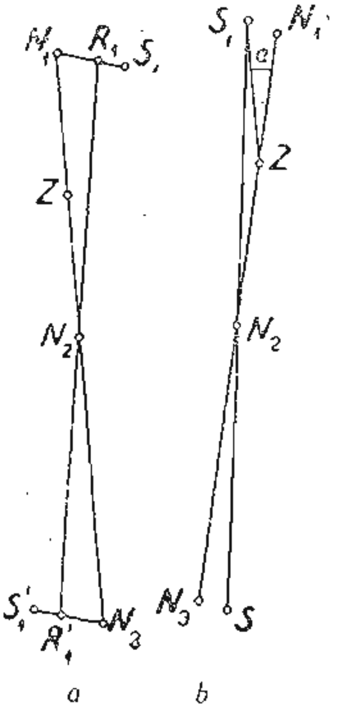
Замислимо сада звезду на висини једнакој $\frac{1}{2}\,\delta$; њени зраци одбијени од живиног хоризонта изгледа као да долазе испод хоризонта под углом $-\frac{1}{2}\,\delta$ према њему; стога ако поставимо призму тако да ова два снопа зракова од звезде иду кроз призму исто као и малочас испитани зраци, али у *супротном* смеру, оба ова снопа зракова изаћи ће из стране BC *у једном истом правцу* и у дурбину ће се видети *само један* лик звезде. Ако ли је висина звезде мања или већа од $\frac{1}{2}\,\delta$, оба се њена лика неће поклапати и посматрач ће управо видети у дурбину ону исту појаву као и у случају равностране призме (сусретање, поклапање и разилажење два лика једне исте звезде), само што висина звезде на којој ће се догодити поклапање ликова неће у општем случају бити 60^0, него $\frac{1}{2}\,\delta$, тј. $60^0 + \frac{1}{2}\,(3n - 1)\,(A - 60^0)$, али ће ова бити у свима случајевима практично *једна те иста*, у чему се и састоји суштина и основни захтев методе за одређивање ширине и стања часовникова о којој је реч.

Приметимо да се зраци сваког снопа разлажу у спектар; претпоставимо ли као и раније да је $i = nr$, изрази за δ_1 и δ_2 претвориће се у:

$$\delta_1 = 2\,(90^0 - C) - 2i - (n - 1)\,(C - A),$$
$$\delta_2 = 2\,[90^0 - B] + 2i - (n - 1)\,(B - A).$$

Из тих израза се види да дисперсија зависи од разлике углова $C - A$ и $B - A$ и ишчезава тек кад је призма тачно равнострана: $A = B = C$. Савршено тачно ово се, разуме се, не може постићи, али савремена оптичка техника без нарочитог труда може постићи да ове разлике не пређу 1′; да би се ослабила дисперсија корисно је за призму употребљавати крон-стакло с малом дисперсијом; тада дужина спектра сваког лика звезде, од црвеног до љубичастог, не прелази 1″, тј. величину која је сасвим незнатна при увеличању дурбина какво се примењује код астролаба с призмом.

131. Ход зракова изван главног пресека призме. — Досада смо претпостављали да се звезда налази у главном пресеку призме. Сад треба испитати утицај који врши на висину посматране звезде астролабом околност што се звезда не налази у главном пресеку призме, под условом да је главни пресек тачно вертикалан.



Сл. 59.

Да бисмо објаснили овај утицај прибећи ћемо овом начину расуђивања: повлачићемо кроз произвољну тачку линије паралелне појединачним деловима изломљеног пута светлосног зрака и нормалама на призмине стране; замислићемо затим сферу са средиштем у тој тачки и тачке пресека сфере с тим снопом зракова и испитаћемо скретање зрака у односу на положаје разних тачака на тој сфери.

Сл. 59а претставља део сфере посматране споља. Замислимо праве линије које пролазе кроз средиште сфере O и које су паралелне (оне нису нацртане на слици): 1) са нормалом на страни AB уперевом упоље, 2) са нормалом на страни AC уперевом у унутрашњост призме и 3) са спољном нормалом на страни BC. Означимо тачке пресека ове три праве са сфером са N_1, N_2 и N_3. Спојмо тачке N_1, N_2 и N_3 луком великог круга. Тада је $N_1N_2 = N_2N_3 = 60^0$ у случају тачно равностране призме.

Претпоставимо да је главни пресек вертикалан и да тачка Z одговара зениту. Ако имамо призму, а не пирамиду, четири тачке N_1, N_2, N_3 и Z лежаће на једном великом кругу.

Како зраци од звезде за време посматрања падају приближно управно на призмину страну AB, то се тачка S_1 која одговара тим зрацима, налази близу тачке N_1. Зрак, преломљен на страни AB лежи у равни S_1N_1 и претстављен је тачком R_1 која задовољава закон преламања светлости $\sin S_1N_1 = n \sin R_1N_1$; зрак који се одбија од стране AC лежи под истим углом према нормали на тој страни као и упадни зрак; зато тачка R'_1 која га претставља има такав положај на сфери да је $R_1N_2R_1'$ лук великог круга, а $R_1N_2 = N_2R'_1$. Како је R_1 близу N_1 и N_1N_2 тачно или бар врло приближно једнако N_2N_3, то R_1' лежи близу N_3.

Напослетку зрак преломљен на страни BC, који из призме излази у објектив, биће претстављен на сфери тачком S_1' тако да буде $\sin N_3S_1' = n \sin N_3R_1'$, при чему S_1', N_3 и R_1' леже на једном великом кругу. Скретање зракова који излазе из призме од њихова правца пре уласка у призму једнако је $180^0 - S_1S_1'$.

Претпоставимо сад ради простоте расуђивања да је призма равнострана и страна BC вертикална. Тада је $N_1N_2 = N_2N_3 = 60^0$, $N_1Z = ZN_2 = 30^0$.

Ако се звезда налази у главном пресеку, S_1 се поклапа са N_1 и S_1' са N_3. Тада је скретање зракова $180^0 - S_1S_1'$ тачно једнако $180^0 - N_1N_3 = 60^0\ 00'\ 00''$.

Замислимо сад да је призма изведена из тог положаја окретањем око вертикале за мали угао a. Тада ћемо добити слику 59 б, при чему је $ZS_1 = 30^0$ и угао $N_1ZS_1 = a$. Скретање је зракова $\delta = 180^0 - S_1S_1'$; али у овом случају је $S_1N_2 = N_2S_1'$, па је $\delta_1 = 180^0 - 2\, S_1N_2$. Изразимо га у функцији $ZS_1 = 30^0$ и a. Из сферног троугла $S_1Z\,N_2$ у коме је $S_1Z = ZN_2 = 30^0$ и угао $S_1ZN_2 = 180^0 - a$, добићемо

$$\cos S_1N_2 = \cos 30^0 \cos 30^0 + \sin 30^0 \sin 30^0 \cos (180^0 - a) =$$

$$= \cos^2 30^0 - \sin^2 30^0 \cos a = \cos^2 30^0 - \sin^2 30^0\ (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} a) =$$

$$= \cos^2 30^0 - \sin^2 30^0 + 2 \sin^2 30^0 \sin^2 \frac{1}{2} a = \cos 60^0 + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} a.$$

Према томе налазимо

$$\cos S_1N_2 - \cos 60^0 = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} a,$$

или

$$2 \sin \frac{1}{2} (S_1N_2 + 60^0) \sin \frac{1}{2} (60^0 - S_1N_2) = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} a.$$

Одатле се види да се угао S_1N_2 врло мало разликује од 60^0 када је угао a мали и зато се може претпоставити да је $S_1N_2 + 60^0 = 120^0$ и тада је

$$2 \sin \frac{1}{2} (60^0 - S_1\,N_2) = \frac{1}{2 \sin 60^0} \sin^2 \frac{1}{2} a.$$

Напослетку, ако заменимо синус малог угла самим углом и изразимо га лучним секундама, добићемо

$$S_1N_2 = 60^0 - \frac{206\,265''}{2 \sin 60^0} \sin^2 \frac{1}{2} a \quad \text{и} \quad \delta = 60^0 + \frac{206\,265''}{\sin 60^0} \sin^2 \frac{1}{2} a.$$

Исто ће тако бити скретање другог снопа зракова који се при пролазу кроз призмину страну *AC* одбија од живиног хоризонта и толика ће иста, према томе, бити висина звезде ако се оба њена лика у дурбину поклапају. Ако израчунамо величину отступања овог угла од 60°, тј. величину $(206\,265''/\sin 60^{\circ})\sin^2\frac{1}{2}\alpha$ за разне углове α, добићемо за

$$\alpha = \quad 600'', \quad 120'', \quad 60'',$$
$$60 - S_1N_2 = 0''.504,\ 0'',020,\ 0'',005,$$

тј. ако се посматрање поклапања двају ликова звезде у дурбину догађа тако да се азимут главног пресека призме разликује од азимута звезде за 1′, висина ће се разликовати од оне која би била при поклапању тих азимута само за 0″,005, тј. за сасвим незнатну величину; чак ако се ови азимути разликују и за 2′ отступање ће достићи само 0″.020.

132. Примена аутоколимације. — Из излагања у § 129—131 излази: како је најбоље посматрати поклапање ликова у средини поља вида (понављам, без икаквог крста конаца на том месту), то призма мора бити постављена само приближно, до једне лучне минуте према дурбину тако да страна *BC* буде управна на визури, тј. према правој која пролази кроз средину видног поља и унутрашњу главну тачку објектива (или, довољно приближно речено, кроз средиште објектива).

За ту сврху примењује се принцип аутоколимације. У видно поље дурбина поставља се правоугаоник од дебелих конаца или жица, чије се средиште приближно поклапа са средиштем видног поља окулара. Место обичног окулара ставља се такав у који је између предњег и задњег сочива постављен под углом од 45° према осовини окуларевој танка план-паралелна стаклена плоча, а на средини окуларне цеви пробушена рупа кроз коју пролази светлост од сијалице.

Ова светлост одбија се од поменуте стаклене плоче, пролази кроз задње сочиво у окулару, кроз дијафрагму која носи правоугаоник од конаца, кроз објектив, пада на страну *BC* призме, одбија се од ње, враћа се поново кроз објектив, дијафрагму, цео окулар и пада у посматрачево око. Посматрач види тада и *стварни* правоугаоник од конаца, као и кад нема таквог осветљења, а и *одбијени*, који се добија одбијањем светлости лампе од стране *BC*. Треба приметити да ће се *одбијени* правоугаоник поклапати са *стварним* ако је страна *BC* управна на визури; то се на дурбину може постићи помоћу нарочитих завртања, који за мали износ мењају положај призме према дурбину, до 1′, што је довољна тачност за праксу.

Ако сад нивелишемо инструменат на уобичајени начин, за шта на њему постоји либела, која није веома осетљива, јер није потребна висока тачност у нивелисању, визура ће постати у довољној мери хоризонтална а страна *BC* вертикална и инструменат ће бити спреман за посматрање, само још треба да буде главни пресек призме довољно близак вертикалној равни. Али ово последње дотеривање инструмента врши се тек тада када посматрач види у дурбину два лика звезде, кад она још није достигла висину од 60″.

133. Случај када главни пресек призме није вертикалан. — Када главни пресек призме није вертикалан, ни права линија која спаја оба лика звезде у дурбину такође није вертикална; посматрач треба да обрати пажњу на ову појаву и ако стварно примети да два лика звезде не стоје на једној вертикалној линији (да би ову сигурније оценио служе му вертикалне стране правоугаоника од конаца), онда он нарочитим завртњем окреће призму и цео дурбин заједно с призмом око хоризонталне осовине која се поклапа са осовином дурбина, дотле док линија која спаја оба лика не постане вертикална. Он ово мора успети да изврши за неколико секунада до тренутка поклапања ликова, да би му у том тренутку инструменат био у *потпуном миру* и он могао са свом потребном пажњом да забележи овај тренутак према хронометру.

Ако пак, на начин који смо применили у § 131, испитамо величину утицаја отступања од вертикалности главног пресека призме на величину висине на којој се посматрају звезде при поклапању оба лика, видећемо да ће несталност ове висине, ако угао између главног пресека призме и вертикале означимо са *b*, бити изражен обрасцем

$$\triangle h = 4 \sin 60^0 . \, 206\,265'' \sin^2 \frac{1}{2} b.$$

За различите углове *b* овај израз има вредности

$$\begin{aligned} b &= 600'', \quad 120'', \quad 60''; \\ \triangle h &= 1'',512. \quad 0'',060. \quad 0'',015. \end{aligned}$$

Према томе ово је највеће отступање код астролаба с призмом, но оно се, као што је већ казано, отклања у току самог посматрања.

Из претходног излагања се види да нагиб зракова, који из призме улазе у објектив, у равни главног пресека, знатно мање утиче на величину оног зенитног отстојања на коме се налази звезда у тренутку поклапања њених ликова у дурбину, него њено отступање од равни главног пресека призме, једнако разлици азимута звезде од азимута главног пресека призме. Одатле излази да није потребно сувише ограничавати место у видном пољу где треба посматрати то поклапање и уз то се посматрачу може допустити већи део поља у вертикалном правцу него у хоризонталном. Зато се у астролабу који израђује Оптичко механичко друштво у Паризу, у видном пољу дурбина налази правоугаоник од конаца, чија вертикална страна има 20′, а хоризонтална само 5′. Посматрања поклапања оба лика треба вршити у границама овог правоугаоника.

Пракса је показала да је посматрање тачније кад се ликови сасвим не поклапају већ се налазе на једној *хоризонтали* у дурбину; због тога не треба доводити главни пресек призме потпуно вертикално већ оставити известан мали нагиб *b*, рецимо до 1′. Тада се ликови неће поклопити, него ће пролазити врло близу један поред другог.

На основу ових расуђивања долазимо до закључка да је и поред сразмерно широких граница отступања призме, њеног дотеривања и дотеривања дурбина, висина на којој се посматрају звезде *стална* у границама од 1—2 *стота* дела тачне секунде. Он је стога астролаб с призмом нарочито подесан инструменат за примену методе једнаких висина у циљу једновременог одређивања ширине места и стања часовникова.

Напослетку најосетљивији део инструмента је живин хоризонт. Као што је већ речено, то је *бакарни* тањирић у који је у танком слоју насута жива. Тањирић мора бити амалгамисан да би га жива квасила, Жива мора бити чиста, без скрамице и прљавштине на површини. Она се мора добро штитити од ветра, јер и лак ветар може изазвати боре на површини живе, а због њих одбијени лик звезде није више тако оштар као онај други. У циљу заштите од ветра препоручује се да се живин хоризонат покрива двоспратним поклопцем који на два места има округле отворе таман толике да не ограничавају сноп зракова који може проћи кроз објектив.

134. Број звезда које треба посматрати и њихов избор. — Као што је круг у равни одређен трима тачкама, тако је и у посматраном задатку, са теориског гледишта потребно и довољно посматрати три звезде на једном истом зенитном отстојању. Али се притом претпоставља да посматрање не садржи никаква отступања. У пракси је боље, као и у другим задацима практичне астрономије, не задовољавати се минимумом неопходних посматрања, већ их имати нешто више ради сигурности од грубих грешака и могућности да се макар и приближно оцени тачност добивених резултата. С друге стране, средиште круга који пролази кроз три или четири тачке одређује се утолико сигурније, уколико приближније три тачке образују равнострани троугао, а четири тачке квадрат. Зато се при избору звезда код ове методе препоручује да се посматрају у једној серији најмање четири звезде распоређене тако да се по азимуту разликују једна од друге за по 90⁰, на пр. на *ЈЗ. СЗ, СИ, ЈИ*, као што се то нарочито препоручује у упутствима за радове са астролабом Нокс Шоуа и Бола.[1]

Напослетку пре посматрања неопходно је потребно саставити програм за дотично вече, а то није тешко урадити само ако имамо при руци нарочите помоћне таблице. Такве се таблице налазе на пример у поменутој књизи Нокс Шоуа и Бола. Оне садрже за низ ширина час и минуту звездана времена када која сјајна звезда, до 4,5 величине, достиже висину од 60⁰, и њен азимут у том тренутку. Помоћу тих таблица посматрач може брзо да изабере подесне звезде тако да размаци међу посматрањима не буду ни сувише мали ни сувише велики, а да азимути звезда одговарају горњим условима.

Да би се инструменат довео у азимут звезде, на њему постоји хоризонтални круг по коме клизи индекс утврђен за носач на коме се налази дурбин с призмом и живин хоризонат. Али се по свом склопу инструменат не може уперити на Северњачу, по којој се обично одређује место меридијана на хоризонталном кругу. Због тога се мора прибећи магнетној игли. Она се налази у узаној кутији причвршћеној за дурбин; у кутији постоји скала постављена тако да се визура налази у магнетном меридијану кад крај игле стоји на нули. Кад се дурбин доведе у тај положај, на хоризонталном кругу се добија читање које одговара *магнетском* меридијану. Да би се добило на кругу читање које одговара астрономском меридијану, треба познавати *магнетску деклинацију* у месту посматрања, тј. угао између магнетског и астрономског меридијана. Деклинација се назива источном ако се северни крај магнетске игле налази источно (или јужни западно) од астрономског меридијана. Према томе, ако знамо читање круга које одговава магнеском меридијану и деклинацију магнетске игле, простим сабирањем или одузимањем можемо добити место астрономског меридијана на кругу.

---

[1] Knox Show and R. Boll, Prismatic Astrolaby.

Код неких инструмената и сам круг (или индекс) могу се обртати око вертикалне осовине и тада се може на почетку посматрања круг довести тако да место астрономског меридијана на кругу буде обележено нулом. Ово разуме се олакшава довођење инструмента у азимут звезде коју треба посматрати.

135. Обрада посматрања. — За обраду извршених посматрања било је предложено неколико метода. Ми ћемо изложити полу-рачунску, полу-графичку методу коју су предложили горе поменути аутори Нокс Шоу и Бол.

Приметимо пре свега да је стално зенитно отстојање на коме се посматрају звезде датим инструментом увек близу 30^0, али није једнако код свих инструмената, зато што зависи од углова призме (в. израз δ у § 130) и разликује се од 30^0 за неколико лучних секунада. То зенитно отстојање је *привидно*, тј. садржи рефракцију. Право зенитно отстојање, без рефракције, веће је од њега просечно за 33″, али зависи разуме се од температуре и атмосферског притиска.

Како се посматране звезде нижу једна за другом, то се у току посматрања серије од четири звезде може занемарити промена рефракције и сматрати да су не само привидна, него и права зенитна отстојања звезда у тренуцима њихових посматрања међу собом једнака.

С друге стране, ни ширина места која се одређује није сасвим непозната и ми ћемо претпостављати да је она позната с могућом грешком до 1′. Видећемо уосталом даље како треба поступати када је ширина позната са мањом тачношћу.

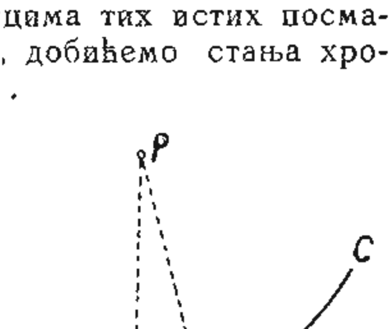
У том случају, *усвајајући* извесну почетну вредност ширине φ_0 и зенитног отстојања z_0, својственог нашем астролабу с призмом, израчунаћемо часовне углове t и азимуте А посматраних звезда S_1, S_2, S_3, S_4 по познатим обрасцима (в. § 91):

$$\sin^2 {}^1/_2\, t = \sec\varphi \sec\delta \sin {}^1/_2\, [z_0 + (\varphi_0 - \delta)] \sin {}^1/_2\, [z_0 - (\varphi_0 - \delta)],$$

$$\sin A = \frac{\cos\ \delta}{\sin\ z_0} \sin t.$$

Тада су $t_1 + \alpha_1$, $t_2 + \alpha_2$, $t_3 + \alpha_3$, $t_4 + \alpha_4$, тренуци посматрања у звезданом времену; ако их упоредимо са тренуцима тих истих посматрања прочитаним на хронометру T_1, T_2, T_3, T_4, добићемо стања хронометра $t_1 + \alpha_1 - T_1 = u_1$, $t_2 + \alpha_2 - T_2 = u_2$ итд..

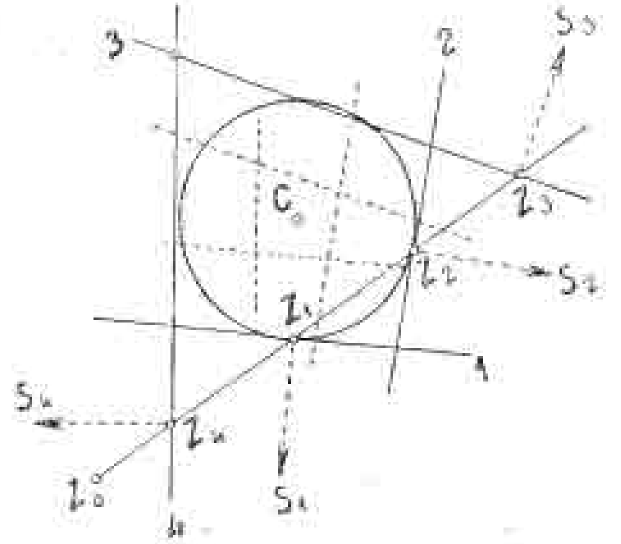
Ова стања изражена у временским секундама назваћемо израчунатим стањима; она нису тачна, јер су и φ_0 и z_0 само приближне вредности ширине и сталног зенитног отстојања; зато се u_1, u_2, u_3, итд. и не слажу међу собом. Нека је u_0 алгебарски најмања величина од њих или чак нека величина с целим бројем временских секунада алгебарски мања од најмање од њих; u_0 ћемо звати *усвојеним* стањем хронометра.



Сл. 60

Замислимо на сл. 60 небеску сферу посматрану споља. P је небески пол; десно исток, лево запад; нека паралел CD има деклинацију једнаку усвојеној ширини φ_0 места посматрања; значи узимамо да се на том паралелу налази зенит места посматрања. Нека су S_1, S_2, S_3, S_4 положаји посматраних звезда на небу у односу на меридијан места посматрања у односним *тренуцима посматрања*. Опишимо из S_1 на сфери круг чији је полупречник једнак *усвојеном* сталном зенитном отстојању нашег инструмента, тј. z_0. Нека је Z_1 тачка пресека тога круга с паралелом CD. Спојмо P са Z_1; тада је из претходног јасно да је угао S_1PZ_1 часовни угао t_1 који смо израчунали. Значи PZ_1 је израчунати меридијан и тачку Z_1 можемо назвати зенитом израчунатим из звезде S_1. Нека су Z_2, Z_3, Z_4 тачке добивене из звезда S_2, S_3, S_4 на исти начин као тачка Z_1 из звезде S_1.

Ако би φ_0 и z_0 били једнаки стварним вредностима ширине и сталног зенитног отстојања нашег инструмента, тачке Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 израчунате из 1, 2, 3 и 4 звезде поклапале би се; обрнуто, када би се оне поклапале, усвојена вредност ширине φ_0 била би њена тачна вредност, а тада би и израчуната стања хронометра u_1, u_2 итд. такође била једнака међу собом и то би било тражено стање хронометра. Али како φ_0 и z_0 у општем случају неће бити тачне вредности односних величина, то се ни тачке Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 на кругу CD неће поклапати. Међутим ако φ_0 и z_0 не садрже велика отступања, тачке Z_1, Z_2 итд. биће блиске једна другој, па ћемо моћи део сфере на коме се оне налазе сматрати за раван и даља расуђивања и операције изводити с довољном тачношћу на равном цртежу.



Сл. 61

Према томе део лука CD између тачака Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 сматраћемо за праву (сл. 61) и тачке Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 нанећемо у извесној размери, на пр. 1″=1*mm*, полазећи од ових разматрања: нека је $S_i (\alpha_i, \delta_i)$ једна од посматраних звезда, T_i време њена посматрања, t_i часовни угао израчунат на горе показани начин. Тада је $\alpha_i + t_i - T_i$ *израчунато* стање хронометра u_i. Нека је, као и горе, u_0 *усвојено* стање хронометра. Даље је $\alpha_i + t_i$ месно звездано време у тренутку посматрања звезде S_i, тј. ректасцензија зенита или тачке Z_i. С друге стране се $T_i + u_0$ може назвати *усвојено* месно звездано време у истом тренутку или ректасцензија тачке Z_0. Према томе је разлика $(\alpha_i + t_i) - (T_i +$

$+ u_0$), једнака $\alpha_i + t_i - T_i$ или $u_i - u_0$, поправка *усвојеног* стања хронометра u_0 на основи посматрања звезде S_i. Према томе, ако на цртежу узмемо за координатни почетак *усвојено* стање хронометра u_0 (или тачку Z_0), наносићемо десно, у позитивном смеру апсцисне осовине, величине $u_i - u_0$, претворене у лучне секунде множењем са 15 и још помножене са cos φ_0 да би се добиле лучне секунде великог круга дуж паралела CD. Тачке $Z_1, Z_2, \ldots$, треба наносити *десно* од координатног почетка, јер смо усвојили да је u_0 алгебарски *мање* од свих u_i. После тога, на основи познатих азимута звезда S_1, S_2, S_3 итд., повући ћемо праве Z_1S_1 од израчунатог зенита Z_1 ка звезди S_1, од Z_2 ка S_2 итд. и праве кроз Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, управне на правце Z_1S_1, Z_2S_2, Z_3S_3, Z_4S_4. Ове праве претстављају мале делове кругова описаних из S_1, S_2, S_3 и S_4 полупречником једнаким z_0; означимо ове праве цифрама 1, 2, 3, 4 као на цртежу и назовимо их *положајним линијама* по аналогији са Сомнеровим линијама у навигацији (§ 167). Ове образују неки четвороугаоник. Ако се сетимо њихова постанка и ако место z_0 узмемо нешто већу величину $z_0 + \Delta z$, није тешко увидети да ће се свака положајна линија, задржавајући свој правац, померити од своје звезде за величину Δz и заузети положај обележен на цртежу тачкастом линијом. Кад би се z_0 даље увећавало *три положајне линије* неминовно би се пресекле у једној тачки и та би тачка претстављала на нашем цртежу *право* место зенита: њена апсциса дала би нам разлику $(u - u_0)$. 15 cos φ_0, где је u стварно тражено стање хронометра; а њена ордината (у изабраној размери 1″=1 *mm*) дала би нам тражену поправку усвојене ширине φ_0. Али се лако види да та тачка пресека три положајне линије није ништа друго до центар круга који додирује три пробатно повучене положајне линије без икаквог допунског Δz.

Ако су посматране не три, него четири звезде, као што се препоручује из практичних разлога, не може се, разуме се, повући круг који тачно додирује све четири положајне линије и треба пробама наћи такав круг који би *што је могуће* ближе пролазио покрај свију њих, једнима што ближе прилазећи, друге што мање прелазећи. Удаљеност кружне линије од четири положајне линије може служити за мерило степена тачности посматрања и рачуна.

Осим тога полупречник тога круга даје нам, у усвојеној размери поправку Δz_0 усвојеног сталног зенитног отстојања z_0 нашег инструмента, тако да после малог броја свођења извршених на тај начин добивамо већ тачнију његову величину $z_0 + \Delta z_0$ са којом вршимо даља израчунавања.

Незгода код цртежа може наступити само у случају ако испадне сувише велики, што се може догодити ако су вредности φ_0 и z_0 далеко од правих вредности тих величина. У том случају рачун се мора изводити двапут: најпре се из цртежа начињеног с полазним подацима φ_0 и z_0, али у мањој размери, на пример 1′=10 *mm*, одреде приближно поправке $\Delta\varphi_0$ и Δz_0, а затим се с новим вредностима $\varphi_0 + \Delta\varphi_0$ и $z_0 + \Delta z_0$ понови цео рачун и цртеж из кога се добију допунске поправке ширине и сталног зенитног отстојања инструмента.

Нокс Шоу и Бол уносе у изложену графичку методу измену која није битна с теоријске стране, али која нешто олакшава посао у пракси. Они предлажу да се увећа цртеж у односу 1 : cos φ_0, а да се сачува размера 1″=1 *mm*, тј. да се узму за отсечке Z_0Z_1, Z_0Z_2, Z_0Z_3

итд. вредности (u_1-u_0) 15″, (u_2-u_0) 15″ итд. *без множења* са cos φ_0; затим да се повуку, као што је речено, праве Z_1S_1, Z_2S_2, Z_3S_3 итд. и положајне линије и нађе центар круга који пролази што ближе положајним линијама. Тада је апсциса центра $(u-u_0)$ 15″, а његова ордината $\Delta\varphi_0$ sec φ_0; зато ако је помножимо са cos φ_0 добијамо $\Delta\varphi_0$. Смисао ове измене је у томе што, место многобројних множења апсциса u_1-u_0 са cos φ_0 приликом израде цртежа, треба само једанпут множити са cos φ_0 ординату средишта. Разуме се да при таквом цртању полупречник круга није поправка вредности z_0, да би се добило ΔZ треба полупречник круга, изражен у лучним секундама, помножити са cos φ_0.

ГЛАВА ПЕТНАЕСТА

ПРИБЛИЖНА ОДРЕЂИВАЊА ШИРИНЕ, ЧАСОВНИКОВА СТАЊА И АЗИМУТА ПРЕДМЕТА НА ЗЕМЉИШТУ

136. Кратке карактеристике различитих метода за приближна одређивања. — Ако се располаже универзалним инструментом и часовником који нису високог квалитета, могу се вршити посматрања као што је напред описано, али с мањом тачношћу. Тада је целисходно и свођења вршити упрошћено служећи се логаритмима с мањим бројем децимала. Понекада је важно да се из посматрања што брже израчуна ширина, или стање часовника, или азимут. У тим случајевима треба се користити нарочитим таблицама за таква брза израчунавања. Такве су на пример таблице В. В. Ахматова „Высота и азимут в три минуты" 3-ће издање Хидрографског отсека УМС РККА за 1936 г.; оне дају тражене величине са тачношћу до десетог дела лучне минуте.

Могу се изабрате звезде узети у нарочитом положају према зениту (помоћу глобуса или у мислима); и из њихова посматрања извести ширина, или стање часовника, или азимут, а понекад и све те величине једновремено. Ево примера:

1. Претпоставимо да можемо измерити у једном истом тренутку зенитно отстојање z Северњаче и разлику азимута ΔA Северњаче и неке помоћне звезде S, која се не налази сувише далеко, на пример мање од 4 часа од своје доње кулминације. Замислимо на небеској сфери (очигледности ради на звезданом глобусу) такву тачку X чије је отстојање од Северњаче једнако измереном z (разуме се поправљеном за рефракцију) и да је угао између праваца из X ка Северњачи и ка помоћној звезди S једнак измереном ΔA, при чему је X ближе Северњачи него звезди S. Није тешко приметити да таква тачка X потпуно одговара зениту места посматрања и да могу постојати две такве тачке. Оне се разликују по томе што је у једној за посматрача Северњача десно од звезде S, а у другој Северњача лево од S. Кад је место зенита на небеској сфери познато, познати су и ширина места, једнака деклинацији зенита, и правац меридијана, па значи и звездано време у тренутку посматрања и азимут сваке посматране звезде, а то значи и место меридијана на хоризонталном кругу инструмента. Може се обрасцима изразити веза ових величина са измереним z и ΔA и координатама α и δ Северњаче и α' и δ' помоћне звезде. Сасвим тачно извршити овако једновремено посматрање обеју звезда, разуме се није могуће, али приближно се то може учинити. У том циљу посматраћемо звезду S и прочитати хоризонтални круг, затим Северњачу и прочитати вертикални и хоризонтални круг, затим опет звезду S и прочитати хоризонтални круг; при свима навођењима дурбина на звезду

забележићемо показивања часовника. То ћемо обавити из положаја инструмента *KD* и *KL*. Тада се може интерполовати за тренутак посматрања Северњаче читање хоризонталног круга које припада звезди *S* и на тај начин добити оно што бисмо добили једновременим посматрањем обеју звезда. Како ова интерполација неизбежно може бити само приближна, то и ова метода, као и свака друга која је у овом погледу њој слична даје само приближне вредности тражених величина.

Ради бржег свођења по овој методи састављене су помоћне таблице И. Жонголовића „Метод одновременного определения азимута, широты и звездного времени. Теория. Вспомогательные таблицы", издање Астрономског института, 1935. Ова књига садржи таблице за примену ове методе у произвољном тренутку звезданог времена. За помоћну звезду узима једну од ових звезда: γ Касиопеје, α Кочијаша, α Великог Медведа, β Великог Медведа, α Лабуда. Таблице су састављене тако да се са њима могу обрађивати посматрања од 1935—1945 г..

2. За одређивање ширине подесно је мерити висину Северњаче у тренутку звезданог времена која је познат са часовника, али се ово време може добити мерењем висине подесне помоћне звезде *S* у истом тренутку када је измерена и висина Северњаче. Ове су две висине довољне да би се на небеској сфери одредило место које одговара зениту као тачка *X* пресека два мала круга, описана из Северњаче и из звезде *S* сферним полупречницима респективно једнаким измереним (и од рефракције ослобођеним) зенитним отстојањима тих звезда. Постоје две такве тачке *X*, али се оне, као и у првој методи, разликују по томе која је звезда за посматрача десно, а која лево. То је идеја методе професора А. А. Михаилова за приближно одређивање ширине. Посматрања су проста: дурбин се наводи на Северњачу, затим на звезду *S* и опет на Северњачу при *KD* и при *KL* и сваки пут се прочита вертикални круг. При сваком посматрању забележи се време са било каквог (макар и нетачног) часовника само зато да би се могла интерполовати висина Северњаче у тренутку посматрања звезде S. Свођење посматрања врло је сложено, али се оно јако олакшава таблицама које је саставио професор А. А. Михаилов. Подробна теорија и таблице објављени су у № 10 часописа "Геодезист" за 1931 годину.

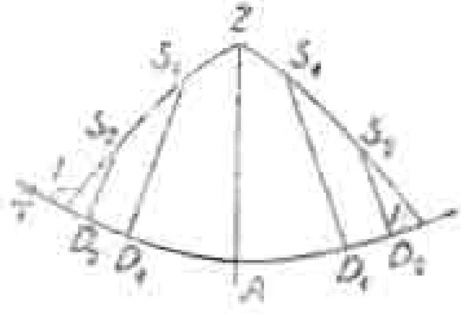
За помоћне звезде изабране су δ Касиопеје и ζ Великог Медведа.

3. Метода професора Ф. Н. Красовског за одређивање азимута предмета на земљишту разликује се од претходних по томе што она претпоставља претходно познавање ширине места посматрања. Ако је ширина позната, да би се нашао азимут Северњаче, тачка меридијана на хоризонталном кругу, па значи и азимут предмета на земљишту, треба знати звездано време посматрања. У методи професора Красовског ово се познавање звезданог времена замењује мерењем разлике азимута Северњаче и помоћне звезде S. Посматрања су аналога посматрањима у методи професора Михаилова, само се место читања вертикалног круга врше читања хоризонталног круга, а тренуци читања бележе се са каквог било часовника само да би се могла читања која се односе на помоћну звезду интерполовати на тренутак посматрања Северњаче. За обраду посматрања М. Н. Смирнов је саставио посебне помоћне таблице „Таблицы для определения азимута земного предмета по способу проф. Ф. Н. Красовского на 1937—1941 гг." (изд. ГУГСК, М., 1937). Помоћне звезде су δ Касиопеје и ζ Великог Медведа.

Хронолошки је метода проф. Красовског била прва предложена (још 1924 г.), затим је била објављена метода проф. Михаилова (1931), а затим Жонголовићеве таблице. Ми смо их изложили по реду њихове општости. Ако бисмо се држали једноставности посматрања требало би почињати од методе проф. Красовског.

137. Приближно одређивање ширине и часовникова стања помоћу виска, два виска или троугла од конца. — Кад се ради с универзалним инструментом лако је посматрати звезде на једнаким висинама, јер се једнакост висина лако контролише либелом за време посматрања. Напротив, у случају приближних посматрања, без инструмената, не постоји просто средство за одређивање тренутка пролаза двеју звезда кроз један исти алмукантар, али постоји просто средство, као што је висак, за одређивање тренутка пролаза двеју звезда кроз један исти вертикал. Такво је посматрање тешко извршити универзалним инструментом, јер услед нагиба обртне осовине и колимације, при обртању дурбина око обртне осовине, визура отступа од вертикалне равни, а нема начина да се ово отступање прати тако просто као што се либелом може пратити отступање дурбина од датог зенитног отстојања.

За посматрање се узима висак од белог конца с тегом који се потапа у суд са течношћу да би се ублажило клаћење, конац се осветљава лампом. Од двеју звезда једна се изабере ближе зениту, а друга ближе хоризонту и, гледајући час на једну час на другу, забележи тренутак када су обе прошле иза виска. Или се образује вертикална раван, било помоћу два виска, било помоћу троугла од конца, пребацујући конац горе преко два ексерчића и везујући његове крајеве доле где се веша тег. За време посматрања бележи се тренутак када обе звезде једновремено прођу кроз ту вертикалну раван. Приметимо још да се у случају кад је остварена оваква раван не мора посматрати једновремени пролаз обеју звезда, већ се може посматрати узастопни пролаз једне звезде убрзо за другом кроз ову раван, само се она не сме померати у току пролаза обеју звезда (в. ниже).



Сл. 62

Нека буде T тренутак једновременог пролаза двеју звезда кроз једну исту вертикалну раван забележен са часовника или хронометра. У том случају, ако су познате координате звезда $S_1(\alpha_1, \delta_1)$ и $S_2(\alpha_2, \delta_2)$, може се одредити или ширина φ, ако је познато стање хронометра u, па се значи може израчунати и звездано време s у тренутку посматрања, или се може одредити s, па према томе и стање хронометра u, ако је позната ширина φ. И доиста (сл. 62), нека су α_0, $\delta_0 = 0$, координате оне тачке S_0 на екватору у којој га пресеца круг $S_1 S_2$ који пролази кроз обе звезде; нека је I угао између овог круга и екватора; A тачка на екватору у горњој кулминацији; P пол; Z зенит; γ тачка пролећне равнодневице; према томе је γA угао једнак звезданом времену s; $ZA = \varphi$. Повучемо ли тада деклинацијске кругове звезда S_1 и S_2, имаћемо

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \pm \operatorname{tg} I \sin(\alpha_0 - \alpha_1), \quad \operatorname{tg} \delta_2 = \pm \operatorname{tg} I \sin(\alpha_0 - \alpha_2),$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \pm \operatorname{tg} I \sin(\alpha_0 - s). \qquad (29)$$

Према томе је

$$\pm \operatorname{tg} I = \frac{\operatorname{tg} \delta_1}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)} = \frac{\operatorname{tg} \delta_2}{\sin(\alpha_0 - \alpha_2)} = \frac{\operatorname{tg} \delta_1 + \operatorname{tg} \delta_2}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1) + \sin(\alpha_0 - \alpha_2)} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg} \delta_1 - \operatorname{tg} \delta_2}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1) - \sin(\alpha_0 - \alpha_2)}$$

из познатих особина пропорције.

Последња једнакост претвара се у

$$\frac{\sin(\delta_1 - \delta_2)}{\cos\delta_1 \cos\delta_2\, 2 \sin[\alpha_0 - {}^1/_2(\alpha_1 + \alpha_2)] \cos {}^1/_2(\alpha_1 - \alpha_2)} =$$

$$= \frac{\sin(\delta_1 - \delta_2)}{\cos\delta_1 \cos\delta_2\, 2 \sin {}^1/_2(\alpha_2 - \alpha_1) \cos[\alpha_0 - {}^1/_2(\alpha_1 + \alpha_2)]},$$

одакле добијамо

$$\operatorname{tg}[\alpha_0 - {}^1/_2(\alpha_1 + \alpha_2)] = \frac{\sin(\delta_1 + \delta_2)}{\sin(\delta_1 - \delta_2)} \operatorname{tg} {}^1/_2(\alpha_2 - \alpha_1).$$

По том обрасцу израчунава се α_0. Да би отступања на δ_1 и δ_2 мало утицала на рачун, не сме разлика $\delta_2 - \delta_1$ бити врло мала; теориски је најбоље да она буде близу 90°, али се тада посматрање не може обавити. Када је α_0 израчунато, φ и s добијају се из следећих једначина

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta_1 \frac{\sin(\alpha_0 - s)}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta_2 \frac{\sin(s - \alpha_0)}{\sin(\alpha_2 - \alpha_0)}, \quad (30)$$

које се лако изводе из једначине (29).

Свака од њих даје или φ, ако је познато s, или s, ако је познато φ. Да бисмо нашли најповољније услове посматрања наћи ћемо зависност између поправака величина φ и s, а у том циљу диференцијалићемо једначине (30). Добићемо

$$\frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} = - \frac{\operatorname{tg} \delta_1}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)} \cos(\alpha_0 - s)\, ds.$$

Одатле налазимо

$$\frac{ds}{d\varphi} = - \frac{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)}{\cos^2 \varphi \operatorname{tg} \delta_1 \cos(\alpha_0 - s)},$$

То значи да је $ds/d\varphi = 0$ када је $\sin(\alpha_0 - \alpha_1) = 0$, тј. $\alpha_0 - \alpha_1 = 0^0$ или $\alpha_0 - \alpha_1 = 180^0$; у оба се случаја, као што није тешко видети из једначине (29 , добија $I = 90^0$ и $\alpha_1 = \alpha_2$ или $\alpha_1 = \alpha_2 + 180^0$.

Према томе да би се одредило s, тј. стање часовника из познате ширине φ, подесно је користити се таквим двема звездама чије се ректасцензије α_1 и α_2 мало разликују једна од друге (кад се посматра на југ) или се разликују приближно за 12^h (кад се посматра на север — једна звезда изнад пола, друга испод њега). С друге стране је

$$\frac{d\varphi}{ds} = - \frac{\cos^2 \varphi \operatorname{tg} \delta_1 \cos(\alpha_0 - s)}{\sin(\alpha_0 - \alpha_1)}.$$

Значи, $d\varphi/ds = 0$ кад је $\cos(\alpha_0 - s) = 0$ или $\alpha_0 - s = \pm 90^0$, тј. кад тачка S_0 лежи на 90^0 од тачке на екватору која кулминује, тј. кад се поклапа са источном или западном тачком. Значи, посматрања за одређивање ширине места φ из познатог звезданог времена, тј, кад знамо стање хронометра, морају се вршити на тај начин што ће се посматрати пролаз две звезде кроз један исти вертикал у близини првог вертикала.

Ако није посматран једновремен пролаз обеју звезда кроз једну исту вертикалну раван, него пролаз звезде S_1 (α_1, δ_1) у тренутку T_1 а звезде S_2 (α_2, δ_2) у тренутку T_2, могу се извести исти закључци као и у посматраном случају. И заиста, треба само замислити да се у оној тачки небеске сфере у којој се звезда S_2 (α_2, δ_2) налазила у тренутку T_2, у тренутку T_1 (тј. $T_2 - T_1$ раније) налазила тачка чија је деклинација δ_2, а ректасцензија за $T_2 - T_1$ мања од α_2, тј. чија је ректасцензија $\alpha'_2 = \alpha_2 - (T_2 - T_1)$; обележимо ту величину са α'_2, а тачку на небеској сфери чија је ректасцензија α'_2 и деклинација δ_2 са S'_2. Тада ће наше посматрање бити еквивалентно са идеалним посматрањем једновременог пролаза двеју звезда S_1 (α_1, δ_1) и S'_2 (α'_2, δ_2) у тренутку T_1 кроз једну исту вертикалну раван, и задатак одређивања φ и s из тих посматрања свешће се на већ размотрени задатак. За удобност посматрања важно је, разуме се, да се тренуци T_1 и T_2 не разликују много један од другог, на пр. не више од 15 минута. Јасно је међутим да је таква посматрања тешко извршити једним виском, јер је тешко задржати око у непромењивом положају за све време посматрања између прве и друге звезде. То је могуће ако се користе два виска или троугао од конца.

У последњем случају могу се једна за другом посматрати у тренутку пролаза кроз једну исту раван звезде супротних азимута, на пр. једна звезда на југу, а друга на северу — за одређивање стања часовника, или једна на истоку а друга на западу за ширину места. Ова метода захтева претходни избор подесних парова звезда; такав избор није тешко извршити на звезданој карти, али је, разуме се, лакше користити се већ готовим таблицама, на пр. таблицама у књизи В. П. Ветчинкина „Метод одновременно-равных азимутов для определения широты и поправки часов", ОНТИ, М.—Л., 1937.

Ова метода одређивања ширине и стања часовникова разрађена је у неколико радова на руском језику; ево њихова вероватно непотпуна списка:

1) Проф. К. Д. Покровский, Путеводитель по небу. (Способ Харцера.)

2) Проф. Р. Фогель, Новый способ для определения широты и времени, Русский астрономический календарь на 1899 г.

3) Проф. Р. Фогель, Способ определения широты и времени, Киевские университетские известия, том XII, 1898.

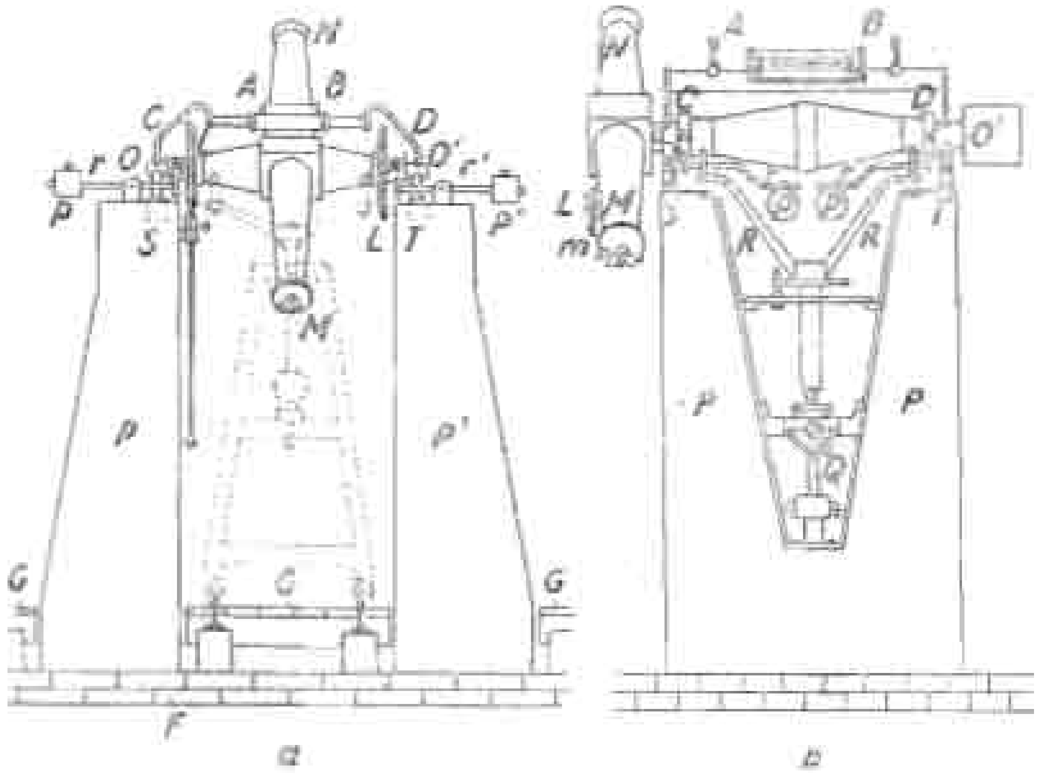
4) В. В. Каврайский, Определние времени без астрономических инструментов и тригонометрических вычислений, Русский астрономический календарь на 1912 г..

5) А. С. Яголим, Определение широты и времени по наблюдению звезд в одном и том же вертикале, Астрономический журнал, 11, № 2, 1934.

ГЛАВА ШЕСНАЕСТА

ПАСАЖНИ ИНСТРУМЕНАТ

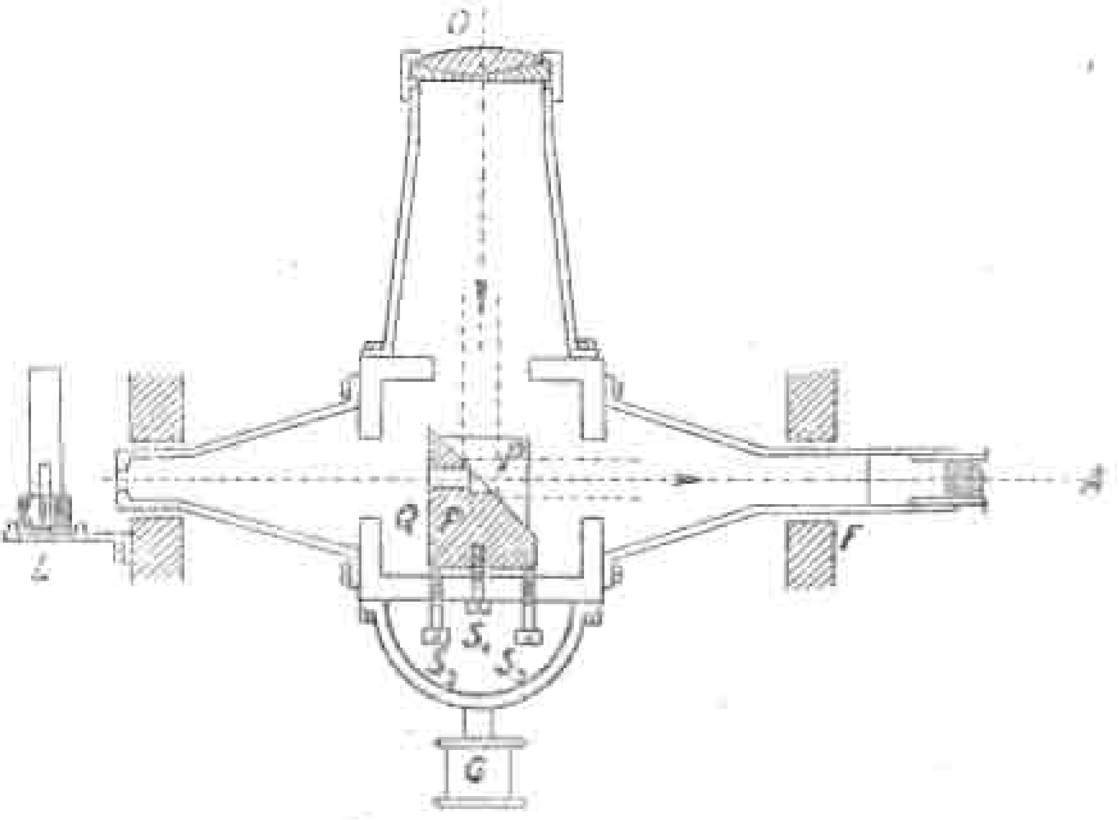
138. Општи опис. — (сл. 63, 64 и 65). Пасажни инструменат служи да се уз помоћ часовника одреди тренутак пролаза небеских тела кроз вертикалну раван, или кроз вертикални круг небеске сфере. Он се састоји из дурбина који се може обртати само око једне осовине, која је у идеалном случају потпуно хоризонтална. Дурбин може бити прав или преломљен. Технички се осовина остварује тако, што се на крајеве осовине (обично од месинга) стављају челични *наглавци*, по могућству тачно кружног пресека и једнаког полупречника. Они почивају на правоуглим лежиштима од месинга или бронзе, као што је приказано на сл. 70. Права која спаја ове кружне пресеке којим сваки наглавак лежи на свом лежишту јесте обртна осовина пасажног инструмента.



Сл. 63 — Пасажни инструменат

P и *P'*—су стубови од камена или цигле на темељу *F*, *G*—је под који не додирује стубове; *N*—је објектив, *M*—окулар с микрометром *m*; *OO'*—осовина; *S* и *T*—лежишта, *k* и *k'*—ваљци који обухватају осовину; *r* и *r'*—полуге са теговима *p* и *p'* на крајевима, који уравнотежују већи део оптерећења инструмента (али не цело оптерећење); *L*—кругови за довођење дурбина на жељено зенитно отстојање; *C* и *D*—либелини ослонци; *AB*—либела

Прав дурбин ставља се или у средину између наглавака осовине или на један крај осовине, а на други се ставља тег. Преломљен дурбин обично се ставља тако да се својом средином везује за обртну осовину помоћу коцке у којој се налази правоугла призма, која одбија зраке што долазе до звезде и пролазе кроз поменуту половину дурбина у правцу шупље осовине, тако да се на крају осовине, разуме се изван наглавка, добија лик звезде. Понекад се кратки део дурбина са објективом причвршћује помоћу коцке за крај осовине и зраци светлости који се одбијају од призме у коцки пролазе кроз целу осовину и на крају дају лик звезде, у жижној равни дурбина поставља се мрежа конаца, која се састоји од два или више хоризонталних конаца и непарног броја вертикалних конаца који стоје управно на овим првим.

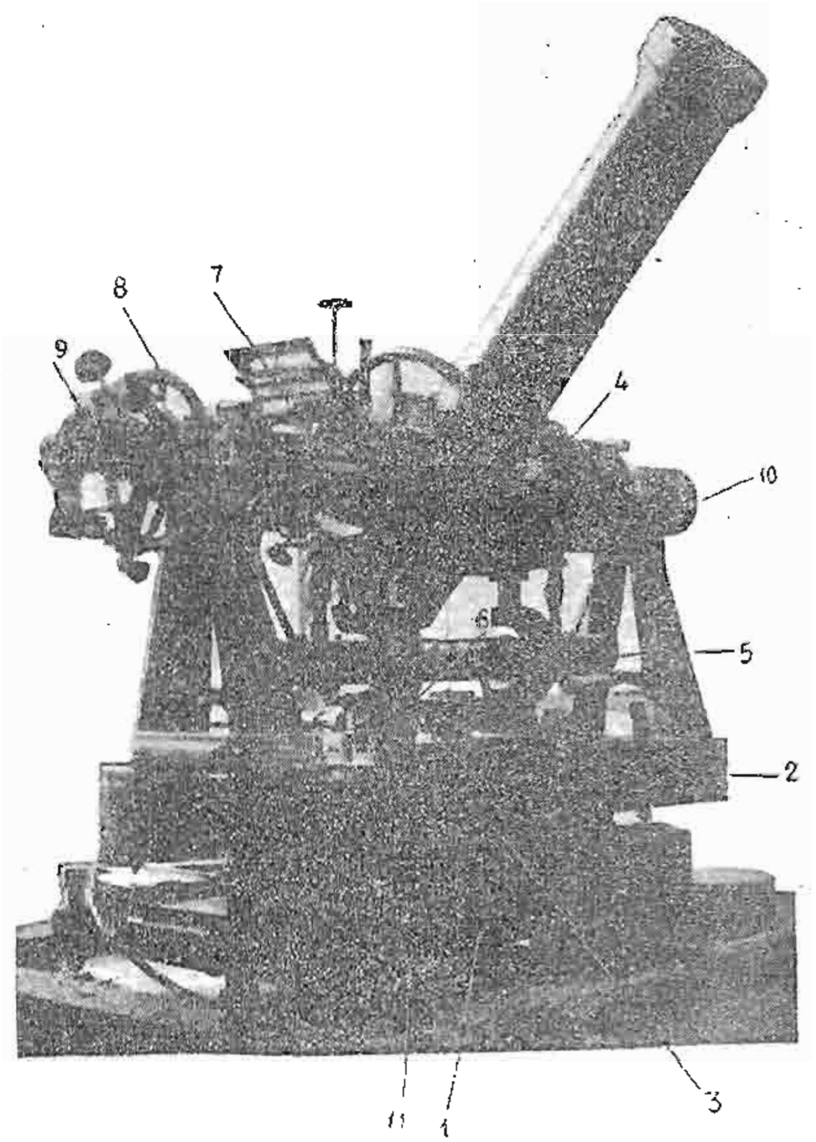


Сл. 61 — Преломљени дурбин

O—објектив; A — окулар; F—мрежа конаца; P—стаклена призма која лежи на катетној призми Q; S_1—завртањ који причвршћује призму P за доњи зид коцке; S_2 и S_3—завртњи за фино кретање призме P; p—мала призма, причвршћена канадским балсамом за призму P, тако да зраци од сијалице L могу пролазити кроз p и P до F и A.

Ако замислимо раван која пролази кроз унутрашњу главну тачку објектива и хоризонталан конац у његовој жижној равни и затим раван њој паралелну, која пролази кроз спољашњу главну тачку објектива, није тешко уочити да ће ова раван сећи небеску сферу по великом кругу који пролази кроз оне тачке хоризонта у којима осовина инструмента пробија небеску сферу; стога хоризонталан конац претставља највећи део овог великог круга.

Код преломљеног дурбина конци који одговарају хоризонталним концима правог дурбина паралелни су делу дурбина који стоји управно на осовини; како је њихова улога иста, то је умесно назвати их хоризонталним, иако су они хоризонтални само онда када се посматрана тачка налази на хоризонту. *Визуром* код пасажног инструмента, назваћемо ову праву која пролази кроз унутрашњу главну тачку објектива и кроз ону тачку средњег вертикалног конца која лежи на средини између два блиска хоризонтална конца.



Сл. 65. — Пасажни инструменат Бамбергова типа.

1—постоље са три положајна завртња; *2*—носач дурбина с лежиштима осовине; *3*—полуга за обртање осовине; *4*—коцка; *5*—либела на хоризонталној осовини; *6*—микрометарски завртањ; *7*—Талкотова либела; *8*—круг за усмеравање дурбина; *9*—окуларни микрометар; *10*—сијалица за осветљавање видног поља; *11*—завртањ за дотеривање у азимуту.

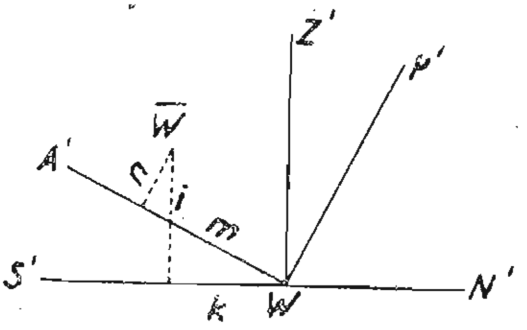
Ако је обртна осовина тачно хоризонтална, а визура управна [на осовини, тачка пресека визуре с небеском сфером лежаће на вертикалном кругу небеске свере. Намена пасажног инструмента састоји се у томе да се њиме одређују уз помоћ хронометра или часовника тренуци пролаза разних небеских тела кроз тај вертикални круг. Постоји увек справа помоћу које се може онај део инструмента који носи лежишта обртати у извесној мери око вертикалне осовине тако да се може мењати азимут обртне осовине; осим тога се може завртњима мењати њен нагиб према хоризонту. Да би се благовремено довео дурбин на оно зенитно отстојање на коме ће звезда проћи кроз вертикал, на осовину је навучен омањи круг на коме се може заузети зенитно отстојање са тачношћу до 1′; да се не би пропустила звезда, треба познавати стање часовника, на пример са тачношћу до 1 минуте. Само посматрање тренутка пролаза звезде иза конца по најпростијој методи врши се овако: када звезда уђе у видно поље дурбина, посматрач дотера дурбин тако да се звезда (у тренутку кулминације) креће између два хоризонтална конца и затим броји секунде са часовника не гледајући на часовник, него гледајући у дурбин и памтећи положај звезде према концима у тренутку сваког секундног удара, нарочито у тренутку оног удара који претходи пролазу звезде иза конца и у тренутку наредног, када је звезда прешла конац, и према величини померања звезде оцењује од ока десете делове секунде који су протекли између првог удара и пролаза звезде иза конаца, и одмах записује односну секунду и десети њен део, а после минуту и час. Ова метода назива се: *метода „вида и слуха“*. Постоје и друге са којима ћемо се упознати у § 145 и 151.

За време посматрања треба окретати инструменат на његовим лежиштима тако, да наглавак који је пре окретања био источни постане западни и обрнуто; за што лакше и што брже окретање раде се нарочите полуге помоћу којих се окретање преломљеног дурбина може извршити за неколико секунада.

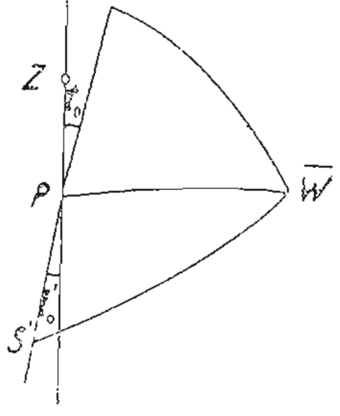
Да би се пасажни инструменат рационално искористио, треба га поставити стабилније од универзалног, најбоље је постављати га на зидани или камени стуб, на коме он стоји дуго времена, а не скида се сваке ноћи као што се то обично ради са универзалним инструментом.

Пасажни инструменат примењује се на првом месту за одређивање тренутака пролаза небеских тела кроз меридијан и тада служи за одређивање стања часовника или ректасцензија; али он се примењује и за одређивање стања часовника из посматрања пролаза звезде кроз вертикал Северњаче и за одређивање ширине места из посматрања пролаза звезда кроз први вертикал. Ми ћемо изложити прву и трећу примену пасажног инструмента.

139. Пасажни инструменат у меридијану; његове константе. — Ако је осовина инструмента уперена од источне ка западној тачки, а визура управна на осовини, она се при окретању инструмента око осовине креће у равни меридијана и тренутак T пролаза



Сл. 66



Сл. 67

неке звезде иза средњег конца забележен према звезданом часовнику или хронометру је у исто време и тренутак њеног пролаза кроз меридијан.

Међутим идеалан инструменат не постоји; његова осовина никада није уперена тачно у западну тачку, а визура никада није управна на овој осовини. Нека на сл. 66, која претставља део небеске сфере посматран изнутра, W претставља западну тачку, $\overline{W}$ ону тачку небеске сфере у којој је просеца осовина инструмента, врло близу тачке W; WZ' — део првог вертикала, WA' — део екватора, WP' — део деклинационог круга, WS' и WN' — правци ка јужној и северној тачки; као што је познато угао између WZ' и WA' једнак је ширини места φ. Означимо отстојање $\overline{W}$ од WA', тј. деклинацију тачке $\overline{W}$, са n и рачунајмо њен знак као код деклинације, тј. позитиван ако $\overline{W}$ лежи северно од екватора. Отстојање $\overline{W}$ од WP' означимо са m — и сматрајмо да је позитивно, ако, као на слици, $\overline{W}$ лежи јужно од WP'; јасно је да је $90^0 - m$ часовни угао тачке $\overline{W}$ у обичном смислу речи. У другом, хоризонталном координатном систему, означимо отстојање $\overline{W}$ од линије хоризонта $S'WN'$ са i; то је нагиб осовине инструмента према равни хоризонта; сматрајмо да је он позитиван кад је, као на слици, западни крај осовине виши од источног. Отстојање $\overline{W}$ од WZ' означићемо са k и називаћемо га *азимутом* хоризонталне осовине или инструмента и сматрати позитивним кад $\overline{W}$ лежи јужно од WZ'. Јасно је да је $90^0 - k$ азимут западног краја осовине, тј. азимут тачке $\overline{W}$ рачунат од јужне тачке. Напослетку усвојмо да је угао између правца осовине од истока ка западу и правца визуре од окулара ка објективу једнак $90^0 + c$, где је c колимација, која може бити позитивна и негативна. Ако је $c = 0$, визура описује на небеској сфери велики круг који пролази на отстојању i од зенита (источно од зенита ако је $i > 0$) и који пресеца хоризонат у тачкама чији су азимути $180^0 - k$ и $360^0 - k$; ако је уз то колимација позитивна, визура описује мали круг паралелан овом великом, а који лежи источно од последњег на отстојању c. За време посматрања нашим инструментом ми посматрамо тренутке пролаза небеских тела кроз овај мали круг, па морамо да одредимо како се из ових тренутака могу добити тренуци пролаза кроз меридијан, ако су нам познате бројне вредности инструментских констаната c, m, n или c, i, k (в. § 140), а затим морамо видети на који начин можемо одредити бројне вредности ових констаната (в. § 142—145). Координате m, n, i и k у пракси не прелазе $1'$; отуда део сфере на сл. 66 можемо без осетног отступања сматрати за раван.

140. Основни обрасци. — Нека је на сл. 67 $\overline{W}$ западни крај осовине, P пол, Z зенит, S небеско тело у тренутку пролаза иза средњег конца инструмента. Тада је

$$PS = 90^0 - \delta,\quad \overline{W}S = 90^0 + c,\quad \overline{W}P = 90^0 - n,\quad \overline{W}PZ = 90^0 - m;$$

SPZ тражени часовни угао, који ћемо означити са t_0;

$$\overline{W}PS = 90^0 - m - t_0.$$

Из троугла $\overline{W}PS$ имамо

$$\begin{aligned}\cos(90^0 + c) = {} & \cos(90^0 - n)\cos(90^0 - \delta) + \\ & + \sin(90^0 - n)\sin(90^0 - \delta)\cos(90^0 - m - t_0) \qquad (31)\end{aligned}$$

или

$$-\sin c = \sin n \sin \delta + \cos n \cos \delta \sin (m + t_0). \qquad (31')$$

одакле добијамо

$$\sin (m + t') = -\frac{\sin c}{\cos n \cos \delta} - \operatorname{tg} n \operatorname{tg} \delta.$$

Али све константе m, c и n морају бити и јесу мале, оне не прелазе $15''$, па је зато и t_0 мало, тако да се с довољном тачношћу може узети да је

$$m + t_0 = -c \sec \delta - n \operatorname{tg} \delta,$$

одакле налазимо

$$t_0 = -m - c \sec \delta - n \operatorname{tg} \delta. \qquad (32)$$

За звезду у доњој кулминацији наћи ћемо, ако часовни угао звезде означимо са $180^\circ + t_0'$, да је

$$t_0' = -m + c \sec \delta + n \operatorname{tg} \delta. \qquad (33)$$

Нека је T тренутак пролаза дате звезде иза средњег конца према хронометру или часовнику. У том тренутку њен часовни угао је t_0. Према томе, тренутак пролаза небеског тела кроз меридијан према часовнику биће

$$\mathrm{T} - t_0 = \mathrm{T} + m \pm c \sec \delta \pm n \operatorname{tg} \delta \begin{cases} \text{горња кулминација} \\ \text{доња кулминација} \end{cases}$$

и, према томе,

$$\left.\begin{aligned} \alpha + a &= \mathrm{T} - t_0 + u = \mathrm{T} + u + m + c \sec \delta + n \operatorname{tg} \delta \,\{\, \text{горња кулминација} \\ 12^h + \alpha - a &= \mathrm{T} - t_0' + u = \mathrm{T} + u + m - c \sec \delta - n \operatorname{tg} \delta \,\{\, \text{доња кулминација} \end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

Овде је α привидна ректасцензија, тј. измењена годишњом аберацијом и узета према положају пола (или равнодневичке тачке) у тренутку посматрања; она се узима из астрономског годишњака или се посебно израчунава по обрасцима сферне астрономије. Слово a означава дневну аберацију, тј. $a = +0^s{,}021 \cos \varphi \sec \delta$. Обично се утицај дневне аберације спаја са утицајем колимације и тада једначине добијају облике

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \\ 12 + \alpha &= \end{aligned}\right\} \mathrm{T} + u + m \pm (c - 0^s{,}021 \cos \varphi) \sec \delta \pm n \operatorname{tg} \delta \begin{cases} \text{горња кулминација,} \\ \text{доња кулминација.} \end{cases}$$

То је Беселов образац за свођење посматрања на пасажном инструменту.

Са слике 66 лако се добијају везе:

$$m = k \sin \varphi + i \cos \varphi, \qquad k = m \sin \varphi - n \cos \varphi,$$
$$n = i \sin \varphi - k \cos \varphi, \qquad i = m \cos \varphi + n \sin \varphi.$$

Замењујући у Беселовом обрасцу изразе m и n са i и k, добијамо после простих свођења ове обрасце Тобија Мајера.

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha + a = \mathrm{T} + u + c \sec\delta + i \dfrac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos\delta} + k \dfrac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\delta} & \text{горња кулм.} \\ 12^h + \alpha - a = \mathrm{T} + u' - c \sec\delta + i \dfrac{\cos(\varphi + \delta)}{\cos\delta} + k \dfrac{\sin(\varphi + \delta)}{\cos\delta} & \text{доња кулм.} \end{array}\right\} \quad (35)$$

Коефицијенти уз c, i, k често се обележавају словима C, I, K.

Видећемо даље да у току посматрања треба обртати инструменат на лежиштима. Није тешко уочити да ће после обртања угао између правца осовине од истока према западу и визуре постати $90^0 - c$ место $90^0 + c$, и зато ће у другом положају знак уз c бити супротан. Обично се разликује један положај инструмента од другог на тај начин, што се указује на којој је страни, на истоку или на западу, вертикални круг на обртној осовини.

Ако се горе написани обрасци односе на један положај, за други ће они изгледати овако:

$$\left.\begin{array}{r} \alpha = \\ 12^h + \alpha = \end{array}\right\} \mathrm{T} + u +$$

$$+ m \mp (c + 0^s{,}021 \cos\varphi) \sec\delta \pm n \operatorname{tg}\delta \left\{\begin{array}{l} \text{горња кулминација} \\ \text{доња кулминација} \end{array}\right\} \text{ II положај} \quad (36)$$

или

$$\left.\begin{array}{r} \alpha = \\ 12^h + \alpha = \end{array}\right\} \mathrm{T} + u \mp (c + 0^s{,}021 \cos\varphi) \sec\delta +$$

$$+ i \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos\delta} + k \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos\varphi} \left\{\begin{array}{l} \text{горња кулминација} \\ \text{доња кулминација} \end{array}\right\} \text{ II положај} \qquad (37)$$

141. Посматрања на бочним концима. — Пролази звезда се не посматрају само на средњем концу већ на свима концима у мрежи, да би се повећала тачност посматрања сваке кулминације звезде. Али се свођење ових посматрања на меридијан не врши независно, него се посматрања на бочним концима своде на средњи конац, и то на овај начин.

Нека је часовни угао звезде при пролазу иза ма кога бочног конца $t_0 \pm t$, где t_0 има исто значење као у § 140; обележимо са f угловно отстојање тога бочног конца од средњег, тј. угао с теменом у унутрашњој главној тачки објектива и с крацима упереним ка тачкама средњег и бочног конца које се налазе на средини између хоризонталних конаца. Тада ћемо, аналого једначинама (31) и (31′), имати

$$\cos(90^0 + c \pm f) - \cos(90^0 - n)\cos(90^0 - \delta) +$$
$$+ \sin(90^0 - n)\sin(90^0 - \delta)\cos(90^0 - m - t_0 \pm t)$$

или

$$-\sin(c \pm f) = \sin n \sin\delta + \cos n \cos\delta \sin(m + t_0 \mp t).$$

Одузимајући ову једначину од једначине (31′), добићемо

$$-\sin(c \pm f) + \sin c = \cos n \cos\delta\,[\sin(m + t_0 \mp t) - \sin(m + t_0)]$$

или

$$-2\sin\frac{\pm f}{2}\cos\left(c\pm\frac{f}{2}\right)=\cos n\cos\delta.\,2\sin\frac{\mp t}{2}\cos\left(m+t_0\mp\frac{t}{2}\right).$$

Но како су c, n и $m+t_0$ увек врло мали, реда 15″, то се с потпуно довољном тачношћу може написати

$$2\sin\left(\mp\frac{f}{2}\right)\cos\left(\mp\frac{f}{2}\right)=2\sin\left(\mp\frac{t}{2}\right)\cos\left(\mp\frac{t}{2}\cos\delta\right),$$

одакле добијамо $\sin t=\sin f\sec\delta$. Угао f не прелази 30′; стога је, ако δ није близу 90°, угао t такође мали, услед чега се може узети да је

$$t=f\sec\delta,$$

где су f и t изражени у оним јединицама у којима је то најзгодније, тј. у радијантима, у лучним секундама или у временским секундама. Али за звезде близу пола, за које је t веће од две временске минуте, t већ није довољно мало; зато ћемо претпоследњу једначину написати овако:

$$\frac{t}{t}\sin t=f\sec\delta\qquad\text{или}\qquad\frac{206\ 265}{15}\,t\cdot\frac{\sin t}{t}=\frac{206\ 265}{15}\,f\sec\delta$$

и напослетку

$$t^s\cdot\frac{\sin t}{t}=f^s\sec\delta,$$

где су t^s и f^s углови t и f изражени у временским секундама.

Одатле добијамо

$$\lg t^s+\lg\frac{\sin t}{t}=\lg f^s+\lg\sec\delta.$$

Мала величина $k=\lg(t/\sin t)$ може се згодно утабличити. Мали одломак овакве таблице дат је при дну стране. Тада можемо написати

$$\lg t^s=\lg f^s\sec\delta+k.$$

На тај начин, ако је познато f, за сваки се конац добија његово „свођење на средњи", и ако додамо t на тренутак пролаза звезде иза бочног конца или га од тог тренутка одузмемо, добићемо онолико вредности пролаза звезде иза средњег конца, колико има конаца, и од њих ћемо узети аритметичку средину.

Да би се, пак, добиле величине f после приближно дотераног инструмента у меридијан, посматрају се пролази полара с деклинацијама од 70—85° (севернији се крећу сувише споро и зато је њихова употреба незгодна) иза свију конаца у мрежи. Тада свака звезда за сваки конац даје t^s, а f^s се добија из једначине

$$\lg f^s=\lg t^s+\lg\cos\delta-k.$$

Средња вредност из неколико (10—20) одређивања даје већ довољно поуздану вредност за f^s.

t^s	$\lg f\sec\delta$	$k=\lg(t/\sin t)$
60	1,778	0,00000
300	2,477	0,000035
600	2,778	0,00014
900	2,954	0,00031
1200	3,079	0,00055
1500	3,175	0,00086
1800	3,254	0,00124

Пошто смо извели Беселов и Мајеров образац и приказали свођење посматрања с бочних конаца на средњи, сад треба да изложимо методе за одређивање бројних вредности величина i, c и k које улазе у изведене обрасце.

142. Одређивање нагиба обртне осовине i. — Већ смо у § 44 видели примену либеле на одређивање нагиба обртне осовине према хоризонту. Нађена правила примењују се и на случај пасажног инструмента. Као што је већ речено, нагиб се сматра позитивним ако је западни крај осовине виши од источног.

Да би се избегао несопоразум препоручује се да се при записивању читања увек обележава на који се крај мехура читања односе, на источни или западни; јер ако је нула на истоку, читање ће бити a_e, $a_\omega (a_e < a_\omega)$; када је нула на западу, читање ће бити a_e' a_ω' $(a_\omega' < a_e')$; и ако тада са β^s означимо вредност полудела либеле у временским секундама, имаћемо

$$i^s = \frac{1}{2}\left[(a_e + a_\omega) - (a_e' + a_\omega')\right]\beta^s.$$

Притом треба испитати и узимати у обзир могућу неједнакост наглавака обртне осовине. У том циљу изврши се одређивање нагиба i поступком изложеним у § 61, при положају интрумента KI (круг исток), затим се веома пажљиво окрене инструменат у положај KZ (круг запад) и поново одреди нагиб либелом. Нека је привидни нагиб добивен из непосредних читања либеле при KI $\overline{i}_1$, а при кругу KZ $\overline{i}_2$. Ако наглавци нису једнаки, $\overline{i}_1$ неће бити једнако $\overline{i}_2$; и то ако је наглавак с оне стране где је круг дебљи, онда је $\overline{i}_1 < \overline{i}_2$. Ако још нагиб при једнаким наглавцима обележимо са i_0, а утицај различите дебљине наглавака, као у § 61, са x, онда ће стварни нагиб осовине при KI бити $i_1 = i_0 - x$, а при KZ $i_2 = i_0 + x$; а добивене вредности $\overline{i}_1$ и $\overline{i}_2$ биће једнаке

$$\overline{i}_1 = i_1 - x = i_0 - 2\,x \quad \text{и} \quad \overline{i}_2 = i_2 + x = i_0 + 2x.$$

Одатле излази да је $x = \frac{1}{4}\,(\overline{i}_2 - \overline{i}_1)$ и, према томе, да су стварни нагиби, који нам баш и требају за обраду посматрања:

$$i_1 = \overline{i}_1 + x = \overline{i}_1 + \frac{1}{4}\,(\overline{i}_2 - \overline{i}_1),$$

$$i_2 = \overline{i}_2 - x = \overline{i}_2 - \frac{1}{4}\,(\overline{i}_2 - \overline{i}_1).$$

Величина $\frac{1}{4}(\overline{i}_2 - \overline{i}_1)$ је константа инструмента; она се одређује на овде показани начин велики број пута, да би се већим бројем мерења уништила њихова случајна отступања. Обично је ова константа врло мала и често се она не може поуздано одредити због своје мајушности.

Ако је наглавак круга тањи од овог другог, сва ова расуђивања остају на снази, само је величина x негативна; обрасци остају без промене. Читаоцу се предлаже да ово провери. О неправилностима наглавака види § 152.

143. Одређивање колимације. — Има неколико метода за одређивање колимације; за једне су потребни помоћни инструменти, али не захтевају ведро небо, за друге су потребна посматрања полара, али без икаквих допунских инструмената. Описаћемо укратко најважније од њих:

1) Одређивање колимације помоћу колиматора. Северно или јужно од инструмента постави се на чврст темељ хоризонталан помоћни дурбин тако да он претставља наставак дурбина пасажног инструмента, ако се овај постави хоризонтално и окрене му се објектив према објективу помоћног дурбина; у жижу овог дурбина, која се назива *колиматор*, постави се плоча с малим отвором или крст конаца, иза њега мутно стакло, а иза овог извор светлости, на пример електрична сијалица. Према томе, посматрач, гледајући у дурбин, видеће осим мреже конаца још и отвор или крст конаца у колиматору. Потребно је на дурбину имати окуларни микрометар (види § 113), тј. пауков конац у равни мреже конаца, паралелан вертикалним концима мреже, а који се може померати завртњем чији се цели обрти и делови обрта могу читати; ако су растојања бочних конаца одређена (в. § 141), то се она могу измерити завртњевим обртима и одатле се може извести колико лучних или временских секунада обухвата један завртњев обрт. Претпоставимо, као што је најчешће случај, да се конац микрометра помера ка његовом котуру ако се завртањ заврће и да притом подела на котуру расте, да је колиматор постављен јужно од пасажног инструмента и да је котур западно од окулара.

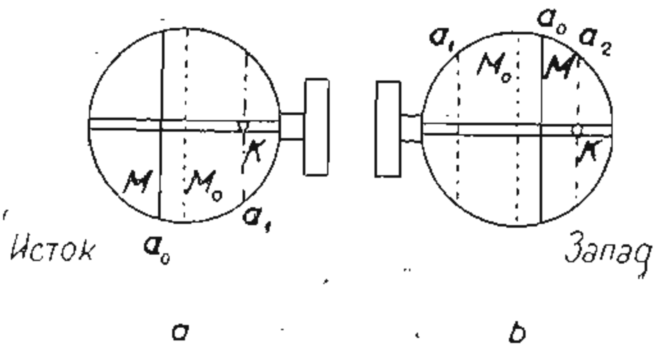
Уперимо дурбин (сл. 68а) на колиматор тако да његов отвор K или тачка пресека његова крста дође између два хоризонтална конца, наведимо покретни конац на отвор или на ту тачку колиматора и прочитајмо котур; нека он показује рецимо a_1 делова. Претпоставимо да је a_0 читање завртња при навођењу на средњи конац M у мрежи; значи лик отвора у колиматору лежи за $a_1 - a_0$ котурових делова западно од средњег конца. Сад окренимо инструменат на његовим лежиштима и опет уперимо дурбин на колиматор (68б); завртњев котур налазиће се источно од окулара; нека његово читање при навођењу конца на отвор колиматора буде a_2; значи, сад лик отвора у колиматору лежи за $a_0 - a_2$ котурових делова западно од средњег конца M у мрежи. Замислимо сад праву, која пролази кроз унутрашњу главну тачку објектива, управну на обртној осовини инструмента; за њу је колимација нула и ми ћемо је називати линија без колимације; њој одговара средњи конац без колимације M_0. Ако при обртању инструмента осовина заузима тачно свој претходни правац, јасно је да ће и линија без колимације заузимати свој претходни правац. С друге стране, и правац зракова који долазе из колиматора такође је исти пре и после обртања. Стога ће се лик колиматорова отвора или крста пре и после обртања налазити на једнаком отстојању од оне тачке између хоризонталних конаца кроз коју пролази линија без колимације. Према томе ће микрометарско читање при навођењу на ту тачку или на средњи конац без колимације бити једнако полузбиру читања a_1 и a_2, тј. $\frac{1}{2}(a_1 + a_2)$, а разлика између $\frac{1}{2}(a_1 + a_2)$ и читања a_0, при навођењу покретног конца на средњи конац бити сама колимација, и то у другом положају инструмента

$$c = \frac{1}{2}(a_1 + a_2) - a_0,$$

а пре обртања

$$c = a_0 - \frac{1}{2}(a_1 + a_2);$$

овде је c изражено у деловима завртњева обрта; ако знамо вредност једног обрта, можемо c изразити у временским секундама.



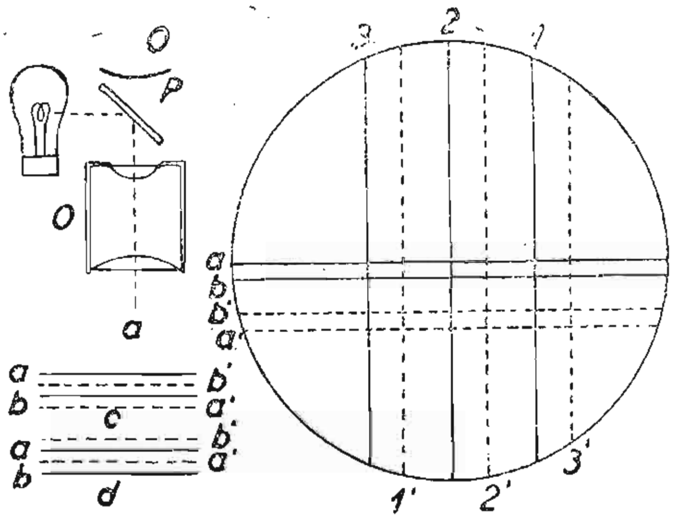
Сл. 68

Примењујући иста расуђивања на случај када је колиматор постављен северно од инструмента добили бисмо потпуно исте обрасце за c.

У овој методи претпоставља се да су и пре и после обртања инструмента осовина и линија без колимације сачувале свака свој правац. Претпоставимо међутим, да је при обртању инструмента из било каквог разлога осовина скренула тако, да се њен азимут k (у предњем његовом значењу) смањио. Тада бисмо, у случају да се колиматор налази на југу, место тачног читања a_2 добили нетачно, мање читање $a_2 - x$, а у случају да се колиматор налази на северу, место a_2 веће читање $a_2 + x$. Тада би се колимација у оба случаја добила с отступањем једнаким по апсолутној вредности, а супротног знака; узимајући аритметичку средину обеју вредности c, добили бисмо тачну њену вредност која не зависи од отступања услед обртања. Претпоставимо напослетку да имамо два колиматора и да у јужном постоји сталан, а у северном покретан вертикалан конац; претпоставимо даље да су оба колиматора постављена тако, да се осовине њихових објектива по могућству поклапају и да посматрач, гледајући кроз северни колиматор види у њему ликове конаца јужног колиматора; између колиматорских објектива налази се коцка пасажног инструмента; претпоставимо да су на њеној јужној и северној страни начињени отвори кроз које пролазе зраци из једног колиматора у други. Посматрач доводи покретни конац северног колиматора до поклапања са ликом конца јужног колиматора. Тада светлосни зраци, који долазе од једног или другог конца и иду између колиматора, образују међу собом *паралелне* снопове зракова. Према томе је навођење дурбина пасажног инструмента најпре на јужни колиматор, а затим на северни по резултату једнако обртању инструмента, и ако су a_1 и a_2 читања окуларног микрометра пасажног инструмента при навођењу на конац јужног и северног колиматора, a_0 читање при навођењу на средњи конац, онда је $c = a_0 - \frac{1}{2}(a_1 + a_2)$ ако се придржавамо правила за знаке која су наведена у овом параграфу.

2. Одређивање колимације помоћу живиног хоризонта. За ово треба, кад је дурбин у вертикалном положају, са објективом доле, имати под објективом живин хоризонат, тј. плитак суд са живом, који се ставља на чврст темељ под патосом, по средини између два стуба на којима се налазе лежишта, и који се обично покрива поклопцем у поду. Живин хоризонат се ставља тако да објектив дурбина кад је овај у вертикалном положају с објективом доле дође баш изнад средине живине површине, која је према особини течности хоризонтална. Испред окулара O (сл. 69) постави се стаклена плочица P под углом од 45^0 према правцу светлосних зракова који пролазе кроз средину видног поља, са стране се налази сијалица са мутним стаклом чија се светлост одбија од обеју површина ове плочице, пролази кроз окулар, низ дурбин, кроз објектив, пада на живу, одбија се под углом који је једнак упадном углу, прелази обратан пут, после окулара пролази кроз плочицу и пада у посматрачево око O'.

Тада се у видном пољу види, осим мреже конаца, још и њен *лик* у живи (сл. 69). Разумљиво је образовање овог лика кад су конци осветљени; од њих зраци иду у све стране — и ка посматрачу право кроз окулар и ка објективу, до живе, и назад до посматрачева ока. Али се лик конаца у окулару добија и у том случају кад светлост иде једнострано од поменуте стаклене плочице. Треба још приметити ово: претпоставимо да је осовина хоризонтална и да је колимација средњег конца једнака нули; тада визура описује вертикалну раван и стога се



Сл. 69. Одређивање колимације помоћу живиног хоризонта.
Непрекидне линије — стварни конци, испрекидане линије — одбијени конци

може обртањем дурбина око осовине поставити он тако, да се зраци од тачке на средњем концу, која се налази између два хоризонталца конца, враћају обратно предњим путем и да се „одбијени" лик поклапа са „стварном" тачком. Претпоставимо сад да је осовина нагнута за угао i'', тада ће се „одбијени" лик средњег конца померити на *запад* од „стварног" конца за угао $2i''$. Претпоставимо да при $i = 0$ колимација није нула него $+c$; тада ће се „одбијени" конац налазити *источно* од „стварног" за угао $2c''$. Према томе посматрач ће окуларним микрометром измерити растојање између „стварног" и „одбијеног" средњег конца у деловима завртњева обрта и сматрати га позитивним, ако „одбијени" конац лежи западно од стварног; ако је ово растојање једнако d'' (у лучним секундама), онда је $d'' = 2i'' - 2c''$. Ако је нагиб осовине измерен либелом, онда се одатле добија колимација

$$c = \frac{1}{2}(2i'' - d'').$$

3. **Одређивање колимације посматрањем звезда.** У том циљу посматрају се пролази звезда близу пола иза бочних конаца с једне стране средњег конца и при том се мери нагиб i_1; затим се инструменат окрене пажљиво, али довољно брзо, да би се још могли добити пролази исте звезде иза бочних конаца с друге стране од средњег; средњи се мора по правилу пропустити за време обртања, а тренуци пролаза звезде иза бочних конаца бележе се као и пре обртања инструмента. Треба схватити да ће то бити они исти конци иза којих су посматрани пролази пре обртања инструмента. Измери се опет нагиб осовине i_2. После тога се оба посматрања на бочним концима сведу на средњи конац; нека су добивени тренуци T_1 и T_2. Под претпоставком да је азимут k пре и после обртања био једнак, добићемо две једначине, аналоге једначинама (35) и (37) изведеним у § 140:

$$\left.\begin{aligned} \alpha + a = T_1 + u + c \sec\delta + i_1 \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos\delta} + \\ + k \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos\delta} \left\{ \begin{array}{l} \text{горња кулминација} \\ \text{доња кулминација} \end{array} \right. \end{aligned}\right\} \text{I положај},$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha + a = T_2 + u - c \sec\delta + i_2 \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos\delta} + \\ + k \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos\delta} \left\{ \begin{array}{l} \text{горња кулмонација} \\ \text{доња кулминација} \end{array} \right. \end{aligned}\right\} \text{II положај}.$$

Величина u сматра се да је непроменљива, јер сва посматрања трају само мали број минута. Ако одузмемо другу једначину од прве добијамо

$$0 = T_1 - T_2 + 2c \sec\delta + (i_1 - i_2) \frac{\cos(\varphi \mp \delta)}{\cos\delta}.$$

Одатле добијамо c за први положај инструмента:

$$c = \frac{1}{2} \, (T_2 - T_1) \cos\delta - (i_1 - i_2) \cos(\varphi \mp \delta).$$

144. Одређивање азимута k врши се комбиновањем посматрања двеју или више звезда чији се коефицијенти уз k знатно разликују, tj. из звезда близу пола и зенитних или екваторских или из звезда у горњој и доњој кулминацији. Колимација и нагиб осовине морају бити познати. Тада за поларе важи једначина аналога једначини (35) изведеној у § 140:

$$\alpha = T_p + u_p + (c - 0^s{,}021 \cos\varphi) \sec\delta_p + i_p \frac{\cos(\varphi - \delta_p)}{\cos\delta_p} + k \frac{\sin(\varphi - \delta_p)}{\cos\delta_p}$$

или аналога за доњу кулминацију. А у случају екваторске или зенитске звезде једначина

$$\alpha = T + u + (c - 0^s{,}021 \cos\varphi) \sec\delta + i \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos\delta} + k \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\delta}.$$

Стања часовника могу се или сматрати за једнака, ако се тренуци T_p и T мало разликују један од другог а дневни ход часовника је мали, или се, ако је дневни ход часовника ω познат, може ставити

$$u = u_p + \frac{\omega}{24}(T - T_p),$$

где је $T - T_p$ изражено у часовима и деловима часа. Ако тада одузмемо једну једначину од друге и означимо краткоће ради T_p и T, поправљене за колимацију и нагиб осовине, са T'_p и T', добијамо

$$k \left[\frac{\sin(\varphi - \delta_p)}{\cos\delta_p} - \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\delta} \right] = \alpha_p - \alpha - T_p' + T' + \frac{\omega}{24}(T - T_p).$$

Одатле добијамо k; његов коефицијенат не сме бити мали зато да би неизбежна отступања на T_p и T што мање утицала на одређивање k, а величина коефицијента угловном зависи од δ_p. Осим тога видимо да треба знати тачне вредности α и α_p и да се претпоставља да се за све време посматрања азимут инструмента не мења. Могу се међутим посматрања вршити тако да није потребно тачно знати ректасцензије; то је објашњено у наредном параграфу.

145. Одређивање азимута k из посматрања звезде близу пола у трима узастопним кулминацијама. — Ако постоји колиматор, а још боље два, и окуларни микрометар, може се као што смо видели у првој тачки § 143 одредити c, али се притом, као што је лако видети, добија још угао између линије без колимације и правца зракова који долазе из колиматора (од његова отвора или крста); овај угао једнак је $\frac{1}{2}(a_1 - a_2)$. Ако означимо са K азимут зракова који долазе из јужног колиматора, сматрајући овај пут K позитивним од југа ка истоку, онда је

$$K = k + \frac{1}{2}(a_1 - a_2).$$

Сматраћемо да је у току посматрања, која ће бити ниже описана, азимут K колиматора сталан, па ће нам, значи, свако одређивање a_1 и a_2 дати, истина не k, али промену k; на пример: ако 12^h после првог нашег одређивања a_1 и a_2 нађемо величине a_1' и a_2', онда је

$$K = k' + \frac{1}{2} (a_1' - a_2')$$

и, према томе, промена $k' - k$ једнака $\frac{1}{2} (a_1 - a_2) - \frac{1}{2} (a_1' - a_2')$ биће позната; означићемо је са Δk.

Осим тога, ако нам ректасцензија посматране поларе и није тачно позната, ипак можемо израчунати промену $\Delta\alpha$ њене ректасцензије која долази од прецесије, нутације и аберације; зато претпоставимо да нам је $\Delta\alpha$ познато. На основи изложенога, посматрања звезде близу пола у трима узастопним кулминацијама даће нам ове једначине:

$$\left.\begin{aligned} \alpha + a &= T_1 + u_1 + c_1 \sec\delta + i_1 \cos(\varphi - \delta) \sec\delta + \\ &\qquad + k_1 \sin(\varphi - \delta) \sec\delta \text{ (горња кулм.)}, \\ \alpha + \Delta\alpha - a &= T_2 - 12^h + u_2 - c_2 \sec\delta + i_2 \cos(\varphi + \delta) \sec\delta + \\ &\qquad + (k_1 + \Delta k) \sin(\varphi + \delta) \sec\delta \text{ (доња кулм.)}, \\ \alpha + \Delta'\alpha + a &= T_3 + u_3 + c_3 \sec\delta + i_3 \cos(\varphi - \delta) \sec\delta + \\ &\qquad + (k_1 + \Delta' k) \sin(\varphi - \delta) \sec\delta \text{ (горња кулм.)}. \end{aligned}\right\} \quad (38)$$

Овде су нам $\Delta\alpha$, $\Delta'\alpha$, Δk и $\Delta' k$ познати на основи малочас реченог. Претпоставимо да је часовник имао у току тих дана сталан ход, тако да је промена његова стања била сразмерна времену, тј.

$$u_2 - u_1 = u_3 - u_2 \quad \text{или} \quad \frac{1}{2} (u_1 + u_3) = u_2.$$

Узећемо сада полузбир прве и друге једначине (38) и од њега одузети другу. Тада ће се α скратити, стања часовника ће се скратити и у добивеној једначини остаће *познате* величине и непознато k, тако да ће се добити једначина

$$k\,[\sin(\varphi - \delta) - \sin(\varphi + \delta)] \sec\delta = \text{познатој величини},$$

одакле ћемо добити k и непознајући ректасцензију посматране звезде; али је зато потребно имати поуздан колиматор и поуздан часовник.

Да би колиматор био поуздан њему се даје овакав облик: на солидан стуб, на нивоу објектива дурбина који је дотеран хоризонтално, ставља се објектив колиматора с великом жижном даљином од неколико десетина метара (50—100 метара). У његову жижу, исто на солидан стуб, ставља се такозвана мира, тј. метална плочица с отвором иза кога се ставља мутно стакло и извор светлости. Овај се отвор види у дурбину пасажног инструмента као кружић. Захваљујући великој жижној даљини објектива неизбежна мала *линиска* померења његова и мирина мало се примећују на промени *правца* зракова који долазе из објектива таквог колиматора у објектив пасажног инструмента, а сталност овог правца зракова је основни услов који се поставља колиматору.

Да би показивања часовника била што поузданија добар часовник се држи у добро затвореном цилиндру и у таквој просторији где су дневна колебања температуре неприметна.

146. Дотеривање пасажног инструмента врши се путем поступног приближавања. Помоћу либеле на обртној осовини може се она дотерати хоризонтално; кад се окулар дотера оштро на конце и на звезду, најбоље на Северњачу, тако да лик звезде постане оштар, мрежа се утврди у том положају; притом се израчуна до на 1′ зенитно отстојање Северњаче и вертикални круг дотера тако да без икакве поправке показује зенитно отстојање визуре; после тога лако ће се моћи доводити дурбин на потребна зенитна отстојања. Уперимоли затим дурбин на једну од звезда са познатом ректасцензијом α близу зенита и забележимоли приближно време њена пролаза иза средњег конца T, наћи ћемо стање часовника $u = \alpha - T$; ако затим уперимо дурбин на екваторску звезду α_1, наћи ћемо за њу T_1 и стање $u_1 = \alpha_1 - T_1$. Величина u_1 неће се поклапати са u због константе азимута k. Окретањем постоља инструмента по азимуту постићи ћемо да разлика између u и u_1 не буде велика. После тога ћемо по једној звезди близу екватора проверити хоризонталност такозваних хоризонталних конаца. После ових радњи већ се могу одредити отстојања појединих вертикалних конаца од средњег (§ 141) и константе c, i и k и инструменат дотерати тако да ове константе буду мале.

При преносу инструмента на ново место, разуме се не треба поново одређивати отстојања конаца и померати мрежу конаца ради дотеривања c, већ се треба само побринути за i и k.

147. Одређивање часовникова стања. — Пасажни инструменат у меридијану служи за одређивање ректасцензија (о томе види главу XX) и за одређивање стања часовника. За последњу сврху нарочито су подесни и већином се примењују пасажни инструменти с преломљеним дурбином, какве је крајем XIX века почео израђивати немачки механичар Бамберг. Код њих се постоље са лежиштима састоји из једне јединствене масивне гвоздене плоче, која се са три завртња ослања на другу сличну, нешто већу плочу, која лежи на каменом стубу; помоћу ових завртања на које се инструменат ослања може се у малој мери мењати азимут и нагиб обртне осовине. Да би се крајеви обртне осовине или њени наглавци сачували од брзог хабања, дурбин са осовином не лежи на лежиштима целом својом тежином, већ само малим бројем килограма; осовина је подупрта симетрично према тежишту са два пара котурова, преко којих се велики део тежине дурбина и осовине преноси на једну јаку опругу, која се налази у поменутој гвозденој плочи.

За одређивање часовникова стања u употребљавају се обрасци из § 140 из којих добијамо:

$$u = \alpha - \left[T + (c - 0^s{,}021 \cos\varphi) \sec\delta + i\frac{\cos(\varphi-\delta)}{\cos\delta} + k\frac{\sin(\varphi-\delta)}{\cos\delta}\right] \quad \left\{\begin{array}{l}\text{I пол. инстр.}\\ \text{горња кулм.}\end{array}\right.$$

$$u = 12^h + \alpha - \left[T - (c - 0^s{,}021 \cos\varphi) \sec\delta + i\frac{\cos(\varphi+\delta)}{\cos\delta} + k\frac{\sin(\varphi+\delta)}{\cos\delta}\right] \quad \left\{\begin{array}{l}\text{I пол. инстр.}\\ \text{доња кулм.}\end{array}\right.$$

$$u = \alpha - \left[T - (c + 0^s{,}021 \cos\varphi) \sec\delta + i\frac{\cos(\varphi-\delta)}{\cos\delta} + k\frac{\sin(\varphi-\delta)}{\cos\delta}\right] \quad \left\{\begin{array}{l}\text{II пол. инстр.}\\ \text{горња кулм.}\end{array}\right.$$

$$u = 12^h + \alpha - \left[T + (c + 0^s{,}021 \cos\varphi) \sec\delta + i\frac{\cos(\varphi+\delta)}{\cos\delta} + k\frac{\sin(\varphi+\delta)}{\cos\delta}\right] \quad \left\{\begin{array}{l}\text{II пол. инстр}\\ \text{доња кулм.}\end{array}\right.$$

Да би се одредило стање часовника треба знати ректасцензије неколико звезда; оне се узимају из астрономског годишњака у коме се за сваку десету кулминацију у Гринвичу дају ректасцензије изабраних звезда из основног каталога. За свако одређивање времена бира се најмање једна звезда у близини пола и 8—10 зенитских или екваторских звезда, од којих 4—5 кулминирају једна за другом непосредно пре поларе, а других 4—5 после ње. Посматрају се пролази 4—5 звезда иза свију конаца и за време посматрања сваке звезде одређује се нагиб осовине; код поларе посматрају се само пролази иза бочних конаца који су непосредно поред средњег конца; за време док звезда прелази део видног поља око средњег конца, посматрач обрће инструменат на његовим лежиштима рачунајући на то да ће стићи у другом положају да посматра пролаз те исте поларе иза првог конца после средњег и затим иза свих осталих (није тешко увидети да су то они исти конци у мрежици на којима су извршена посматрања и пре окретања); понекад за звезде које нису сасвим близу пола мора да се пропусти и пролаз иза конца најближег средњем. У другом положају опет се посматрају пролази 4—5 звезда иза свију конаца.

Затим се преко познатих отстојања бочних конаца од средњег израчунају свођења пролаза иза бочних конаца на средњи конац и узме се аритметичка средина. Из ње се отстрани утицај нагиба осовине, јер је *i* познато из посматрања, а *I* из таблица. Из посматрања поларе, из којих се отстрани утицај нагиба осовине, израчуна се колимација по методи описаној у трећој тачки § 143, а затим се тренуци пролаза звезда иза средњег конца ослободе утицаја колимације и заједно с њом дневне аберације. На тај начин исправљени тренуци користе се за одређивање азимута *k* комбиновањем пролаза поларе са пролазом једне или неколиких зенитних или екваторских звезда, као што је описано у § 144. Кад је нађемо *k*, ослободе се тренуци пролаза од утицаја азимута и добије се онолико независно одређених *и* колико је узето звезда, осим полара; од ових вредности узима се средња, која се односи на онај тренутак који се добија као средња вредност свих тренутака пролаза звезда кроз меридијан.

Да би крајњи резултат ослободили утицаја константе азимута многи посматрачи бирају зенитске звезде тако да збир њихових коефицијената уз *k* буде близак нули.

Осим тога, ако постоји могућност да се користи метода брзог посматрања пролаза помоћу њихова регистровања, (види § 149), треба сваку звезду посматрати као полару, из оба положаја инструмента, обрћући инструменат у току пролаза сваке звезде иза средњег конца; тада средња вредност пролаза иза једног истог конца пре и после обртања даје тренутак пролаза иза средњег конца ослобођен утицаја колимације (види подробније § 152).

148. Лична отступања. — Ма колико прост и беспрекоран изгледао поступак процењивања десетих делова секунде при посматрању пролаза звезде иза конаца по *методи „вида и слуха"*, ипак се показало да се у њему крију неизбежна систематска лична отступања посматрача, која достижу и неколико десетих делова секунде. Ако на пример један посматрач посматра пролаз звезде кроз прву половину мрежице, а други одмах после првог кроз другу, онда ће пролази ове звезде иза средњег конца, израчуната из ових посматрања показивати систематску, тј. више или мање сталну разлику, која за неке парове посматрача може достићи скоро једну секунду времена. Примећено је да је код посматрача почетника ово лично отступање мало, иако су случајна велика. Са стицањем посматрачког искуства ове врсте случајна отступања се смањују, али зато систематско отступање достиже осетну величину.

Били су пронађени диспозитиви за одређивање ових личних отступања, али нису ушли у употребу како због сложености њихова састава, тако и због тога што се показало немогуће да се помоћу њих испитају отступања под разним условима посматрања, при различитом правцу кретања звезда у пољу вида, различитој њиној брзини и различитом положају посматрачеве главе; уз то је примећено да се посматрачево лично отступање мења у току времена. Зато је пажња посматрача и механичара била обраћена на то да се нађу методе посматрања при којима би лична отступања у суштини била мања него код методе „вида и слуха".

149. Регистровање пролаза звезда. — Таква је метода била нађена средином XIX века ускоро после проналаска телеграфа и постепено је истиснула из астрономске праксе методу „вида и слуха"; данас се последња примењује врло ретко. Нова метода се састоји у регистровању тренутака пролаза звезда иза конаца помоћу електричне струје и има много преимућства над методом „вида и слуха". За њену примену служи *хронограф*, описан у § 75. Овде на траци од хартије, која се одмотава часовним механизмом са добрим регулатором који обезбеђује равномерно одвијање траке, једно перо бележи секунде часовника тако да се може разликовати почетак сваке минуте, а другим пером посматрач региструје тренутке пролаза звезде иза конаца у мрежи пасажног инструмента. Нарочитим прибором врши се читање регистрованих тренутака на траци и одређује се тренутак сваког пролаза звезде иза конаца са тачношћу до стотог (па чак и до хиљадитог) дела секунде, тј. тачније од самог посматрања.

Са употребом хронографа отпала је потреба да се часовник према коме се врши посматрање налази поред самог инструмента; он се смешта у такву просторију, где су густина и температура ваздуха што сталније, како би и ход часовника био што сталнији. У томе је огромно преимућство посматрања с хронографом над методом „вида и слуха". Друго преимућство састоји се у томе што су лична отступања притом знатно мања него код методе „вида и слуха". Смањују се не само систематска, већ и посматрачева случајна отступања. Природно је да је нова метода истиснула претходну из радова на опсерваторијама, а у последње време и из радова на терену.

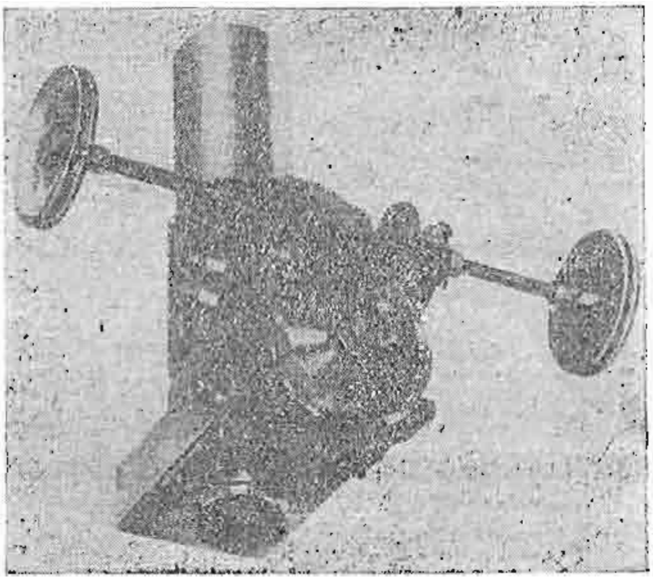
Због тога се и хронометри снабдевају „контактима" помоћу којих се коло струје једне полусекунде затвара а друге отвара.

Овакав секундни контакт код часовника, који затвара и отвара коло секундног пера, може се користити и за синхронизовање тзв. синхронизованих часовника који раде под дејством електричне струје; њихове се казаљке крећу потпуно складно с кретањем казаљки основног часовника и посматрач који има код инструмента синхронизовани часовник исто као да има пред собом основни часовник. Између осталог може са њега да уписује почетак минуте на хронографску траку.

150. Отступања која долазе од различитог сјаја звезда. — Када је са применом хронографа повишена тачност посматрања, било је примећено још једно отступање у посматрању пролаза које зависи од сјаја звезде. Извршимо овај оглед. Посматрајмо пролаз сјајне звезде иза прве половине микрометарске мреже конаца, а затим ставимо пред објектив дурбина, не додирујући га, густу мрежицу, на пр. од сита, која ће апсорбовати део светлости звезде, услед чега ће њен сјај у дурбину опасти, рецимо за пет привидних величина, и затим посматрајмо пролаз тако ослабљеног лика исте звезде иза друге половине микрометарске мреже конаца. Ако затим израчунамо пролаз звезде иза средњег конца на основи посматрања у свакој половини мреже посебно, видеће се да ће тренутак пролаза слабог лика звезде бити отприлике за $0^s,05$ већи него тренутак пролаза сјајне звезде, тј. изгледаће да је сјајан лик прошао иза конца раније од слабог.

Ово отступање код свих посматрача има исти знак и приближно, али не тачно, једнаку величину. Да би се ово смањило и напослетку уништило, данас се на опсерваторијама примењују, или мрежице пред објективом, или тамна стакла пред окуларом да би се ослабио привидни сјај посматраних звезда и свео на оне границе сјаја у којима се посматрање врши још доста поуздано. Отступање које преостане и у овим смањеним границама узима се у обзир пошто сваки посматрач одреди за себе његову вредност на горе поменути начин.

151. Безлични микрометар. — Тежња да се још више смањи лично отступање посматрача при посматрању пролаза звезда иза конаца довела је крајем XIX века до израде безличног микрометра (сл. 70). Први га је израдио Репсолд. У овом инструменту, као и у обичном окуларном микрометру, постоји вертикалан конац који се покреће завртњем, али се паралелно са микрометарским котуром на коме је подела налази други котур по чијој се периферији наизменично ређају метални делови са деловима који не проводе струју; уз овај котур належе лака опруга; помоћу двеју ручица може се с руке на руку непрекидно обртати завртањ који покреће рам с концем. Кад је звезда ушла у видно поље, посматрач чека да она дође до покретног конца на одређеном његовом положају и чим она наиђе под конац,

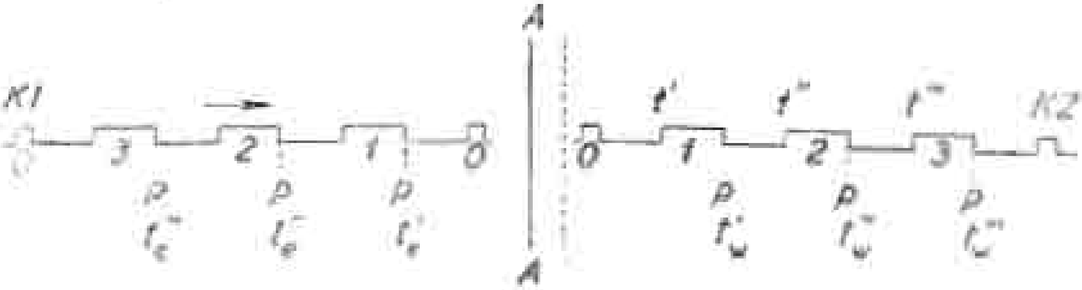


Сл. 70. Безлични микрометар

обрће завртањ таквом брзином да конац за све време пролази кроз средину лика покретне звезде. При томе обртању котура наизменично се отвара и затвара коло струје која пролази кроз металне делове котура и опружицу или бива прекинута на деловима који не проводе струју на периферији котура. Ова струја покреће сигнално перо хронографа, а ово за то време исписује сигнале који одговарају одређеним положајима котура према крају опружице, као да на тим положајима покретни конац наилази на непокретне конце и да посматрач региструје пролазе звезде иза њих.

Искуство је показало да се лична отступања при посматрању оваквим микрометром знатно смањују у поређењу са обичним регистровањем и разлика између различитих посматрача износи само неколико хиљадих или мали број стотих делова секунде; стога ранији његов назив „безлични микрометар" није потпуно тачан. У исто време и отступања која зависе од сјаја звезда знатно се смањују. Стога се данас ова метода посматрања обавезно уводи тамо где је потребна највиша тачност.

152. Одређивање часовникова стања помоћу пасажног инструмента с безличним микрометром. — Ако је пасажни инструменат снабдевен справом за брзо обртање из једног положаја у други, а сем тога има и безлични микрометар, онда се посматрања у



Сл. 71.

циљу одређивања часовникова стања врше уз обртање инструмента при посматрању сваке звезде, и то овако. Претпоставимо да посматрање неке звезде у горњој кулминацији почиње при положају инструмента „круг исток" (*K I*), при чему се безлични микрометар налази на страни круга, дакле исто тако на истоку, а његов котур изнад окулара (в. § 117). Када звезда уђе у видно поље, посматрач дотера инструменат тако да се звезда креће између два хоризонтална конца и у првој половини видног поља покреће микрометарски конац одржавајући га на звезди *одвртањем* микрометарског завртња. Познато је да се приликом завртњевог завртања конац приближава котуру, па како се звезда у горњој кулминацији, посматрана преломљеним дурбином у положају „круг исток", креће у дурбину озго наниже, значи да завртањ треба одвртати. Пошто је померио конац за 2—3 обрта, *али још није дошао до средине видног поља*, и пошто је прочитао либелу (о томе види ниже) посматрач обрне инструменат на лежиштима, па при положају „круг запад" (*K Z*), помера конац одржавајући га на звезди *на истим завртњевим обртима*, због чега се ови обрти не смеју бирати у близини линије без колимације. У том случају, после инструментова обртања посматрач би могао да не добија звезду на истом месту као и пре обртања. Приликом праћења звезде у положају *KZ* завртањ се *заврће*, те се исти обрти завртњеви прелазе у обрнутом смеру. Већ је речено да се при завртњеву обртању врши наизменично затварање и отварање кола струје.

На сл. 71 схематски је приказана хронографска трака. Бројевима 1, 2 и 3 означена су места куда струја тече, када опруга на микрометру додирује металне делове котура (контакте) и сигнално перо на хронометру скреће. Уствари контакта ће бити више, неколико десетина. Неки од ових контакта краћи су од осталих (0), што нам омагућује да их разликујемо. Стрелицом је означено којим се редом у току времена контакти нижу. Уствари је међутим размак између нултих контакта на траци знатно већи но што је на цртежу приказано, јер је између њих извршено обртање инструмента. Претпоставимо да су наглавци на обртној осовини инструментовој једнаки. При обртању инструмента и осовина и линија без колимације сачуваће своје раније положаје у простору. Покретни конац ће при датом читању на котуру бити подједнако удаљен од идеалног конца без колимације и при *KI* и *KZ*, као што је приказано на сл. 71, где права *AA* претставља конац без колимације. Ако бисмо на траци бележили све прекиде струје, не правећи разлику између затварања и прекидања кола, онда би средња вредност свака два читања на траци што се односе на исто читање микрометрова котура, била уједно и тренутак пролаза звезде иза конца без колимације.

Често се међутим, из разлога о којима је било речи у § 75, користе само прекиди струје. Они су на цртежу означени словом *p*, а као што се са цртежа види, не леже симетрично према концу без колимације. Означимо тренутке који им одговарају, прочитане на хронографској траци, хронолошким редом са t_e''', t_e'', t_e', t_w', t_w'', t_w''', а тренутке затварања кола струје при *KZ* са t', t'', t''', као што је на цртежу приказано. Тада је из разлога симетрије тренутак пролаза звезде иза конца без колимације, који ћемо означити са T, дат изразима

$$\frac{t_e'''+t'''}{2}, \qquad \frac{t_e''+t''}{2}, \qquad \frac{t_e'+t'}{2}.$$

Полузбирови тренутака прекида струје биће

$$\frac{t_e'''+t_w'''}{2}, \qquad \frac{t_e''+t''_w}{2}, \qquad \frac{t_e'+t_w'}{2}.$$

Ови последњи биће већи од првих, па је лако увидети да је

$$\frac{t_e'''+t'''}{2}=\frac{t_e'''+t_w'''}{2}-\frac{t_w'''-t''}{2},$$

а тако исто и за друге тренутке. Но $\dfrac{t_w'''-t''}{2}$ је временски размак у коме се звезда у видном пољу помера између два положаја покретног конца који одговарају ширини трећег контакта, или, ако његову ширину за звезду на екватору означимо са τ_3 у лучним секундама, онда је

$$\frac{t_w''' - t'''}{2} = \frac{\tau_3}{2} \sec \delta,$$

где је δ деклинација посматране звезде. Ако користимо само прекиде струје, ми ћемо стога за тренутке пролаза звезда иза конца без колимације добити ове изразе:

$$\frac{t_e''' + t_w'''}{2} - \frac{\tau_3}{2} \sec \delta, \quad \frac{t_e'' + t_w''}{2} - \frac{\tau_2}{2} \sec \delta,$$

$$\frac{t_e' + t_w'}{2} - \frac{\tau_1}{2} \sec \delta,$$

а ако узмемо средњу вредност свих, добићемо у општем случају

$$T = \frac{1}{n} \Sigma \frac{t_e + t_w}{2} - \frac{1}{n} \Sigma \frac{\tau_i}{2} \sec \delta,$$

где се i мења од 1 до n, а n је број прочитаних парова прекида струје. На цртежу испрекидана линија одговара тренутку $\frac{1}{n} \Sigma \frac{t_e + t_w}{2}$. Значи да од аритметичке средине полузбирова односних тренутака прекида струје треба да одузмемо половину средње ширине контакта помножену са sec δ.

Да би одредио ширину сваког контакта посматрач веома споро обрће завртањ безличног микрометра и слуша ударце сигналног пера на хронографу. При сваком ударцу бележи читање на завртњеву когуру и из њих добија ширину сваког контакта изражену у деловима завртњева обрта. Вредност завртњева обрта у лучним или временским секундама може да одреди из посматрања пролаза звезда иза покретног конца у положајима који се разликују за цео број обрта или, пак, из посматрања звезда у највећој дигресији, као што је описано у § 119. Треба узети средњу ширину $\frac{1}{n} \Sigma \tau_i$ свих контакта који се користе при посматрању и њену половину одузети од $\frac{1}{n} \Sigma \frac{t_e + t_w}{2}$.

Да би се обрачунао утицај нагиба обртне осовине мере се либелом нагиби и при *KI* и при *KZ*. Ако наглавци нису једнаке дебљине добићемо ово: нека је, као у § 142, $\overline{i_1}$ нагиб одређен из непосредних читања мехурових крајева при *KI*, а $\overline{i_2}$ при *KZ*. Стварни нагиб осовине при *KI* јесте

$$i_1 = \overline{i_1} + x,$$

а при *KZ*

$$i_2 = \overline{i_2} - x.$$

Поправка средњег тренутка из контакта при *KI* услед нагиба биће

$$Ii_1 = \overline{I}i_1 + Ix,$$

а при *KZ*

$$Ii_2 = \overline{I}i_2 - Ix,$$

где је *I* коефицијенат Мајерова обрасца. Како треба од обеју поправака узети средњу вредност, то се чланови $+ Ix$ и $- Ix$ потиру, што значи да се за свођење може употребити нагиб осовине који се непосредно добија из либелиних читања не водећи рачуна о неједнакостима наглавака. Шта више није потребно обртати либелу на осовини, ни при *KI*, ни при *KZ*, него се она може оставити да виси за све време посматрања. Тада ћемо добити ово: нека се дебљи наглавак налази на страни круга. Претпоставимо да се на истој стани налази и либелина нула. Да су оба наглавка једнака, била би либелина читања при *KI* рецимо a_e и a_w ($a_e < a_w$), а после инструментова обртања при *KI*, a_e' и a_w' ($a_e' > a_w'$), те би нагиб осовине у либелиним полуделовима био

$$\frac{1}{2}\left[(a_e + a_w) - (a_e' + a_w')\right].$$

Ако би наглавак на страни круга био дебљи, онда би читања била:

$$\overline{a}_e = a_e - 2x,\ \overline{a}_w = a_w - 2x,\ \overline{a}_e' = a_e' - 2x,\ \overline{a}_w' = a_w' - 2x.$$

Но ми смо баш малочас видели да неједнакост наглавака у овом случају нема утицаја и, с друге стране, из наших читања формално добијамо нагиб једнак

$$\frac{1}{2}\left[(\overline{a}_e + \overline{a}_w) - (\overline{a}_e' + \overline{a}_w')\right] = \frac{1}{2}\left[(a_e + a_w) - (a_e' + a_w')\right],$$

а то је иста вредност као и при једнаким наглавцима коју једино и треба узети у обзир. Дакле, либелу можемо оставити да виси на осовини, можемо читати мехурове крајеве и из њих израчунавати нагиб на уобичајени начин; различита дебљина наглавака биће већ самим тим унета у рачун.

Азимут се одређује на уобичајен начин: 1) или помоћу полара' 2) или помоћу довољног броја зенитних звезда с обе стране зенита' јер коефицијената *K* има и позитивних и негативних, а њихов је збир близак нули.

О овом питању постоји на руском језику исцрпна монографија П. Н. Доглова, „Определение времени в меридиане пассажным инструментом с региструющим микрометром", *М—Л.*, 1935.

Пример за одређивање часовникова стања пасажним иструментом с безличним микрометром

Астрономска опсерваторија Московског Универзитета

1939 г. април 11 Бамбергов пасажни инструменат Посматрач *А. И. Лаврова*

1	*	ε Leo	19 LMi	η Leo	36 UMa	41 LMi	β UMa	ψ UMa	3 Dra
2	α	$9^h42^m25^s,75$	$9^h53^m59^s,75$	$10^h03^m02^s,79$	$10^h26^m47^s,04$	$10^h40^m08^s,53$	$10^h58^m13^s,31$	$11^h06^m17^s,10$	$11^h39^m08^s,66$
3	δ	24° 3′	41°21′	17°03	56°18′	23°30′	56°42′	44°50′	67°05′
4	z	31 42	14 24	38 42	−0 33	32 15	−0,57	10 55	−11 20
5	sec δ	1,10	1,33	1,05	1,80	1,09	1,82	1,41	2,57
6	I	0,93	1,29	0,82	1,80	0,92	1,82	1,38	2,52
7	K	0,575	0,332	0,654	−0,017	0,582	−0,032	0,268	−0,505
8	T	$42^m0^s,53$	$53^m34^s,66$	$03^m37^s,55$	$26^m22^s,39$	39^m43^s30	$57^m48^s,65$	$5^m58^s,12$	$38^m44^s,49$
9	iI	−,08	−,12	−,07	−,16	−,08	−,16	−,12	−,22
10	$\left(ca+\frac{\tau}{2}\right)$ sec δ	−,22	−,27	−,21	−,37	−,22	−,37	−,29	−,52
11	наглавци	−,04	+,04	−,04	+,02	−,04	+,02	+,04	−,07
12		42 0,19	53 34,31	3 37,23	26 21,88	39 42,96	57 48,14	5 51,75	34 43,68
13		+25,56	25,44	24,56	25,16	25,57	25,17	25,35	24,98
14	0,56 K	−,32	−,19	−,37	+,01	−,33	+,02	−,15	+,28
15	u	+25,24	−,25	−,19	,17	,24	,19	,20	,26

У првом реду дата је ознака звезде; у другом α из годишњака American ephemeris and Nautic Almanac; у трећем — δ; у четвртом зенитно отстојање добивено по обрасцу $z = \varphi - \delta$, за $\varphi = 55^{0}45'$; у петом sec δ; у шестом и седмом коефицијенти Мајеровог обрасца

$$I = \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} \quad \text{и} \quad K = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta}.$$

Они су потребни за свођење тренутка пролаза звезде на меридијан по обрасцу

$$T_{попр.} = T_{посм.} + i\,I - \left(\frac{\tau}{2} + {}_{дн.\ абер.}\right) \sec \delta + kK,$$

где је τ средња ширина контакта.

Унапред је дато $\dfrac{\tau}{2} = 0^{s}{,}191$; дневна аберација је $0^{s}{,}012$ (за Москву): за i је на основи свих читања добивено — $0^{s}{,}089$, те је усвојено да је оно исто за све посматране звезде. Како су ови бројеви мали, узети су sec δ и I само са 2 децимале, јер већа тачност не би имала смисла. K је узето на 3 децимале, јер до краја свођења сматрамо да је величина k непозната. Величине sec δ, I и K узете су из „Таблиц для астрономичких вычислений“, поменутих у предговору уз друго издање. У осмом реду налази се $T_{посм.}$ Да бисмо показали како се добијају ове величине дате су у посебној таблици у тексту за звезду 19 LMi читања хронографске траке за KI и KZ и израчунате вредности $T_{посм.}$

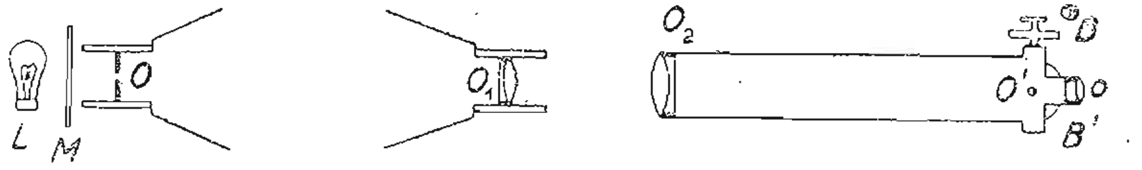
Средња вредност ових збирова је $69^{s}{,}32$, а половина $34^{s}{,}66$, што и стоји у таблици. Девети и десети ред горње таблице садрже односне чланове обрасца за свођење. Како величине које треба множити имају мало цифара, то је, разуме се, најрационалније користити логаритмар или рачунске таблице, а не логаритамске таблице. У једанаестом реду стоји поправка тренутка услед неједнакости наглавака (в. § 153). У дванаестом реду дат је поправљени тренутак пролаза кроз меридијан, а у тринаестом α — број из дванаестог реда. После овога израђен је график да би се одредио азимут k: апсцисе — коефицијенти K, ординате — бројеви из тринаестог реда. Кроз добијене тачке повучена је права, а из њеног нагиба према апсцисној осовини добијена вредност азимута $k = 0^{s}{,}56$. Тада су израчунате поправке бројева из тринаестог реда од утицаја азимута, тј. $0^{s}{,}56\ K$. У петнаестом реду налазе се дефинитивна часовникова стања израчуната из посматрања сваке звезде.

19 LMi

$K\ I$	$K\ Z$	Збир
$53^{s}{,}76$	$15^{s}{,}82$	$69^{s}{,}58$
55,73	13,56	69,29
57,66	11,57	69,23
58,64	10,51	69,15
1,71	7,66	69,37
3,93	5,50	69,41
5,66	3,51	69,17
7,59	1,61	69,20
10,81	58,61	69,42
11,83	57,58	69,41

Као средња вредност добија се $u = + 25^{s}{,}218 \pm 0^{s}{,}011$. Најзад треба узети у рачун паралаксу хронографских пера, која је једнака $0^{s}{,}027$. Узме ли се и она у обзир биће $u = + 25^{s}{,}191$. Ова се поправка односи на средњи тренутак посматрања, тј. 1939 април 11, $10^{h}{,}6$ звезданог времена.

153. Неправилности наглавака обртне осовине. — Ако наглавци имају облик кружних цилиндара, онда постоји одређена обртна осовина инструмента и за њу везана визура; то је права која спаја средишта оних кружних пресека наглавака којима се они ослањају о лежишта и на које се стављају либелини ослонци при мерењу нагиба осовине. Неједнакост полупречника наглавака може се измерити и узети у обзир, као што је речено у § 143 Али је посао далеко сложенији ако су наглавци неправилни, тј. ако њихови пресеци нису кругови већ неправилне криве. Приметимо одмах да не би било никакве тешкоће кад би ове неправилне (или правилне) криве биле код оба наглавка једнаке и имале исти положај; ни тада при обртању инструмента не би било непомичне праве, као у случају кружних наглавака, али би се све праве које спајају односне тачке на пресечним кривим, померале паралелно и постојала би раван управна на свима овим правим; осим тога у дурбину би постојала и линија без колимације која би описивала велики круг небеске сфере. Али се на таку случајност не може рачунати и, строго узевши, треба сматрати да је радни пресек сваког наглавка посебна неправилна крива, која се, захваљујући вештини механичара, мало разликује од круга. Стога обртна осовина у правом смислу речи и не постоји, а не постоји ни линија без колимације, пресек визуре с небеском сфером не описује мали круг као у случају констаната i, c и k, већ врло неправилну криву која мало отступа од овог малог круга, неправилно прелазећи с једне његове стране на другу. Тренутак пролаза лика звезде иза средњег конца је тренутак пролаза звезде кроз ову неправилну линију. Да би се посматрани тренуци исправили, треба знати отступање ове неправилне линије од поменутог малог круга, а да бисмо ово знали, морамо познавати такорећи клацкање металне осовине инструмента које долази од неправилности наглавака.



Сл. 72.

Ми ћемо описати основну идеју једне од метода за испитивање ових неправилности, и то оне методе која непосредније од других доводи до коначног циља. Замислимо најпре кружне, макар и неједнаке наглавке; сваки радни пресек има своје средиште; замислимо да су наглавци шупљи и да је у радни пресек једног наглавка постављена плочица с малим отвором O тачно у његовом средишту (сл. 72), а да се у радном пресеку другог наглавка налази објектив, чија се унутрашња главна тачка O_1 поклапа са средиштем тог радног пресека, а жижна даљина са растојањем оба пресека, тако да се поменути мали отвор налази у главној жижи објектива. Ставимо пред плочу с малим отвором мутно стакло M и извор светлости L, а у продужење другог наглавка астрономски дурбин са објективом O_2 и окуларом O; тада ћемо у њему видети лик малог отвора O', који образују зраци што пролазе кроз објектив O_1 и дурбин; O' ће се налазити у жижној равни објектива дурбиновог. При обртању инструмента око осовине с кружним наглавцима лик O' ће бити непокретан у видном пољу дурбина. Замислимо даље немогући случај, да се тачке O и O_1 не налазе у средиштима радних пресека, већ да су подједнако удаљене од њих, за једну исту вредност и у једну исту страну; тада ће O' при обртању осовине бити непомично, јер ће OO_1, а то значи и сноп паралелних зракова који долазе из O_1, сачувати при обртању непромењени правац.

У општем случају поћи ће нам за руком да дотерамо и O и O_1 само близу средишта радних пресека наглавака, и тада ће, као што није тешко видети, O' у случају кружних наглавака обилазити *по кругу* око извесног средишта. Лик O' заузимаће ово средиште у малочас посматраном идеалном случају, који је немогуће остварити у пракси.

Али ако радни пресеци наглавака нису кругови, пасажни инструменат неће имати сталне обртне осовине и тачка у дурбину неће описивати круг него сложену криву, која ће се, кад су неправилности мале, мало разликовати од круга. Међутим ми можемо сматрати да се инструменат и у случају неправилних наглавака обрће око неке геометриске осовине за коју су карактеристичне константе i и k, само да *сваком* њеном положају одговарају мала отступања услед којих константе i и k добијају прираштаје Δi и Δk, који се мењају при обртању дурбина и зависе како од облика оба наглавка, тако и од облика оне површине лежишта на којој они леже; у овоме се састоји суштина методе коју излажемо. Коју ћемо баш праву узети за геометриску осовину окарактерисану параметрима i и k, то је строго узевши мало важно, јер је јасно да ће свакоме пару констаната i и k одговарати посебне поправке Δi и Δk које у заједници са i и k треба да одређују стварни правац осовине за дато зенитно отстојање дурбина пасажног инструмента.

Зато се у жижну раван поменутог помоћног астрономског дурбина, где се ствара лик тачке O' који се образује после пролаза зракова кроз објектив у наглавку и објектив тога дурбина, поставља микрометар с крстом конаца који се могу помоћу два завртња са котурима B и B' померати и хоризонтално и вертикално. Посматрач окреће дурбин рецимо за по 30^0, или за по 12^0, или неки други угао, и у сваком положају наводи крст конаца на лик тачке O' и чита оба микрометарска завртња. Тако он добија координате лика тачке O' за низ дурбинових положаја за време док овај опише пун круг. Из горњег објашњења јасно је да ће све тачке O' лежати на кругу, ако су оба наглавка кружна; у противном ће отступања ових тачака од кружне линије дати тражене поправке Δi и Δk.

Место да се у описаном колиматору посматра обртање осовине инструмента, може се поступати (и поступа се) и друкчије. На оба краја осовине поставе се плоче и на сваку се, што је могуће ближе тачки у којој је просеца обртна осовина инструмента, стави сићушна белега; на непровидној се плочи на пример обележи црна тачка и плоча осветли спреда или се на провидној плочи обележи црна тачка и плоча обасја светлошћу која пролази кроз осовину. Испред сваке такве плоче стави се микроскоп с описаним двојним микрометром. При обртању инструмента свака поменута тачка ће описивати извесну криву линију чије се тачке мере микрометром. Ако је наглавак правилан, ова ће крива бити круг; ако ова није круг, могу се одредити отступања криве од круга и из њих израчунати утицај неправилности сваког наглавка, па значи и оба заједно, на тренутке пролаза небеских тела иза средњег конца.

Ми се нећемо задржавати у нашем курсу на појединостима овог задатка и оне који се интересују упутићемо на посебне радове који следе:

1) А. Ковальский, Исследование фигуры цапфов большого пассажного инструмента Эртеля, Известия Академии Наук, т. V, № 2 (сентябрь), 1896.

2) П. Долгов, Определение времени в меридиане пассажным инструментом с регистрирующим микрометром, М.—Л., 1935. У тој књизи изложене су укратко и друге методе за испитивање наглавака и наведена је литература.

3) Ivon Villarceau. Étude du mouvement de rotation de la lunette méridienne, Annales de l'Observatoire de Paris, Mémoires, Vol. VII, 1863.

154. Пасажни инструменат у првом вертикалу. Основни обрасци. — Особености посматрања пролаза звезде кроз први вертикал пасажним инструментом могу се објаснити помоћу слике 73. Нека је P — пол, Z — зенит, A — тачка на екватору, EZW — први вертикал, S и S' — тачке његова пресека с дневним паралелом неке звезде; $360^0 - t$ и t часовни углови ових тачака. Тада је

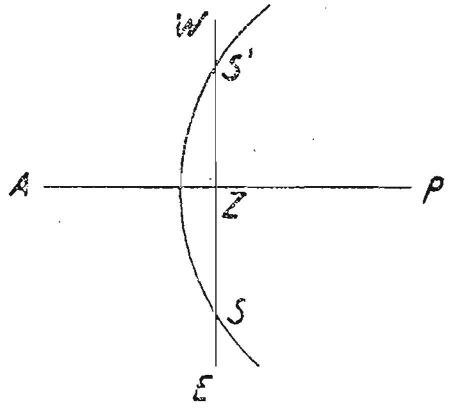
$$\operatorname{tg} PZ = \operatorname{tg} PS \cos t,$$

или

$$\operatorname{tg}(90^0 - \varphi) = \operatorname{tg}(90^0 - \delta) \cos t,$$

или

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \varphi \cos t \text{ и } \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta \sec t.$$



Сл. 73.

Ако се δ мало разликује од φ, са слике се види да t није велико, и тада се $\cos t$ мало мења са променом t или у случају малог отступања у t. Претпоставимо да помоћу хронометра или часовника одређујемо тренутке T_e и T_w пролаза звезде кроз источни и западни део првог вертикала. Ако тада обележимо са u_e и u_w односна стања часовникова, добијамо

$$2t = (T_w + u_w) - (T_e + u_e)$$

и ако нам је познат дневни ход хронометра ω, онда је $u_w - u_e = (T_w - T_e)\,\omega/24$ и, према томе, t ћемо такође знати.

Према томе ако је разлика између φ и δ мала, добићемо, без обзира на неизбежна мала отступања у T_e, T_w и ω (а велика отступања немају одакле да дођу), врло тачну вредност $\cos t$ и одатле ћемо тачно одредити φ, ако је познато δ, или δ, ако је познато φ. Ако ни φ ни δ нису тачно познати, онда се на основи ових посматрања могу из промена δ наћи промене φ или, обрнуто, из промена φ наћи промене δ.

Приметимо још да нормална рефракција нимало не утиче на посматране тренутке, што је разуме се врло важно.

Због свега тога ова се посматрања примењују на одређивање ширине места, али данас се овај задатак много згодније решава Талкотовом или Пјевцовљевом методом које од инструмента захтевају непроменљивост у краћем временском размаку него ова метода и код којих се битни елеменат, тј. непроменљивост зенитног отстојања, проверава либелом. На сличан се начин у основи одређује константа аберације из промена деклинација зенитних звезда под претпоставком да је φ стално; таква су одређивања извршена на Пулковској опсерваторији првих година после њена оснивања помоћу великог пасажног инструмента у првом вертикалу. Данас, када је сталност φ оповргнута посматрањима, могу се обрнуто из оваквих посматрања извести промене ширине места из познате константе аберације и сопственог кретања посматране звезде у деклинацији.

155. Утицај инструментових констаната на одређивање ширине места, испитаћемо под претпоставком да су ове тако мале да се могу њихови квадрати и међусобни производи занемарити, а посматрања исправити само првим степеном констаната. Константе пасажног инструмента у првом вертикалу исте су као и код пасажног инструмента у меридијану, наиме: 1) нагиб осовине i, који ћемо сматрати позитивним ако је северни крај осовине виши од јужног; 2) азимут осовине k, тј. мали угао између меридијана и вертикалног круга који пролази кроз осовину, k ћемо сматрати за позитивно ако је северни крај осовине померен из меридијана ка западу; 3) колимација c, коју ћемо сматрати позитивном ако мали круг који описује на небеској сфери визура инструмента лежи јужно од првог вертикала.

Ако је $c = 0$, $k = 0$, а само $i \neq 0$, онда је посматрање пролаза звезде иза средњег конца инструмента идентично с посматрањем пролаза звезде кроз раван што пролази кроз источну и западну тачку а нагнута је према првом вертикалу за угао i. Ова раван, пак, није ништа друго до раван првог вертикала места чија је ширина $\varphi' = \varphi - i$, ако је φ ширина реалног места посматрања. Стога ако је $T_w - T_e$ разлика посматраних пролаза звезде кроз западни и источни део првог вертикала, ослобођена хронометарског хода, φ' можемо добити по обрасцу

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \delta \sec (T_w - T_e),$$

а затим ширину места посматрања из једначине $\varphi = \varphi' + i$.

Ако је $i = 0$, $c = 0$, али $k > 0$, звезда ће и на истоку и на западу раније пролазити иза средњег конца, а тек затим кроз први вертикал. Из простих геометриских расуђивања и обрасца $\triangle t = k / \sin \varphi$, чије извођење препоручујемо читаоцу, може се видати да је ова разлика и по апсолутној вредности једнака и на истоку и на западу. Стога је полуразлика $\frac{1}{2}(T_w - T_e)$ пролаза иза средњег конца једнака полуразлици пролаза кроз први вертикал, због чега без икаквих поправака можемо написати

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta \sec \frac{1}{2} (T_w - T_e).$$

Напослетку ако је $i = 0$, $k = 0$, али $c > 0$, на истоку звезда пролази најпре кроз први вертикал, а затим иза средњег конца, а на западу обрнуто; зато разлика $T_w - T_e$ садржи двоструко отступање које долази од утицаја колимације при сваком посматрању пролаза. Посматрања се могу потпуно ослободити овог утицаја, ако на истоку посматрамо пролазе звезде иза неколико *бочних* конаца мреже или иза неколико положаја покретног конца окуларног микрометра, а затим окренемо инструменат на његовим лежиштима и одмах по обртању продужимо посматрање исте звезде на истим непокретним концима или истим положајима покретног конца. Средња вредност пролаза звезде иза истог конца пре и после обртања је тренутак пролаза звезде кроз линију без колимације. Ако средину таквих средњих вредности за све конце означимо са T_e при источним посматрањима и са T_w при западним посматрањима, и ако претпоставимо да је разлика $T_w - T_e$ ослобођена хронометарског хода, онда опет важи једначина

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \delta \sec \frac{1}{2} (T_w - T_e).$$

Према томе, ако су константе c, i и k мале, то ћемо посматрањем једне исте звезде на истоку и на западу, као што је било описано, добити ширину φ по обрасцима

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \delta \sec \frac{1}{2} (T_w - T_e) \quad \text{и} \quad \varphi = \varphi' + i,$$

где је $T_w - T_e$ разлика тренутака пролаза ослобођена хронометарског хода.

Постоје и друге методе посматрања пролаза једне звезде или парова звезда кроз први вертикал у којима се користе основне одлике ове појаве привидног дневног кретања звезданог неба. Али се ми на њима не можемо задржавати. Оне који се интересују упућујемо на обимније курсеве (Савића, Бринова, Човенета).

ГЛАВА СЕДАМНАЕСТА

ОДРЕЂИВАЊЕ РАЗЛИКА ДУЖИНА МЕСТА

156. Основна разматрања. — Мерењем зенитних отстојања небеских тела близу првог вертикала, или Цингеровом методом, или пасажним инстументом у меридијану, може се одредити стање часовника, тј. разлика између показивања часовника и месног звезданог времена, ако часовник или хронометар раде по звезданом времену. Ако у тренутку T_1 означимо ово стање са u_1, а са ω дневни ход хронометра који се добија упоређивањем његових стања у току два и више узастопних дана, онда се његово стање за тренутак T може изразити обрасцем $u_1 + \frac{\omega}{24}(T - T_1)$, где је разлика $T - T_1$ изражена у часовима и у деловима часа.

С друге стране нека је у тренутку T_2 разлика између показивања тога истог хронометра и *гринвичког* звезданог времена U_2; тада ће ова разлика у тренутку T бити $U_2 + \frac{\omega}{24}(T - T_2)$. То значи да је у тренутку T по хронометру *месно* звездано време $T + u_1 + \frac{\omega}{24}(T - T_1)$, а *гринвичко* звездано време $T + U_2 + \frac{\omega}{24}(T - T_2)$ Она се разликују једно од другога за разлику дужина места или за дужину места посматрања рачунату од Гринвича. И то ако *источну* дужину λ сматрамо за позитивну, онда је λ = месно звездано време — гринвичко звездано време или

$$\lambda = [T + u_1 + \frac{\omega}{24}(T - T_1)] - [T + U_2 + \frac{\omega}{24}(T - T_2)] = u_1 - U_2 - \frac{\omega}{24}(T_1 - T_2).$$

Ако ли се, као што је усвојено у страним астрономским годишњацима, *западна* дужина сматра за позитивну, онда је обрнуто,

$$\lambda = [T + U_2 + \frac{\omega}{24}(T - T_2)] - [\mathrm{T} + u_1 + \frac{\omega}{24}(\mathrm{T} - \mathrm{T}_1)] = U_2 - u_1 - \frac{\omega}{24}(\mathrm{T}_2 - \mathrm{T}_1).$$

Јасно је да се при прелазу с једног места на друго u_1 мења и ради једноставности обрасца и простоте разматрања и рачуна згодно је одржавати стање U_2 у односу на гринвички меридијан да буде мало; другим речима, згодно је да хронометар ради по гринвичком звезданом времену с малим стањем, али главно је умети одредити ову поправку U_2.

157. Хронометарске експедиције. — У раније време стање U_2 могло се знати само из претпостављеног хода хронометрова у времену његова преноса. Када је полазио са извесне опсерваторије, чија је дужина била позната, посматрач ју је напуштао знајући стање U_2 хронометра у одређеном тренутку и дневни ход његов ω, одређен из посматрања на тој опсерваторији и са испитаним променама у зависности од температуре и других услова у току времена. Прелазећи затим разна места на којима је било потребно да одреди дужину, посматрач је на сваком од њих одређивао стање свог хронометра u_1 и затим се обавезно враћао у полазну тачку, где је одмах одређивао U_2 и поново испитивао ход хронометра. Тада је, или ослањајући се на сталност хронометрова хода за време пута, или одређујући га брижљивије из својих испитивања, посматрач могао са већом или мањом тачношћу одредити стање часовника према Гринвичу за сваки дан, и напосе за сваки тренутак свога одређивања његова стања према *месном* времену у свакој тачки где је он ово стање одређивао. Тако је он добивао дужине свих тих места, ослањајући се на дужину полазне тачке која је била одређена на потпуно исти начин. Ради веће тачности требало је преносити не један хронометар, већ неколико, и на тај начин су се вршиле *хронометарске експедиције* са неколиким десетинама хронометара.

Када су на тај начин биле одређене дужине неколико места, како на обалама океана и мора, тако и у унутрашњости континената, даље се могло поступати простије. Напустивши почетну тачку с познатом дужином, да би имао наредна стања својих хронометара према Гринвичу, посматрач није више морао непрестано да се враћа у полазну тачку, већ је могао само да допутује до друге тачке са познатом дужином и на њој да одреди стање, јер ако је дужина λ позната, из горе наведених једначина имамо, сматрајући источну дужину за позитивну:

Гринвичко звездано време = Месно звездано време — λ

или

$$T + U = T + u - \lambda,$$

одакле добијамо

$$U = u - \lambda.$$

Значи, долазак у тачку с познатом дужином замењује у том случају кружно путовање.

158. Други стари начини за одређивање разлике дужина. — Осим преношења хронометара примењивани су и други начини за одређивање λ, на пример посматрања Месечевог кретања или помрачења Јупитерових сателита.

Месец се у току једног часа помери на небу за пола степена, у току минуте — за пола лучне минуте; стога ако се може у астрономском годишњаку претсказати Месечев положај међу звездама у одређеним тренуцима гринвичког времена, онда би посматрач који је одредио подесним инструментом Месечев положај међу звездама познатог тренутка по свом хронометру, могао знати колико је у том тренутку времена на гринвичком меридијану, па значи и разлику U показивања свог хронометра и гринвичког времена; после тога одређивање стања u пружало би могућност да се одреди дужина места.

Исто се тако у астрономским годишњацима дају, додуше без велике тачности, тренуци помрачења Јупитерових пратилаца у гринвичком времену. Стога сваки посматрач, одредивши помоћу дурбина овај тренутак по свом хронометру, може да нађе u, па према томе и дужину места. Оваква приближна одређивања дужине необично су важна за сигурну и безбедну пловидбу.

Баш је зато Енглески адмиралитет у XVIII и XIX веку настојао на усавршавању хронометра и изради тачних таблица Месечева кретања, по којима би се његов положај на небу могао тачно предвидети на неколико година унапред. Није случајно Енглески адмиралитет издао Ханзенове „Месечеве таблице".

159. Одређивање дужине помоћу телеграфа. — Други начин, много тачнији од преноса хронометара, истина згоднији само на суву али не и на мору, појавио се када је био пронађен електромагнетни телеграф.

Претпоставимо да је место чију дужину треба одредити везано телеграфском линијом с местом чија је дужина позната или непосредно са Гринвичком опсерваторијом, и да су на оба места исте вечери и још боље из истих звезда одређена стања хронометра или часовника. Онда се телеграфом може послати сигнал у тренутку одређеном по часовнику једнога места и примити тај сигнал на другом месту по часовнику другог места. Нека се индекс 1 односи на место с непознатом, а индекс 0 на место с познатом дужином: разлика њихових дужина нека је λ. Нека су добивена стања часовника у оба места: $u_1 + \frac{\omega_1}{24}(T - T_1)$ и $u_0 + \frac{\omega_0}{24}(T - T_0)$, као што је објашњено у § 156, и нека је једног тренутка дат сигнал, који су обе станице примиле у тренуцима T_1' и T_0' по својим часовницима. Значи звездана времена у тренутку сигнала била су

$$T_1' + u_1 + \frac{\omega_1}{24}(T_1' - T_1) \quad \text{и} \quad T_0' + u_0 + \frac{\omega_0}{24}(T_0' - T).$$

Њихова разлика једнака је разлици дужина, па ћемо, рачунајући λ позитивно ка истоку, добити

$$\lambda = \left[T_1' + u_1 + \frac{\omega_1}{24}(T_1' - T)\right] - \left[T_0' + u_0 + \frac{\omega_0}{24}(T_0' - T_0)\right].$$

Али, као што смо већ видели, стања u носе лична отступања посматрача; при хронометарским експедицијама ово отступање не улази ако су посматрач и инструменат у свима посматрањима исти и ако се претпостави да је лично отступање посматрача константно.

При одређивању дужине помоћу телеграфа сваки посматрач има своје отступање; зато у одређивање λ улази разлика отступања. Осим тога, притисак тастера који затвара заједничко коло струје, не изазива у један исти тренутак удар електромагнетских котви на обема станицама због разлика у самоиндукцији и механичком склопу прибора (масе котви, силе опруга итд.), а делом и због тога што се електрицитет не простире тренутно кроз линије. Зато се морају давати сигнали (и то не једанпут) и с једне и с друге станице.

Да би се, пак, избацила лична отступања посматрача они морају узајамно мењати места сваки са својим инструментом. Спочетка се добијају неколико стања једних истих вечери, при чему се посматрач A_1 налази у месту M_1, а посматрач A_2 у месту M_2, а затим исто толико стања и исте вечери добијају A_1 у M_2, A_2 у M_1. Сваке вечери шаље се неколико сигнала у обе стране. Тада се као средње вредности добијају из сваке серије пре и после премештања две дужине у које разлика личних отступања улази са супротним знаком; из средње вредности ове две дужине разлика личних отступања испада, под претпоставком да је ова разлика у обема серијама била иста.

160. Одређивање дужине места помоћу радија. — После проналаска радија престала је потреба за телеграфском линијом, а после организације неколико служби времена није више била потребна отпремна радио-станица ни на једном месту посматрања, потребан је само свакоме посматрачу подесан пријемник. У данашње време неколико служби времена (в. § 162) сваког дана у одређени тренутак светског времена, а већина њих и два пута дневно, шаљу у етар такозване ритмичке сигнале времена, кратке звуке као телеграфске тачке, који се нижу у току 5^m један за другим у размацима од $^1/_{61}$ дела минуте средњег времена. Преко подесног пријемника посматрач слуша ове кратке сигнале као да су удари хронометра и како је ових удара 61 у минути, то посматрач може с високом тачношћу оценити тренутак једновременог удара одређеног сигнала и одређеног откуцаја хронометра, као што чини при упоређењу средњег и звезданог хронометра. Поправка сваког сигнала или његово свођење на напред одређени тренутак гринвичког средњег времена увек су познати до неколико стотих делова секунде; упоређење хронометра са ударима врши се с тачношћу до $0^s.01$ и према томе одређивање разлике показивања хронометра и гринвичког времена врши се с тачношћу која зависи углавном од тачности тренутка сигнала. Али се из Билтена Међународне службе времена може дознати повравка сигнала с тачношћу до $0^s.01$, па значи и тачно звездано гринвичко време сваког сигнала, и с односном тачношћу може се знати U_2 у тренутак T_2. Тада, ако упоредимо u_1 и U_2, као што је било изложено у § 156, добијамо дужину λ од Гринвича. Нека је посматрач одредио стање хронометра u_1 у тренутку T_1, тада је у тренутку T његово стање

$$u_1 + \frac{\omega}{24}\,(T-T_1).$$

Нека је с друге стране, примивши часовне сигнале преко радија, одредио разлику између показивања свог хронометра и гринвичког времена U_2 у тренутку T_2; значи у тренутку T ова је разлика

$$U_2 + \frac{\omega}{24}\,(T_1-T_2).$$

Зато ће бити као и раније, ако источну дужину сматрамо за позитиву,

$$\lambda = \left[u_1 + \frac{\omega}{24}(T-T_1)\right] - \left[U_2 + \frac{\omega}{24}\,(T-T_2)\right] = u_1 - U_2 - \frac{\omega}{24}\,(T_1-T_2).$$

Главно отступање при овом одређивању λ долази од личног отступања посматрача. Да би се оно отклонило поступа се овако: посматрач прво одређује на овај начин дужину од Гринвича једног места чија је дужина позната из претходних одређивања, затим одређује дужину оних места где је то потребно, и напослетку, опет по други пут на првом месту с познатом дужином. Упореди ли оба своја одређивања ове дужине с оном њеном вредношћу коју он сматра за тачну, он ће одредити своје лично отступање и узеће га у обзир при обради својих посматрања на другим местима.

Нека је λ позната дужина полазне тачке и нека су λ_1 и λ_2 њене вредности које је посматрач одредио помоћу радија. Поправке њених одређених вредности јесу $\lambda - \lambda_1$ и $\lambda - \lambda_2$. Узмемо ли њихову средњу вредност $\frac{1}{2}(\lambda - \lambda_1 + \lambda - \lambda_2)$, добићемо поправку коју треба додати одређеним дужинама других тачака, да би измерене дужине ослободили посматрачева личног отступања. То је такозвано једнострано одређивање дужине.

Да би се повећала тачност примењују се *двострана* посматрања, тј. посматрања два посматрача, који мењају места заједно са својим инструментима, не само оним који служе за одређивање времена но и са целом радио-апаратуром. Значи, у општем случају посматрања се врше исто као и код одређивања помоћу телеграфа, само место одашиљања сопствених сигнала преко телеграфске линије, оба посматрача примају једне те исте сигнале изабраних служби времена.

161. Распоред посматрања и пријема часовних сигнала. — Ако бацимо поглед на горе наведене обрасце за одређивање λ, видимо да у сваки од њих улази ход хронометра ω, исто као што улази у одређивање дужине λ хронометарским експедицијама, само с том разликом што је при тим експедицијама било потребно одређивати ход хронометра у току неколико дана или десетина дана, а у случају одређивања дужине помоћу телеграфа или радија ход хронометра потребно је одређивати само у току неколико часова једног вечера или једне ноћи. Времена одређивања стања u_1 и упоређивања часовника помоћу телеграфа или радија могу се распоредити тако да ход има врло малу вредност. На пример, ако се одређује стање u_1 двапут једног вечера у тренуцима T_1' (стање u_1') и T_1'' (стање u_1''), а између оба одређивања се примају часовни сигнали или упоређују часовници обеју станица, онда према претходном параграфу добијамо

$$\lambda' = u_1' - U_2 - \frac{\omega}{24}(T_1' - T_2) \quad \text{и} \quad \lambda'' = u_1'' - U_2 - \frac{\omega}{24}(T_1'' - T_2),$$

а као средњу вредност

$$\lambda = \frac{1}{2}(\lambda' + \lambda'') = \frac{1}{2}(u_1' + u_1'') - U_2 - \frac{\omega}{24}\left[\frac{1}{2}(T_1' + T_1'') - T_2\right].$$

Само ω добија се притом из стања u_1' и u_1'' добијених из посматрања по обрасцу

$$\frac{\omega}{24} = \frac{u_1'' - u_1'}{T_1'' - T_1'},$$

где је разлика $T_1'' - T_1''$ изражена у часовима и деловима часа. Како се $\frac{1}{2}(T_1'' - T_1')$ мало разликује од T_2 због поменутих услова посматрања, то ω већ мало утиче на резултат. Зато отпада потреба за великим бројем хронометара. У исту сврху могу се примењивати и сложеније комбинације одређивања стања хронометра *u* и пријема сигнала. Притом се претпоставља да је ход хронометра *константан* само у току малог броја часова.

162. Часовна служба. — Почетком 20-тих година XX века организују се прве службе времена са систематским одашиљањем часовних сигнала. Отада су оне уведене у многим земљама и данас постоји врло много служби времена. Задатак сваке од њих је одређивање и одржавање тачног времена, пријем часовних сигнала и одређивање поправака тих сигнала, неке од њих осим тога саме одашиљу часовне сигнале. За остварење ових циљева свака служба времена има:

1) Један, а још боље неколико тачних часовника чија се стања одређују помоћу пасажних инструмената. У разним земљама употребљавају се часовници разне израде, али се врло често користе часовници Рифлерове минхенске радионице, која од краја XIX века израђује врло добре часовнике. Последњих година њих су превазишли својом каквоћом Џортови часовници (Енглеска); часовници се морају налазити под условима који у највећој мери обезбеђују сталност њиховог хода.

2) Један или више пасажних инструмената, најбоље Бамбергова типа, којима се довољно често, једампут у 3—5 дана, ако то допуштају временске прилике, одређује стање основног часовника, а упоређењем са њим и других часовника часовне службе.

3) Подесну радио-апаратуру за пријем часовних сигнала; данас се тежи томе да се часовни сигнали и секунде основног часовника региструју хронографски; на тај се начин добија документ који се може чувати; али обезбедити регистровање пријема много је теже од пријема на слух, а тешко да он превазилази последњи у тачности. Оне службе времена које одашиљу сигнале имају још нарочите часовнике, чија се минута средњег времена дели не на 60, као обично, већ на 61 део, и приближно полусекундно клатно које обавља потпуно клаћење (с лева на десно и с десна на лево) за $^1/_{61}$ део минуте средњег времена При сваком таквом потпуном клаћењу оно једампут затвори коло струје и ово се затварање преноси каблом из одељења у коме је смештена служба времена у лабораторију отпремне радио-станице, где се ова кратка затварања кола струје претварају у бежичну предају кратких „тачака" кроз етар, које примају подешени пријемници. Испред предаје ових кратких сигнала, тачака, предају се још сигнали за подешевање пријемника на односну таласну дужину, за саопштење уговореног шифрованог назива предајне службе времена и ради предаје такозваних сигнала тачног времена (три серије по 6 тачака).

Ритмички сигнали предају се овим редом:

нулти— 1	повлака дужине 0,4—0,5 секунде (њен почетак је почетак прве минуте),
60 —60	тачака прве серије или минуте,
61—	повлака чији је почетак крај прве и почетак друге минуте,
62—121—	60 тачака друге серије или минуте,
122—	повлака чији је почетак крај друге минуте,
123—182—	60 тачака треће серије или минуте,
183—	повлака чији је почетак крај треће минуте,
184—243—	60 тачака четврте серије или минуте,
244—	повлака чији је почетак крај четврте минуте,
245—304—	60 тачака пете серије или минуте,
305—	повлака чији је почетак крај пете минуте,

На тај начин у етар се предају 300 кратких сигнала, који се примају, и посматрач бележи поклапање неколико њих са откуцајима свог хронометра, записујући увек редни број сигнала и његове серије и показивање хронометра у том тренутку.

Служба времена која даје сигнале води рачуна о томе да ход помоћних полусекундних часовника буде нула и да средњи тренутак свих „тачака", тј. средина између 30 и 31 сигнала треће минуте што тачније одговара унапред датом тренутку светског времена (гринвичког грађанског времена), познатом свима који примају сигнале. Ево, примера ради, гринвичког грађанског времена предаје ритмичких сигнала неких служби времена:

Науен (Немачка)	од	$0^h01^m00^s$	до	$0^h06^m00^s$
Бордо (Француска)	„	8 01 00	„	8 06 00
Рагби (Енглеска)	„	9 55 00	„	10 00 00
Москва (СССР)	„	14 01 00	„	14 06 00

Ако је ход помоћних часовника једнак нули, унапред је познато које време дели сваку тачку од средине 30 и 31 сигнала треће серије; и доиста, почетак прве и последње повлаке удаљен је од ове средине $2^m30^s,00$; прва тачка прве серије (а тако исто и 60 тачка V серије) $2^m30^s,00 - \frac{60}{61}$ средњих секунада, тј. $2^m29^s,0164$; друга тачка I серије (и 59. V-те) $2^m29\,0164 - 0,9836 = 2^m280,328$ и тд. За сваки сигнал може се добити такав број и саставити „таблице за свођење пријема ритмичких часовних сигнала", које садрже ове разлике у средњем времену за пријем сигнала према средњем хронометру и у звезданом времену за њихов пријем према звезданом хронометру. Према томе ако је забележено поклапање n-тог сигнала m те серије с тренутком T по хронометру, онда се из такве помоћне таблице узима број минута и секунада који треба додати на T или одузети од T да би се знало показивање T_0 хронометра које одговара средњем тренутку сигнала. Упоређивањем његовим са тренутком светског времена коме одговара овај средњи тренутак, добија се разлика показивања хронометра T_0 и светског времена.

Међутим пракса је показала да се не могу предати сигнали у етар савршено тачно. Поновило се исто оно што и у свим осталим задацима практичне астрономије: лакше је одредити поправку извршенога него извршити ма шта без отступања. Према томе сигнале сваке станице примају друге станице, и свака станица која располаже добрим часовницима и њиховим стањима одређује поправку сваке предаје сигнала и своје резултате саопштава Бироу за време (међународном у Паризу, совјетском у Пулкову), где се од свих тих поправака изводи најтачнија поправка сваке предаје и ова се објављује. Ове поправке узимају у обзир сви они који су ма у коме циљу, на пример, за одређивање дужина помоћу радија (види § 160), за гравиметриска посматрања и томе слично, користили ма који сигнал једне од служби времена.

Тако се обезбеђују потребе астронома који одређују разлике дужина места.

Таблице за свођење ритмичких сигнала налазе се у овим књигама:

1) Астрономический ежегодник (за текућу годину).

2) Инструкция для астономических определений на триангуляции I и II класса, ГУГСК, М., 1936.

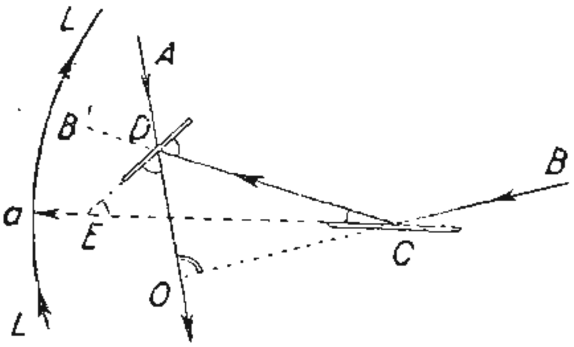
3) Таблицы для астрономических вычислений, Госкартгеодезия, Л.—М., 1932.

ГЛАВА ОСАМНАЕСТА

ОСНОВИ ПРИМЕНЕ АСТРОНОМИЈЕ НА МОРЕПЛОВСТВО И ВАЗДУХОПЛОВСТВО

163. Задатак. — Одавно се у морепловству, кад се брод отисне на пучину далеко од обале, а последњих година и у ваздухопловству, када авион крене на далеки лет над морем, јављала и јавља потреба да се с времена на време одређују координате брода и авиона, да они не би скренули с пута. Ризично је за време дугог пута ослањати се све време само на компас и на одређивање брзине кретања, иако се оваква посматрања врше за све време кретања.

Јасно је да се φ и λ на мору могу одредити у суштини истим методама као и на копну, али само с том разликом 1) што су за мерење зенитних отстојања потребни инструменти који не захтевају стабилан ослонац, већ се могу лако држати у рукама, 2) што није потребна висока тачност; на мору је потпуно довољна тачност до 1′ или чак 2′, а у ваздуху због брзог кретања авиона и још мања, па се зато могу и треба да примењују такве варијанте метода за одређивање φ и λ, са којима се може на рачун тачности добити у простоти и брзини израчунавања; нарочито је ово важно у ваздухопловству. Треба имати у виду да брз пароброд прелази на један час $^1/_3$ степена на Земљиној површини, а авион 1—2 и више степена. Стога проучимо: 1) подесан инструменат и 2) подесне методе посматрања и израчунавања.



Сл. 74.

164. Опис и теорија секстанта. — На мору су се за мерење углова одавно користили различити инструменти који су се могли држати у рукама, али се од 30 тих година XVIII века за ову сврху искључиво примењује рефлекторни секстант; идеју за овај инструменат дао је Њутн, али је он нашао практичну примену после објављивања Хадлејевих радова. Он је састављен на овом принципу. Нека је *AO* (сл. 74) правац зракова који од неког предмета *A* долазе у астрономски дурбин, који треба замислити у продужењу праве *AO*; зраци падају у дурбин пролазећи изнад непокретног огледала *D* (ближе читаоцу) и пролазећи само кроз горњи део дурбинова објектива, а доњи је за њих заклоњен огледалом *D*; друго огледало *C* обрће се око осовине; претпоставимо да зраци од другог предмета *B* падају на огледало *C*, одбијају се од њега под углом који је једнак упадном углу, падају на огледало D и одбивши се од њега улазе у исти дурбин кроз доњи део објектива; ако они буду у њ улазили истим правцем као и зраци од предмета A, ликови предмета A и B у дурбину ће се поклопити; може се показати да је у том случају угао између огледала двапут мањи од угла између праваца зракова од A и B. И доиста, претпоставимо да су оба снопа зракова, нормале на огледалима и оптичка осовина објектива паралелни једној истој равни и да је то раван цртежа. Нека се у тој равни огледала секу у тачки E, а осовине снопова зракова у тачки O. Онда по теореми спољашњег угла који је једнак збиру два унутрашња имамо:

$$U_з \, \Delta \, DOC: \quad \sphericalangle B'DO = \sphericalangle AOB + \sphericalangle DCO,$$

$$U_з \, \Delta \, DEC: \quad \sphericalangle B'DE = \sphericalangle DEC + \sphericalangle DCE.$$

Али по закону одбијања светлости је

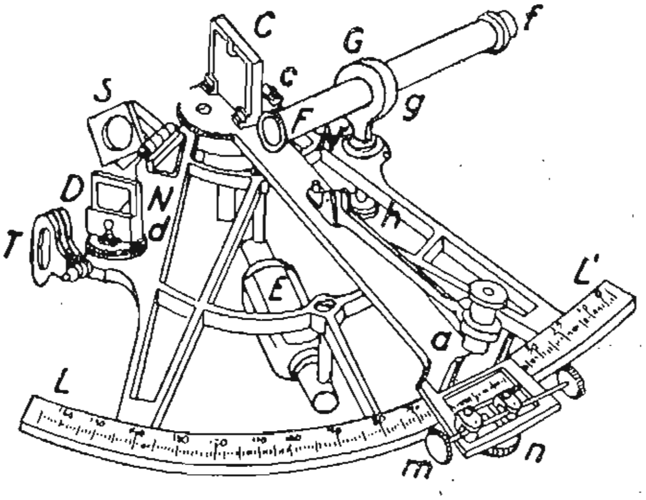
$$\sphericalangle B'DE = \frac{1}{2} \sphericalangle B'DO \qquad \text{и} \qquad \sphericalangle DCE = \frac{1}{2} \sphericalangle DCO.$$

Према томе из претходне две једначине лако се налази да је

$$\sphericalangle AOB = 2 \sphericalangle DEC,$$

што је и требало доказати. Усвојено је да се D зове мало, а C велико огледало.

Нека тачка C на истоименом огледалу има ту особину да се зрак који на њу падне и од ње се одбије после одбијања од D простире у правцу оптичке осовине објектива. У том случају је најрационалније огледало C обртати око осовине која пролази кроз такву тачку C. Претпоставимо да од огледала C полази индекс с цртом a и да је око тачке C као око кружног средишта постављен сектор LL са поделом у степенима, да је читање при поклапању ликова два предмета K, а читање кад су огледала паралелна K_0; тада је угао између праваца из тачке O до оба предмета једнак $2(K-K_0)$. У идеалном инструменту K_0 требало би да буде једнако нули, у реалном се оно назива поправка нуле или колимација.



Сл. 75.

На том оштроумном принципу заснива се *секстант*, назван тако стога што сектор LL већином износи шестину круга. Он је приказан на сл. 75, на којој је словима $NLL'N'$ обележена његова основа, са LL' круг с поделом, са C и D огледала. Са горњег дела огледала D скинут је амалгам да би зраци од предмета A могли долазити у дурбин Ff. Завртњима c и d може се мењати нагиб огледала, да би се она довела у управност према кругу. Завртњем h може се подизати и спуштати дурбин над кругом, да би се регулисала количина светлости која од предмета A и B долази у објектив; S и T су тамна и обојена стакла потребна за посматрање Сунца, n је завртањ за причвршћивање алхидаде a са нонијусом. Словом m обележен је микрометарски завртањ за фино обртање огледала C (над нонијусом се види лупа), а словом E ручица за држање инструмента.

165. Посматрања секстантом. — Да би одредио угао између праваца ка предметима A и B посматрач држи секстант за ручицу, гледа кроз дурбин на предмет A изнад амалгама огледала D, раван круга држи тако да она пролази кроз предмет B и огледало C обрће дотле док се лик предмета B не појави у видном пољу. Тада посматрач причвршћује завртањ n и обрће завртањ m, а окреће и секстант око осовине дурбина, док ликове предмета A и B не доведе до поклапања у средишту видног поља, а затим прочита на кругу поделу K. Затим треба да одреди K_0 (види горе) и разлику $K - K_0$ да помножи са 2. Да би се посматрачу уштедело ово множење сви су бројеви који означавају степене на кругу секстанта већ помножени са 2, тако да на једном крају сектора стоји 0°, а на другом 130° или 140° или т. сл..

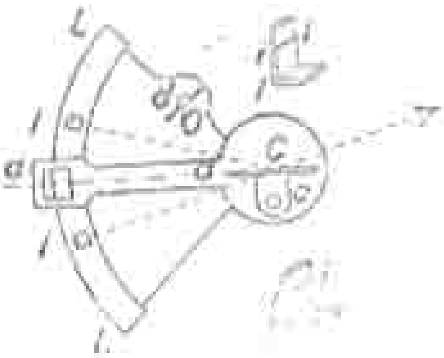
Да би се одредило почетно читање K_0 најбоље је навести секстант на практично бескрајно удаљен предмет, на пример на небеско тело, и довести до поклапања његова два лика. Кад се посматра Сунце кроз тамно стакло на окулару, треба крајеве два Сунчева лика довести да се додирну и узети читање K_0', затим их превести преко положаја у коме се поклапају и довести их да се додирну супротним крајевима, па узети читање K_0'', средња вредност од K_0' и K_0'' даје K_0 — читање у тренутку поклапања котурова. То је тачнији начин од начина њихова довођења до стварног поклапања.

При астрономским посматрањима на мору секстантом се мере висине небеских тела над хоризонтом. У том циљу посматрач спушта горњи или доњи Сунчев руб до привидног морског хоризонта, тј. границе воде и неба која лежи на висинском кругу Сунчева средишта. У ту сврху, пошто је ставио погодно обојено стакло између оба огледала, он гледа дурбином хоризонат поред малог огледала и обрћући велико огледало треба пре свега да у дурбину добије Сунчев лик. Затим, не испуштајући из видног поља дурбинова ни хоризонат ни Сунце, треба да доведе до поклапања горњи или доњи Сунчев руб са поменутом тачком на хоризонту. У ту сврху посматрач, делујући на микрометарски завртањ, приближује Сунчев руб хоризонту и притом помера дурбин дуж хоризонта лево и десно, да би нашао ону тачку на хоризонту чије је отстојање од Сунчевог руба најмање. Очигледно је да је то баш она тачка на хоризонту која лежи на висинском кругу Сунчева средишта, те ће измерено угловно отстојање бити тражена висина Сунчева руба над хоризонтом. Уопште узев је ова радња доста сложена, па је за тачно мерење Сунчеве висине на мору потребно дуже или краће увежбавање. Подробно су ове радње изложене у течајевима поморске астрономије.

Од висине добивене на тај начин треба одузети такозвану депресију хоризонта, која долази отуд што се посматрачево око не налази на морском нивоу, већ на некој висини над морем, од рецимо H стопа. Може се показати да ова депресија хоризонта при средњој рефракцији износи $60\sqrt{H}$ лучних секунада (H је изражено у стопама). Осим тога од измерене висине треба одузети рефракцију.

Секстантом се могу мерити висине и на копну помоћу вештачког хоризонта. Њих има две врсте: 1) површина живе или уља наливеног у плитак суд, или 2) равна површина тамног стакла које лежи на трима положајним завртњима и које се либелом доведе у хоризонталан положај. Посматрач гледа кроз дурбин лик небеског тела, на пример Сунца, који се види у таквом хоризонту и доводи га до поклапања са Сунчевим ликом који се добива одбијањем од оба секстантова огледала; јасно је да се притом мери *двострука* висина Сунца над хоризонтом.

166. Константе секстанта. — Описане радње даће тражену висину небеског тела ако је секстант идеално тачан, а то значи: оба огледала су управна на кругу и планпаралелна, тамна и обојена стакла такође су планпаралелна; обртна осовина огледала *C* поклапа се са средиштем кружне поделе. Управност огледала *C* према кругу може се проверити ако се у њ гледа веома косо (сл. 76) тако да се у њему види лик једног дела круга, а поред њега сам тај део; он треба да претставља продужетак свог лика у огледалу, ако је оно управно на кругу. Ако су оба дела, онај који се види непосредно и његов лик, нагнути један према другоме, завртњем *c* се може исправити положај огледала *C*. Ако после тога управимо секстант на небеско тело тако да се оно види и непосредно и после одбијања од огледала, па ако оба лика при обртању огледала пролазе један поред другога а не поклапају се, значи да огледало *D* није управно на кругу, и тада завртњем *d* треба исправити његов положај. Отступања која остају после ових поправака имају неосетан утицај на резултате мерења. Главне константе секстанта су: ексцентричност обртне осовине и призматичност огледала, али се оне не могу испитати друкчије него мерећи секстантом разне углове тачно измерене другим инструментом. У том циљу, на нарочитим поморским опсерваторијама, са одређене тачке где се поставе секстанти које треба испитати, теодолитом се тачно измере угловна растојања између неколиких предмета. Упоређивањем мерења добивених одређеним секстантом с тачним мерењима добива се таблица поправака која затим служи за поправку висина мерених тим секстантом. Разуме се, после таквог испитивања на инструменту се не смеју вршити никакве измене; иначе се поправке могу променити.



Сл. 76.

167. Одређивање положаја брода на мору заснива се на мерењу висина небеских тела одређеног тренутка по хронометру; потребна је притом само претпоставка да је познато стање хронометра, тј. свођење његових показивања на гриничко грађанско време; данас се оно сасвим сигурно и лако добија из пријема часовних сигнала; раније методе брижљивог испитивања хронометарског хода (иако се оно и сад неодложно обавља на бродовима) или мерења Месечевих растојања већ припадају неповратној прошлости. Од неколико метода за одређивање положеја брода на мору ми ћемо описати само најсавршењу, то је метода примене Сомнерових линија коју је предложио Сент-Илер.

Претпоставимо да је у тренутку T по хронометру посматрано небеско тело на висини h над хоризонтом; како је из часовних сигнала познато свођење хронометра на светско време, то се из астрономског годишњака могу узети координате α и δ тога небеског тела, иако се оне мењају у току времена. Како за ово није потребна крајња тачност, то се за морепловство издају нарочити поморски астрономски годишњаци, на пр. у СССР поред „Астрономического ежегодника“ Лењинградског астрономског института и његов „Морской астрономический ежегодник“[1]. Нека је, дакле, у тренутку посматрања T_0 светско време, а S гринвичко звездано време; оба су нам позната из часовних сигнала; значи, часовни угао небеског тела у Гринвичу је $S-\alpha$. Треба приметити: 1) да су западна дужина и ширина места O на Земљи, у коме је посматрано небеско тело тога тренутка у зениту, респективно $S-\alpha$ и δ; 2) да је, под претпоставком да је Земља лопта, геометриско место свих оних места на Земљи у којима се тога тренутка то небеско тело налази на висини h или на зенитном отстојању 90^0-h, мали круг описан око O као средишта сферним полупречником 90^0-h. Како смо ми по претпоставци посматрали ово небеско тело баш на висини h, то значи да се наш брод налази на томе кругу. Замислимо да смо успели *истог тренутка* да одредимо и висину h' другог небеског тела с координатама α', δ'; у том случају наш брод налазиће се и на другом кругу чије средиште O' има дужину $S-\alpha'$ и ширину δ', а чији је сферни полупречник $90^0-h'$. Према томе, кад бисмо имали довољно велики глобус, нанели бисмо на њ тачке O и O', описали из њих кругове сферним полупречницима 90^0-h и $90^0-h'$ и нашли две тачке њихова пресека; која тачка одговара нашем броду може се лако оценити по томе које нам је небеско тело за време посматрања било лево а које десно. Али глобус се не може употребити јер је гломазан, а на карти се ови кругови не могу цртати зато што карта не претставља верно Земљину лоптасту површину; зато се обрада описаних посматрања врши на други начин. Ми ћемо најпре изложити идеалан случај једновременог посматрања оба небеска тела, а затим реалан случај који се примењује у поморској пракси.

Како се од самог тренутка кад брод исплови на отворено море на њему непрекидно води записник правца по коме се креће и брзина којом се креће, то се увек могу знати такозване „предрачунске координате“ његове φ_0 и λ_0 у тренутку посматрања (дужина од Гринвича, позитивна ка западу). Знајући њих, затим координате посматраног небеског тела α и δ и тренутак посматрања у гринвичком времену, добијамо најпре његов часовни угао $S-\alpha-\lambda_0$ у „предрачунском“ месту посматрања, а затим израчунамо за то исто место (φ_0, λ_0) висину и азимут небеског тела по обрасцима

$$\sin h_0 = \sin \varphi_0 \sin \delta + \cos \varphi_0 \cos \delta \cos (S-\alpha-\lambda_0),$$

$$\sin A_s = \sin (S-\alpha-\lambda_0) \cos \delta \sec h_0$$

или по другим, изведеним из ових.

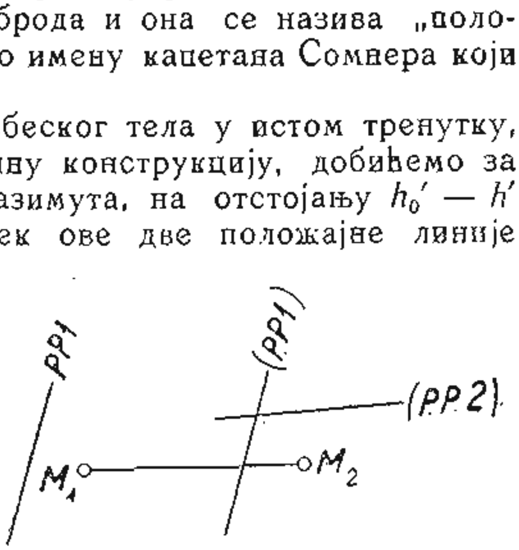
---

[1] Код нас „Наутички годишњак“ Астронумерикчог института САН. — Прим. прев.

Упоредимо сада h_0 с посматраним h. Ако је $h_0 > h$, тј. $90^0 - h_0 < 90^0 - h$, онда се „предрачунско" место (φ_0, λ_0) налази у унутрашњости круга описаног полупречником $90^0 - h$ око тачке O; а ако је $h_0 < h$ ово се налази изван тога круга; право се, пак, место брода налази на самом кругу и недалеко од „предрачунског" места. Ако сад замислимо лук великог круга од „предрачунског" места до O, онда се делић малог круга с полупречником $90^0 - h$ најближи „предрачунском" месту може приближно заменити правом линијом управном на правац од (φ_0, λ_0) ка O и која га сече на отстојању $h_0 - h$ од места (φ_0, λ_0) ка O, ако је $h_0 > h$, или на отстојању $h - h_0$ од O ка (φ_0, λ_0), ако је $h > h_0$.

Према томе на поморској се карти (Меркаторове пројекције, која не деформише праве) одмери од места (φ_0, λ_0) у правцу „предрачунског" азимута A_s у датој размери разлика $h - h_0$ (ако је $h < h_0$, одмери се $h_0 - h$ у правцу $A_s + 180^0$) и повуче се права управно на линију азимута A_s. На тој се правој налази место брода и она се назива „положајна линија" или „Сомнерова линија" по имену капетана Сомнера који је први скренуо пажњу на ове линије.

Ако имамо и посматрање другог небеског тела у истом тренутку, и ако за њ извршимо исти рачун и сличну конструкцију, добићемо за други азимут праву управну на линији азимута, на отстојању $h_0' - h'$ од „предрачунског" места (φ_0, λ_0). Пресек ове две положајне линије одредиће стварни положај брода на карти, па значи и његову ширину и дужину. Није тешко уверити се да ће се најсигурније добити положај кад се обе положајне линије секу под углом блиским 90^0; значи треба посматрати небеска тела у азимутима који се по могућству разликују за 90^0.



Сл. 77. Сомнерове линије

Међутим не могу се једновремено посматрати два набеска тела, а ако их посматрамо једно за другим промениће се и време посматрања, па и положај брода. Осим тога два небеска тела лако је наћи ноћу, а дању много теже; осим Сунца дању се може видети само Месец, али не увек, а Венера још ређе. Зато ћемо изложити најчешћи случај два посматрања Сунца (сл. 77). Из места M_1 с „предрачунским" координатама (φ_1, λ_1) у тренутку T_1 светског времена измери се висина Сунца h_1; из места M_2 с „предрачунским" координатама (φ_2, λ_2) у тренутку T_2 светског времена измери се висина Сунца h_2. Узајамни положај ова два места M_1 и M_2 може се довољно тачно одредити из кретања брода у времену од T_1 до T_2.

За оба места M_1 и M_2 изврши се горе описани рачун и повуку положајне линије *П. Л.* 1 и *П. Л.* 2, које одређују право место брода у тренуцима T_1 и T_2, па се поведе рачуна о овоме. *Релативан положај* „предрачунског" и правог места брода у тренутку T_2 биће *исти* као и у тренутку T_1, ако смо само тачно одредили померање брода у времену од T_1 до T_2 или смо одлучили да занемаримо отступање које долази од овог померања. И доиста, разлика између „предрачунских" места M_1 и M_2 по величини и правцу није ништа друго до разлика између правих положаја брода у тренуцима T_1 и T_2 израчуната из његове брзине и правца кретања.

У том случају релативан положај брода и „предрачунског“ места у тренутку T_2 можемо добити ако пренесемо M_1 и линију *П. Л.* 1 паралелно, без обртања, тако да M_1 падне у M_2; тада ће *П. Л.* 1 заузети положај (*П. Л.* 1) и у заједници са *П. Л.* 2 одредити право место брода у тренутку T_2, које ћемо добити као тачку пресека две праве (*П. Л.* 1) и *П. Л.* 2.

У пракси није подесно чекати да се азимут Сунца промени за 90° од првог до другог посматрања и можемо се задовољити његовом променом од 50°—60°

У изложеноме се састоји суштина методе за одређивање положаја брода на мору помоћу положајних линија, која се примењује у последње време. Постоје и друге, специјалније методе, на којима се ми нећемо задржавати. Да би се убрзала обрада, израчунате су нарочите помоћне таблице; за појединости упућујемо оне који се интересују на посебне уџбенике поморске астрономије.

Постоје и други инструменти који могу да замене описани секстант. На пример круг са призмама, на коме место кружног сектора постоји цео круг с поделом и два нонијуса, којима се искључује утицај ексцентричности, а такође и инструменти израђени на другом оптичком принципу.

Из поморске астрономије постоји на руском језику доста обимна литература од које ћемо указати на ове три књиге:

1) Н. Н. Матусевич, Мореходная астрономия, изд. Гидрографического управления.

2) Б. П. Хлюстин, Мореходная астрономия, 2-е изд., Ленгострансиздат, 1940.

3) Проф. Н. А. Сакеллари, Мореходные инструменты, Описательный курс, 2-е изд., Гос. транспортное изд-во, Л., 1936.

За обраду поморских посматрања издају се нарочите таблице:

1) „Мореходные таблицы 1933 года“ издаване више пута, са шестим стереотипним издањем 1933 г., изд. Гидрографического управления.

2) „Мореходные таблицы 1933 года“ с изменама према ранијим, издање Гидрографического управления.

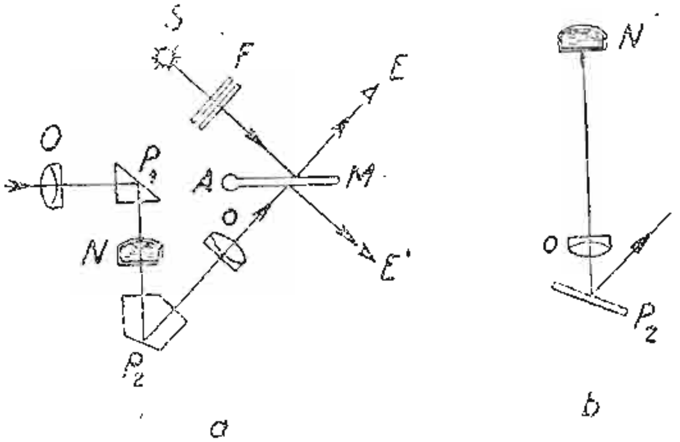
3) Проф. В. В. Ахматов, Высота и азимут в три минуты, Таблицы, ускоряющие и упрощающие вычисление линий положения, 3-е изд., изд. Гидрографического отдела УМС РККА, Л., 1936.

168. Примена астрономије у ваздухопловству. — Као што морепловац прибегава поморској астрономији само на отвореном мору, далеко од обале, тако је и ваздухопловац приморан да примењује „ваздухопловну астрономију“ као метод за проверавање свог пута, а нарочито као средство за оријентацију, када је изгубљена свака непосредна веза са Земљом.

У основи ваздухопловне астрономије налазе се исте оне основне замисли као и у основи поморске астрономије, тј. мерење висина небеских тела над хоризонтом инструментом који се може држати у руци и примена Сомнерових линија за обраду посматрања.

Висине се могу мерити од привидног хоризонта, ако се линија дуж које се „састају небо и Земља" добро види са авиона, ако није заклоњена облацима; за ту сврху служи секстант истог састава као горе описани поморски, или још простији. Потребно је знати висину авиона над Земљом да би се од посматране висине могла одбити депресија привидног хоризонта испод хоризонталне равни која пролази кроз инструменат.

Ако је привидни хоризонат заклоњен облацима, може се одређивати висина небеских тела под „облачним хоризонтом", али само у случају ако је облачни покривач под авионом довољно раван, а авион се не налази сувише високо над облацима; опет је потребно знати висину авиона над облацима.



Сл. 78. Ход зракова у секстанту за ваздушну пловидбу

У ваздухопловству се примењују нарочити секстанти. Описаћемо један од њих који се највише употребљава код нас. Његов оптички систем схематски је приказан на сл. 78 а. Битни део овог секстанта је центричка либела. Горња плоча њена споља је равна или испупчена, а с унутрашње стране сферна. Доња плоча је планпаралелна. Комора је испуњена течношћу, но тако да у њој остане *округао* мехур, који се као и код цевасте либеле увек налази на највишем месту у комори. По дану је либела осветљена светлошћу која пролази кроз сочиво *O* и тотално се рефлектује под правим углом у призми P_1. Ноћу се у ту сврху између призме и либеле ставља мала сијалица. Светлост од либеле иде наниже, улази у петострану призму P_2, а од ње, после тоталне рефлексије, иде опет навише под углом од 45^0 према хоризонту (призма је тако учвршћена у инструменту). Затим пролази кроз окулар *o* и доле доспева до планпаралелне плоче *P*. Највећи део светлости пролази кроз ову плочу, а мањи се одбија и одлази десно наниже, тако да се либелин мехур може видети и озго и оздо.

Главни пресеци обеју призама, оптичке осовине оба сочива, полупречник либелине сферне површине, који пролази кроз средиште њене облоге и нормала на планпаралелној плочи треба да леже у једној равни, и то у равни цртежа. Важно је ово: мехур треба да се налази у жижној равни окуларног сочива *o*, а средиште сферне површине у либели треба да буде у средишту окулара *o* или, тачније речено, у његовој предњој (рачунајући у смеру кретања зракова) главној тачки.

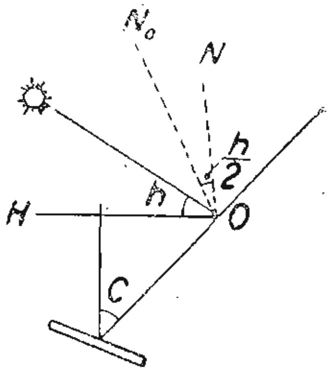
Да бисмо ово себи боље претставили замислимо да се испод либеле, на потребном отстојању, налази окулар *o*, а испод њега огледало P_2, које скреће зраке десно навише, под углом од 45° (сл. 78 б). Ма где се налазио либелин мехур (само ако није на самој ивици облоге), биће, на основи особине течности на коју делује сила теже, права која иде од средине мехура ка средишту сферне површине, тј. ка главној тачки (или простије ка средини) окулара *o*, увек вертикална. Ову праву призма скреће за *сталан* угао према вертикали (није важно да овај угао буде баш 45°, ова вредност је изабрана само да би се либелом лакше руковало). Према томе, кад гледамо кроз плочу *M* правац у коме видимо средину мехура заклапа увек исти угао са вертикалом. Шта више ако се мехур налази у жижној равни окулара *o*, онда зраци од сваке мехурове тачке, после пролаза кроз окулар *o*, образују паралелан сноп. Стога је правац у коме се кроз окулар *o* види средина мехура сталан, ма кроз које место на окулару посматрач гледао. Међутим да би се мехур видео оштро, треба око да буде нормално, далековидо. Кратковидост је потребно исправити наочарима.

Други главни део инструмента је планпаралелна плоча *M*. Ова се може обртати око осовине *A*, нормалне на равни цртежа, а померање се или чита помоћу обичног круга, или код описаног секстанта нарочитом направом коју нећемо описивати. Претпоставимо да се посматрање врши по дану и да треба измерити висину Сунца. Посматрач, држећи инструменат, доводи раван која одговара равни цртежа до поклапања с вертикалом Сунца и гледа либелин мехур кроз плочу *M*. Обртањем плоче *M* доводи Сунчев лик, који настаје одбијањем његових зракова на плочи *M*, до поклапања са средиштем округлог либелиног мехура. За слабљење Сунчеве светлости служе обојена или тамна стакла *F*. Читање на кругу везаном за плочу *M* даће нам Сунчеву висину, као што се може видети из овог расуђивања. Претпоставимо да смо овим секстантом посматрали на описани начин неку тачку на хоризонту (сл. 79) која се налази у Сунчевом вертикалу и нека читање на кругу тада буде 0° 0'. Јасно је да се ово може постићи ако се круг на подесан начин окрене око његове осовине. Нека притом нормала на плочи *M* заузме положај ON_0 Нека смо затим плочу *M* обрнули тако да у око *E* падају зраци од Сунца које се налази на висини *h*. Приметимо да је у ту сврху потребно обрнути плочу *M* за угао $\frac{h}{2}$, јер је код равног огледала увек упадни угао једнак одбојном Баш тај угао $\frac{h}{2}$ ми и читамо на кругу којим се мери обртање плоче *M* или, пак, можемо поделу на том кругу удвојити као што је то учињено код поморског секстанта, тако да непосредно добијамо висину *h*.

Битно је да код ових посматрања визирани предмет доведемо у средину видљивог краја округлог либелиног мехура. Захваљујући томе ће правац у коме посматрамо образовати увек исти угао *C* с вертикалом (на пример угао од 45°), па ће, дакле, читање при навођењу тачке са хоризонта на то место увек бити једнак нули.

Шта више, овакав секстант можемо при посматрању мало померати у равни посматрања. Притом ће се либелин мехур померати по унутрашњој либелиној сферној површини (либелу можемо нагињати само дотле док мехур не дође до облоге) али Сунчев лик, кад је једном доведен до поклапања са средином либеле, неће се померати с ње.

Доиста, претпоставимо да смо, полазећи из положаја на сл. 78 а, обрнули цео секстант у смеру супротном од смера казаљке на часовнику за угао x. Либелин мехур ће скренути на десно, зраци које одбија призма P_2 скенуће за угао 2_x у смеру супротном кретању казаљке на часовнику. Но како се нормала на плочи M заједно с инструментом померила за угао x, то ће Сунчеви зраци који се одбијају од плоче скренути за угао 2_x, а то значи исто онолико колико и зраци из либеле које одбија призма P_2. То значи да ће се као и пре средина либеле и Сунца у инструменту видети у истом правцу.



Сл. 79.

Ноћу посматрач посматра небеска тела *кроз* плочу гледајући оздо навише, а либелин мехур види захваљући зрацима који се одбијају од плоче M. Његово се око тада налази у положају E'. Ово не мења теорију овог инструмента.

Могу се замислити (и пронађени су) други, простији и сложенији инструменти за ту сврху, али код свију њих је битно присуство либеле која се заједно са посматраним предметом види у видном пољу и која у њему мора да заузме одређени положај, да би читање круга дало тражену висину посматраног небеског тела.

Из авиона је теже посматрати него на мору, али због брзине његова кретања није потребна толика тачност у одређивању ширине и дужине као у поморској астрономији. За обраду посматрања примењују се исте методе као и на мору, но како обраду треба извршити много брже него на мору (иначе губи смисао), макар и с мањом тачношћу, израђене су нарочите таблице, а пронађене и графичке методе да се рачун убрза.

За примену астрономије у ваздухопловству упућујемо на ове књиге:

1) Л. П. Сергеев, Руководство по воздушной астрономии, ч. I и II, изд. Управления ВВС РККА.

2) Проф. А. П. Молчанов, Курс аэронавигации, ОНТИ, 1937.

3) Н. Ф. Кудрявцев, Аэронавигация, М., 1937.

4) „Авиационный астрономический ежегодник" (за текућу годину).

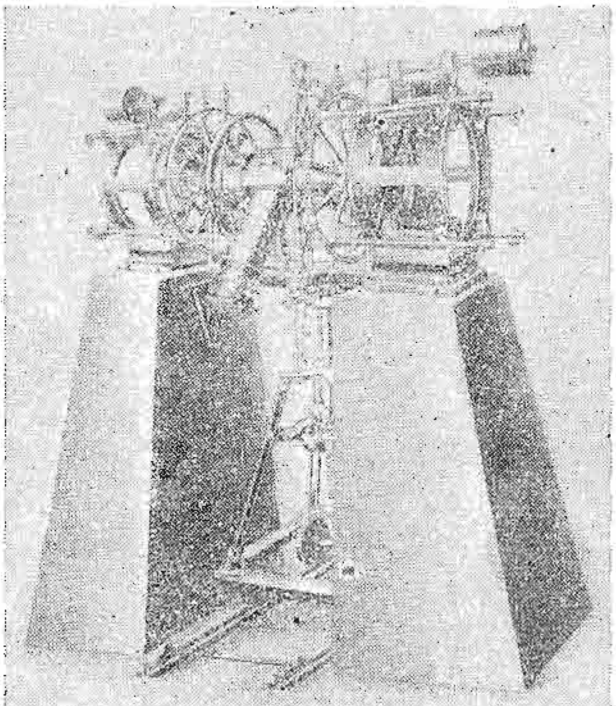
ГЛАВА ДЕВЕТНАЕСТА

МЕРИДИЈАНСКИ КРУГ

169. Опис меридијанског круга. — Као што је већ било речено у § 3, да би се одредиле ректасцензије и деклинације небеских тела треба одређивати по часовнику тренутке њихова пролаза кроз меридијан и мерити зенитна отстојања у тренуцима њихових кулминација.

То се може извршити помоћу два инструмента:

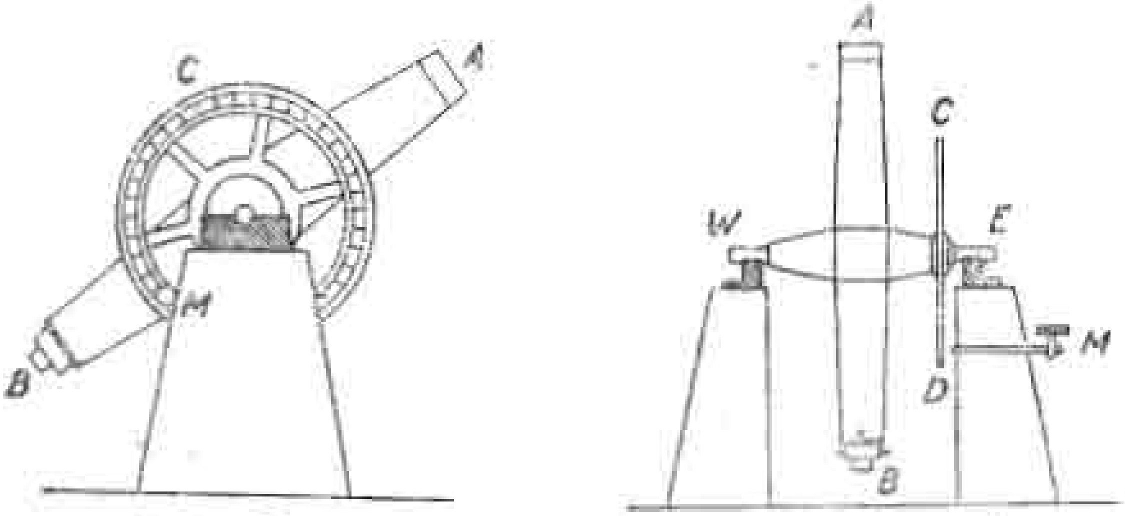
1) пасажног инструмента у меридијану; за ту сврху употребљавају се пасажни инструменти (в. сл. 63а, 63b) с правим дурбином већих размера до 1—$^1/_2$—2 м жижне даљине; лежишта њихових наглавака утврђена су за солидне стубове од цигала озидане на великом темељу да би се обезбедила што већа стабилност иструмента и што је могуће спорије промене његових констаната: колимације, нагиба и азимута; између пода павиљона и стубова обавезно се оставља прорез да кретање предмета на поду не би потресало стубове; омогућено је лако обртање инструмента на његовим лежиштима из положаја „круг исток“



Сл. 80. Меридијански круг

у положај „круг запад“ и обратно, иако не онако брзо као код малих инструмената са преломљеним дурбином; круг није велики, колико само да би се са тачношћу до једне минуте дурбин поставио на зенитно отстојање оне звезде која треба ускоро да прође кроз меридијан.

2) вертикалног круга који личи на универзални инструменат, чија обртна осовина носи прав дурбин са жижном даљином око 1, 5—2 *m* и више и тачно подељен круг с пречником до 1 *m*, који се чита обично помоћу четири микроскопа са тачношћу до на 0″, 1; хоризонтални круг има другостепени значај и чита се обично само до на 1′; мерења зенитних отстојања вертикалним кругом врше се као што је описано у глави о универзалном инструменту.



Сл. 81. Схема меридијанског круга (изглед са стране и спреда)

Но за исте циљеве за које служе оба ова инструмента употребљава се и један инструменат *меридијански круг* (сл. 80 и 81), који претставља велики пасажни инструменат на чију је осовину навучен велики тачно подељен круг, као код вертикалног круга, а на оба стуба, за која су утврђена лежишта наглавака његове осовине, утврђен је још по један оквир; сваки оквир носи по четири микроскопа за читање круга са тачношћу до на 0″, 1. Постављена су два оквира, по један на сваком стубу, како би се и меридијанским кругом могло посматрати из два положаја „круг исток“ и „круг запад“. Обично поред тачно подељеног круга (на пример до на 5′, код Репсолдових кругова до на 2′) постоји на осовини, с друге стране дурбина, симетрично првоме, други круг за заузимање положаја дурбина, издељен на пример до на 10′ с могућности читања до на 1′. Као и код пасажног инструмента, тако и код меридијанског круга из предострожности од брзог хабања дурбин с осовином лежи на наглавцима само малим делом тежине, од неколико килограма; већим делом своје тежине инструменат лежи на два пара котурова, и овај део тежине уравнотежен је са два тешка тега. Дурбини ова три инструмента имају објективе од 10—20 *cm* отвора и $1^1/_2$—$2^1/_2$ *m* жижне даљине; полупречници кругова крећу се од $^1/_2$ *m* до 1 *m*.

Пролаз звезда кроз меридијан посматра се на меридијанском кругу потпуно исто као и на пасажном инструменту. Што се тиче мерења зенитних отстојања, овде је потпуно немогуће прибегавати обртању инструмента са положаја „круг исток“ на положај „круг запад“ или обратно, јер би се притом губило одређивање тренутка пролаза небеског тела кроз меридијан, а осим тога велики се инструменат не може довољно брзо обрнути.

За мерење зенитних отстојања, тј. за одређивање тачке зенита на кругу, служи исти живин хоризонат који служи и за одређивање колимације (§ 143). И доиста, кроз исту стаклену плочицу пред окуларом, која се примењује при одређивању колимације, виде се поред стварних *хоризонталних* конаца мреже још и „одбивени", добивени одбијањем светлости од живе. Кад се дурбин обрће око осовине, узајамни положај стварних и одбивених конаца се мења. Кад је дурбин нагнут у равни меридијана, тако да је окулар јужније од објектива, стварни конци су јужнији од одбивених; ако је окулар северније од објектива, стварни конци налазе се северно од одбивених; кад се лаганим обртањем дурбина стварни и одбивени конци доведу до поклапања, раван која пролази кроз праву што иде по средини између хоризонталних конаца и кроз унутрашњу главну тачку објектива, биће вертикална. Поред тога ако је још $i = 0$ и $c = 0$, онда се и стварни средњи конац мреже поклапа са одбивеним; а ако су i и c мали, одбивени ће бити близу стварног.

При том положају дурбина вертикала, која пролази кроз унутрашњу главну тачку објектива, пролази по средини између два хоризонтална конца мреже, као да је дурбин уперен према надиру. Зато читање круга при таквом положају дурбина и одређује тачку надира; додамо ли овом читању круга 180° 0′ 0″, добијамо тачку зенита.

Треба међутим одмах додати да се одбијени хоризонтални конци не могу тачно и сигурно довести до поклапања са стварним. Много је боље посматрати као што је показано на сл. 69, где су пуном линијом претстављени стварни конци a и b, а испрекиданим линијама одбијени a' и b'. С почетка се дурбин доведе тако да међусобни положај стварних и одбијених конаца буде као на сл. 69а, дакле такав, да размаци међу концима ab', $b'b$ и $b'a$ буду међусобно једнаки. Ово се може постићи јер су размаци ab и $a'b'$ међу собом једнаки. Нека је N_1 читање на кругу кога је дурбин у овом положају. Дотерајмо затим дурбин тако да положај конаца буде као на сл. 69 b, и да опет размаци $b'a$, aa' и $a'b$ буду међу собом једнаки. Нека је N_2 читање на кругу када је дурбин у том положају. Није тешко увидети да ће онај положај дурбинов при коме се одбијени конци поклапају са стварним, тј. a са b' и b са a' бити средњи положај између два претходна, па ће зато тачка надира N_0 бити аритметичка средина од N_1 и N_2, дакле, $N_0 = \frac{1}{2} (N_1 + N_2)$. Искуство показује да се на овај начин N_0 тачније и сигурније добија но при покушају да се a доведе до поклапања са b', а b са a'.

170. Посматрања на меридијанском кругу. — При посматрању меридијанским кругом посматрач пред пролаз небеског тела кроз меридијан (а то он зна по приближној ректасцензији), доводи дурбин помоћу приближног круга на ону деклинацију коју има очекивано небеско тело и, када оно уђе у видно поље, финим кретањем завртња обрће дурбин тако да звезда (или средиште планете) иде дневним кретањем баш по средини између два хоризонтална конца и затим по методи „вида и слуха", или региструјући пролаз помоћу хронографа, бележи пролазе небеског тела иза вертикалних конаца, обраћајући пажњу на то да небеско тело при пролазу кроз средину видног поља буде што тачније у средини између хоризонталних конаца, затим чита круг. Пролази иза вертикалних конаца обрађују се исто као и у случају посматрања пасажним инструментом; а разлика читања круга и тачке зенита даје привидно зенитно отстојање које носи утицај рефракције. За накнадно израчунавање рефракције, сваких пола часа на пример читају се барометар с термометром на њему и температура спољног ваздуха са термометра који се налази изван павиљона у коме је инструменат.

Ако се пролази посматрају безличним микрометром (§ 152), код њега се користи средина видног поља, а навођење ради мерења зенитног отстојања врши се између бочних конаца. Али тада треба исправити читање круга исто као и при посматрању по Талкотовој методи, водећи рачуна о томе да се са хоризонталним концем не поклапа потпуно лик горњег дела великог круга који пролази кроз небеско тело и источну и западну тачку, — поправка за кривину дневна паралела (в. § 115). Хоризонталност конаца проверава се посматрањем пролаза екваторских звезда. И поред свега остаје њихов мали нагиб који се мора узимати у обзир при обради посматрања; он се одређује из разлике два читања круга кад је звезда на првом и на последњем вертикалном концу симетрично према средњем.

У последње време поред непокретних хоризонталних конаца постављају се и покретни хоризонтални конци, који се могу кретати завртњем. У том случају за време пролаза може се вршити не само једно, већ три и више навођења покретног хоризонталног конца на небеско тело док оно пролази кроз видно поље. Односна читања завртњева котура треба изразити у секундама и алгебарски додати читању круга; ако се на пример при посматрању звезда јужно од зенита котур налази испод конца, онда код обичног микрометра читања круга која расту одговарају зенитним отстојањима која опадају и, ако читања круга опадају кад зенитна отстојања расту, читања котура треба додавати читањима круга (за нулу котура узима се читање при коме је покретни конац близу средине видног поља).

Обично посматрања на меридијанском кругу врши један посматрач, али се понекад, да би се убрзао посао, узима помоћник за читање круга.

Понекад се посматрања ректасцензија и деклинација деле на тај начин што се једне вечери посматрају само ректасцензије, а друге само деклинације.

Много су сложенија посматрања Сунца, јер треба наћи тренутак пролаза Сунчева *средишта* кроз меридијан и његово зенитно отстојање, а средиште Сунца није ничим обележено. Та се посматрања врше овим редом: прво се посматра пролаз предње, тј. западне Сунчеве ивице иза вертикалних конаца, затим се јужна ивица Сунца поставља у средину видног поља и помоћник чита круг, а посматрач навођење хоризонталног покретног конца на јужну ивицу Сунца. Затим се дурбин наведе на северну ивицу и опет се прочитају круг и покретни хоризонтални конац и, напослетку, посматрач мора стићи да посматра пролазе друге, источне ивице Сунца иза вертикалних конаца; за све ове радње посматрач нема много више времена од 2 минуте, јер пролаз Сунчева котура кроз меридијан траје око 2 минуте.

На пасажном инструменту посматрања обавља један посматрач као и на вертикалном кругу.

Приметимо да је свођење пролаза са бочних на средњи конац при посматрању Сунца сложеније него при посматрању звезда, јер Сунце има сопствено кретање међу звездама (утицај Сунчеве паралаксе може се занемарити), али у нашем кратком курсу практичне астрономије нећемо подробно развијати обрасце који за ово служе, упућујући читаоце на односне параграфе у курсевима Бринова или Човенета.

ГЛАВА ДВАДЕСЕТА

ОДРЕЂИВАЊЕ РЕКТАСЦЕНЗИЈА И ДЕКЛИНАЦИЈА ЗВЕЗДА

171. Разлика између релативних и апсолутних одређивања звезданих положаја. — Ректасцензије и деклинације које се налазе у разним каталозима звезданих положаја добијене су и добијају се на два начина: 1) релативним или диференцијалним одређивањем и 2) апсолутним одређивањем. Релативним одређивањима добијају се координате десетина хиљада различитих звезда под претпоставком да су нам координате неколико стотина звезда познате; при апсолутним одређивањима координате се добијају без икаквих сличних претпоставки и каталози изведени из таквих посматрања узимају се за основу релативних одређивања. Огромна већина положаја стотина хиљада звезда које се налазе у стотинама каталога добијена је релативним одређивањима, али *у основи свих тих положаја* налазе се положаји неколико стотина звезда добивени апсолутним одређивањима и сврстани у мали број основних каталога.

Да видимо најпре релативна одређивања као простија, а затим апсолутна као сложенија.

172. Релативна одређивања звезданих положаја. — Релативна одређивања положаја звезда врше се помоћу меридијанских кругова. За основу посматрања узима се један од основних каталога звезда (са чијом ћемо се израдом упознати ниже), који садржи неколико стотина звезда, чије се ректасцензије и деклинације сматрају за потпуно тачне. Звезде за које треба одредити α и δ бирају се по различитим мерилима: на пример звезде до неке, рецимо 9-те привидне величине, у извесној зони деклинације (од 0^0 до $+15^0$); или звезде потребне за одређивање ширине места и стања часовника по методама Цингера, Пјевцова и Талкота; променљиве звезде; звезде које служе као упоришне за извесне одређене фотографије звезданог неба итд. Приближни положаји таквих звезда могу се узети или непосредно из каталога *B. D.*, ако их тамо има или приближним уношењем у атлас *B. D.*. *B. D.* је скраћена ознака за Бонска посматрања северног неба (Bonner Durchmusterung), извршена половином XIX века на Бонској опсерваторији и издата у виду атласа и каталога приближних положаја звезда до $9\,^1/_2$ привидне величине од деклинације -2^0 до северног пола. Он садржи, са тачношћу до десетог дела временске секунде за ректасцензије и са тачношћу до десетог дела лучне минуте за деклинације, положаје 324 198 звезда; међутим стварна тачност овог каталога не прелази $\pm 1'$; редни број овог каталога служи као најбоља ознака звезда које се у њему налазе. Касније је издат његов продужетак који садржи звезде од 2^0 до 23^0 јужне деклинације.

Списак звезда са координатама α и δ које треба одредити и звезда узетих из основног каталога као упоришних, образује такозвани радни каталог; он је уређен по α, тј. оним редом којим звезде чији се положај треба да одреди и упоришне звезде пролазе једна за другом кроз меридијан. Њима се прикључује неколико (по 1—2 на час) полара.

Посматрања се врше као што је описано у § 170. За обраду се обично узима Беселов образац. Довољно солидно постављање маридијанског круга обезбеђује спору промену његових констаната, а уз то се она посредно проверава методом обраде. Зато се i не одређује за време посматрања сваке звезде, а колимација чак ни сваке вечери (помоћу живина хоризонта или колиматора), већ се из расположивих њених одређивања изводе графичком интерполацијом њене вредности за свако посматрачко вече. После свођења пролаза на средњи конац додаје се поправка колимације и дневне аберације према § 140. Ако означимо са T на тај начин добивене тренутке за сваку звезду, добијамо

$$\alpha = T + u + m + n \operatorname{tg} \delta,$$

где је α привидна ректасцензија, тј. ректасцензија која садржи годишњу аберацију и односи се на положај пролећне тачке у тренутку посматрања. Тада из посматрања поларе и екваторске звезде која убрзо за њом пролази кроз меридијан (обе узете из основног каталога, значи са познатим α и δ), налазимо

$$\alpha_p = T_p + u + m + n \operatorname{tg} \delta_p,$$
$$\alpha_e = T_e + u + m + n \operatorname{tg} \delta_e.$$

У обема једначинама сматрамо да су збирови $u + m$ једнаки, јер су тренуци T_p и T_e блиски један другоме. Одатле се одређује n:

$$n = \frac{\alpha_p - T_p - (\alpha_e - T_e)}{\operatorname{tg} \delta_p - \operatorname{tg} \delta_e}.$$

После тога тренуци пролаза свих звезда поправљају се чланом $n \operatorname{tg} \delta$ и, напослетку, из посматрања сваке звезде основног каталога добива се вредност

$$u + m = \alpha - T - n \operatorname{tg} \delta.$$

Тада се начини график с апсцисама α (или $T + n \operatorname{tg} \delta$) и ординатама $u + m$ и повуче изравната крива. Са ове криве се за сваку звезду чије се координате траже може према њеној приближној ректасцензији α узети односна вредност $u + m$ и тако добити њена ректасцензија:

$$\alpha = T + n \operatorname{tg} \delta + (u + m).$$

Збир $u + m$, уопште узевши, може се мењати у току вечери, како услед хода часовника, тако и услед промене величине m; да би се добило α није потребно знати u и m засебно, па се зато и график конструише за збирове $u + m$[1]). Ректасцензија која се тако добија разуме се *привидна је*, тј. садржи утицај аберације и односи се на положај

---

[1]) Кад се одређује стање часовника u, треба знати m. О томе види § 174.

тачке пролећне равнодневице у тренутку посматрања. Она се по правилима сферне астрономије своди на почетак године, а затим се сва посматрања радног каталога своде на средњи еквинокциј извесне године, рецимо средње у низу година у току којих су вршена посматрања. Једно посматрање звезде никада није довољна норма већ се за сваку звезду узимају најмање два, обично око четири, а понекад и више посматрања. Обрада читања круга у циљу извођења деклинација звезда врши се на овај начин. Читања два или четири микроскопа поправе се отступањима микрометарских завртњева и run поправкама микрометара, па се узме средња вредност свих прочитаних минута и секунада да би се отклонило отступање услед ексцентричности, а степени се узму са једног микроскопа. Затим се израчуна рефракција: из читања барометра и термометра израчуна се свођење средње рефракције на праву у тренуцима тих читања, а затим се са графика може ово свођење добити за тренутак пролаза сваке звезде. Како се из посматрања са живиним хоризонтом може одредити тачка зенита Z_0 на кругу, то се читањем круга при посматрању сваке звезде може одредити њено привидно зенитно отстојање као разлика тог читања и тачке зенита на кругу. Из овог привидног зенитног отстојања израчунава се средња рефракција помоћу таблица за рефракцију. Када њој додамо већ израчунато свођење средње рефракције на праву, добијамо праву рефракцију за сваку звезду. За ту се величину поправе раније добивена *читања круга* на тај начин што им се дода или одузме рефракција, према томе да ли читања круга опадају кад деклинација расте или расту са деклинацијом. На тај начин добију се онаква читања круга каква би се добила кад не би било рефракције. После тога из сваке основне звезде добије се такозвана *тачка екватора*, тј. оно читање које би се добило да је деклинација звезде била $0^0 0' 0''$,00. За то је потребно деклинацију основне звезде (привидну, тј. са утицајем годишње аберације и везану за положај пола у тренутку посматрања) додати читању круга или одузети од њега, према томе да ли ово читање опада кад деклинација расте или расте са деклинацијом. Из тако добивених вредности тачке екватора E опет се начини график: апсцисе — α, ординате — E, са кога се може за свако α звезде чије се координате траже наћи E које јој одговара; и напослетку, разлика читања круга добијеног при посматрању сваке звезде чији се положај жели одредити и вредности E за исти тренутак даје деклинацију звезде, разуме се такође *привидну* као и α. Она се своди на почетак године посматрања и затим на изабрани еквинокциј каталога, као и ректасцензија.

При таквој обради криве за $u + m$ и за E повлаче се непрекидно а не изломљено, јер се ове величине непрекидно мењају у току времена, а ординате основних тачака садрже случајна отступања само ако се инструменат не мења осетно од удара и сличних узрока. Напоредо с извођењем α и δ за звезде чије се координате траже изводе се такође α и δ и за основне, за њих се из целокупних посматрања изводе коначне вредности α и δ. Ово се ради зато да би се по завршетку целокупног посла могло оценити да ли је у добивеном каталогу сачуван систем оног основног каталога који је био узет за основу обраде посматрања (α за одређивање n и $u + m$ и δ за одређивање E). Добивене вредности α и δ *не треба* да се *систематски* разликују од α и δ основног каталога, тј. не треба да се приближно подједнако разликују за све звезде које се на небу налазе једна близу друге. Већином тако и бива, али се у то треба уверити и истовремено обавезно створити претставу *о систему* добивеног каталога.

Нормално се узима паран број посматрања за сваку звезду радног каталога и половина их се изврши са инстументом у положају „круг исток", а друга половина у положају „круг запад". Ово се ради да би се избегла једноличност услова посматрања, јер два положаја једног истог инструмента (*K I* и *K Z*) претстављају у суштини два нешто различита инструмента, а дуго је искуство научило астрометричаре да сваки инструменат има своје властите особености које се не могу подврћи рачуну.

Понекад, ако је то омогућено конструкцијом инструмента, а у случају четири и више нормалних посматрања сваке звезде, половина их се врши са једним положајем окуларног и објективног дела дурбина, а у другој половини ови делови мењају места; ово се ради да би се отстранило отступање које долази од савијања дурбина.

Пример одређивања ректасцензија меридијанским кругом.

Меридијански круг Астрономске опсерваторије Московског универзитета

Ректасцензије

1934 г. август 24 (1934,65). Круг исток. Посматрач *М. С. Зверјев.*

Основне звезде

*	δ	$\alpha_{прив.}$		t^s	$c \sec \delta$	$\mathrm{tg}\, \delta$	l	$u+m$	$\sec \delta$
λ And . . . . . ,	$+46^0,1$	23^h34^m	$23^s,525$	51,160	— 0,887	1,04	33,252	33,125	1,442
ρ Cas	+57,1	51	08,708	36,558	— 1,133	1,55	33.283	094	1,843
ω Psc	+ 6,5	55	59,134	26,568	— 0,619	0,11	33,185	172	1,006
Gr. 1850 sp	+94,1	12 01	16,83	31,36	+14 075	14,12	31,395	(118)	14,160
γ Peg . . , . . .	+14,8	0 09	53,890	21,377	— 0,636	0,26	33,149	117	1,034
$W_2\ 0^h$ 1172	+37,1	49	54,154	21,687	— 0,771	0,75	33,238	145	1,253
43 H Ceph	+85,9	59	36,12	9,91	— 8,614	13,97	34,824	(120)	14,006

Ср. вр. 33,131

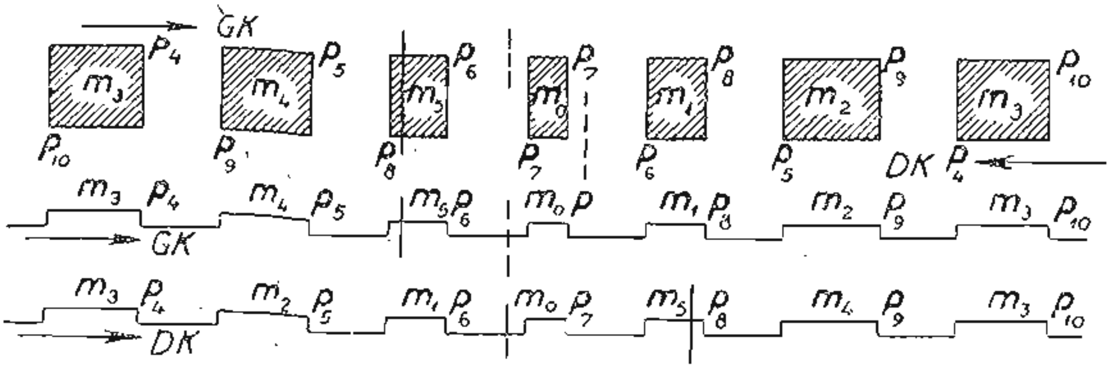
Звезде чије се ректансцензије одређују

*	α	δ	$\sec \delta$	$\mathrm{tg}\, \delta$	t^s	$c \sec \delta$	$n\, \mathrm{tg}\, \delta$	$u+m$	Prec.	$-\Delta\alpha$	α_{193}
1323	$24^h43^m,7$	$+59^0,1$	1,840	1,54	19,730	−1,132	+0,188	33,131	2,928	−4,186	50,659
1325	45,6	+61,8	2,119	1,87	8,838	−1,303	+228	33,131	2,917	−4,351	39,460
1326	49,2	+10,6	1,017	0,19	46,225	−0,625	+023	33,131	3,061	−3,918	17,929

Прва таблица садржи основне звезде. У првом ступцу налази се ознака звезде; Gr 1850 означава звезду из каталога Croombridge (Грумбриџ) под бројем 1850; sp (sub polo) означава да је звезда посматрана у доњој кулминацији (испод пола); W_2 0^h,1172 означава звезду под бројем 1172 у Вајсовом каталогу 2, 43 H Cep означава звезду у Цефеју број 43 Хевелијусовог списка.

У другом ступцу налази се приближно δ, у трећем тачно привидно α (положај узет из Пулковског посматрачког каталога), а у четвртом секунде пролаза звезде иза такозваног „средњег" конца. Како је посматрање вршено безличним микрометром уствари нема средњег конца.

За тренутак пролаза из средњег идеалног конца узима се тренутак који се из забележених добија овако.



Сл. 82.

На сл. 82 горе схематски је приказано инструментово видно поље. У њему су шрафирано обележена места која одговарају положајима покретног конца у којима је коло струје затворено. Претпоставља се да је микрометров котур с десне стране, па су према томе контакти означени словима m_0, m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 (на котуру има шест контакта). Стрелица с горње стране показује правац кретања звезде у горњој кулминацији, а с доње стране у доњој кулминацији. Словима p означена су места на којима се при померању конца, како је то стрелицама означено, струја прекида. Користе се само прекиди струје.

Доња половина слике 82 претставља записе посматрачког пера на хронографској траци при горњој и доњој кулминацији. Слике су исте као на горњој. Из посматрања сваке звезде прочитано је на траци 6 тренутака прекида струје пре средине узаног контакта и 6 тренутака после њега, па су образоване средње вредности сваког пара тренутака прекида струје с обе стране узаног контакта, тј.

$$\frac{1}{2}\ (p_6+p_7),\ \frac{1}{2}\ (p_5+p_8),$$

итд. Контакти су на котуру распоређени симетрично у односу на најужи и налазе се на једнаким размацима. Због тога поменуте средње вредности односних тренутака треба да буду међусобно једнаке при равномерном обртању котура. Стога треба узети аритметичку средину свих 6 средњих вредности, као што је примера ради у доњој таблици показано за две звезде: једну у близини екватора, другу у близини пола. Посматрање прве трајало је 8,5 секунда, а друге 2 минуте. Крајње средње вредности у последњем реду усвојене су за пролазе иза „средњег" конца.

ω Psc	$22^{s},35$	$30^{s},84$	$26^{s},60$
	22,95	30,07	51
	23,90	29,15	52
	24.73	28,42	58
	25,70	27,58	64
	26,24	26,89	56
		Ср. вр.	26,568

43H Cep	$9^{s},91$	$9^{s},12$	$9^{s},52$
	20,17	0,16	10,16
	31,77	48,68	22
	44,02	36,29	16
	57,30	23,09	20
	5,21	13,23	9,22
		Ср. вр.	9,91

Овај „средњи" конац није у истом положају у видном пољу дурбиновом за звезде у горњој и доњој кулминацији, као што се види са цртежа, где је тај „средњи" конац означен између регистрованих тренутака испрекидано. Положај сваког „средњег" конца може се одредити на овај начин. Поред котура с контактима на завртњу постоји и котур који служи за читање положаја покретног конца (на пример у циљу одређивања колимације). Посматрач веома лагано обрће завртањ, слуша ударце посматрачког пера на хронографу и уочава она читања на котуру (обрти и делови обрта) када наступа прекид струје, ако се ради са прекидима. Тако ће му бити познати из читања на котуру они положаји покретног конца у видном пољу при којима се врши регистровање, па према томе и положаји „средњег" конца у оба случаја, при горњој и доњој кулминацији. Помоћу живиног хоризонта или колиматора он може да измери колимацију за сваки од ових средњих конаца. Положаји конца без колимације претстављени су на сл. 82 пуним линијама. Разумљиво је да ће се ове вредности разликовати. За употребљени инструменат је за време посматрања нађено: за горњу кулминацију $c = -0{,}615$, за доњу кулминацију $c = -0{,}994$ (утицај дневне оберације узет је овде у обзир). Затим се у таблици налазе ступци који садрже $c \sec \delta$, $\operatorname{tg} \delta$ и $l = \alpha_{прав.} - T^{s} - c \sec \delta$.

Из теорије је познато (в. § 172) да је

$$n = \frac{l_{пол} - l}{\operatorname{tg} \delta_{пол} - \operatorname{tg} \delta} \text{ за } GK \quad \text{и} \quad n = \frac{l_{пол} - l}{\operatorname{tg} \delta_{пол} - \operatorname{tg} \delta} \text{ за } D\,K.$$

Отуда на основи Gr 1850 sp и средње вредности за ω Psc и γ Peg добијамо

$$n = \frac{31{,}395 - 33{,}167}{14{,}12 + 0{,}18} = +\,0^{s}{,}124\,;$$

из 43 H Cep и средње вредности из γ Peg и $W_2\ 0^{h}\ 1172$ добијамо

$$n = \frac{38{,}82 - 33{,}19}{13.97 - 0{,}51} = +\,0^{s}{,}121\,;$$

као средњу вредност добијамо

$$n = +\,0^{s}{,}122.$$

$l - \mathrm{n} \operatorname{tg} \delta = u + m$ дато је у ступцу поред ступца с вредностима l. Од пет вредности узета је средња, $u + m = 33{,}131$.

Од звезда чија се ректасцензија одређује дата су свођења за три са № 1323, 1325, 1326 из радног каталога. Из заглавља таблице види се шта значе бројеви у сваком ступцу. Prec. означава величину прецесије од почетка 1934 г. до почетка 1935 г., $\Delta\alpha$ означава свођење правог положаја за тренутак посматрања на средњи за почетак године посматрања, тј. на 1934, 0. $\alpha_{1935,0}$ добијено је по обрасцу

$$\alpha_{1935,0} = T + c \sec \delta + n \operatorname{tg} \delta + (u + m) + \mathrm{Prec} + (-\,\Delta\alpha).$$

Пример за одређивање деклинација меридијанским кругом

Меридијански круг Астрономске опсерваторије Московског универзитета, 1936 марта 15.
Посматрач *В. С. Толскиј*

Основне звезде

		ς	D							
*	Прив. коорд.	ρ	run	m, N	R_1	R_2	R_3	R	R_{sr}	E
36 Cam	6^h 06^m	−9°58′,8	43′17″,40	859 10	+18	+19	−06	+31		−0′49″,60
	65°44′17″,83	+10,50	−05	871 sr.	+42	00	00	+42	+0″,37	
				881 11	+63	−19	−06	+38		
Gr 1004.	6 24	−30 59,1	43 33,92	892 10 sr.	+85	+09	−17	+77		— 50, 30
	86 45 0,75	+35,82	−05	886 sr.	+73	00	−02	+71	+0″,76	
				897 $\frac{\text{sr.}-11}{4}$	+94	−05	−10	+79		
ψ^5 Aur	6 42	+126,4	38 04,12	879 sr.	+58	00	00	+58		— 49, 74
	43 38 41,71	−12,80	+08	888 11	+74	−19	−02	+56	+0″,57	
24 H Cam. . . .	6 51	−21 18,3	02 48,45	872 sr.	+44	00	−01	+43		
	77 04 1,77	+23,28	−03	882 sr. 11	+65	−09	−07	+49	+0″,44	— 49, 63
				880 11	+61	−19	−13	+39		
ω Gem	6 58	+31 26,2	18 15,10	890 sr.	+81	00	00	+81	+0″,80	— 49, 38
	24 18 28,79	−36,48	−01	899 11	+99	−19	−01	+79		
								Sr. vr.		49, 73

Звезде чије се деклинације одређују

		ξ	D										
*	α	ρ	run	m, N	R_1	R_2	R_3	R	R_{sr}	$-E$	− Prec	$-\Delta\delta$	δ_{1935}
429	6^h 12^m	43°10′,1	12°34′25″,50	862 10	+,24	+,19	00	+,43					
		−55,93	−,02	876 sr.	+,52	,00	00	+,52	+0″,45	+49″,73	+1″,06	+2″,47	12°34′23″,26
				885 12	+,71	−,30	−01	+,40					
436	6 16	2 16,1	53 28 24,82	842 10	−,16	+,19	−04	−,01					
		−2,36	−,02	846 sr.	−,08	,00	−00	−,08	−0″,08	+49,73	+1,44	−11,25	53 29 12,28
				854 11	+,08	−,19	−04	−,15					
453	6 30	22 17,6	78 25,12	889 10	+,79	+,19	−13	+,85					
		+24,47	00	892 10	+,85	+,10	−07	+,88	+0″,88	+49,73	+2,65	−16,73	78 03 06,12
				895 sr.	+,91	,00	−00	+,91					

Први део таблице на претходној страни садржи обраду основних звезда. У првом ступцу дат је назив звезде, у другом *привидне* координате: α приближно, а δ тачно; у трећем привидно зенитно отстојање, а испод њега рефракција; у четвртом читање круга D: средња вредност из читања 4 микроскопа; испод њега run (средња вредност за све микроскопе). Привидно зенитно отстојање добијено је из читања круга узимајући у обзир да је тачка зенита на $55^0\ 44,'5$. Да би се рефракција узела у обзир, извршена су ова читања барометра и термометра:

	Баром.	Темп. баром.	Темп. спољ. ваздуха	
$6^h,0$	$751,55^{mm}$	$+\,0^0.6\ C$	$-\,0^0,5\ C$	$+\,1545$
6,9	751,20	$-\,0,1$	$-\,0,7$	$+\,1561$

Из Пулковских таблица за рефракцију израчунато је свођење средње рефракције на праву које се налази у десном ступцу у јединицама пете децимале логаритама. Дајемо пример израчунавања рефракције за прве три звезде:

	$\mu + \lg \operatorname{tg} z$	
36 Cam	$1,00575 + 0,01546 = 1,02111$	$\rho = 10'',50$
Gr 1004	$1,53864 + 0,01553 = 1,55417$	35,82
Ψ^5 Aur	$1,09174 + 0,01560 = 1,10734$	12,80

Рефракција је дата са знаком с којим је треба додати читању круга, да би се ово ослободило утицаја рефракције. У петом ступцу је читање m окуларног микрометра и број N вертикалног конца у чијој је близини звезда доведена на хоризонтални конац.

R_1 је свођење читања окуларног микрометра;
$R_1 = +\,0,''0202\ (m - 850)$;
R_2 је свођење услед нагиба хоризонталног конца;
R_3 је свођење због кривине паралела;
R је збир $R_1 + R_2 + R_3$; R_{sr} је средња вредност из 3) или 2) R.

После тога може се израчунати екваторска тачка E. Читање на кругу расте са деклинацијом, стога ће образац за E бити:

$$E = D + \text{run} + R_{sr} + \rho - \delta.$$

За израчунавање R_2 и R_3 служе ови подаци:

Конац	9	10	11	12
Растојање у завртњевим обртима . .	$-2,48$	$-1,57$	$+1,57$	$+2,48$
Поправка за нагиб хоризонталног конца	$+0,30$	$+0,19$	$-0,19$	$-0,30$
1 завртњев обрт . . .	$=4,^s11$	—	—	

Други део таблице садржи, примера ради, обраду посматрања трију звезда чије се ректасцензије одређују. Први ступци, од назива звезде (за звезде чија се ректасцензија одређује то је број радног каталога) до R_{sr}, исти су као и за основне. У наредном дата је екваторска тачка, нађена из основних звезда, са обрнутим знаком; затим *Prec* даје износ прецесије за свођење деклинације са 1934,0 на 1935,0; $\Delta\delta$ је свођење са средњег положаја (1934,0) на привидни за тренутак посматрања; у таблици је дато $-\Delta\delta$. Тада ће деклинација за почетак 1935 године бити дата обрасцем

$$D_{1935,0} = D + \mathrm{run} + R_{sr} + \delta + (-E) + (-Prec) + (-\Delta\delta).$$

У десном ступцу дате су деклинације за 1935,0.

173. Каталог Астрономског друштва. — На овај начин је у суштини састављена већина звезданих каталога. Њихов број, рачунајући и веће, који садрже по неколико хиљада звезда, и мале, који броје по неколико десетина звезда, достиже 400. Није потребно говорити о многима, али треба говорити о каталозима Астрономског друштва. Када се 60-тих година XIX в. појавио B. D. и у Немачкој било организовано Астрономско друштво у које су ступили и многи астрономи других земаља, поникла је мисао да се одреде на меридијанским круговима тачне координате α и δ за све звезде B. D. до 9-те величине из просечно два посматрања сваке звезде. Овај велики посао био је подељен на неколико опсерваторија, од којих је свака узела да посматра звезде у одређеним границама по деклинацији. Иако не тако брзо, као што се у почетку претпостављало, овај посао је ипак био завршен и објављени каталози носе назив: „Каталози Астрономског друштва" (A. G. C.) За ова посматрања требало је имати основни каталог, и њега је саставио Ауверс (подробније о томе види у § 182). 15 каталога обухватају северно небо од $+80^0$ до -2^0 деклинације. По свршетку ове серије била је започета друга, која обухвата појас од -2^0 до -23^0 деклинације. На тај начин сада имамо за ову област неба бар по један положај сваке звезде до 9-те величине закључно.

Да би се олакшало изналажење свих положаја једне звезде чије су координате добивене из посматрања од 1750 до 1900 г., било је предузето састављање потпуног списка посматрања свих оних звезда које се налазе у издатим каталозима. Ово издање Берлинске академије наука носи назив „Geschichte des Fixsternhimmels" (Историја звезданог неба).

174. Одређивање часовникова стања. — Из истих посматрања меридијанским кругом, из којих се добијају α и δ, може се добити и стање часовника ако се користе посматрања звезда из основног каталога. У том циљу треба само из добивених вредности збира $u + m$ издвојити u, тј. треба знати m. Али са сл. 66 (стр. 209) није тешко видети да је

$$m = i \sec\varphi - n \operatorname{tg}\varphi.$$

Ако стога i одредимо за дату серију посматрања либелом, а n нађемо као што је раније показано, добивамо величину m, па значи и онолико вредности u колико је посматрано основних звезда.

175. Апсолутно одређивање звезданих координата. Постављање задатка. — Било би сувише сложено за кратак курс практичне астрономије излагати тачну историју апсолутних одређивања положаја звезда на небу, јер је сама методика тих одређивања у разним вековима била различита. У старом веку употребљаване су армиларне сфере, у средњем веку — различити сектори (квадранти, секстанти) без часовника као и пре, а у ново време, почев с Олафом Ремером за ову су се сврху почели скоро искључиво употребљавати меридијански инструменти и све савршенији часовници.

Стога ћемо наш задатак размотрити са два гледишта:

1) како се може без икаквих података одредити α и δ звезде ако се располаже часовником и меридијанским кругом, који су у почетку мале тачности, али се постепено усавршавају са развојем технике (§ 176—179).

2) Како се сада поставља задатак апсолутног одређивања α и δ путем одређивања поправака оних вредности α и δ којима савремена астрономија располаже за многе звезде, али за које свако поколење астронома тражи све тачније поправке са методама посматрања и инструментима који се све више усавршавају (§ 189).

176. Одређивање деклинација. — Пре свега могли бисмо одредити деклинације звезда и то на овај начин. Одредили бисмо зенитна отстојања Северњаче у горњој и доњој кулминацији. Под претпоставком да се њено поларно отстојање не мења у току 12 часова, имамо обрасце

$$z_G = \delta - \varphi \qquad \text{и} \qquad z_D = 180^0 - \delta - \varphi,$$

из којих добивамо

$$90^0 - \varphi = \frac{1}{2}(z_G + z_D).$$

Из те једначине нашли бисмо φ, а затим из зенитног отстојања ма које звезде у меридијану нашли бисмо њену деклинацију

$$\delta = \varphi \pm z \quad \text{(горња кулминација)}.$$

Но ако би се показала потреба да одређујемо φ из других полара, поред α Малог Медведа, могли бисмо открити да се за φ добивају разне вредности из разних звезда, и морали бисмо се сетити, ако то из других посматрања не бисмо знали, да ту утиче рефракција. Тада би било потребно да се састави у почетку макар и груба теорија рефракције (а могла би се за почетак саставити и емпириска таблица рефракције, као што је то урадио Тихо Брахе) и одредити њен коефицијенат, на пример на овакав начин.

Претставимо рефракцију обрасцем

$$\rho = k A,$$

где је k непознати коефицијенат, а A из теорије рефракције позната функција зенитног отстојања, барометарског притиска и температуре.

Тада тачније него раније можемо написати

$$z_G + kA_1 = \delta - \varphi,$$
$$z_D + kA_2 = 180^0 - \delta - \varphi$$

и

$$90^0 - \varphi = \frac{1}{2}(z_G + z_D) + k\frac{1}{2}(A_1 + A_2).$$

Из кулминације друге поларе наћи ћемо

$$90^0 - \varphi = \frac{1}{2}(z'_G + z'_D) + k\frac{1}{2}(A'_1 + A'_2).$$

А из ове две једначине наћи ћемо φ и k. Да бисмо повећали тачност треба да извршимо оваква посматрања на многим звездама и из многих таквих једначина да израчунамо методом најмањих квадрата величине φ и k, које ћемо користити за обраду посматрања.

177. Одређивање разлика ректасцензија. — Изабаримо недалеко од екватора и еклиптике такве сјајне звезде које се могу и дању посматрати и прикључимо им α Малог Медведа, која се такође и дању види у дурбину.

Као што смо у § 142—145 видели, можемо одредити i, c и k и не знајући положаје звезда, и у првом приближавању занемарујемо поправке $\Delta\alpha$, изведене у § 145. Стога се из наших посматрања могу отстранити утицаји ових констаната инструмента и добити тренуци пролаза посматраних звезда кроз меридијан. Тада се из посматрања једних истих звезда неколико вечери узастопце, без знања њихових ректасцензија, већ само под претпоставком да су оне непромењене, може одредити дневни ход ω нашег часовника.

Доиста, ако посматрамо звезду с ректасцензијом α_1 првог дана у тренутку T_1 по нашем часовнику, где T_1 овде и даље означава тренутак ослобођен утицаја инструментских констаната, добијамо $\alpha_1 = T_1 + u_1$, а наредног дана, сматрајући α_1 за непроменљиво, у тренутку T'_1 са часовника налазимо $\alpha_1 = T'_1 + u'_1$. Према томе је $T_1 + u_1 = T'_1 + u'_1$. Али по дефиницији је $\omega = u'_1 - u_1$, па ће нам према томе $\omega = -(T'_1 - T_1)$ бити познато. На тај начин ω ћемо знати иако нам је α_1 непознато, под претпоставком да је α_1 константно у току једног дана.

Потребно је да ω буде константно у току дана, а да бисмо то постигли затворићемо часовник у херметички затворен цилиндар и ставити у просторију са сталном температуром. Знајући дневни ход часовника ми њиме можемо да поправимо нађене разлике пролаза разних звезда кроз меридијан и да из њих добијемо разлике њихових ректасцензија.

Доиста, ако су $T_1, T_2, \ldots T_i, \ldots$ тренуци пролаза звезде кроз меридијан према часовнику, а $u_1, u_2, \ldots u_i, \ldots$ стања часовникова у тим тренуцима, онда је

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= T_1 + u_1, \\ \alpha_2 &= T_2 + u_2, \\ &\ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_i &= T_i + u_i, \\ &\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Но како из предњег знамо дневни ход часовников ω, можемо наћи његов часовни ход који је једнак $\frac{\omega}{24}$, па стога можемо ставити

$$u_2 = u_1 + \frac{\omega}{24}(T_2 - T_1),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$u_i = u_1 + \frac{\omega}{24}(T_i - T_1),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

и, према томе, довести горње једначине на облик

$$\alpha_1 = T_1 + u_1,$$

$$\alpha_2 = T_2 + \frac{\omega}{24}(T_2 - T_1) + u_1,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\alpha_i = T_i + \frac{\omega}{24}(T_i - T_1) + u_1,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

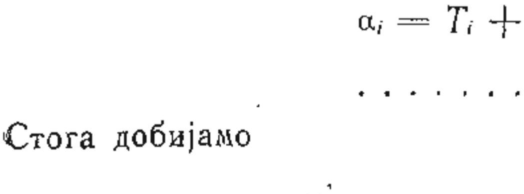
Стога добијамо

$$\alpha_i - \alpha_k = [T_i + \frac{\omega}{24}(T_i - T_1) + u_1] - [T_k + \frac{\omega}{24}(T_k - T_1) + u_1] =$$

$$= T_i - T_k + \frac{\omega}{24}(T_i - T_k).$$

Према томе биће нам познате све разлике ректасцензија $\alpha_i - \alpha_k$, те ако нађемо само једну ректасцензију биће нам познате и све остале.

178. Одређивање ректасцензија. — После тога у циљу одређивања ректасцензије макар једне звезде почели бисмо посматрати Сунце, под претпоставком да се средиште Сунца креће међу сазвежђима по великом кругу који се назива еклиптика и који је нагнут према екватору под неким углом ε. Ми свакако још не бисмо имали тачно дефинисану еклиптику и не бисмо умели ослободити посматрање деклинације Сунца утицаја паралаксе; то би требало да дође касније.



Сл. 83.

Ако је (сл. 83) неког дана ректасцензија Сунца α_0, а деклинација δ_0, онда је

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon.$$

Значи, ако бисмо измерили δ_0 у тренутку пролаза Сунца кроз меридијан (а то ми умемо) и знали ε, могли бисмо *израчунати* α_0. Да бисмо одредили ε мерили бисмо δ_0 у разне дане у години: оно је највеће у тренутку летњег солстиција; истина, овај се тренутак у општем случају неће поклопити са тренутком нашег посматрања, но ипак отступање неће бити велико ако за ε узмемо највећу од посматраних деклинација

Сунца; добивено ε_1 биће наша прва приближна вредност. Потпуно је исто и у тренутку зимског солстиција Сунчева деклинација по апсолутној вредности једнака ε, само ће се овде тешкоће појавити у израчунавању рефракције, јер висина Сунца над хоризонтом у северним ширинама неће бити велика; боље ће бити посматрати са јужних ширина.

Кад смо на тај начин добили приближну вредност ε_1, ми ћемо више пута око пролећне или јесење равнодневице посматрати: 1) тренутак пролаза Сунца кроз меридајан T_0 са одређивањем његове деклинације δ_0 у том тренутку и 2) тренутак пролаза кроз меридијан које сјајне од изабраних звезда T_*.

Тада *рачунски* добивамо α_0, јер је

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \delta_0 / \operatorname{tg} \varepsilon_1$$

и затим

$$\alpha_* - \alpha_0 = T_* - T_0 + (u_* - u_0),$$

рачунајући код часовника $(u_* - u_0)$ као што је показано у § 176, тј.

$$u_* - u_0 = \frac{\omega}{24} (T_* - T_0).$$

Из претпоследње ћемо једначине напослетку наћи ректасцензију α_* једне од наших звезда, а затим и свих осталих, јер смо разлике њиних ректасцензија већ одредили.

Треба имати у виду да је израчунавање Сунчеве ректасцензије из његове измерене деклинације и накнадно одређивање ректасцензија звезда из разлика $T_* - T_0$ подесно баш у доба равнодневица, стога што тада неизбежна отступања у δ_0 и ε мање утичу на тачност израчунатог α_0. Да бисмо ово испитали диференцијалимо образац:

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon.$$

Добићемо

$$\frac{d\,\delta_0}{\cos^2 \delta_0} = d\,\alpha_0 \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \varepsilon + \frac{d\,\varepsilon \sin \alpha_0,}{\cos^2 \varepsilon},$$

одакле добијамо

$$d\alpha_0 = \frac{d\,\delta_0}{\cos^2 \delta_0 \operatorname{tg} \varepsilon \cos \alpha_0} - \frac{d\,\varepsilon \operatorname{tg} \alpha_0}{\sin \varepsilon \cos \varepsilon}.$$

Одавде се види да отступање у α_0, тј. $d\alpha_0$, утолико мање зависи од отступања у δ_0, тј. од $d\delta_0$, уколико је $\cos \alpha_0$ већи по апсолутној вредности, и да $d\alpha_0$ утолико мање зависи од $d\varepsilon$ уколико је $\operatorname{tg} \alpha_0$ мањи по апсолутној вредности, дакле, у оба случаја што је α_0 ближе 0^0 или 180^0.

Али ε_1 је само прва приближна вредност величине ε. Стога ћемо око наредног летњег солстицаја више пута одредити посматрањем деклинацију Сунца δ_0 и његову ректасцензију α_0 из разлике пролаза Сунца и звезда кроз меридијан, а на основи већ приближно познатих ректасцензија звезда (а не тригонометриски као око равнодневица).

Тада ћемо из сваког одређеног α_0 и δ_0 добити вредност ε из једначине

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \operatorname{tg} \delta_0 / \sin \alpha_0,$$

и кад би α_0 било само приближно познато то не би уносило велико отступање у ε, јер је тада α_0 близу 90^0 и $\sin\alpha_0$ се мало мења при промени α_0. Доиста се из диференцијалног обрасца

$$d\varepsilon = d\delta_0 \, \frac{\cos^2 \varepsilon}{\cos^2 \delta_0 \sin \alpha_0} - d\alpha_0 \operatorname{ctg} \alpha_0 \sin \varepsilon \cos \varepsilon$$

види да ε утолико мање зависи од оступања у α_0 уколико је $\operatorname{ctg}\alpha_0$ мањи и од отступања у δ_0 уколико је $\sin\alpha_0$ већи, тј. у оба случаја уколико је Сунце ближе солстицију. Свако посматрање Сунца око солстиција даје нам на тај начин засебну вредност ε и ми ћемо из свију њих узети аритметичку средину.

Обележимо са ε_2 ту нову тачнију вредност ε. Тада ћемо при поновној обради посматрања око пролећне равнодневице употребити ову тачнију вредност ε_2 и из Сунчеве деклинације *рачунски* добити његову ректасцензију за сваки дан његова посматрања, па значи и ректасцензије оних звезда које будемо пасматрали *истог дана* кад и Сунце.

Тако ћемо *путем поступног приближавања* налазити све тачније координате α и δ свих наших сјајних звезда, посматрајући их дању и ноћу, а из ноћних ћемо посматрања налазити координате α и δ мање сјајних звезда, јер ће нам свакако величине $u + m$ бити познате из посматрања сјајних *главних* звезда.

179. Закључци о апсолутном одређивању звезданих положаја. — Понављујући на тај начин из године у годину (или са прекидима) одређивања ректасцензија и деклинација једних истих звезда на разним местима неба, ми бисмо након неколико година открили да се њени положаји мењају прогресивно из године у годину, али различито за разне звезде. Ако бисмо из α и δ израчунали лонгитуде и латитуде звезда, нашли бисмо да се мењају само лонгитуде звезда, а не и латитуде, као што је то открио још Хипарх упоређујући координате звезда које је сам одредио са одређивањима Тимохариса и Аристила извршеним 150 г. пре њега. Тако бисмо открили појаву прецесије, али са тачношћу наших посматрања не би нам за то било потребно да чекамо 150 г..

На исти начин бисмо открили нутацију и аберацију, или онако како их је нашао Брадлеј, или упоређујући међу собом наша одређивања промењливе ректасцензије α Малог Медведа, како се то радило у току XIX века. За то време бисмо из других посматрања одредили Сунчеву паралаксу и почели обрачунавати њен утицај на Сунчеву деклинацију. При обради наших посматрања, све у циљу одређивања α и δ сјајних звезда, било би нам потребно узимати у обзир промењљивост координата звезда која долази од прецесије, нутације и аберације и ослобађати Сунчеву деклинацију утицаја паралаксе; услед свега тога процес обраде посматрања постајао би све сложенији, али се не би начелно мењала наша метода. Може бити да бисмо нашли да је потребно на нов начин да обрадимо ранија посматрања, као што су уствари и радили астрономи у току XIX века. Најзад бисмо открили и сопствена кретања звезда.

На тај начин, са постепеним развојем наших знања и са усавршавањем наших инструмената добили бисмо оне координате α и δ основних звезда којима данас астрономија располаже и наш би се задатак свео на даље повишавање тачности координата α и δ звезда и њихових сопствених кретања напоредо са све тачнијим одређивањем константних коефицијената у теорији рефракције, прецесије, нутације и аберације.

Тако се решава први задатак постављен у § 175. Сјајне звезде подесне за ову сврху, њих 36 на броју, изабрао је крајем XVIII века Маскелајн, директор Гринвичке опсерваторије; отада оне служе као *главне*, основне међу основним, звезде и често се називају Маскелајновим звездама.

180. Савремено постављање задатка о апсолутном одређивању звезданих положаја. — Пређимо на други задатак постављен у § 175. На основи радова ранијих поколења астронома имамо већ довољно тачне вредности α и δ главних Маскелајнових звезда и неколико стотина слабијих звезда, које се могу посматрати напоредо с главним, али само ноћу. Ми тражимо поправке ових координата, чије је одређивање омогућено усавршењем инструмената и развојем наших знања. Примећено је да осим раније побројаних отступања у посматрањима тренутка T пролаза звезде кроз меридијан у ово време улази још и отступање које зависи од часовног угла Сунца; вероватно да је овде по среди правилна промена инструментских констаната (можда колиматора или мира) у току дана или дневног хода часовника и изгледа да је правилно претпоставити да ова поправка тренутка T има облик $+ x \cos(t + y)$, где је t часовни угао Сунца у тренутку посматрања звезде. Тада ће се разлика ректасцензија двеју звезда добити из једначине

$$\alpha_2 - \alpha_1 = T_2 + u_2 + x \cos(t_2 + y) - [T_1 + u_1 + x \cos(t_1 + y)] =$$
$$= (T_2 - T_1) + (u_2 - u_1) + x\, 2 \sin \frac{1}{2}(t_1 - t_2) \sin [y + \frac{1}{2}(t_1 + t_2)].$$

Разлика $T_2 - T_1$ добива се из посматрања, а разлика $u_2 - u_1$ израчунава се као што је показано у § 177 и § 178. Полузбир $^1/_2\,(t_1 + t_2)$ мења се за један исти пар звезда у току године од $0^h - 24^h$.

Кад бисмо располагали посматрањима равномерно распоређеним кроз све месеце у години, која на пр. падају сваког n-тог дана, онда би се t_1 и t_2 од почетка до краја године мењали у једнаким размацима, па би збир свих израза $x \cos(t_2 + y)$, исто као и $x \cos(t_1 + y)$ био једнак нули (према § 13), и тада би нам аритметичка средина свих добивених вредности $(T_2 - T_1) + (u_2 - u_1)$ дала вредност $\alpha_2 - \alpha_1$ ослобођену утицаја величина x и y.

Но како тако равномерно распоређених посматрања нема, то је потребно из расположивих посматрања налазити $\alpha_2 - \alpha_1$, x и y, на сложен начин применом методе најмањих квадрата, на чему се подробно нећемо задржавати. Тако се добијају *разлике* ректасцензија *главних* звезда.

Како су нам већ из раније довољно тачно познате вредности њихових ректасцензија, које ћемо обележити са $\alpha'_1, \alpha'_2, \dots \alpha'_k, \dots$, то разуме се горе написану једначину можемо написати друкчије обележавајући са $\Delta\alpha_1$, $\Delta\alpha_2$, $\Delta\alpha_3 \dots$ поправке вредности α'_1, α'_2, $\alpha'_3, \dots$.
На тај начин је $\alpha = \alpha' + \Delta\alpha$, па је

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \alpha'_2 - \alpha'_1 + \Delta\alpha_2 - \Delta\alpha_1 = (T_2 - T_1) + (u_2 - u_1) +$$
$$+ 2x \sin \frac{1}{2}(t_1 - t_2) \sin \frac{1}{2} [y + \frac{1}{2}(t_1 + t_2)]$$

и задатак се своди на одређивење разлика *поправака* $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3, \ldots$. Али ово је чисто формално претварање, у суштини ми ипак тражимо и налазимо *разлике* ректасцензија главних звезда.

На тај начин ми поправљамо наш систем ректасцензија *у оквиру њега самог*, ми поправљамо разлике, α али тим посматрањима ми не можемо открити колика отступања носе добивене ректасцензије $\alpha'_1 + \Delta\alpha_1, \alpha'_2 + \Delta\alpha_2, \ldots$ све у подједнакој мери; може бити *свима њима* треба додати неку поправку ΔA? Да би се овај задатак решио не може се посматрати Сунце у два или четири периода годишње, већ у току целе године и по могућству равномерно; полазећи од координата звезда $\alpha'_1 + \Delta\alpha_1, \alpha'_2 + \Delta\alpha_2, \ldots$, ми ћемо добити ректасцензије $A_1, A_2 \ldots$ Сунца као звезде за сваки дан посматрања и деклинације његова средишта $D_1, D_2, \ldots$ за исте тренутке и то деклинације ослобођене утицаја како рефракције тако и паралаксе, тј. геоцентричне деклинације.

Узмимо у обзир да се средиште Сунца не налази на еклиптици и обележимо са x разлику између деклинације D Сунца у тренутку једне кулминације и деклинације оне тачке на еклиптици која има једнаку ректасцензију са Сунцем (која лежи на деклинациском кругу Сунчева средишта). Рецимо да смо за Сунчеву ректасцензију добили из посматрања вредност A, али она по нашој претпоставци захтева као и ректасцензије свих звезда тражену поправку ΔA. Зато нашу основну једначину морамо написати у облику

$$\operatorname{tg}(D - x) = \sin(A + \Delta A) \operatorname{tg} \varepsilon,$$

где је ε нагиб еклиптике према екватору, који нам у суштини такође није тачно познат.

Али ми имамо астрономски годишњак из кога можемо за сваки тренутак наших посматрања добити интерполацијом ректасцензију и деклинацију Сунца A_0 и D_0; како су бројеви у годишњаку теориски израчунати, то се они слажу међу собом и са вредношћу нагиба еклиптике према екватору рецимо једнаком ε_0. Стога за њих можемо написати

$$\operatorname{tg}(D_0 - x) = \sin A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0,$$

где је x разуме се исто као и у претходној једначини.

Одузмимо ову једначину од претходне и упростимо разлику сматрајући $D - D_0$, $A - A_0$ и $\varepsilon - \varepsilon_0$ за мале величине првог реда чији се виши степени могу занемарити. Тада ћемо добити

$$\frac{D - D_0}{\cos^2 D_0} = (A + \Delta A - A_0) \cos A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0 + \sin A \, \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\cos^2 \varepsilon_0}$$

или ако $\varepsilon - \varepsilon_0$ обележимо са $\Delta\varepsilon$,

$$\Delta A \cos A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon \sin A_0 \sec^2 \varepsilon_0 = (D - D_0) \sec^2 D_0 - (A - A_0) \cos A_0 \operatorname{tg} \varepsilon_0 .$$

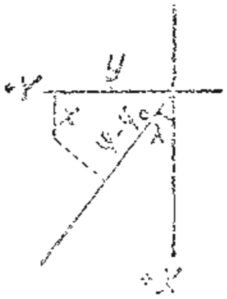
С леве стране имамо тражене величине ΔA и $\Delta\varepsilon$, а с десне стране познате величине, засноване на разликама посматраних и табличних координата Сунца.

Таква се једначина добива за сваку посматрану кулминацију Сунца у току године или чак неколико година. Из свију њих методом најмањих квадрата добива се: 1) $\Delta \varepsilon$ — поправка нагиба еклиптике према екватору који је усвојен у таблицама и 2) главна непозната — поправка свих ректасцензија нашег система ΔA

Величина ΔA показује да нисмо, усвајајући за ректасцензије посматраних звезда вредности $\alpha_1' + \Delta \alpha_1$, $\alpha_2' + \Delta \alpha_2, \ldots$, рачунали ове вредности од равнодневичке тачке, него од тачке на екватору која је од равнодневичке тачке удаљена за угао ΔA, или другим речима, да смо наше $\alpha' + \Delta \alpha$ рачунали од нетачног положаја равнодневичке тачке; зато се понекад ΔA кратко назива *поправка равнодневице*.

181. Гринвички и пулковски систем. — На показани начин добијали су у току XIX века апсолутне ректасцензије и деклинације звезда на неколиким опсерваторијама, али претежан значај у историји овог питања имају посматрања на Гринвичкој и Пулковској опсерваторији. На Гринвичкој је опсерваторији за овај посао служио и служи меридијански круг. Када је 1839 г. основана Пулковска опсерваторија, њен оснивач Ф. В. Струве изабрао је за главни проблем на програму опсерваторијиних радова баш одређивање најтачнијих положаја звезда; али за апсолутна одређивања он је сматрао да је боље поделити посао и за одређивање ректасцензија узео је у план велики пасажни инструменат, а за посматрање зенитних отстојања, па према томе и деклинација, велики вертикални круг. У наредним деценијама рада стекла је Пулковска опсерваторија тако велики углед у питању одређивања координата звезда, да су њени каталози добијали велики тег у свима доцнијим извођењима, а тако угледан стручњак као што је Њуком, називао је Пулково „астрономском престоницом света". Пулковска посматрања сачувала су и до данас велики тег. Али друге опсерваторије, које су се бавиле апсолутним одређивањима завеле су гринвички систем, тј. меридијански круг. Најглавније од њих су опсерваторија на Рту Добре Наде (Кеп Таун) и Опсерваторија у Вашингтону.

182. Служба ширине. — У § 176 видели смо да је за мерење деклинација потребно знати тачну вредност висине пола над хоризонтом, која је једнака ширини места посматрања. Стога је разумљиво зашто су ову висину много пута одређивале оне опсерваторије које имају задатак да одређују координате звезда. И већ у другој четвртини XIX века почеле су се појављивати сумње у сталност висине пола или ширине места. Било је, разуме се, још нејасно да ли се овај угао мења услед промене правца Земљине обртне осовине у Земљином телу или услед промене правца вертикале места посматрања. Ово питање било је решено посматрањима у Европи (Праг—Берлин) и у Хонолулу на Хавајским Острвима, чија се дужина разликује скоро тачно за 180° од дужине Средње Европе. Систематско одређивање ширине било је извршено у току 1891—1892, па се показало кад се у Европи ширина повећава изнад своје средње вредности, да се у исто време у Хонолулу она смањује испод средње вредности за исту величину као и у Европи; када је у Европи био минимум ширине, у Хонолулу је био максимум. Одатле је поуздано следило да ова колебања ширине произлазе од промене положаја Земљине обратне осовине у Земљином телу или од кретања полова по Земљиној површини.



Сл. 84.

Да би се ова појава испитала, организовала је 1899 године Међународна служба ширине; било је изабрано пет станица (Карлофорте у Италији, Чарђуј у Русији, Мицусава у Јапану, Гајтерсбург и Укија у Сједињеним Америчким Државама) на једној истој ширини $+39^0 08'$ и помоћу инструмената сличних по размерама била су по Талкотовој методи започета систематска непрекидна одређивања ширине на свакој станици. Како се није радило толико о тачном одређивању ширине, колико о њеној промени, то су и била изабрата места с једном истом ширином да би се *једни исти* парови звезда посматрали по Талкотовој методи. Посматрања су одашиљана у Геодески институт у Потсдам, где су и обрађивана сва по једноме плану. На основи тога се могло утврдити кретање пола по Земљиној површини. И доиста, ако за координатни почетак O изаберемо средњи положај пола, за осовину Ox гринвички меридијан, за осовину Oy меридијан 90^0 западно од гринвичког и означимо западну дужину извесног места од Гринвича са λ, координате пола у уоченом тренутку са x и y, ширину места у том тренутку са φ, а његову средњу ширину са φ_0, онда можемо написати;

$$x \cos \lambda + y \sin \lambda = \varphi - \varphi_0,$$

као што је први показао С. К. Костински (сл. 84).

Свако посматрање на датој станици даје φ. Ако из многих вредности φ изведемо средње φ_0 (у том извођењу има извесне неодређености), онда за свако појединo одређивање можемо образовати разлику $\varphi - \varphi_0$ и затим са координатама: време и $(\varphi - \varphi_0)$ конструисати криву са које се за дато место може узети $\varphi - \varphi_0$ за сваки тренутак и за тај тренутак написати једначина:

$$x \cos \lambda + y \sin \lambda = \varphi - \varphi_0.$$

Вршећи ову конструкцију за сваку станицу, добијамо за један исти тренутак, тј. за једне исте тражене величине x и y, сличне једначине

$$x \cos \lambda' + y \sin \lambda' = \varphi' - \varphi'_0.$$

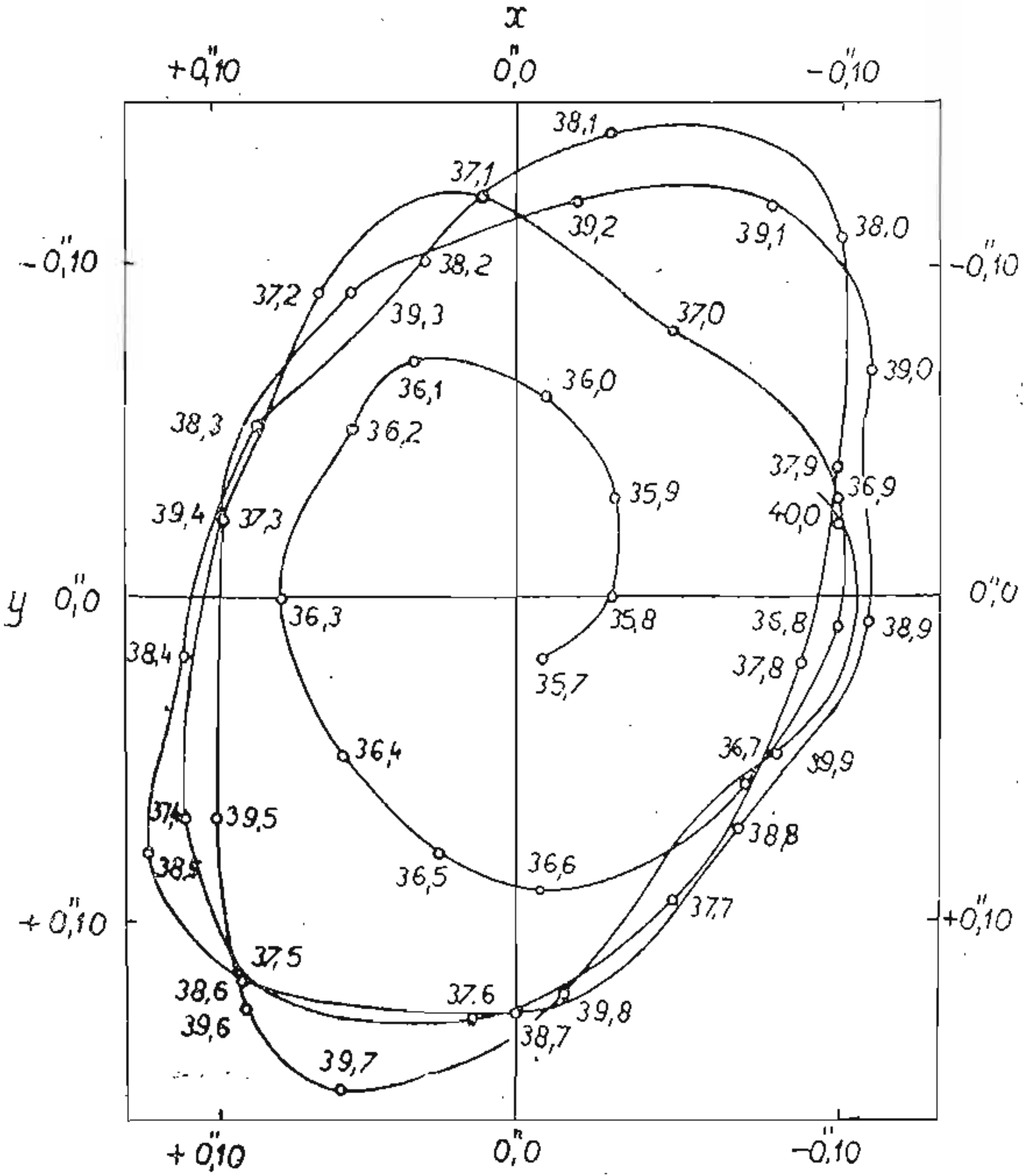
Тада се из њих (потребне су најмање две станице; ако их је више примењује се метода најмањих квадрата) добивају за уочени тренутак координате пола на Земљиној површини x и y; из низа таквих положаја добија се кретање пола (сл. 85).

Показало се да он описује око извесног средњег положаја сложену криву, такву да се кретање на њој може претставити слагањем двају кретања: једног годишњег, другог с периодом од 14 месеца, при чему се отстојање пола од његова средњег положаја мења у разним периодама од $0'',1 - 0'',3$, тј. при полупречнику Земљине кривине од 6356 km., од 3—9 метара.

Даље се показало да се посматрања боље могу претставити једначином

$$\varphi - \varphi_0 = x \cos \lambda + y \sin \lambda + z,$$

где је z (такозвани Кимурин члан, по имену астронома који је предложио овај образац) у датом тренутку једнако за све станице, али се мења у току времена. Из криве кретања пола може, се обрнуто, извести колебање ширине за свако место на Земљи, на пример у Пулкову или Гринвичу, и узети у обзир при одређивању деклинација по методи из § 176.



Сл. 85. Кретање северног пола по Земљиној површини од 1935—1940 г.

Али и Пулковска и Гринвичка опсерваторија претпостављају за ову сврху своје сопствене службе ширине описаној међународној.

183. Основни каталози. — Када су већ били израђени многи каталози звезданих положаја изведених из независних посматрања на разним опсерваторијама, природно се јавила мисао о изради једног резултујућег каталога, који би, разуме се, био тачнији од сваког поједначног. При критичком претресању овог питања, које се нарочито појавило кад је Ауверс припремао основни каталог за посматрања која је требало предузети у циљу израде каталога Астрономског друштва, показало се да се каталози *систематски* разликују међу собом. То значи: ди би смо упоредили два каталога међу собом треба свести положаје звезда дате у њима на један исти еквинокциј, водећи рачуна о промени координата звезда услед прецесије, и на једну исту епоху, водећи рачуна о сопственим кретањима звезда. Последње се најпростије може извести упоређењем координата звезда из једног од најновијих добрих каталога с њиховим координатама у најбољем од старих каталога; за последњи се врло често узима каталог звезда израђен према посматрањима директора Гринвичке опсерваторије Брадлеја од 1750—1760; њих су двапут обрађивали у истом циљу: прво Бесел (у његовим знаменитим Fundamenta astronomiae — Основи астрономије) и другипут Ауверс.

Ако после таквог свођења на заједнички еквинокциј и заједничку епоху повадимо заједничке звезде из оба каталога, образујемо разлике њихових координата $\alpha_1 - \alpha_1'$, $\alpha_2 - \alpha_2'$, ... и затим узмемо аритметичку средину тих разлика за све звезде, чија се ректасцензија α налази између 0^h и 1^h, 1^h и 2^h, 2^h и 3^h, . . . 23^h и 24^h, показаће се да се ове средње вредности разликују од нуле и да се мењају у зависности од α. На то се мисли кад се каже да ти каталози имају систематску разлику у ректасцензији која долази од α; она се означава са $\Delta\alpha_\alpha$.

Ако уцртамо тачке преносећи на апсцисну осовину величине α, а на ординатну средње вредности разлика $\alpha - \alpha'$, кроз њих можемо повући више или мање изравнату непрекидну криву, из које се јасно види ход систематске разлике $\Delta\alpha_\alpha$ или као што се још каже *свођење* једног каталога, означеног знаком $'$ (ако су разлике узете у смеру $\alpha - \alpha'$), па други, основни. То се исто може урадити за разлике деклинација звезда у оба каталога, и тако се добивају криве систематске разлике деклинација у зависности од ректасцензије или $\Delta\delta_\alpha$.

С друге стране могу се разлике $\alpha - \alpha'$ и $\delta - \delta'$ за поједине звезде распоредити по аргументу δ и узети аритметичке средине за све звезде у појасу од 0 до $+ 10^0$, у појасу од $+ 10$ до $+ 20^0$ итд.. Ако нацртамо као горе тачке чије су апсцисе δ, а ординате $(\alpha - \alpha')$ и $(\delta - \delta')$ и повучемо изравнате непрекидне криве, добијамо криве систематске разлике или свођења једнога каталога на други по α и по δ у зависности од δ, тј. по аналогији $\Delta\delta_\delta$ и $\Delta\delta_\delta$.

Слична упоређења разних каталога показала су астрономима да нарочито велику вредност могу достићи баш $\Delta\alpha_\delta$ и $\Delta\delta_\delta$; стога је сад усвојено при упоређивању каталога да се најпре образују криве за $\Delta\alpha_\delta$ и $\Delta\delta_\delta$, а затим да се ослободе положаји звезда из каталога који се своди (са знаком $'$) систематске разлике у односу на основни каталог на тај начин што ће се на α' и δ' додати свођења $\Delta\alpha_\delta$ и $\Delta\delta_\delta$ узета са образованих кривих. Одмах после таквог делимичног свођења понова се образују разлике: $\alpha - (\alpha' + \Delta\alpha_\delta)$ и $\delta - (\delta' + \Delta\delta_\delta)$ па се добије други пар редукционих кривих које служе за допунско свођење другог каталога на основи: $\Delta\alpha_\alpha$ и $\Delta\delta_\alpha$.

Тек после уклањања ове систематске разлике између положаја звезда у оба каталога и после свођења свих каталога на *систем* једног од њих, основног, могу се преостале разлике између координата једне исте звезде, добивене на тај начин из разних каталога сматрати као *случајна* отступања.

Али осим ових разлика постоје још и систематске разлике између система каталога, које зависе од сјаја звезда (в § 150). Да би се оне издвојиле, разлике координата из два каталога већ ослобођене поменутих систематских разлика, распореде се по привидној величини као аргументу и опет се провуку непрекидне криве, које дају поправку од сјаја (или изједначење сјаја) $\Delta\alpha_m$ звезда испитиваног каталога. Искуство је показало да ова разлика практично не постоји између најновијих каталога рађених из посматрања безличним микрометром, да је мала код каталога добивених из посматрања обичним микрометром и ручним контактом, а веома осетна код каталога добивених по методи „вида и слуха".

Дефинитивно се свођење једног каталога на изабрани најбоље може претставити обрасцима

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_\delta + \Delta\alpha_\alpha + \Delta\alpha_m,$$

$$\Delta\delta = \Delta\delta_\delta + \Delta\delta_\alpha.$$

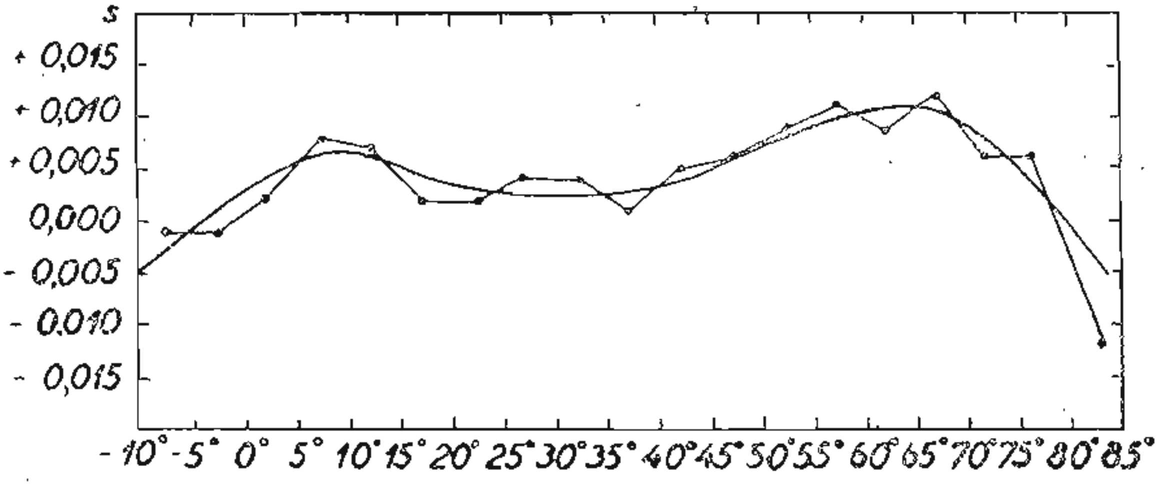
Величина $\Delta\delta_m$ због њене незнатности не узима се у обзир.

Оваква свођења положаја звезда из појединих каталога на положаје једног од њих, који је признат за најбољи, претходе образовању основног каталога на основи тих каталога. Кад су ова свођења обављена за сваку звезду, добивају се за њу по неколико вредности α и δ и из њих се узима аритметичка средина, али се води рачуна о релативној вредности разних каталога, њиховој релативној тачности, њиховим теговима. Тим путем добивају се положаји звезда основног каталога.

Зона		Број звезда	$\Delta\delta_\delta$	$\Delta\alpha_\delta \cos\delta$
од	до			
— 10	— 5	105	+ 0″,26	— 0ˢ,001
— 5	0	99	+ ,16	— 1
0	+ 5	66	+ ,12	+ 2
+ 5	10	77	+ ,07	+ 8
10	15	92	+ ,26	+ 7
15	20	99	+ ,28	+ 2
20	25	103	+ ,24	+ 2
25	30	86	+ ,30	+ 4
30	35	94	+ ,27	+ 4
35	40	92	+ ,10	+ 1
40	45	68	+ ,07	+ 5
45	50	85	+ ,08	+ 6
50	55	59	+ ,03	+ 9
55	60	76	+ ,09	+ 11
60	65	51	+ ,08	+ 9
65	70	34	+ ,11	+ 12
70	75	22	+ ,11	+ 6
75	80	14	+ ,07	+ 6
80	85	7	+ ,14	+ 0ˢ,012

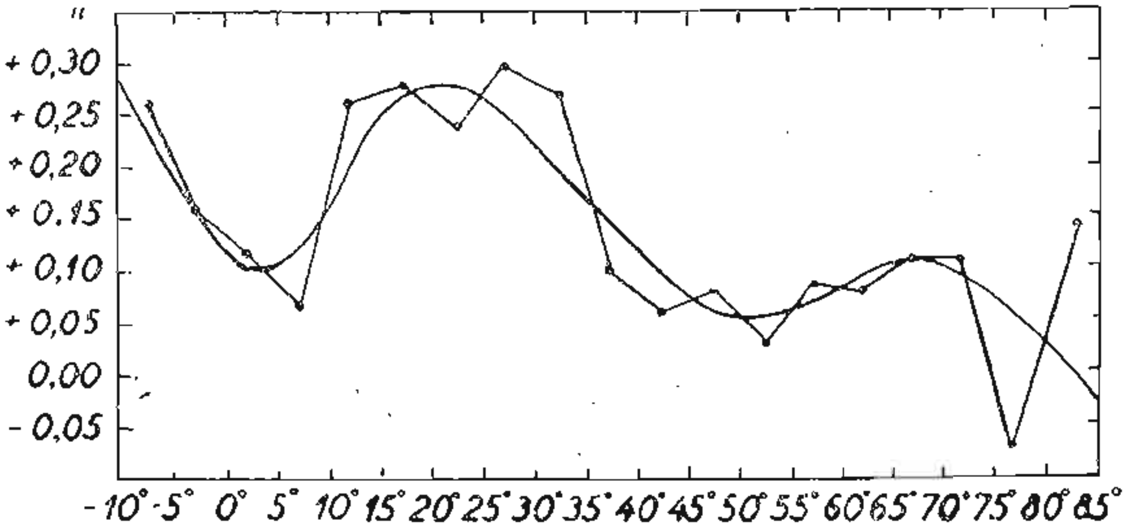
Изложено претставља само основне идеје овог сложеног задатка практичне астрономије. На пример задатак израчунавања и узимања у обзир сопствених кретања звезда решава се данас сложенијим путем него што је горе поменуто (и него што је поступио Ауверс при састављању свог основног каталога), али се ми у овом кратком курсу не можемо упуштати у појединости.

Што се тиче узрока поменутих систематских отступања, то су они делимично објашњени, али не потпуно. Величина $\Delta\alpha_m$ зависи од особина нашег ока; $\Delta\delta_\delta$ зависи у знатној мери од месне рефракције, отступања круга и савијања дурбина; $\Delta\alpha_\delta$ носи у себи неправилности наглавака, бочну рефракцију, бочно савијање дурбина; $\Delta\alpha_\alpha$ може зависити од систематског колебања часовникова хода у току дана и у току године; $\Delta\delta_\alpha$ може долазити од неједнакости месне рефракције у разним месецима у години.



Сл. 86.

Примера ради дате су, по П. И. Бакулину, у таблици и на сликама 86 и 87 систематске разлике $\Delta\alpha_\delta \cos\delta$ и $\Delta\delta_\delta$ два каталога: каталога „геодеских звезда" на основи посматрања у Москви и основног каталога Б. Боса (General Catalog). Нађено је да у оба каталога има заједничких 1299 звезда. Координате звезда из Босова каталога сведене су са његовог еквинокција, 1950,0, на еквинокциј каталога „Москва", 1935,0. Затим су образоване разлике $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ свих заједничких звезда у смислу Бос — „Москва" и најзад су образоване средње вредности по зонама ширине 5° у деклинацији. Средње вредности свих $\Delta\alpha$ помножене су косинусом средње деклинације односне зоне. Из заглавља таблице види се шта значе величине у сваком поједином ступцу. На сл. 86 и 87 пренети су по апсцисној осовини степени деклинације од —10° до —85°. а по ординатној осовини $\Delta\alpha \cos\delta$ у хиљадитим деловима временске секунде и $\Delta\delta$ у стотим деловима лучне секунде.



Сл. 87.

Најглавнији основни каталози су:

1) „Ауверсов основни каталог" (F. K.), образован из пет каталога (1845—1872 г.) сведених на пулковски каталог из 1865 г. као полазни: сопствена кретања била су одређена упоређењем гринвичког каталога из 1861 г. с каталогом добивеним из Брадлејевих посматрања (1850—1860 г). Ауверсов каталог служио је као основни каталог при обради посматрања за каталоге Астрономског друштва (в. § 173). Он је изишао 1879 г. и садржао 539 звезда. Затим су му биле додате јужне звезде. Ауверс је више пута обнављао и допуњавао своја испитивања на упоређивању каталога; под његовим руководством извршена је и издата нова обрада Брадлејевих посматрања, и 1904—1905 г. биле су издате завршне поправке његова каталога; као резултат свега тога појавио се 1907 г. „Нови основни каталог" (N. F. K.), који је саставио Петерс.

2) Луис Бос (Албани, САД) почео је своја обимна истраживања радећи на образовању резултујућег каталога за који је узео деклинације 500 звезда, које је он извео из многих каталога XIX в., почев од 1820 г. (каталози Бесела, Струвеа, Аргеландера) не прибегавајући ранијим каталозима. Проширујући поступно своја истраживања, он је издао 1910 г. „Претходни општи каталог" (Preliminary General Catalogue, P. G. C.) 6188 звезда.

3) „Ајхелбергеров каталог", објављен 1925 г., састављен је на основи четири каталога, два вашингтонска и два капска (Кептаун на рту Добре Наде); за основу усвојених сопствених кретања узета су сопствена кретања из P. G. C. .

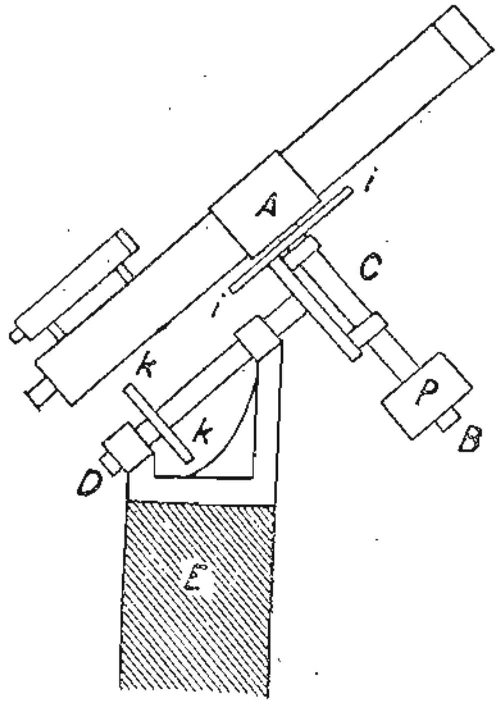
4) Последњих година објављене су поправке „Ауверсовог новог основног каталога", засноване на каталозима рађеним на многим опсерваторијама, између осталих и на Пулковској, и то у самом XX веку; сопствена кретања извођена су на основи каталога још из 1845 г., тј. из посматрања за последњих 75 година. На тај начин био је добивен „Трећи основни каталог" (FK_3). На конгресу Међународне астрономске уније у Паризу 1935 г. било је одлучено да убудуће сви астрономски годишњаци дају ефемериде звезда полазећи од средњих положаја звезда из овог каталога.

5) 1937 г. изишао је „Општи каталог и (General Catalog Бенџамина Боса, сина Луисовог) који садржи 33 432 звезде до 10 величине; њим су обухваћене све звезде до величане 7.0.

ГЛАВА ДВАДЕСЕТ ПРВА

ЕКВАТОРИЈАЛ

184. Паралактичко постављање. — За удобно посматрање небеских тела на разним часовним угловима, нарочито за удобно посматрање једног истог места на небеској сфери дуже времена, примењује се нарочито постављање астрономског дурбина *паралактичко постављање.* Оно се састоји (сл. 88) из две узајамно управне осовине, од којих се једна DC поставља паралелно светској осовини у месту посматрања; она се зове *поларна* или *часовна осовина.* Лежиште у коме се она обрће поставља се на врху гвозденог вертикалног стуба E код великих инструмената или на врху дрвеног троношца код малих. Друга се осовина AB назива *деклинациска осовина*; њено је лежиште утврђено за поларну осовину. Дурбин се ставља на крај деклинациске осовине, тако да његово тежиште пада на деклинациску осовину, а на другом крају налази се тег P; тежиште целог покретног система мора се због равнотеже поклапати с пресеком поларне и деклинациске осовине.



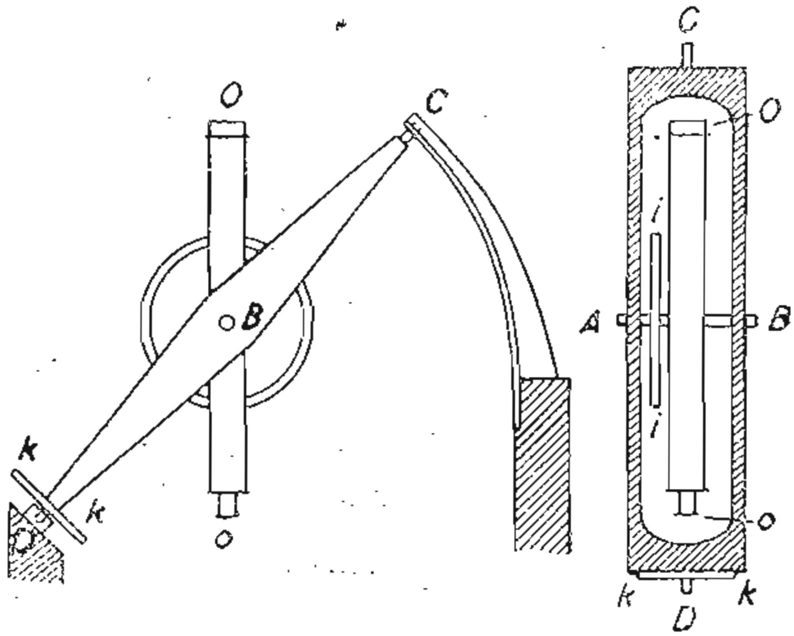
Сл. 88. Схема паралактичког постављања

Ако је дурбин уперен на неко небеско тело, па хоћемо да га пратимо у његовом дневном кретању, јасно је да ће са оваквим инструментом за то бити довољно обртати дурбин само око *једне* осовине, поларне; у томе се састоји битно преимућство паралактичког начина постављања над сваким другим. Осим брзог обртања око сваке осовине постоји још и могућност за фино померање помоћу завртања.

Да би се дурбин равномерно и без потреса кретао за небеским телом постоји часовно кретање дурбина. У том циљу се на поларној осовини налази зупчаник у чије зупце улазе навоји бескрајног завртња кога окреће *часовни механизам* Његова се брзина обртања регулише на известан начин, тако да угловна брзина зупчаника буде једнака угловној брзини небеског свода, тј. 15^0 на 1 час звезданог времена (или којој другој). Да би се обртање зупчаника пренело на дурбин, на његов врат је навучен прстен из два дела у виду чељусти, које се могу стегнути, и тада је дурбин чврсто спојен са зупчаником, или отпустити, а тада се инструменат може слободно обртати око његове осовине; једна половина чељусти спојена је дугим клипом с матицом у коју улази завртањ спојен с облогом деклинациске осовине. Ова справа у суштини потсећа на справу за фино кретање универзалног инструмента око алхидадне осовине. Према томе, кад су чељусти отпуштене, дурбин се слободно обрће око поларне осовине, јер чељусти клизе на врату зупчаника, а поларна се осовина обрће између њих. Ако су чељусти притегнуте, зупчаник при свом обртању повлачи и њих, њихов клип, матицу на његовом крају, завртањ у матици, лежиште деклинациске осовине, дурбин и поларну осовину у њеном лежишту. Међутим ако се тај завртањ обрће у својој матици, матица не може да се покреће, а завртањ ће се и с њим лежиште деклинациске осовине и дурбин полако обртати, јер поларна осовина није притегнута и слободно се обрће у средишту зупчаника; на тај начин се остварује фино померање дурбина око поларне осовине, док се дурбин креће вучен часовним механизмом. Фино кретање дурбина око деклинациске осовине постиже се на сличан начин као обртање дурбина око обртне осовине универзалног инструмента.

Помоћним зупчаницима омогућено је да се и учвршћивање дурбина за осовине и фино кретање завртњима могу вршити помоћу ручица код окулара. Часовни се механизам не може направити тако тачан као што је астрономски часовник. Зато на инструментима од којих се тражи особита тачност постоји такозвана *секундна контрола*, којом се кретање часовног механизма сваке секунде (или сваке две секунде) доводи у склад с кретањем часовника, од кога је за ту сврху доведено до инструмента коло струје са секундног контакта као за хронограф (§ 74).

На поларној осовини налази се круг *kk*, подељен на 24 часа и временске минуте, а на лежишту осовине налази се индекс (понекад с нонијусом) помоћу кога се може читати часовни угао визуре дурбинове (ако је инструменат правилно дотеран, о чему види ниже). На лежишту деклинациске осовине налази се круг *ii* издељен на степене и



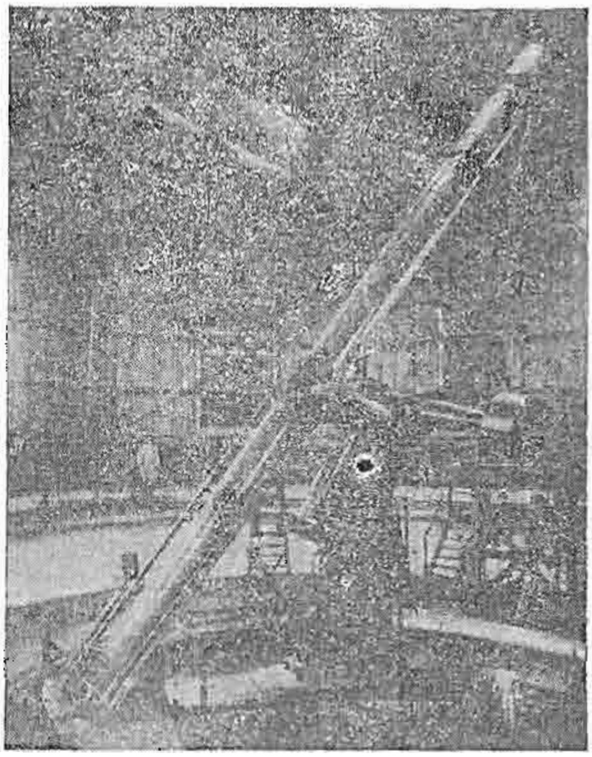
Сл. 89. Схема енглеског начина за паралактичко постављање

делове степена, а за осовину је утврђен индекс (с нонијусом), или је обрнуто, на осовини круг, а на лежишту индекс за читање деклинације.

Код великих инструмената већ је у радионици нагиб поларне осовине према хоризонту заузет тако да буде приближно једнак ширини места где ће се инструменат поставити. Код малих се инструмената понекад израђује „променљива ширина", тј. оставља могућност да се поменути нагиб мења у широким границама; такви се инструменти могу са мењањем овог нагиба постављати на разним ширинама. Али на сваком инструменту морају постојати завртњи помоћу којих се може у уским границама мењати и нагиб поларне осовине према хоризонту и њен азимут (о томе види § 186).

Поред сваког дурбина мора постојати *извиђач*, мали дурбин са слабим повећањем, али с великим видним пољем за лако узимање „на нишан" оног небеског тела на које треба управити дурбин; извиђач се мора поставити тако да се свака звезда, која се налази у средишту његова видног поља, налази и у средишту видног поља главног дурбина.

185. Екваторијал; општи опис. — Дурбин постављен на паралактички начин назива се *екваторијал*. Екваторијали служе за разноврсна испитивања небеских тела; сва се астрофизичка посматрања врше на екваторијалима, осим неких испитивања Сунца; сви се рефлектори постављају у виду екваторијала. Конструктивно се основна идеја паралактичког постављања остварује на разне начине; горе описани облик назива се немачки; он се примењује већином код рефрактора. И на њих и на рефлекторе понекад се примењује такозвани енглески облик, приказан на сл. 89. Деклинациска осовина *AB*, разуме се, не пролази кроз дурбин, него се са обе стране дурбина налазе крајеви



Сл. 90. Рефрактор од 30 палаца Пулковске обсерваторије

осовине који улазе у лежишта у оквиру *ACBD*; овај оквир обрће се око ослонаца *C* и *D* кроз које пролази правац светске осовине, а сам дурбин обрће се око деклинациске осовине у овом оквиру. Појединости конструкције у суштини су исте код свих инструмената, али су начини остваривања ове конструкције веома различити.

Екваторијал захтева да буде стабилно постављен као и пасажни инструмент и меридијански круг, иако се од њега не захтева толика стабилност као од ова два инструмента. Како екваторијалу мора бити за посматрање приступачно свако место небеског свода, то се он смешта под обртну куполу полулоптастог или другог каквог облика са отвором који се протеже одоздо до горе и који је затворен капцима. Пре посматрања капци се благовремено отворе да би се температура у куполи могла изједначити са спољном и купола се обрће тако да се изнутра може видети кроз отвор изабрано небеско тело (сл. 90).

За циљеве астрометрије екваторијал се примењује или с визуалним објективом, и тада се на окуларни крај ставља какав *микрометар*, или с фотографским објективом, и тада се у његову жижну раван ставља *фотографска плоча*.

Кругови служе да се дурбин управи на небеско тело по његовој деклинацији и часовном углу, зато је поред инстумента потребно имати звездани часовник. Кругови се могу користити за мерење разлика координата α и δ два блиска тела, али се овакво мерење не може извршити са већом тачношћу од $+$ 1', јер је код данашњих екваторијала толика тачност читања кругова; повишавати је нема смисла због сложених утицаја разних отступања инструмената на читање (нетачност постављања, савијање дурбина, савијање осовина и томе слично), зато се данас екваторијал употребљује само за диференцијалну астрометрију. Ми ћемо изложити методе правилног постављања поларне осовине оба круга и визуре.

186. Дотеривање поларне осовине екваторијалове помоћу кругова. — Постоји неколико метода за дотеравање екваторијала; ми ћемо описати три: једну која захтева читање кругова, и друге две код којих се не читају кругови, али код којих је потребно макар и приближно мерење углова у видном пољу дурбина.

Часовни круг је подељен на 24 часа и делове часа и подела је непрекидно нумерисана од 0^h — 24^h. Деклинациски је круг подељен на степене и делове степена и нумерисан или непрекидно од 0—360^0, или по квадрантима 0^0—90^0, 90^0—0^0, 0^0—90^0, 90^0—0^0; последњи начин нумерисања подеснији је, јер при тачно дотераном кругу читање круга непосредно даје деклинацију δ небеског тела на које је уперен дурбин; при првом пак начину нумерисања читање у разним квадрантима даје разне вредности: или δ, или $180^0-\delta$, $180^0+\delta$, $360^0-\delta$. Да би се омогућило тачно дотеривање поларне осовине паралелно светској осовини потребно је да се помоћу завртања може мало мењати правац поларне осовине; ово се постиже или помоћу три завртња у подножју стуба, или помоћу два завртња од којих се може једним без промене правца вертикалног стуба мењати нагиб лежишта поларне осовине према њему и према равни хоризонта, а другим азимут овог лежишта, а с њим и поларне осовине. Појединости ове направе могу бити веома различите, но овде није потребно улазити у њих. Да би се по круговима могао дурбин управљати на небеско тело које се жели, није довољно да поларна осовина инструмента буде управљена паралелно светској осовини. Потребно је још: 1) да обе осовине инструмента буду узајамно управне (о томе се брине механичар и обично је ово довољно тачно остварено) и 2) да на деклинациској осовини буде управна визура, тј. права која спаја унутрашњу главну тачку објектива са средиштем дијафрагме окулара, или са пресеком крста конаца ако он постоји, што за уочен задатак није неопходно. Претпоставимо да инструменат има потребне завртње и кругове. У том случају су радње за његово тачно дотеривање ове: пре свега потребно је на неки начин одредити правац подневачке линије, тј. меридијана. Од ока се постави стуб тако да поларна осовина буде приближно у меридијану и помоћу виска доведе стуб у приближно вертикалан положај. Веома је згодно да један од положајних завртњева троношца буде у меридијану. Ако је угао између стуба и поларне осовине већ у радионици начињен приближно једнак колатитуди места посматрања, онда је поларна осовина инструмента приближно паралелна светској осовини; ако стуб има „промењљиву ширину", треба га дотерати према ширини места посматрања. После тога дурбин се окрене тако да дође источно од стуба и да буде од ока или помоћу грубог виска доведен у вертикалан положај, па се кругови, ако је могуће, окрену тако да на часовном кругу буде читање 0^h00^m (јер се дурбин налази у меридијану), а да на деклинациском кругу читање буде приближно једнако ширини места (јер је деклинација зенита једнака ширини места); тада ће и оба круга стајати приближно тачно. Може се, разуме се, место тога дурбин поставити од ока управно на поларну осовину — читање на деклинациском кругу тада треба да је близу 0^0, а у меридијану читање часовног круга треба да је око 0^h. Све се то, разуме се, може урадити дању. Дању се треба побринути да извиђач, ако он постоји, буде постављен тачно, тј. кад неки удаљени предмет доведемо у средину дурбинова поља вида да он буде и у средини извиђачева поља вида; тада ћемо ноћу моћи лако да управљамо дурбин на коју желимо звезду простим нишањењем само помоћу извиђача.

Ноћу изаберемо коју било сјајну звезду близу меридијана, на пример пола часа пре њене горње кулминације, доведемо дурбин на источну страну стуба и доведемо звезду на средину окуларева поља вида; боље је бирати слабији окулар са пољем вида 20—30′ у пречнику. После тога прочитамо што тачније деклинациски круг. Даље ћемо расуђивати под двема претпоставкама: непрекидног и прекидног нумерисања деклинациског круга. Обележимо на непрекидно нумерисаном кругу читање у квадранту од $0-90^0$ са A, у квадранту $90-180^0$ са B, у квадранту $180-270^0$ са C и у последњем квадранту са D; а на прекидно нумерисаном респективно са D_1, D_2, D_3 и D_4. Нека је, рецимо, прво наше читање A или D_1, што зависи од начина нумерисања; очевидно је $A = D_1$. После тога преведемо дурбин на другу страну стуба, западно од њега, и уперимо га на ту исту звезду близу меридијана; нека је тада читање B или D_2; $D_2 = 180^0 - B$. Тада није тешко увидети да је тачка пола инструментовог на кругу, тј. да је читање које одговара правцу дурбина при коме је визура паралелна поларној осовини инструмента

$$\frac{1}{2}\,(A + B) \quad \text{или} \quad \frac{1}{2}\,(D_1 + 180^0 - D_2) = 90^0 + \frac{1}{2}\,(D_1 - D_2).$$

Ако је $D_1 < D_2$, она се налази у првом квадранту, ако је $D_1 > D_2$ онда у другом: али она треба да пада на 90^0. Стога ако она не пада на 90^0, ми постављамо дурбин тако да читање буде $\frac{1}{2}(A + B)$ или $90^0 + \frac{1}{2}(D_1 + D_2)$ и окрећемо деклинациски круг или померамо нонијус тако да читање постане једнако $90^0\ 00'$. Тада је деклинациски круг дотеран.

С друге стране, отстојање звезде од пола инструментова, тј. оне тачке небеске сфере куда је уперена поларна осовина инструмента, једнако је $\frac{1}{2}(B-A)$ или $\frac{1}{2}(180^0 - D_2 - D_1) = 90^0 - \frac{1}{2}(D_1+D_2)$. Ако је поларна осовина паралелна светској осовини, или, како се посматрана звезда налази близу меридијана, ако је висина пола инструментова једнака самој висини светског пола, онда је $\frac{1}{2}(B - A)$ једнако поларном отстојању звезде или $90^0 - \delta$, где је δ деклинација звезде. Ако ли је $\frac{1}{2}(B-A) > 90^0 - \delta$ или $90^0 - \frac{1}{2}(D_1+D_2) > 90^0 - \delta$, тј. $\frac{1}{2}(D_1+D_2) < \delta$ онда пол инструмента лежи испод светског пола. Ако је пак $\frac{1}{2}(B - A) < 90^0 - \delta$ или $\frac{1}{2}(D_1 + D_2) > \delta$, пол инструмента се налази изнад светског пола. У оба та случаја треба поправити у потребном смеру нагиб поларне осовине према хоризонту за величину разлике између $\frac{1}{2}(B-A)$ и $90^0 - \delta$ или између $\frac{1}{2}(D_1 + D_2)$ и δ помоћу завртња којим се мења овај нагиб. Ово је најзгодније урадити помоћу окулара чији је пречник видног поља познат и већи од поменуте разлике. Да бисмо одредили, пак, пречник видног поља окулара треба само да одредимо време t секунада за које звезда са деклинацијом δ пређе овај пречник; он је једнак $\frac{1}{4}\, t \cos \delta$ лучних минута; најбоље је за ово бирати звезде са деклинацијом од 60^0—70^0, а да би рачун био простији, звезде близу екватора. Кад је пречник видног поља познат, поставимо исту звезду према којој смо управљали дурбин на односни, горњи или доњи крај видног поља и оценимо који део пречника износи разлика $\frac{1}{2}(B-A)$ и $90^0 - \delta$ или $\frac{1}{2}(D_1 + D_2)$ и δ, па дејствујући на поменути завртањ, мењамо нагиб поларне осовине према хоризонту све дотле док се звезда у видном пољу не удаљи од свог ранијег положаја за величину ове разлике. Не треба само погрешити смер обртања завртња. Ако је разлика између пола инструмента и светског пола врло велика, тако да подесног окулара нема, дотеривање се мора извршити постепеним поправкама и проверавањима. Није потребно први пут тежити крајњој тачности, довољно је, рецимо, ову разлику свести испод пет лучних минута. После тога ће нам и круг стајати правилно и висина пола инструмента бити близу захтеване, али он може још знатно бити удаљен од светског пола на исток или на запад.

Да би се отклонило ово отступање изаберемо сјајну звезду чија је часовни угао око 6 часова западно или источно од меридијана; претпоставимо да смо изабрали звезду на западној половини неба; уперимо на њу дурбин доводећи као и раније звезду у средину видног поља и забележимо читање A' или D'_1; при томе дурбин лежи изнад лежишта поларне осовине. Претпоставимо да је деклинација те звезде δ'; ако је тада $90^0 - A'$ или $90^0 - D_1'$ мање од $90^0 - \delta'$, тј. ако је $A' = D' > \delta'$, онда није тешко увидети да пол инструмента лежи западно од светског пола, а ако је $A' = D' < \delta'$ — источно. Тада треба променити азимут поларне осовине у потребну страну, да бисмо што је могуће више приближи пол инструмента светском полу. Ако постоји нарочити завртањ за кретање у азимуту, треба дејствовати на њега у потребну страну. Ако пак постоје само три завртња у дну стуба или три положајна завртња на троношцу, од којих се један као што смо претпоставили налазио и меридијану и служио већ за промену нагиба поларне осовине према хоризонту, онда се за кретање у азимиту треба користити другим двама завртњевима, један одврћући а други исто толико заврћући. Ако се пол инструмента налази на пример источно од светског пола, није тешко увидети да тада треба источним завртњем источну страну подлоге дизати, а западним исто толико (за исти број обрта или делова обрта) спуштати западну страну. При томе је најлакше користи се истим оним начином са звездом у видном пољу, који је био поменут при опису дотеривања поларне осовине на потребну висину.

Кад бисмо све горе поменуте радње извршили потпуно тачно, и поларна би осовина била упорена тачно дуж светске осовине, и деклинациски би круг стајао потпуно тачно. Но, разуме се, ово је у пракси недостижно, — положај осовина и круга после првог низа ових радњи постану тачнији него пре тога, али скоро увек је потребно да се све радње спочетка понове да би се постигла већа тачност; разуме се, поправке ће при понављању бити мање, може бити знатно мање него после првог дотеривања.

187. Дотеривање часовног круга на екваторијалу. — Кад је тачност која се може постићи, и која на крају крајева зависи од тачности читања круга, постигнута, треба прећи на дотеривање часовног круга и на довођење визуре управно на деклинациску осовину. Угао између визуре, усмерене од окулара ка објективу, и деклинациске осовине усмерене од дурбина ка тегу, обележићемо са $90^0 + c$, где c може бити позитивна или негативна величина, тј. овај угао може бити нешто већи или мањи од 90^0; c се назива колимација визуре. За наредне радње потребно је знати звездано време, значи или имати звездани часовник и његово стање, или средњи часовник и његово стање, па претварати средње време у звездано; велика тачност није потребна; не мари ништа ако отступање у познавању времена достиже 5, па чак и 10 секунада. Али разуме се уколико мање тачно познајемо време, утолико ће мање тачно бити дотеран часовни круг. Обележимо звездано време са s. Ухватимо у источни положај дурбина коју било (најбоље недалеко од екватора) звезду близу меридијана, чија нам је ректасцензија α позната. Претпоставимо да је s_1 звездано време у тренутку када се звезда налази у средини видног поља. Нека је читање часовног круга у томе тренутку t_1, а његова тражена поправка Δt. Тада је часовни угао звезде $s_1 - \alpha$. С друге стране, како се дурбин налази источно од стуба, то је часовни угао визуре $t_1 + \Delta t - c \sec \delta$, где је δ приближна величина деклинације звезде; како је визура управљена на звезду, то је

$$t_1 + \Delta t - c \sec \delta = s_1 - \alpha$$

или

$$\Delta t - c \sec \delta = s_1 - \alpha - t_1.$$

После тога преведемо дурбин на западну страну стуба и поновимо исте те радње са истом звездом. Ако обележимо читање круга са t_2, а звездано време са s_2, онда ће бити

$$t_2 + 12^h + \Delta t + c \sec \delta = s_2 - \alpha$$

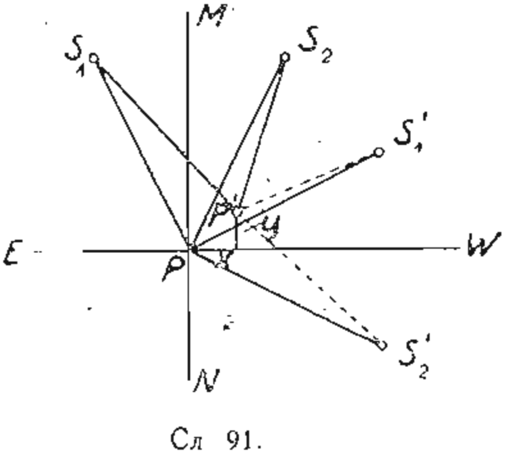
или

$$\Delta t + c \sec \delta = s_2 - \alpha - t_2 - 12^h .$$

Из последње две једначине можемо израчунати Δt и c.

После тога треба поправити положај часовног круга и отклонити колимацију ако је то могуће. За први циљ поставимо дурбин како било, утврдимо га по часовном углу, заузмемо читање, рецимо t, и не додирујући дурбин, обрћемо часовни круг на његовој осовини или померамо нонијус све док читање место t не постане $t + \Delta t$. Што се тиче отклањања колимације, оно је сложеније и теже. Обично за ово нису предвиђени нарочити завртњи, већ се мора изменити угао између визуре и деклинациске осовине подметањем танких плочица између једног од прстенова који обухватају дурбин и оне металне плоче која је обично потпуно утврђена за деклинациску осовину и за коју су завртњевима утврђени прстенови који обухватају дурбин. Тешко је одмах направити подметач потребне дебљине и зато треба ићи путем постепеног приближавања. Ако c није велико, на пример 5′, то га често не вреди отклањати, али је разуме се увек пријатно да колимација буде мања од 1′. Слично дотеривању поларне осовине и дотеривање часовног круга корисно је проверити. На крају треба проверити правилност целог дотеривања доводећи помоћу кругова и звезданог времена дурбин на разне звезде близу екватора и близу пола, на разним часовним угловима. Ако су све описане радње добро обављене, онда се увек звезда на коју је дурбин управљен помоћу кругова треба да нађе у средини видног поља. Поларне звезде врло су осетљиве према колимацији, јер у горе изведеним обрасцима уз c стоји коефицијенат $\sec \delta$, а екваторске звезде — на отступање часовног круга Δt.

При овом излагању ми смо потпуно занемаривали утицај рефракције и савијања дурбина и осовина. Ако се жели макар и приближно да поведе рачуна о утицају рефракције и савијању дурбина, треба звезду у меридијану бирати близу зенита, а звезду на 6 часова од меридијана бирати ближе полу; тада ће она бити посматрана близу тренутка највеће дигресије, када и рефракција и савијање дурбина мало утичу на читање деклинациског круга.



Сл 91.

Степен тачности описане методе у потпуности зависи од тачности читања кругова. Постоје и друге методе за које кругови уопште нису потребни. Једна од њих врло је проста по радњама, али захтева много времена, друга захтева сложеније радње, али се остварује брже.

188. Методе дотеривања поларне осовине без употребе кругова. — Прва се метода заснива на овоме (сл. 91): нека је NPM — меридијан, P — светски пол, WPE — часовни круг, управан на меридијан, тј. на $\pm$ 6^h; P' — пол инструмента, S_1 — звезда не сасвим близу пола, на часовном углу t пре прелаза кроз меридијан, S_2 — иста звезда при истом толиком часовном углу после пролаза кроз меридијан; x и y — координате пола инструментова у односу на осовине WPM. Водећи рачуна о томе да су углови PS_1P' и PS_2P' при малим вредностима x и y мали, тако да се њини косинуси могу узети за јединице, са слике добијамо

$$PS_1 = P'S_1 + y\cos t - x\sin t,$$
$$PS_2 = P'S_2 + y\cos t + x\sin t.$$

Како је $PS_1 = PS_2$, то је $P'S_1 - P'S_2 - 2x\sin t = 0$, или $2x\sin t = P'S_1 = - P'S_2$,

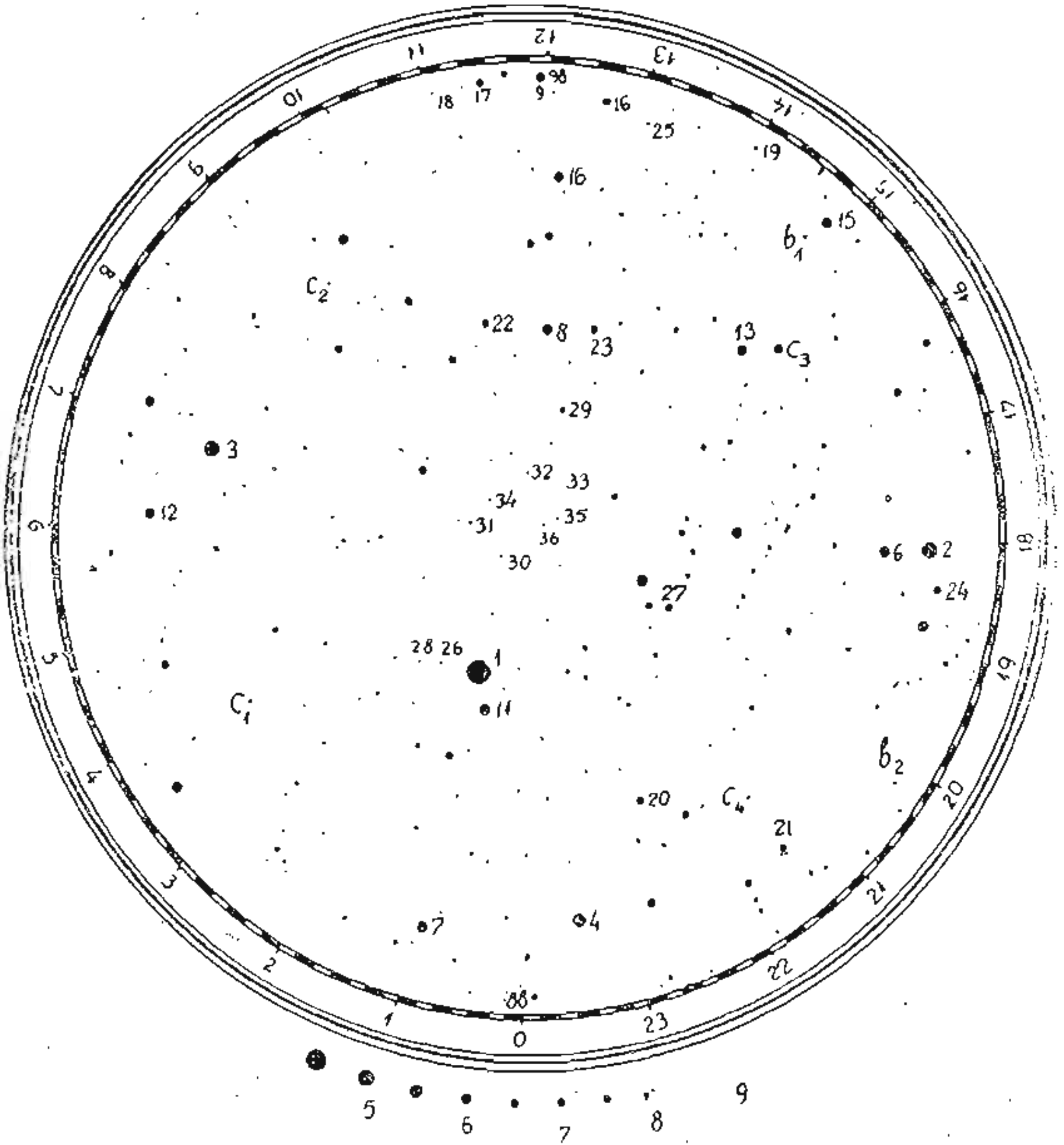
На сличан начин, посматрајући другу звезду S' у два положаја, симетрична према часовном кругу PW, тј. на часовним угловима $6^h - t'$ и $6^h + t'$, наћи ћемо да је $2y\sin t' = P'S'_2 - P'S'_1$. Имајући ово у виду обављамо ове радње. Наводимо дурбин на коју било звезду у горњој кулминацији, само не близу пола, на часовном углу t пре њеног пролаза кроз меридијан; t не треба да буде мање од пола часа, али није потребно бирати га већег од два часа. Утврдимо дурбин по деклинацији и забележимо звездано време са тачношћу до минуте. Оставимо дурбин на миру и израчунамо тачно часовни угао при коме је извршено навођење (за то је потребно, разуме се, знати стање часовника и ректасцензију звезде). Пошто смо сачекали време док звезда прође кроз меридијан и нађе се исто толико западно од њега колико је била источно при првом навођењу, уперимо дурбин на звезду, чувајући се да не променимо нагиб дурбина према поларној осовини, зато је најбоље не додиривати сам дурбин, већ га обртати око поларне осовине држећи онај крај деклинациске осовине на коме се налази тег. Оног тренутка када западни часовни угао звезде постане једнак ранијем источном, треба уочити на ком је отстојању била звезда од средишта видног поља у правцу деклинациског круга, другим речима на коме ће отстојању од средишта видног поља она проћи услед свог дневног кретања. Оценићемо ово отстојање у деловима полупречника видног поља, па и у лучним минутима, ако знамо полупречник видног поља у угловној мери, и уочити да ли је поларно отстојање звезде веће или мање од поларног отстојања визуре, тј. да ли звезда пролази јужно или северно од средине видног поља. Ако пролази северно, x је позитивно, тј. пол инструмента лежи западно од меридијана, ако пролази јужно, x је негативно тј. пол инструмента лежи источно од миридијана. Отстојање на коме звезда пролази од средине видног поља једнако је $2\ x\ \sin t$; како су нам ово отстојање и t познати, можемо израчунати x ако поделимо отстојање са $2\ \sin t$. Сад је јасно зашто се не може t узимати сувише мало; при малом t ово отстојање може бити неприметно, само ако x није врло велико; с друге стране није потребно бирати t веће од 2^h или 30^0, јер је већ при $t = 30^0$, $2 \sin t = 1$. Кад смо израчунали x треба исправити положај поларне осовине оним завртњевима и на начин о којима је већ била реч.

После тога примењујемо потпуно исту методу на звезду западно од меридијана на часовним угловима $90^0 - t'$ и $90^0 + t'$ и закључујемо, ако она при углу $90^0 + t'$ пролази јужно (северно) од средине видног поља, да је y позитивно (негативно), тј. да пол инструмента лежи изнад (испод) светског пола; отстојање на коме пролази звезда при другом њеном посматрању од средишта видног поља једнако је $2\, y \sin t'$; кад смо израчунали y, поправљамо односним завртњевима нагиб поларне осовине према хоризонту. Разуме се да се за тачнија одређивања отстојања у видном пољу можемо користити микрометром с концима (§ 189) или каквом било мрежом конаца. Уколико се ово тачније врши, утолико се може бирати мањи угао t, само је потребно ово вршити на једнаким часовним угловима да би се отклонио утицај рефракције; у том истом циљу при посматрању звезда на часовном углу око 6^h корисно је бирати звезду ближе полу, тада ће посматрање бити близу тренутка највеће дигресије, када се утицај рефракције на деклинацију своди на нулу; али се ни у том случају мали утицај рефракције на y не може потпуно отстранити. Видимо да ова метода може дати врло тачне вредности координата x и y, она не захтева познавање деклинације звезде, а ректасцензију је довољно знати на временску минуту, али она захтева много времена за примену, нарочито када треба поправљати положај поларне осовине, јер за радње са сваком звездом треба читав час.

Друга метода за дотеривање поларне осовине без кругова ништа није мање тачна од прве. Она захтева мање времена за рад с дурбином, али је он сложенији у погледу избора звезда и тражи више посматрачеве пажње. Њу вреди примењивати само у случају кад је већ извршено претходно дотеривање поларне осовине, кад x и y износе само мали број лучних минута, а жели се достићи већа тачност у дотеривању. Ево њене основне замисли. Замислимо идеалан случај: да је поларна осовина дотерана тачно, да се P и P' поклапају и да на небу имамо три звезде са једнаким малим поларним отстојањем и ректасцензијама које се приближно разликују за по 6^h, тј. износе α, $\alpha + 6^h$ и $\alpha + 12^h$; кад се прва звезда налази у доњој кулминацији, да се друга налази на часовном углу 6^h западно, а трећа у горњој кулминацији. Ако тада уперимо дурбин на прву звезду кад се она налази у доњој кулминацији, доведемо је у средиште видног поља и пажљиво обрћемо дурбин око поларне осовине држећи за тег, и друга и трећа звезда ће у том случају тачно проћи кроз средиште видног поља. Разуме се на небу не постоје такве три довољно сјајне звезде, па ако се овај услов довољно тачно и оствари, то неће бити увек, јер се услед прецесије светски пол помера по звезданом небу и поларна се отстојања мењају у току времена, а осим тога утичу и нутација и аберација. Претпоставимо зато да њина поларна отстојања нису међу собом једнака, већ да се мало разликују једно од другога и да су нам њине тачне вредности p_1, p_2 и p_3 познате. У том случају можемо дурбин поставити тако да најјужнија од ове три звезде пролази јужно од средине видног поља, најсевернија северно, а средња ближе средишту од осталих. Нека су њина отстојања од средишта видног поља у лучним минутама a_1, a_2 и a_3 сматрајући их позитивним јужно од средишта и негативним северно од њега. Ако тада обележимо са p непознато угловно отстојање средишта видног поља од пола инструментовог, имаћемо:

$$p_1 = p + a_1, \quad p_2 = p + a_2, \quad p_3 = p + a_3.$$

Ако је по претпоставци поларна осовина тачно дотерана и пол инструмента се поклапа са светским полом, онда свака од ове три једначине мора дати исту вредност p на основи познатих величина p_1, a_1; p_2 a_2; p_3 a_3. Ако то није случај, значи да се пол инстумента не поклапа са светским полом. И доиста, ако је то тако, лако је видети да при веома



Сл. 92. Звездана карта северне поларне области

малим вредностима x и y у поређењу са p_1, p_2 и p_3, под претпоставком да је p_1 поларно отстојање звезде изнад пола, p_2 звезде која се налази на 6^h западно и p_3 звезде у доњој кулминацији, имамо приближно али за праксу довољно тачно:

$$p_1 = p + y + a_1, \quad p_2 = p + x + a_2, \quad p_3 = p - y + a_3.$$

Одатле добивамо

$$y = \frac{1}{2}(p_1 - p_3) - \frac{1}{2}(a_1 - a_3),$$

$$x = -\frac{1}{2}(p_1 + p_3) + p_2 + \frac{1}{2}(a_1 + a_3) - a_2.$$

Да би ово посматрање било могуће, тј. да би се све три звезде једна за другом могле видети у видном пољу дурбина који је утврђен у деклинацији, треба да се величине $p_1 - y$, $p_2 - x$, $p_3 + y$ разликују једна од друге највише за угловни пречник употребљеног окулара; због тога се последња метода и може применити само када отступања x и y нису велика и захтева избор звезда са врло блиским деклинацијама. Ако се ти услови могу остварити могу се израчунати x и y из вредности p_1, p_2 и p_3 узетих из каталога и посматраних вредности a_1, a_2 и a_3, а затим се могу, ако је потребно, смањити x и y обртањем завртања за дотеривање.

Средњи положаји звезда (еквинокциј 1925,0).

Ознака на карти	α	Годишња промена	δ	Годишња промена
		Група a		
7	$1^h 02^m 55^s$	$+9^s,436$	86°14′51″,5	+19″,296
12	6 19 09	+26 ,576	86 45 03 ,7	− 1 ,772
10	12 14 37	+ 1 ,529	86 51 09 ,9	−20 ,004
6	17 58 28	−22 ,408	86 59 44 ,1	− 0 ,133
4	23 27 43	− 0 ,316	86 53 38 ,0	+19 ,866
		Група b		
5	3 42 25	+20 ,825	86 24 46 ,4	+11 ,259
b_1	14 42 44	−11 ,068	85 28 38 ,1	−15 ,202
b_2	19 50 12	−16 ,051	86 27 17 ,3	+ 9 ,276
		Група c		
c_1	4 05 12	+28 ,214	87 19 49 ,8	+ 9 ,641
c_2	9 25 35	+19 ,945	87 11 34 ,5	−15 ,730
c_3	15 19 12	−18 ,480	87 17 25 ,4	−12 ,947
c_4	21 10 07	−15 ,643	87 14 32 ,7	+14 ,793

Разумљиво је да се место звезде која се налази на 6^h западно од меридијана, може узети звезда 6^h источно од њега; тада ће друга једначина имати облик $p_2 = p - x + a_2$. Ако су x и y мали, није потребно посматрати тачно у меридијану и на 6^h од њега; може се отступити и по пола часа ако се не тежи крајњој тачности. Ако се тежи крајњој тачности, морају се осим тога унапред израчунати привидна поларна отстојања звезда водећи рачуна о утицају нутације, аберације и рефракције на њих. Ако их занемаримо, отступање у израчунавању *x* и *y* може достићи 0′,5, али неће достићи 1′. За ову се методу могу изабрати звезде само ако имамо при руци тачне каталоге поларних звезда. Неколико група звезда подесних за ову сврху приказане су у таблици на претходној страни.

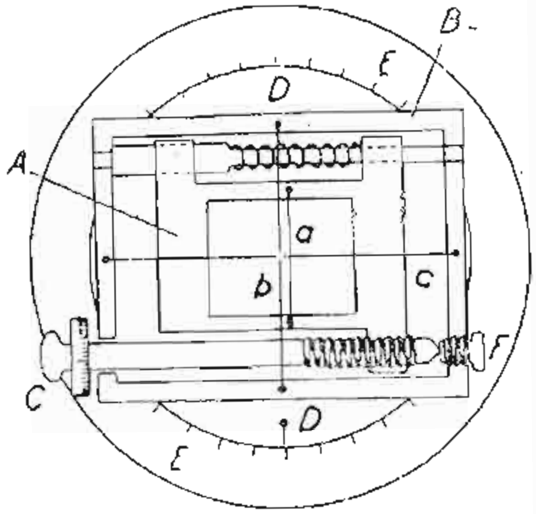
Приложена карта поларне области (сл. 92), позајмљена из звезданог атласа професора А. А. Михаилова, у коме се положаји звезда односе на положај пола у почетку 1900 г., служи за налажење ових звезда на небу.

ГЛАВА ДВАДЕСЕТ ДРУГА

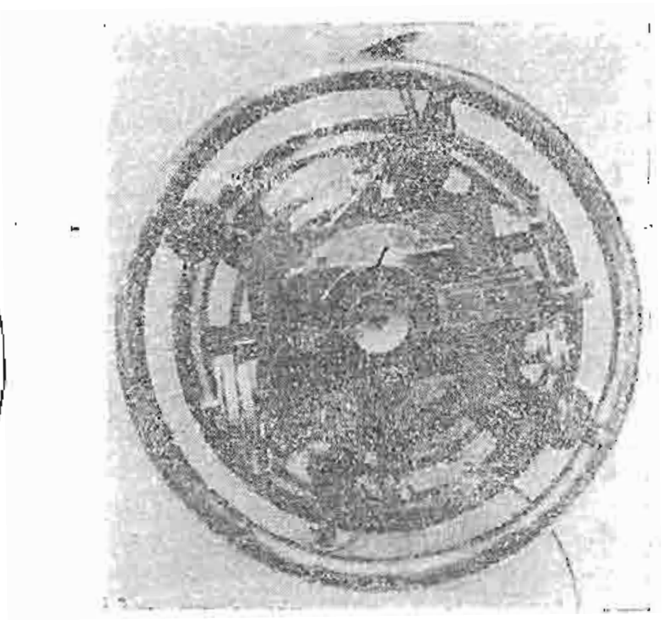
МИКРОМЕТАР С КОНЦИМА И МИКРОМЕТАР С ПРСТЕНОМ ХЕЛИОМЕТАР

189. Опис микрометра с концима. — За визуална мерења разлика ректасцензија и деклинација међусобно блиских небеских тела служе *микрометри*, тј. инструменти за мерење малих угловних растојања. Они се причвршћују на окуларни крај екваторијала. Ми ћемо описати два типа микрометра који се најчешће употребљавају: микрометар с концима и микрометар с прстеном.

Микрометар с концима састоји се од пауковог конца *a* разапетог на оквиру *A*, који се може померати прецизним микрометарским завртњем с неколико десетина завртњевих обрта, тј. неколико десетина милиметара. Притом се може читати број завртњевих обрта и делова обрта почев од неке произвољно изабрате нуле. Конци се померају управно на сопствени правац. Овај оквир са лежиштем по коме се креће смештен је у кутију *B* утврђену за прстен *D* који се може обртати у другом прстену *E*, тако да се уствари обрће око осовине управне на равни кретања конаца; ова раван треба да се поклапа са жижном равни објектива. Са спољашњим прстеном у вези је круг подељен на степене и делове степена, а са унутрашњим прстеном индекс према коме се може читати круг обично са тачношћу до 1′. Овај се круг назива позициски или положајни круг.



Сл. 93. Схема микрометра с концима



Сл. 94. Спољни изглед микрометра с концима

Спољашњим прстеном E микрометар се углављује у окуларни крај дурбина, а окуларна цев се уврће у плочу испред равни кретања конаца тако да се 1) окулар може померати док се конци не буду оштро видели и 2) може померањем целе окуларне цеви добити оштар лик звезде и на тај начин довести раван кретања конаца до поклапања са жижном равни објектива. Одмах затим треба се уверити у отсуство паралаксе између конаца и звезде, онако као што је показано у § 17.

Отвор оквира који носи конац је већи од окуларевог поља вида. Стога, да би се кроз окулар могао прегледати, макар и неједновремено, цео отвор оквира, плоча у коју се уврће окуларна цев може се померати често у два узајамно управна правца.

Напослетку обично постоји још и завртањ, паралелан поменутом главном завртњу, с друге стране кутије, којим се цела кутија (заједно са главним завртњем) може померати за неколико завртњевих обрта; овај други помоћни завртањ нема котура (на сл. 93 није приказан).

Да би се конци могли видети заједно са звездама, или се видно поље осветљава малом сијалицом, која се налази у унутрашњости дурбина, подаље од окулара, или се осветљавају микрометарски конци малом сијалицом (боље са више сијалица), чији се зраци простиру косо према равни кретања конаца и не падају у окулар.

190. Намена микрометра с концима. — Као што је већ било речено у претходном параграфу, микрометар с концима служи за одређивање разлика ректасцензија и деклинација међусобно блиских небеских тела. У XIX веку, пре него што је усавршена примена фотографије у астрономији, он се примењивао на мерење релативних положаја звезда у звезданим јатима, одређивање α и δ планете и комете мерењем разлика α и δ планете (или комете) и α и δ оближње звезде, за коју су се α и δ могли наћи у звезданим каталозима, на слично одређивање α и δ маглина и, напослетку, на мерење узајамног положаја компонената двојних звезда (оптичких и физичких). У данашње се време одређивање релативних положаја звезда и маглина знатно удобније и тачније врши фотографски и микрометар се за ову сврху не употребљава. На остале задатке примењује се и микрометар и фотографија.

191. Принцип одређивања разлика ректасцензија и деклинација. — За одређивање α и δ планета или комета изабере се звезда која се види близу ње с познатим α_* и δ_*, и то с таквим δ_* да разлика δ_* и δ буде мања од пречника видног поља употребљеног окулара, а да разлика α_* и α износи мали број временских минута (1—2—3). Разлике $\delta_*-\delta$ и $\alpha_*-\alpha$ мере се на овај начин.

Обртањем кутије микрометра посматрач доведе конац паралелно дневном паралелу звезде; да би то постигао, посматрач учврсти дурбин и кад звезда уђе у видно поље доведе је на конац завртњем и посматра да ли се лик звезде креће по концу; ако он силази с конца, онда обртањем микрометарске кутије по положајном кругу дотера конац тако да звезда при свом кретању не силази са њега, па запише читање положајног круга A_0 После тога дурбин се пробањем доведе по деклинацији тако да при дневном кретању и планета и посредничка звезда пролазе кроз видно поље; зато је и потребно да разлика њихових деклинација буде мања од пречника видног поља. Када је ово постигао, посматрач се брижљиво чува да не покрене и да не куцне дурбин и при пролазу звезде кроз видно поље (претпоставимо да она пролази пре планете) наводи микрометарски конац на њу (1—2—3 пута) и чита број обрта и делова обрта микрометарског завртња B_*; а када затим буде пролазила кроз видно поље планета (или језгро комете) он наводи микрометарски конац на њу, добива читање завртња B и записује у посматрачку бележницу које је од тих небеских тела северније. После тога он обрне микрометарску кутију по положајном кругу за 90°00′ тако, да конац дође у положај паралелан деклинациском кругу, опет доведе дурбин испред звезде и понова посматра њен, а затим планетин пролаз кроз видно поље и бележи по хронометру или на хронографу тренутке њиних пролаза T_* и T иза конца. Јасно је да ће разлика $T - T_*$ бити једнака разлици ректасцензија звезде и планете $\alpha - \alpha_*$; па према томе можемо написати

$$\alpha = \alpha_* + (T - T_*).$$

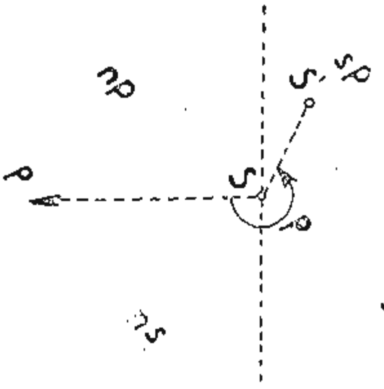
С друге стране јасно је да разлика читања $B_* - B$ по апсолутној вредности преставља разлику деклинације звезде и планете и да бисмо је изразили и угловним јединицама треба само, пошто из читања отстранимо завртњева отступања, да претворимо завртњеве обрте у лучне секунде, а за то је потребно знати вредност једног завртњевог обрта у лучним секундама, тј. број лучних секунада, који одговара једном завртњевом обрту, разуме се за дати објектив. За ту сврху најбоље је користити се оним блиским звездама, чије су разлике деклинација тачно измерене меридијанским круговима. Напосе за ову сврху одређени су положаји низа звезда у сазвежђу Персеја, између $2^h11^m22^s$ и $2^h12^m53^s$ и $+56°32'$ и $56°51'$ (1900,00), нарочито њине деклинације. Посматрач много пута мери разлику деклинација тих звезда обртима микрометарског завртња. Упоређивањем разлике деклинација изражене у лучним секундама с разликом тих деклинација израженом у завртњевим обртима он ће наћи колико се лучних секунада садржи у једном завртњевом обрту. Осим тога вредност једног завртњева обрта може се одредити посматрањем пролаза неке поларне звезде иза низа узастопних положаја покретног конца постављеног паралелно деклинациском кругу, слично одређивању отстојања бочних конаца од средњег у пасажном инструменту.

192. Посматрања микрометром савременог типа. — Нимало није повољно задовољавати се посматрањем пролаза небеских тела иза једног јединог конца. Стога обично постоје неколико покретних конаца, али који морају бити међусобно паралелни. Осим тога, на другом оквиру, непомично утврђеном у поменутој кутији, разапето је неколико непокретних конаца, који се не могу кретати микрометарским завртњем, а који су такође паралелни са покретним. (На сл. 93 приказан је један непокретан конац b). Од таквог микрометра посматрач има двоструку корист: 1) при одређивању разлика ректасцензија посматра онолико пролаза сваког небеског тела колико има непокретних и покретних конаца; 2) при одређивању разлика деклинација не мора да обрће микрометарски завртањ за цео износ разлике деклинација. У том циљу посматрач поступа на овај начин: при пролазу првог небеског тела, између његових пролаза иза конаца, поставља на њ микрометарским завртњем (2—4 пута) један од њему најближих, на пример севернијих конаца, а затим за време пролаза другог небеског тела, наводи на њ други њему најближи од јужнијих покретних конаца и, према томе, микрометар се обрће за мали број обрта; на тај начин се штеди време и мање се хаба завртањ. Али за обављање оваквих посматрања морамо, разуме се, знати угловна растојања међу покретним концима. Она се добијају мерењем разлика деклинација оних звезда чије су координате одређене меридијанским круговима. За обраду посматрања пролаза оба небеска тела иза непокретних конаца треба одредити отстојања ових конаца од средњег, а ово се врши као код пасажног инструмента посматрањем пролаза једне поларне звезде иза ових конаца. Када се на тај начин измере отстојања бочних конаца од средњег, могу се сва посматрања свести на средњи конац по обрасцу $f \sec \delta$ (в. гл. XVI) и узети аритметичка средина свих бројева. Њихова разлика за оба небеска тела је разлика ректасцензија ових тела.

При описаној методи посматрања све се ове разлике односе на један тренутак (на средину тренутака пролаза тога небеског тела, на пример планете, чије се координате мењају), а разлике δ на други тренутак (средину тренутака у којима се врши навођење покретног конца на небеско тело с променљивим координатама). Ово се може избећи ако поред непокретних конаца, паралелних покретним, постоје и непокретни конци управни на покретним, а међу собом паралелни. (На сл. 93 приказан је само један од њих *c*). Тада се ти непокретни конци обртањем кутије доводе паралелно дневном кретању, затим се кутија обрне по положајном кругу за 90^0, посматрају се тренуци пролаза небеског тела иза ових конаца (непаран број), а на одређеним местима између конаца, симетрично према средњем концу, врше се навођења једног или другог покретног конца (в. горе) на небеско тело. На тај начин постиже се то да се за тренутак посматрања и једне и друге координате добива тренутак пролаза небеског тела иза средњег непокретног конца; мала несиметричност у распореду конаца није од битног значаја.

Из простих геометриских расуђивања види се, ако су конци који служе за одређивање разлика ректасцензија нагнути према деклинациском кругу за мали угао i, да се разлика ректасцензија добија са отступањем које износи $(\delta'-\delta)\,\mathrm{tg}\,i$, где је $\delta'-\delta$ разлика деклинација оба посматрана небеска тела; на пример при $i = 1'$ и $\delta'-\delta = 600''$ ово отступање износи $0'',17$. што се још може допустити, али већа отступања у i треба избегавати. Напротив, при мерењу $\delta'-\delta$ отсупање које долази од непоклапања правца кретања конаца, тј. вођице по којој се креће оквир са покретним концима с правцем деклинациског круга, доводи до угла i међу њима и до угла i' између вођице и завртњеве осовине који доводе до отступања на мерењу $\delta'-\delta$, које износи само $(\delta'-\delta)\,(1-\cos i)\,(1-\cos i')$, тј. које је, као што се није тешко уверити, сасвим незнатно под условом да су конци међу собом паралелни и да се навођења конаца на оба тела врше на истим местима између непокретних конаца, на пр. тачно по средини између одређених суседних конаца; иначе се може појавити неуправност покретних конаца према правцу њихова кретања.

193. Мерење положајног угла и растојања. — Ако су небеска тела тако близу да се једновремено виде у видном пољу окулара, онда се место мерења разлике ректасцензија и деклинација може мерити њихово *угловно растојање* и *позициски* или *положајни угао*. Тако се назива угао P с теменом у звезди S између деклинациског круга звезде S, усмереног од S ка северном небеском полу, и великог круга SS' који пролази кроз S и другу звезду S'; он се рачуна у смеру од деклинациског круга супротно казаљки на часовнику (сл. 95). Да би се измерило растојање SS' и положајни угао p скоро је неопходно кретање дурбина часовним механизмом. Тада се мерена тела не удаљују из видног поља услед дневног кретања и посматрачу је знатно олакшан рад. За то су потребни један покретан конац (a) и два непокретна: један паралелан с покретним (b), други управан на њему (c). Посматрач постави покретан конац паралелно дневном кретању небеског тела S, прочита положајни круг (читање A_0), затим обрне кутију с концима тако да тај исти конац прође кроз средиште ликова небеских тела S и S' и поново прочита круг (читање A). Разлика ових читања заједно с простим цртежем онога што посматрач види у дурбину или с кратким описом међусобног распореда небеских тела омогућује да се израчуна положајни угао.



Сл. 95.

Кратак опис међусобног положаја треба да садржи податке о томе да ли је небеско тело S' северно или јужно од S (*n*, *s* или *с*, *ј*) и да ли се S' креће испред S (*p*, *п*) или иза њега (*f*, *с*) у дневном кретању. На тај начин:

S'nf или *сс* означава да се S' налази северно од звезде S и да иде иза ње, тј. да положајни угао лежи између 0° и 90°.

S'sf или *јс*, — да се звезда S' налази јужно од S и да иде за њом, тј. да положајни угао лежи између 90° и 180°;

S'sp или *јп*, — да се звезда S' налази јужно од S и да иде испред ње, тј. да положајни угао износи између 180° и 270°.

S'np или *сп*, — да звезда S' лежи северно од звезде S и да иде испред ње, тј. да положајни угао износи између 270° и 360°.

Разлика читања $A - A_0$, коју треба узимати увек позитивну и мању од 90°, даје величину угла између SS' и паралела у сваком квадранту.

Да би измерио растојање SS' посматрач обрне микрометарску кутију за 90° тако да конац c падне дуж линије SS', доведе непокретан конац b на звезду S, покрећући целу микрометарску кутију завртњем без котура, а покретан конац a микрометарским завртњем на звезду S' и забележи читање завртња B. Кад би тада знао читање B_0 које се добива кад се оба конца поклапају, $B - B_0$ (или $B_0 - B$) дало би растојање SS', изражено у завртњевим обртима; а знајући вредност једног обрта (в. горе) SS' би могао изразити у лучним секундама. Искуство показује да се B_0 не добива тачно ако се трудимо да доведемо до поклапања покретни конац са концем b; оно се знатно тачније добива ако се покретни конац приближи с једне стране, затим с друге стране концу b толико да између њих остане једва приметан размак; тада средња вредност положаја ова два покретна конца, тј. аритметичка средина два односна завртњева читања даје положај и читање које одговара поклапању оба конца.

Кад посматрамо тела која се брзо крећу (планете, комете) треба бележити са хронометра тренутак сваког посматрања и зато је боље, и ако је теже, наводити конац c на линију SS', а друге концe на S и S', и све то одједанпут.

Кад знамо растојање ρ и положајни угао p, можемо за сваки тренутак посматрања израчувати разлике $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$. Доиста, ако је ρ мало може се узети да је

$$\begin{aligned}(\alpha' - \alpha)\cos\delta &= \rho\sin p,\\ \delta' - \delta &= \rho\cos p.\end{aligned}$$

После тога може се из свих мерења $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$ узети аритметичка средина, која одговара аритметичкој средини тренутака посматрања.

Из ρ и p не могу се узимати аритметичке средине, јер се ρ и p ни приближно не мењају сразмерно времену.

194. Мерења двојних звезда. — Ако су S и S' тела која се не крећу брзо, на пример компоненте двојних звезда, подесније је за мерење ρ поступати на овај начин: пошто је конац a довео у правац SS', посматрач најпре завртњем без котура наводи конац b на звезду S, а покретни конац микрометарским завртњем на звезду S' (читање B_1); затим помера целу кутију завртњем без котура тако да конац b прође кроз звезду S', а затим помери покретни конац и доведе га до поклапања са звездом S' и концем b и, даље, са звездом S (читање B_2). На тај начин он помера покретни конац за *двоструко* растојање између S и S'; стога је разлика између оба читања B_1 и B_2, претворена у лучне секунде, једнака 2ρ. На овај начин отпада увек оно мало несигурно читање које одговара поклапању конаца. Тако се мере растојања двојних звезда; положајни углови се мере као што је горе описано (покретни конац на дневни паралел и затим на линију SS').

195. Микрометар с прстеном је најпростији микрометар за мерење разлика ректасцензија и деклинација; он се састоји од једног или од неколико концентричних прстенова постављених у жижу објектива. Ови прстенови могу бити уцртани дијамантом у стаклу; када треба да се виде, видно поље се осветли малом сијалицом или се још боље осветле прстенови са стране (светли прстенови на тамном пољу); или се челични прстенови ставе на стаклену плочицу; они се израђују довољно дебели да би се могли видети без икаквог осветљења на залеђу неба најтамније ноћи.

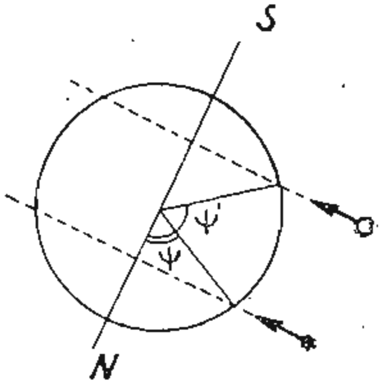
Посматрање се овим микрометром састоји у томе што посматрач покрај непокретног дурбина бележи са хронометра тренутке пролаза два небеска тела кроз обим прстена, на пример звезде са познатим координатама α и δ и планете или језгра комете с непознатим α' и δ'; разуме се, разлика деклинација не сме зато бити већа од угловног пречника прстенова (угао с теменом у унутрашњој главној тачки објектива и с крацима који пролазе кроз крајеве линиског пречника прстена), а разлика $\alpha' - \alpha$ не сме бити ни сувише мала ни сувише велика.

Ма на ком отстојању од средишта прстена пролазило небеско тело, аритметичка средина тренутака његова пролаза кроз обим је тренутак пролаза тога небеског тела кроз деклинациски круг који пролази кроз средиште прстена, само ако претпоставимо да небеско тело нема осетно сопствено кретање по деклинацији. Стога ако су T_1 и T_2 тренуци пролаза звезде, а T_1' и T_2' — планете, можемо написати

$$\alpha' = \alpha + \frac{1}{2}(T_1' + T_2') - \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$$

и та вредност α' односи се на тренутак $\frac{1}{2}(T_1' + T_2')$ са хронометра.

Да би се израчунала разлика деклинација $\delta' - \delta$ треба знати угловни полупречник круга. Нека је он једнак r лучних секунада. Обележимо са δ_0 непознату деклинацију средишта круга. Нека је NS деклинациски круг који пролази кроз средиште круга; ψ — угао између правца SN (ка северном небеском полу) и полупречника повученог кроз тачку пресека паралела звезде са кругом; ψ' — односни угао за планету. Ако тада сл. 96 будемо сматрали за равну зато што је мала и ако претпоставимо да небеско тело нема знатно сопствено кретање ни у α ни у δ, добићемо ове једначине



Сл. 96

$$\delta - \delta_0 = r\cos\psi, \qquad 15\cdot\frac{1}{2}(T_2 - T_1)\cos\delta = r\sin\psi,$$
$$\delta' - \delta_0 = r\cos\psi',$$
$$\delta' - \delta = r(\cos\psi - \cos\psi'), \qquad 15\cdot\frac{1}{2}(T'_2 - T'_1)\cos\delta' = r\sin\psi'.$$

Ако је r познато, из две једначине с десне стране налазимо ψ и ψ', после чега из $r(\cos\psi' - \cos\psi)$ добивамо $\delta' - \delta$.

Да бисмо одредили r треба само да посматрамо на исти начин пролаз двеју *звезда с познатим* деклинацијама δ и δ'. Ако величине $15\cdot\frac{1}{2}(T_2 - T_1)\cos\delta$ и $15\cdot\frac{1}{2}(T_2' - T_1')\cos\delta'$ обележимо са μ и μ', добивамо:

$$\mu = r\sin\psi, \quad \mu' = r\sin\psi', \quad \delta' - \delta = r(\cos\psi' - \cos\psi).$$

Према томе,

$$\frac{\mu + \mu'}{\delta' - \delta} = \frac{\sin\psi + \sin\psi'}{\cos\psi' - \cos\psi} = \frac{2\sin\frac{1}{2}(\psi + \psi')\cos\frac{1}{2}(\psi - \psi')}{2\sin\frac{1}{2}(\psi + \psi')\sin\frac{1}{2}(\psi - \psi')} = \mathrm{ctg}\frac{1}{2}(\psi - \psi'),$$

$$\frac{\mu - \mu'}{\delta' - \delta} = \frac{\sin\psi - \sin\psi'}{\cos\psi' - \cos\psi} = \mathrm{ctg}\frac{1}{2}(\psi + \psi').$$

Како су δ, δ', μ и μ' познати, биће и углови $\frac{1}{2}(\psi - \psi')$ и $\frac{1}{2}(\psi + \psi')$ познати; према томе, ако $\frac{1}{2}(\psi - \psi')$ обележимо са A, а $\frac{1}{2}(\psi + \psi')$ са B, биће $\psi = A + B$, $\psi' = B - A$, а r ћемо добити из једног од израза

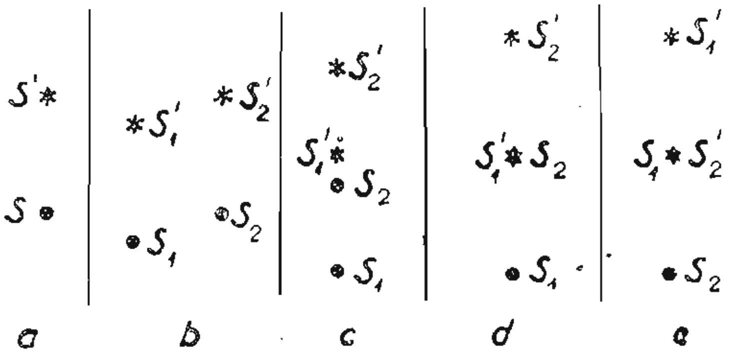
$$r = \frac{\delta' - \delta}{\cos(B - A) - \cos(B + A)} = \frac{\delta' - \delta}{2 \sin A \sin B} = \frac{\mu}{\sin(A + B)} = \frac{\mu'}{\sin(B - A)} =$$

$$= \frac{\mu + \mu'}{2 \sin B \cos A} = \frac{\mu - \mu'}{2 \sin A \cos B}.$$

196. Потреба обрачунавања утицаја рефракције. — Обрада посматрања извршених, било микрометром с концима, било микрометром с прстеном, сложенија је него што је изложено у претходним параграфима, јер се мора узети у обзир утицај сопственог кретања планете или језгра комете и утицај рефракције. Ми нећемо изводити ове утицаје у нашем кратком курсу. Они који се интересују наћи ће ова питања изложена у књигама Бринова или Човенета, поменутим у предговору, или у чланку E. Becker-a, „Mikrometer und Mikrometermessungen". Handwörterbuch der Astronomie, herausgegeben von W. Valentiner, Bd. III, 1, Breslau, 1899. Последња књига садржи нарочито подробан опис разних врста микрометара, посматрања са њима и обраде ових посматрања.

197. Хелиометар је инструменат оригиналног састава, који служи за визуалнo мерење угловних растојања између небеских тела, која могу достићи 1°, док микрометром с концима можемо мерити растојања само до неких 20′. Хелиометар је био конструисан нарочито за мерење Сунчева полупречника, одакле је и добио свој назив, али се он у пракси чешће употребљава за друге циљеве, на пример за мерење звезданих паралакса. Хелиометар се заснива на овоме: ахроматичан објектив расечен је дуж свог пречника, свака је половина углављена у свој носач и обе половине могу клизити једна поред друге дуж свог заједничког пречника; њино узајамно померање мери се на скали утврђеној за један носач, помоћу индекса утврђеног за други. Такав се објектив налази на једном крају дурбина, а на другом обичан окулар. Средњи део дурбина смештен је у кратку цев у којој он може да се обрће око своје осовине и ово се обртање може мерити на положајном кругу који се налази на тој краткој цеви, помоћу микроскопа за читање круга причвршћених за обртни дурбин. Кратка спољна цев утврђена је за деклинациску осовину паралактичког постоља онако као што се код обичног екваторијала за њу причвршћује дурбин. Кад половине објектива нису размакнуте, посматрач види небеска тела, на пример две звезде S и S', исто као и у обичном дурбину (сл. 97a). Ако размакнемо половине објектива, са сваком ће се половином померати за исту вредност и ликови звезда који се од ње добивају, па ће се два добивена лика размаћи један од другог за исто растојање за које су размакнуте и половине објектива; ово се размицање врши у правцу њиховог заједничког пречника, дуж кога је објектив расечен (сл. 97b).

Ако дурбин окренемо тако да линија разреза објектива буде паралелна великом кругу који пролази кроз SS', четири ће се лика двеју звезда распоредити дуж једне праве линије (сл. 97c). Ако половине објектива и даље размичемо, моћи ћемо да их поставимо тако да се лик звезде S' од једне половине објектива (назваћемо је прва), тј. S_1', поклопи са ликом звезде S од друге половине, тј. са S_2 (сл. 97d); у том положају инструмента добићемо читање скале A_1 и положајног круга P. Затим, пошто смо довели до поклапања ликове звезда од обе по-



Сл. 97.

ловине, крећући половине објектива даље, можемо довести до поклапања лик звезде S од прве половине, тј. S_1, с ликом звезде S' од друге половине, тј са S'_2 (сл. 97е); добићемо читање скале A_2 (ако је растојање између звезда велико може да се деси да се у видном пољу дурбина виде само ликови звезда који се поклапају).

Тада није тешко увидети да је разлика читања $A_2 - A_1$ мера *двоструког* растојања између звезда у деловима скале, а да читање круга даје положајни угао лука SS'. Да бисмо изразили растојање звезда у лучним секундама и из читања круга P нашли положајни угао, најсигурније је изабрати на небу неколико парова звезда, чије су координате са великом тачношћу одређене меридијанским инструментом, тако да се за сваки пар може израчунати у лучним секундама растојање $\overline{SS'}$ и положајни угао p. Ако сада измеримо тај пар хелиометром и добијемо растојање SS' у подеоцима скале и читање круга P, добићемо: 1) вредност једног дела скале као количник из растојања SS', израженог у секундама, и истог растојања израженог у деловима скале, и 2) поправку читања P за добијање положајног угла, једнаку $p - P$; величине p и P познате су нам из претходног.

Треба додати да се не могу сасвим тачно поклопити ликови звезда, на пример S_1 и S_2', јер се слаба звезда не види при поклапању са сјајном. Зато се при посматрању са хелиометром поступа овако: у видном пољу дурбина дотерају се конци паралелно линији разреза објектива; то се постиже помоћу двеју блиских звезда, као на сл. 97с; затим се доведу оба звездана лика што тачније до поклапања, па се дурбин обрће напред-назад по положајном углу; услед тога се ликови разилазе, и ако се крећу притом управно на конце, значи да ликови при поклапању належу један на други средиштима, па је, значи, мерење растојања извршено тачно. Затим се, после њихова састављања, померају половине објектива напред-назад; ако се притом ликови разилазе дуж конца, то значи да је дотеривање ликова и по положајном углу извршено тачно.

Хелиометар је врло тежак инструменат за посматрача. Њега имају отприлике само 12 опсерваторија у целом свету, у СССР — Казањ, где служи за посматрање Месеца у циљу испитивања његова облика и обртања око осовине.

Најглавнији радови изведени помоћу хелиометара односе се на одређивање паралакса: Сунчеве паралаксе из заједничког посматрања на неколиким опсерваторијама малих планета Викторије, Ириде и Сафе 1888 и 1889 године и звезданих паралакса које су одређивали Гил и Елкин, а такође и на одређивање облика Сунчева и Месечева котура и Месечева обртног кретања.

Подробније о хелиометру види у Шуровом чланку у „Handwörterbuch der Astronomie" herausgegeben von W. Valentiner, Bd. II, S. 4.

ГЛАВА ДВАДЕСЕТ ТРЕЋА

ФОТОГРАФСКА АСТРОМЕТРИЈА

198. Инструменти. — За почетак примене фотографије у астрономији може се узети 1850 г., када је Бонд на Харвардској опсерваторији добио прве фотографије Месеца и Веге, али то још није била примена фотографије на астрометрију. Прве фотографије на којима су се могла извршити мерења добили су 1857 године Бонд (Мизар) и Де-ла-Ри (Сунце).

60-тих година XIX века последњи је добио много фотографија Сунца такозваним фотохелиографом, који се од 1873 г. употребљава у том циљу у Гринвичу за систематско фотографисање Сунца, да би се са тих фотографија мериле и изводиле хелиографске координате Сунчевих пега. 1875 г. такво је фотографисање било организовано у Москви, а 1881 у Пулкову.

Али примена фотографије на звезде била је тешка, све док су астрономи имали на расположењу слабо осетљиве „мокре" плоче; она се почела развијати тек пошто је пронађена метода за израду осетљивих сувих бром-желатинских плоча. После тог проналаска 80-тих година XIX века све се више развија фотографија звезданог неба. 1887 г. била је сазвана на Париској опсерваторији међународна конференција за организацију великог међународног подухвата, такозване „Фотографске карте неба", „Carte du ciel". Било је одлучено да се изврши снимање целог неба, тако да се на негативима добију звезде до 11 величине и да се ове плоче измере у циљу добивања координата α и δ фотографисаних звезда; одлучено је да се плоче уклапају тако да крајеви сваке плоче падну у средину суседне плоче. Ово је пружало могућност да се за сваку звезду изврше по два одређивања њених координата. Осим тога било је одлучено да се изврши снимање целог неба са дужим излагањем, да би на негативима изишле звезде до 14 привидне величине и то тако да оне испадну троструке; ови су негативи намењени за израду посебних карата, а троструки ликови звезда требало је да послуже да се оне разликују од случајних тачака на хартији.

За фотографске објективе били су изабрани објективи од 34 cm отвора и 344 cm жижне даљине са два сочива, тако да у жижној равни једна лучна минута износи врло приближно 1 mm.

У § 15 било је примећено да се са оним врстама оптичког стакла којим располаже савремена техника не може добити објектив који би доводио у једну тачку зраке свих боја у спектру. Ми смо видели да се визуални објективи израђују тако да се најближе објективу секу жути зраци, мало даље црвени и зелени, а плави и љубичасти, на које је око још мање осетљиво — још даље. Фотографска је плоча напротив најосетљивија за затворено плаве зраке, мање за отворено плаве и љубичасте, још мање за ултраљубичасте и неприметно мало за остале.

Зато визуални објектив не даје оштре ликове звезда на фотографској плочи, а да би они били оштри могу се из истих врста стакла, само са другим кривинама сферних површина, израдити фотографски објективи који ће давати ликове звезда у пресеку затворено-плавих зракова таласне дужине 434 μ μ најближе објективу, у пресеку отворено плавих и љубичастих једва нешто даље, ултраљубичастих — још мало даље. Тада ће ликови звезда на негативу бити већи, знатно оштрији, него при другом распореду жижа за разне боје. Такви се фотографски објективи и примењују у астрофотографији. Ако су они састављени из два сочива (једно сочиво од краунстакла, друго од флинстакла), искуство је показало да се због сферне аберације при светлосној моћи (тј. при односу пречника објектива према његовој жижној даљини) 1 : 10 добивају довољно добри ликови само на један до један и по степен од оптичке осовине. Зато су и за „Фотографску карту неба" биле изабране плоче величине 16 cm×16 cm., тако да пројекција звезданог неба заузме на плочи $2^0 \times 2^0$, тј. 120 mm×120 mm. У угловима овога поља $2^0 \times 2^0$ звезде већ не излазе као кружићи, али се помоћу добрих објектива добивају у облику правилних слика налик на елипсе, и, што је врло важно за мерења, најсјајнији (на негативима најцрњи) део лика звезде поклапа се са његовим геометриским средиштем и ту пада на плочу централни зрак конвергентног снопа зракова, који пролази кроз унутрашњу главну тачку објектива.

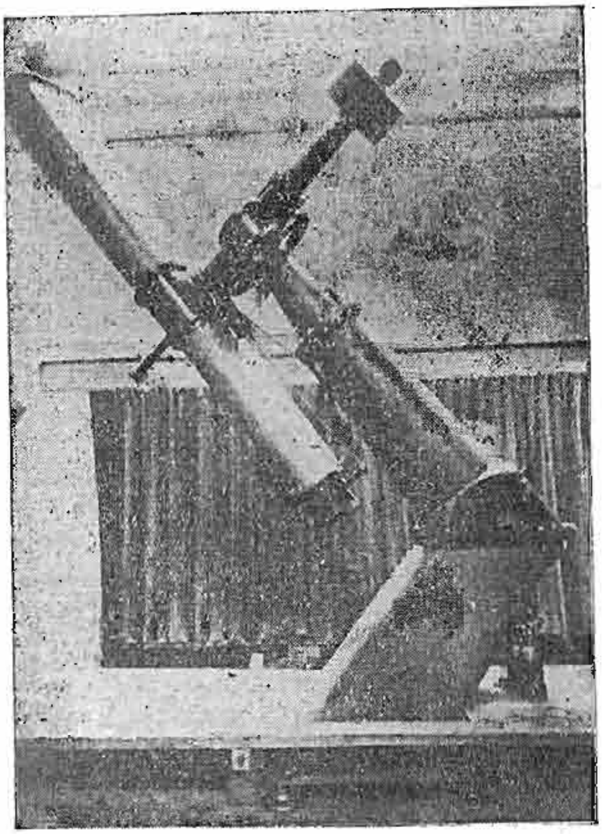
У то време, крајем 80-тих година XIX века, пада и почетак теориских испитивања о томе на који се начин из мерених праволиниских координата ликова звезда на фотографској плочи могу добити њихове сферне координате α и δ на небеској сфери.

Било је предложено неколико метода, од којих се најпрактичнија показала метода оксфордског професора Тарнера, која ће у основним цртама и бити изложена касније. Она се данас највише и примењује.

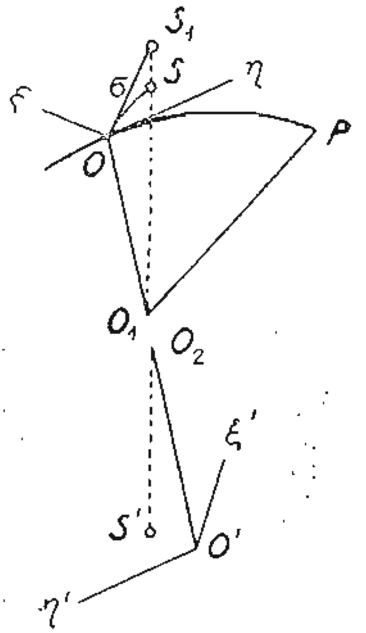
Последњих деценија конструисани су сложенији фотографски објективи са четири сочива, који дају врло оштре ликове звезда на површини $5^0 \times 5^0$. Њихово коришћење за циљеве астрометрије у суштини се заснива такође на примени Тарнерове методе, али су ствари овде нешто сложеније из разлога који ће се видети из даљег излагања (види § 206).

Напослетку, од почетка 90-тих година XIX века примењује се увелико фотографисање звезданог неба сразмерно краткожижним објективима са жижном даљином од 100 до 10 cm, код којих површина слике неба на плочи достиже понекад 500 квадратних степена. Они се израђују углавном за „историју неба", тј. регистровање свих звезда до одређене привидне величине, што зависи од објектива, фотографске плоче и времена излагања, а тако исто и за фотографију маглина, комета и метеора. За циљеве тачне астометрије ове фотографије нису сасвим подесне због мале размере. Оне, које су добивене с објективима жижне даљине од 100 до 50 cm, још и могу дати довољно тачно α и δ, али само у границама поља од 2—3 степена око оптичке осовине; што се иде даље од ње, тачност која се може постићи све је мања.

Фотографисање звезда траје од неколико минута до једног часа, и више. Ослањати се притом на тачност кретања дурбина часовним механизмом потпуно је немогуће, зато је увек за фотографски дурбин учвршћен паралелно визуални дурбин *водник* у чијем се окуларном крају налази окулар с крстом конаца, који се обично може померати за неколико центиметара у два узајамно управна правца у жижној равни објектива (сл. 98). Пред фотографисање посматрач навије часовни механизам и постави дурби тако да слика оног места на небу које га интересује пада на средину плоче и затим бира у близини довољно сјајну звезду, која се може добро видети у дурбину воднику при осветљеном пољу вида. Окулар са поменутим кретањем постави тако да звезда падне тачно на пресек крста конаца. После тога скида поклопац (са објектива или испред плоче) и седећи за дурбином и држећи ручице за фино кретање дурбина по α и δ, тежи да за све време фотографисања звезда остане на изабраној тачки крста конаца и ручицама је враћа истог тренутка на њено место, чим се она и најмање помери са њега. Код џиновских дурбина у последње време ради се без водника на овај начин: у угао оквира с фотографском плочом стави се окулар с крстом конаца, чије се видно поље осветли црвеном светлошћу, а омогући се померање рама у два правца помоћу микрометарских завртања; пре фотографисања изабере се звезда која се види у поменутом окулару и доведе се на крст конаца, а затим се надзор постиже померањем самог оквира завртњима, а не читавог огромног дурбина.



Сл. 98. Астрограф од 13 палаца Потсдамске опсерваторије



Сл. 99.

199. Слика неба на фотографској плочи. Идеалне координате. — Нека су O_1 и O_2 (сл. 99) спољна и унутрашња главна тачка фотографског објектива. Замислимо нормалу спуштену из тачке O_2 на плочу; обележимо њено подножје са O'. Њега ћемо звати *оптичко средиште плоче.* Узмимо да је у O_1 средиште небеске сфере, као и увек, произвољног полупречника. Замислимо њен полупречник паралелан нормали на плочу $O_1 O'$; обележимо са O ону тачку небеске сфере према којој је уперен тај полупречник. Значи O' је лик бескрајно удаљене тачке на томе полупречнику према особини главних тачака оптичког система. Нека су A и D координате тачке O. Замислимо звезду S (α, δ) и правац њених зракова ка објективу, тј. праву SO_2 и затим праву која пролази кроз O_2 паралелно правој SO_1. Нека та права просеца плочу у тачки S'; тада је S' лик звезде S на плочи. Замислимо раван σ која додирује небеску сферу у тачки O. Нека је S тачка на сфери која претставља звезду S с координатама α и δ. Нека је OP деклинациски круг тачке O; продужимо његову раван до равни σ и узмимо праву пресека ове две равни за осовину η правоуглих координата у равни σ; њен смер од O ка полу P, тј. смер у коме деклинације расту сматраћемо за позитиван. За осовину ξ узмимо праву која пролази кроз O и стоји управно на осовини η с позитивним смером у страну у коју расту α. На плочи замислимо такав систем праволиниских правоуглих координата ξ', η' с почетком у O', које су паралелне осовинама ξ и η и то да η' расте у смеру у коме расту деклинације, а ξ' у смеру у коме расту ректасцензије. Како су плоча и раван σ паралелни међу собом, то ће међусобни распоред *ликова* звезда на плочи бити потпуно сличан међусобном распореду *пројекција* звезда на раван σ и координате ξ' и η' биће респективно сразмерне координатама ξ и η; прве ће бити сразмерне дужини нормале O_2O', друге — полупречнику небеске сфере. Координате с таквим положајем осовина зову се *идеалне* (или стандардне) координате. Ми морамо пре свега да изведемо везу између сферних координата звезда α и δ и идеалних координата ξ и η пројекција тих звезда на раван σ или идеалних координата ξ' и η' ликова тих звезда на плочи.

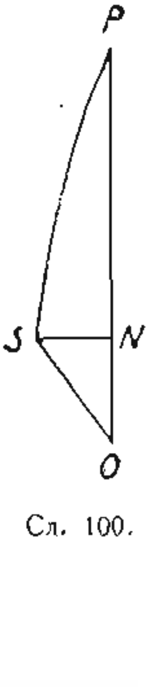
200. Веза између сферних и идеалних координата. — Продужимо OS до пресека са равни σ у тачки S_1; обележимо угао OO_1S са s; тада је $OS_1 = OO_1 \operatorname{tg} s$; ако положајни угао лука OS обележимо са p, идеалне координате тачке S_1 биће

$$\xi = OO_1 \operatorname{tg} s \sin p \quad \text{и} \quad \eta = OO_1 \operatorname{tg} s \cos p.$$

Што се тиче координата тачке S' на плочи, где се добија лик звезде S, за њу према горе реченом можемо написати

$$\xi' = O_2O' \operatorname{tg} s \sin p \quad \text{и} \quad \eta' = O_2O' \operatorname{tg} s \cos p.$$

Координате ξ и η изражене су у истим јединицама у којима је изражено и OO_1; на пример ми можемо узети да је OO_1 равно јединици или 206 264,8 . . . лучних секунада; ξ' и η' изражени су у истим јединицама у којима је изражена и дужина нормале O_2O', на пример у милиметрима.



Сл. 100.

Повуцимо деклинациски круг SP звезде S (сл. 100) и спустимо из S сферну нормалу на OP, која сече OP у тачки N. У сферном троуглу POS имамо $PO = 90^0 - D$; $PS = 90^0 - \delta$; угао код $P = \alpha - A$; обележимо PN са $90^0 - d$, а SN са v. Тада из основних образаца сферне тригонометрије примењених на троугао SON имамо

$$\cos s = \cos v \cos ON = \cos v \cos (d - D),$$
$$\sin s \sin p = \sin v,$$
$$\sin s \cos p = \cos v \sin (d - D).$$

Ако другу и трећу једначину поделимо првом, добијамо

$$\operatorname{tg} s \sin p = \operatorname{tg} v \sec (d - D),$$
$$\operatorname{tg} s \cos p = \operatorname{tg} (d - D).$$

Али из троугла *PNS* имамо

$$\operatorname{tg} v = \operatorname{tg} (\alpha - A) \cos d;$$

стога је

$$\operatorname{tg} s \sin p = \operatorname{tg} (\alpha - A) \cos d \sec (d - D).$$

Напослетку

$$\operatorname{tg} (90^0 - d) = \operatorname{tg} (90^0 - \delta) \cos (\alpha - A)$$

или

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} d &= \operatorname{tg} \delta \sec (\alpha - A) \\ \xi' &= O_2O' \operatorname{tg} (\alpha - A) \cos d \sec (d - D), \\ \eta' &= O_2O' \operatorname{tg} (d - D). \end{aligned}\right\} \qquad (39)$$

и

Ова три обрасца решавају задатак. Ако је дато A, D, α и δ, из првог обрасца налазимо d; оно се мало разликује од δ и налази се у истом квадранту као и δ; а тада други и трећи образац дају ξ' и η' у деловима величине O_2O'.

Обрнуто, ако је дато ξ' и η' у деловима величине O_2O' и, осим тога, ако су познати A и D, трећа једначина даје d, после чега из друге добијамо α, а затим из прве израчунавамо δ.

Како у пракси долази да се ове једначине решавају огроман број пута, састављено је на разне начине неколико таблица помоћу којих се овај посао знатно олакшава. Такве су:

1) *S. Kasakov*, Tables auxiliaires pour la réduction des clichés photographiques, Annales de l'Observatoire astronomique de Moscou, Série 2, Vol. VIII, Appendice. (За снимке $2^0 \times 2^0$; за деклинације 0^0—20^0).

2) Sammlung von Hilfstafeln der Hamburger Sternwarte in Bergedorf. G. Hilfstafeln für photographische Himmelsaufnahmen, Hamburg, 1924. (За снимке од $2^0 \times 2^0$).

3) *J. Peters*, Tafeln zur Verwandlung von rechtwinkligen Plattenkoordinaten und sphärischen Koordinaten ineinander, Veröffentlichungen des Astronomischen Rechen-Instituts zu Berlin-Dahlem, Nr. 47, Berlin, 1929. (За снимке до $5^0 \times 5^0$).

201. Мерење плоча врши се помоћу нарочитих инструмената за мерење. Њих има веома различитог састава и зато их није могуће све описати. У најпростијем случају плоча се са желатинским слојем окренутим горе ставља у известан оквир, који се дугачким прецизним завртњем може померати по вођици за целу дужину слике неба на плочи; над плочом се налази микроскоп, који се другим, сличним завртњем може померати управно на правац кретања оквира. У микроскопу постоји крст конаца у чије се средиште кретањем оба завртња доводи средиште лика сваке звезде која се жели мерити и затим се читају оба завртња, тј. чита се број обрта и делова обрта, полазећи од неке произвољне нуле на сваком завртњу. Искуство показује да се притом не може избећи лично отступање. Ма како да је правилан лик звезде, посматрачево око нетачно оцењује положај његова средишта. Стога се после читања оба завртња за све звезде плоча окреће за 180° и сва се навођења и читања изврше још једанпут. Понекад се чак удвостручава посао мерења на тај начин што се плоча мери још у два положаја који се од првог разликују за 90° и 270°.

На другим инструментима у сваком положају плоче тачно се измери само једна координата (завртњем или помоћу скале), а друга само приближно; у том случају за тачно мерење друге координате треба окренути плочу за 90°; а да би се отклонило поменуто лично отступање, треба поновити мерење на плочи окренутој за 180° и за 270° од првог њеног положаја.

Плочу је подесно поставити у инструменат тако да пројекција деклинациског круга, који пролази кроз њено средиште, буде довољно тачно, са отступањем од око ± 1′, паралелна кретању оквира или кретању микроскопа. У том циљу је оквир који носи плочу утврђен за прстен који се може обртати у другом прстену; на један прстен нанесена је подела у степенима, а на другом се налази нонијус, тако да се може читати величина обртања плоче.

Да би се извршило поменуто оријентисање, треба имати на плочи две звезде $S(\alpha, \delta)$ и $S'(\alpha', \delta')$, који нису близу једна другој и које се по могућству налазе симетрично према средишту; још је боље ако се ове звезде налазе приближно на једном деклинациском кругу. Ако тада обележимо са P положајни угао лука великог круга који пролази кроз обе звезде, у односу на деклинациски круг средишта тог лука, онда образац

$$\operatorname{tg} P = \frac{\alpha' - \alpha}{\delta' - \delta} \cos \frac{1}{2} (\delta + \delta')$$

даје угао P са довољном тачношћу за праксу, само ако се разлике $\alpha' - \alpha$ и $\delta' - \delta$, изражене у лучним секундама, узму са тачношћу до 1″. Кад је израчунат овај угао P, посматрач обрне оквир с плочом тако, да при обртању једног од завртања ликови обеју звезда (α, δ) и (α', δ') пролазе кроз средиште крста конаца у микроскопу; значи, да линија која спаја ове ликове буде паралелна односној вођици; у том случају, кад посматрач прочита круг и обрне оквир у односну страну за угао P, добија такав положај плоче да је пројекција деклинациског круга у њеном средишту паралелна овој вођици. Завртњева читања кад је он у поменутом положају према вођици и кад се микроскоп наведе на звезду S' обележићемо са B.

Звезду која се налази у средишту плоче узећемо за почетак мерених координата x, y, а читање при навођењу микроскопа на њу обележићемо са B_0. Тада ћемо за сваку звезду S' у односу на овај почетак имати координату $B - B_0$ или $B_0 - B$, према томе да ли читања B расту или опадају када деклинација расте. Такве ће координате посматрач добити за сваки положај плоче и ако узме средње вредности, одредио је коначно *мерене координате*, које ћемо убудуће обележавати са y. Потпуно се исто обрађују читања добивена на другом завртњу и као резултат добијају се *мерене координате* x, које расту кад ректасцензије расту. Разуме се из свих читања завртања морају се отстранити њихова отступања.

202. Веза између мерених и идеалних координата. — Из положаја плоче у инструменту за мерење види се да мерене координате x и y потсећају на идеалне ξ' и η', јер је оптичко средиште плоче O' у дотераном инструменту близу средишта плоче, а правце координата x и y посматрач доводи близу праваца координата ξ' и η'. Али се ипак почетак мерених координата и њихови правци не поклапају тачно с оптичким средиштем и правцем идеалних координата ξ и η; x и y изражени су у дужинској мери, а ξ и η у лучним секундама или радијантима; осим тога, међусобни распоред звезда на плочи измењен је услед рефракције и аберације, па изгледа потребно да се обрачунавају ови утицаји; напослетку, ми не можемо ни координате оптичког средишта да одредимо с тачношћу довољном за тачно рачунање.

Али је Тарнер показао да се, без обзира на све то, може усвојити да постоји *линеарна зависност*, и у томе је суштина методе између мерених координата x и y и идеалних ξ и η, ако се само на крајевима плоче $2^0 \times 2^0$ сме допустити отступање од $0'',2 - 0'',3$. Оволика се нетачност у многим случајевима сме допустити (разлоге за то видећемо у § 204), а где се то не сме тамо се ово отступање може обрачунати. Координате звезда α и δ и оптичког средишта могу да се односе на положај екватора и еклиптике у произвољној епохи.

Тарнерова метода због њене вредности брзо је ушла у општу употребу и сачувала свој значај до данас. Стога ћемо сад доказати линеарну везу између x, y и ξ', η'. Главну улогу притом игра рефракција.

203. Утицај рефракције и аберације на координате ξ' и η' или x и y је врло сложен и овде не би било умесно ово питање излагати подробно. Ми ћемо наш задатак упростити на овај начин. Замислићемо најпре да положаји звезда на оном делу неба који се фотографише не трпе утицај рефракције и да су односне координате на плочи ξ', η', x и y. Затим замислимо да постоји дејство рефракције: тако да су се све тачке на сфери привидно помериле ка зениту по висинским круговима за разне величине, које се могу одредити из обрасца за рефракцију $\rho = k \operatorname{tg} z$, где је k величина реда $60''$. Напоредо са тим помериће се и ликови тих тачака на фотографској плочи и у суштини ће се ова померања на плочи врло мало разликовати од померања на сфери.

Узмимо тачку на сфери која се налази на отстојању s од тачке O у правцу занита; ако полупречник сфере и $O_2 O'$ узмемо за јединицу, отстојања њене пројекције у равни σ од тачке O или њеног лика на плочи од оптичког средишта O' биће $\operatorname{tg} s$. Претпоставимо да је рефракција изменила s у $s - \Delta s$, тако да се тачка померила по сфери за величину Δs; тада ће се њен лик на плочи померити за $\operatorname{tg} s - \operatorname{tg}(s - \Delta s)$, тј. за $\sin \Delta s / \cos s \cos (s - \Delta s)$, али Δs чак и за $z = 80^0$ једва достиже $5'\ 15''$; кад је мерена површина $1^0 \times 1^0$, s не прелази $1^0, 4$. Стога се, као што је лако израчунати, $\Delta s / \cos s \cos (s + \Delta s)$ разликује од Δs у том крајњем случају само за $0'',18$; при $z = 75^0$ — за $0'',12$; при $z = 60^0$ — за $0'',06$; ако је $s = 1^0$, све се ове разлике двапут смањују. Стога са малим отступањем можемо промене које уноси рефракција у сферне координате изједначити с променама праволиниских координата на плочи.

Нека су (сл. 101) S_1 и S_2 положаји две звезде, које се налазе на једнаком зенитном отстојању z, а који нису претрпели промену услед рефракције; нека су S'_1 и S'_2 њихови положаји после дејства рефракције, померени из S_1 и S_2 ка зениту Z на зенитно отстојање z'. Замислимо лукове великих кругова $S_1\,S_2$ и $S'_1\,S'_2$ и њихова средишта D и D'. Обележимо угао код Z, тј. разлику азимута, са $2a$. Тада ћемо имати

$$\sin SD = \sin z \sin a \quad \text{и} \quad \sin S'D' = \sin z' \sin a,$$

одакле добивамо

$$\frac{\sin S'D'}{\sin SD} = \frac{\sin z'}{\sin z} = \frac{\sin z'}{\sin (z' + \rho)} = \frac{1}{\cos \rho + \operatorname{ctg} z' \sin \rho},$$

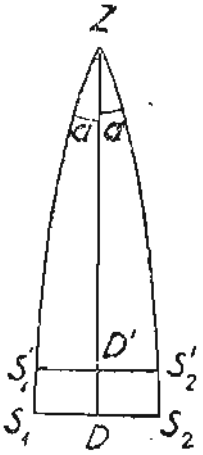
где је ρ рефракција, једнака $k \operatorname{tg} z'$. Како је за вредности z које нису блиске 90^0 рефракција мала, то се са довољном тачношћу може претпоставити да је $\cos \rho = 1$ и $\sin \rho = k \operatorname{tg} z'$; тада можемо написати

$$\frac{\sin S'D'}{\sin SD} = \frac{1}{1+k}.$$

Ако растојања $S_1\,S_4$ нису много велика, може се са незнатним отступањем претпоставити да је

$$\frac{S'D'}{SD} = \frac{1}{1+k},$$

што значи да дуж хоризонталног правца рефракција равномерно спљоштава слику међусобног распореда звезда; круг се на пример претвара у елипсу и то на свима зенитним отстојањима врло приближно са једнаком спљоштеношћу: $k/(1+k) = 1/3600$ за средњу рефракцију.



Сл. 101.

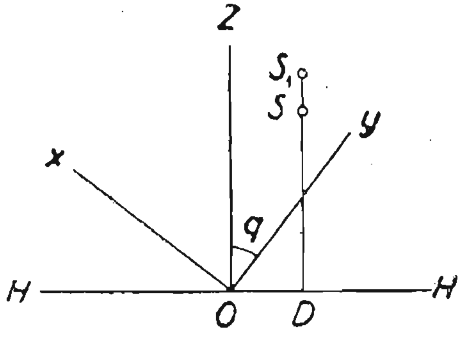
Дејство рефракције по вертикали јасније ће се испољити из бројне таблице за средњу рефракцију; ми ћемо приказати кретање рефракције око двају зенитних отстојања:

z	ρ	$\Delta\rho$	$\Delta\rho_0$	$\Delta\rho-\Delta\rho_0$	z	ρ	$\Delta\rho$	$\Delta\rho_0$	$\Delta\rho-\Delta\rho_0$
43^0	53″,54	3″,86	4″,00	— 0″,14	59⁰00′	95″,34	3″,86	3″,98	— 0″,12
44	55, 44	1, 96	2, 00	— 0, 04	59 30	97, 25	1, 95	1, 99	— 0, 04
45	57, 40	0, 00	0, 00	0, 00	60 00	99, 20	0, 00	0, 00	0, 00
46	59, 44	2, 04	2, 00	+ 0, 04	60 30	101, 22	2, 02	1, 99	+ 0, 03
47	61, 55	4, 15	4, 00	+ 0, 15	61 00	103, 30	4, 10	3, 98	+ 0, 12

У првим колонама дати су z, у другим — рефракција ρ, треће колоне дају разлике рефракције $\Delta\,\rho$, тј. смањење једног степена и два степена на 45^0, одн. једног полустепена и степена на 60^0 услед рефракције, тзв. диференцијалну рефракцију. Видимо да ова смањења нису сразмерна разлици зенитних отстојања (од 45^0 до 43^0 — 3″,86, од 45^0

до 47^0 — $4'',15$; од 60^0 за 1^0 навише — $3'',86$, а наниже — $4'',10$). Но, и у томе је суштина ствари, ако претпоставимо да су ова дејства рефракције строго сразмерна разликама висина, тј. $2'',00$ за 1^0 на $z = 45^0$, $1'',99$ за $^1/_2{}^0$ на $z = 60^0$, као што се види из бројева четвртих колона, отступања која преостају на растојању од 1^0 биће: на $z = 45^0$ само $0'',04$, а на $z = 60^0 \pm 0'',12$, — као што се види из петих колона. Према томе ако усвојимо да се у нашим мерењима толика отступања на крајевима плоча могу допустити, можемо сматрати да рефракција правилно спљоштава слике међусобног распореда звезда и у хоризонталном и у вертикалном правцу, тј. круг претвара у елипсу; али притом у вертикалном правцу слике бивају више спљоштене него у хоризонталном; у вертикалном правцу на пример за $z = 45^0$, спљоштеност $k_1 = \frac{2''}{3600''} = \frac{1}{1800}$, а на $z = 60^0$, $k' = \frac{1'',99}{1800''} = \frac{1}{904}$.

Посматрајмо сад како утиче ова спљоштеност слике на координате једне произвољне звезде у произвољном систему координата на плочи, на пример координата x и y.



Сл. 102.

Нека слика 102 претставља фотографску плочу, Oxy — координатни систем, а OZ — правац ка зениту. Свака звезда S на плочи, да би се ослободила диференцијалне рефракције, мора бити померена са праве HOH управне на OZ сразмерно њеном отстојању SD од те праве, за величину $SS_1 = kSD$, где је k константа за целу плочу. Но ако обележимо угао између Oy и OZ са q, лако налазимо са цртежа да се за прираштаје координата Δx и Δy због померања из S у S_1 добивају вредности:

$$\Delta x = SS_1 \sin q = kSD \sin q = k\,(x \sin q + y \cos q) \sin q,$$
$$\Delta y = SS_1 \cos q = kSD \cos q = k\,(x \sin q + y \cos q) \cos q$$

и, према томе, ако обележимо са x_1 и y_1 координате x и y ослобођене утицаја рефракције, добићемо

$$x_1 = x + \Delta x = x\,(1 + k \sin^2 q) + yk \sin q \cos q,$$
$$y_1 = y + \Delta y = y\,(1 + k \cos^2 q) + xk \sin q \cos q.$$

Овде је важно то да су координате x_1 и y_1 *линеарне* функције од x и y.

Утицај дејства аберације нећемо подробно излагати. Он је сличан с дејством рефракције, али је мањи од њега по апсолутној вредности. Поменимо да закон аберације гласи: „$20'',5$ пута синус угла од небеског тела до апекса Земљина кретања". Према томе још с већим правом и знатно мањим отступањем него у случају рефракције можемо усвојити да ће координате на плочи, ослобођене утицаја аберације, бити *линеарне* функције мерених координата.

204. Утицај нетачног положаја координатних осовина и размере. — Почетак наших координата x и y не поклапа се тачно с подножјем нормале спуштене из унутрашње главне тачке објектива на плочу, јер се ово подножје не може тачно одредити. Да би се добиле координате у односу на ово оптичко средиште, треба нашим координатама додавати извесне поправке, константне за целу плочу.

Правци координата не поклапају се тачно са правцем пројекције деклинациског круга који пролази кроз оптичко средиште, али је из аналитичне геометрије познато да су при претварању координата услед промене правца осовина нове координате опет *линеарне* функције претходних. Дакле, поправке од рефракције, аберације, промене координатног почетка и правца осовина дају нам координате које приближују мерене координате x и y идеалним, али су нове, поправљене координате линеарне функције од x и y. Притом је важна још и та околност, што промене међусобног распореда звезда услед рефракције нису велике (коефицијенат $k = {}^1/_{1800}, {}^1/_{900}$) и координатни почетак и правце осовина x и y ми већ и помоћу звезда S и S' (в. § 201) бирамо близу почетка идеалног координатног система. Због тога су у линеарним функцијама које дају поправке координата x_1 и y_1 у функцији мерених, тј. у обрасцима

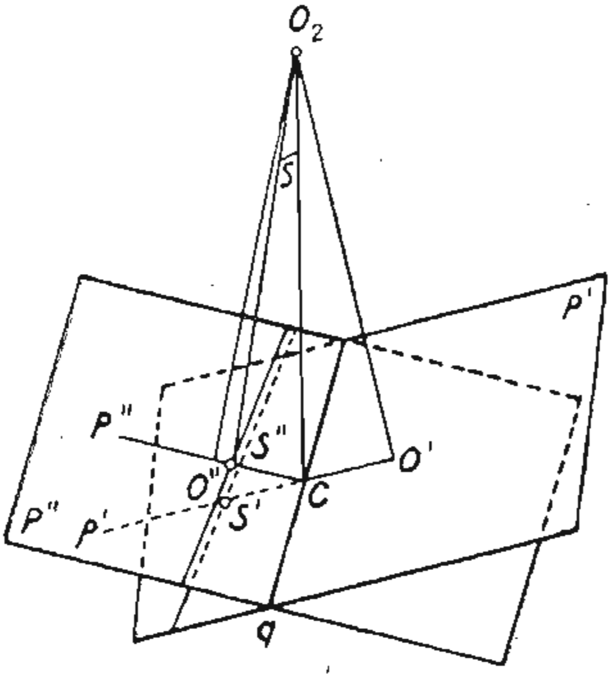
$$x_1 = a_1 x + b_1 y + c_1 \quad \text{и} \quad y_1 = d_1 x + e_1 y + f_1 ,$$

коефицијенти a_1 и e_1 блиски јединици, а коефицијенти b_1 и d_1 и величине c_1 и f_1 мале. Али више ништа о a_1, b_1, c_1, d_1 и f_1 не знамо.

Даље, да бисмо коначно из x и y добили ξ' и η', треба променити јединице мерења; x и y, па према томе и x_1 и y_1 изражени су у јединицама за дужину (обрти завртња, милиметри, делови скала и томе слично), ξ' и η' изражени су у радијантима или лучним секундама. Према томе треба још само помножити x и y неким коефицијентом K (број лучних секунада у јединици за дужину), да бисмо добили ξ' и η'; уводећи нове ознаке за коефицијенте једначина, добивамо

$$\text{и} \quad \xi' = ax + by + c$$
$$\eta' = dx + ey + f.$$

205. Утицај нетачности усвојених координата за оптичко средиште. — Све досад претпостављали смо да сферне координате тачке O, тј. A и D, које смо усвојили за израчунавање величина ξ' и η', одговарају оптичком средишту плоче, на које се односе коначне линеарне координате. Ово међутим није тачно; зато на крају треба испитати још и последице овог неслагања. Нека је (сл. 103) O_2O' нормала из унутрашње главне тачке објектива O_2 на фотографску плочу, коју ћемо назвати раван P';



Сл. 103.

нека је O_2O'' права паралелна правцу O_1O, коме одговарају усвојене сферне координате A и D; замислимо раван P'' управну на O_2O'' и нека је O_3O'' једнако O_2O'. Израчунатим координатама ξ' и η' одговарају линеарне координате са средиштем O'' у равни P'', а измереним координатама x и y, после њине линеарне трансформације, одговарају линеарне координате са средиштем O'. Пита се каква је веза између ова два система линеарних координата?

Праву пресека равни P' и P'' узећемо за осовину привремених (само у овом параграфу) координата q; замислимо раван која пролази кроз $O'O_2O''$; она је управна на осовини q и сече је у тачки C; нека је C координатни почетак осовина q, p' и p''; осовина p' има правац $O'C$ у равни P'; осовина p'' има правац CO'' у равни P''. Правоугле координате у равни P' (са средиштем O') и P'' (са средиштем O'') претварају се линеарно у координате p' и q' у равни P' и координате p'' и q'' у равни P''. Према томе треба да испитамо везу p', q' са p'', q''. Замислимо праву O_2C и на њој управну раван P, која пролази кроз тачку C; како O_2C дели на пола угао $O'O_2O''$ (јер је $O_2O' = O_2O''$), то раван P, пролазећи кроз осовину q, полови угао диедар између равни P' и P''; обележимо половину тога угла са i.

Замислимо раван што пролази кроз O_2 паралелно координатној осовини q. Ова раван сече раван P' дуж праве паралелне осовини q, тако да све тачке ове праве имају једнаке координате p'; она сече раван P'' дуж праве такође паралелне осовини q, тако да све тачке ове праве имају једнаке координате p''. Обележимо тачке пресека осовина p' и p'' са овом равни са S' и S''.

У троуглима O_2CS' и O_2CS'' обележимо угао код O_2, тј. CO_2S', или CO_2S'', са s и приметимо да је угао O_2CS' једнак $90^0 + i$, а угао O_2CS'' једнак $90^0 - i$. Тада из тих троуглова имамо

$$\frac{CS'}{CO_2} = \frac{\sin CO_2S'}{\sin O_2S'C} = \frac{\sin s}{\sin\,[180^0 - s - O_2CS']} =$$

$$= \frac{\sin s}{\sin\,[180^0 - s - (90^0 + i)]} = \frac{\sin s}{\cos\,(s + i)},$$

$$\frac{CS''}{CO_2} = \frac{\sin CO_2S''}{\sin O_2S''C} = \frac{\sin s}{\sin\,[180^0 - s - O_2CS'']} =$$

$$= \frac{\sin s}{\sin\,[180^0 - s - (90^0 - i)]} = \frac{\sin s}{\cos\,(s - i)}.$$

Напослетку замислимо раван која пролази кроз O_2C и са осовином q заклапа угао φ; она ће пресецати равни P' и P'' дуж правих које са осовином q (која је заједничка за обе равни) образују углове φ' и φ''. Треба приметити да је $\varphi' = \varphi''$, јер су равни P' и P'' подједнако нагнуте према O_2C.

Замислимо оне тачке у којима ова раван сече две поменуте праве паралелне осовини q. Тачка у равни P' има координате

$$p' = CS' \quad \text{и} \quad q' = CS'\,\mathrm{tg}\,\varphi' = CS'\,\mathrm{tg}\,\varphi''.$$

Тачка у равни P'' има координате

$$p'' = CS'' \quad \text{и} \quad q'' = CS'' \operatorname{tg} \varphi'' = CS'' \operatorname{tg} \varphi'.$$

Према томе на основи горе написаних образаца добивамо

$$p' = CO_2 \frac{\sin s}{\cos(s+i)} \quad \text{и} \quad p'' = CO_2 \frac{\sin s}{\cos(s-i)}$$

и одатле

$$p' - p'' = CO_2 \sin s \left[\frac{1}{\cos(s+i)} - \frac{1}{\cos(s-i)}\right] =$$

$$= CO_2 \sin s \frac{\cos(s-i) - \cos(s+i)}{\cos(s+i)\cos(s-i)} =$$

$$= 2CO_2 \sin s \frac{\sin s \sin i}{\cos(s+i)\cos(s-i)} = 2\frac{p'p''}{CO_2} \sin i,$$

$$q' - q'' = 2\frac{p'p''}{CO_2} \sin i \operatorname{tg} \varphi' = 2\frac{q'p''}{CO_2} \sin i.$$

С друге стране налазимо

$$q' - q'' = 2\frac{p'p''}{CO_2} \sin i \operatorname{tg} \varphi'' = 2\frac{p'q''}{CO_2} \sin i,$$

јер се има $p' : q' = p'' : q''$ и $p' : p'' = q' : q''$. Но како је $O_2O' = O_2O'' = CO_2 \cos i$, то можемо написати

$$p' - p'' = \frac{p'p'' \sin 2i}{O_2O'} \quad \text{и} \quad q' - q'' = \frac{q'p'' \sin 2i}{O_2O'} = \frac{q''p' \sin 2i}{O_2O''}.$$

На плочи 2°×2° величине p', p'', q' и q'' достижу највише 1°,4 и ако је $2i = 10'$, највећа разлика између p' и p'' или q' и q'' износи 0'',36; при p' и q' једнаким 1° она је двапут мања, тј. једнака 0'',18. Без нарочите тешкоће може се $2i$ задржати испод 10'. Зато гранична величина отступања које се добива кад место координата у равни P'' са средиштем O'' узмемо координате у равни P' са средиштем O', не прелази 0'',36. Ако се стога договоримо да оволика отступања занемарујемо или се побринемо да одређујемо што је могуће тачније положај оптичког средишта на плочама, које снимамо инструментом, можемо после обрачунавања свих утицаја усвојити ову линеарну везу између мерених координата x и y и идеалних ξ' и η' израчунатих из претпостављених, приближно познатих координата A и D' оптичког средишта и координата α и δ звезда у односу на произвољан еквинокциј:

$$\xi = ax + by + c \quad \text{и} \quad \eta = dx + ey + f.$$

206. Израчунавање коефицијената и налажење тражених координата звезда. — Сада можемо користити добивене резултате. Очевидно је да за одређивање скоро потпуно непознатих коефицијената a, b, c, d, e и f треба да имамо само три звезде с познатим координатама α_1 δ_1; α_2, δ_2 и α_3, δ_3. Из њих и усвојених координата A и D (координате средишта плоче с отступањем од 1' које се потпуно сме допустити) ми израчунавамо идеалне координате ξ_1, η_1; ξ_2, η_2 и ξ_3, η_3 и знајући из мерења координате x_1, y_1; x_2, y_2 и x_3, y_3, образујемо једначине:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= ax_1 + by_1 + c, & \eta_1 &= dx_1 + ey_1 + f, \\ \xi_2 &= ax_2 + by_2 + c, & \eta_2 &= dx_2 + ey_2 + f, \\ \xi_3 &= ax_3 + by_3 + c, & \eta_3 &= dx_3 + ey_3 + f, \end{aligned}$$

из којих одређујемо a, b, c и d, e, f.

Боље је разуме се имати више од три звезде и применити методу најмањих квадрата. *Линеаран* облик једначина омогућује *непосредну* примену методе најмањих квадрата; у томе се и састоји огромно преимућство Тарнерове методе. Када смо те коефицијенте израчунали, онда и обрнуто, за сваку звезду чији положај желимо одредити, знамо x и y; из ових једначина израчунавамо ξ и η, а из ових одређујемо (в § 200) α и δ у односу на исти еквинокциј као и α_1, δ_1; α_2, δ_2 и α_3, δ_3. Разна испитивања астронома (а делимично и остаци при решавању условних једначина по Тарнеровој методи) показују да координате произвољно изабратих звезда, па макар биле одређене и на основи неколико каталога, не могу просечно достићи тачност од $\pm 0'',1$; њихово отступање лако може достићи $0'',3$. Отуд су астрономи приморани да се задовоље с ограниченом тачношћу, која, као што смо видели, мора да се рпихвати при извођењу и примени Тарнерове методе.

У случајевима, пак, када је потребна висока тачност, треба обрачунавати утицаје рефракције и аберације, али ни у ком случају не целокупне, већ само чланове другог реда који се мењају сразмерно другим степенима и производима координата x и y, тј. сразмерно x^2, y^2 и xy (види примера ради десне колоне у обема таблицама на стр. 312). За лако израчунавање ових чланова другог реда састављени су подесни обрасци, али се ми у нашем кратком курсу практичне астрономије нећемо задржавати на овим појединостима упућујући читаоца на радове:

1) Е. Бугославская, Методы фотографического определения координат небесныих светил, Известия Ассоциации научно-исследовательских институтов при физико-математическом факультете МГУ, том II, № 2.[1]

2) A. König, Reduktion photographischer Himmelsaufnahmen, Handbuch der Astrophysik, Bd. I, 1, Kap. 6.

207. Упоређење плоча с различитим оптичким средиштима. — Понекад се јавља потреба да се упореде праволиниске координате звезда измерене на двема плочама чија се оптичка средишта знатно, на пример до 1^0, разликују једно од другог. Ово је понекад неопходно, рецимо ако се желе да одреде сопствена кретања звезда упоређивањем њихових координата измерених на плочама од којих је једна снимљена неколико година или десетина година после друге и чија се средишта не поклапају. При таквом упоређењу треба узети у рачун разлику координата, која долази од непоклапања оптичких средишта плоча.

---

[1] Од истог писца изишла је 1947 г. исцрпна монографија „Фотографическая астрометрия" (Прим. прев).

Ако би измерене координате биле координате p и q, тада бисмо по § 205 имали ове обрасце за прелаз са координата p' и q' једне плоче на координате p'' и q'' друге, или обрнуто:

$$p' - p'' = \frac{p'\, p'' \sin 2i}{O_2O'} \qquad и \qquad q' - q'' = \frac{q'\, p'' \sin 2i}{O_2O'} = \frac{q''\, p' \sin 2i}{O_2O'} .$$

Приметимо да смо позитиван смер осовина p' и p'' изабрали у правцу од оптичког средишта плоче p' ка оппичком средишту плоче p''; тим избором одређени су знаци у овим обрасцима.

Али измерене координате x и y имају друге правце него p и q. Претпоставимо да на плочи P'' фактички измерене координате имају почетак у тачки C, а осовина x'' образује с осовином p'' угао ψ. Замислимо на плочи P' координатни систем с почетком такође у тачки C и с осовином x', која образује с осовином p' исти толики угао ψ. Тада по правилима аналитичне геометрије имамо:

$$\begin{aligned}
p' &= x' \cos\psi + y' \sin\psi, & p'' &= x' \cos\psi + y'' \sin\psi,\\
q' &= -x' \sin\psi + y' \cos\psi, & q'' &= -x'' \sin\psi + y'' \cos\psi,\\
x' &= p' \cos\psi - q' \sin\psi, & x'' &= p'' \cos\psi - q'' \sin\psi,\\
y' &= p' \sin\psi + q' \cos\psi, & y'' &= p'' \sin\psi + q'' \cos\psi,
\end{aligned}$$

одакле, с обзиром на горње изразе за $p'' - p'$ и $q'' - q'$, лако налазимо обрасце:

$$x' - x'' = (p' - p'') \cos\psi - (q' - q'') \sin\psi = \frac{1}{O_2O'}\, p''\, p' \sin 2i \cos\psi -$$

$$- \frac{1}{O_2O'}\, p''\, q' \sin 2i \sin\psi = \frac{p'' \sin 2i}{O_2O'} (p' \cos\psi - q' \sin\psi) =$$

$$= \frac{x'}{O_2O'} \sin 2i\, (x'' \cos\psi + y'' \sin\psi).$$

$$y' - y'' = (p' - p'') \sin\psi + (q' - q'') \cos\psi = \frac{1}{O_2O'}\, p'\, p'' \sin 2i \cos\psi +$$

$$+ \frac{1}{O_2O'}\, p''\, q' \sin 2i \cos\psi = \frac{p'' \sin 2i}{O_2O'} (p' \sin\psi + q' \cos\psi) =$$

$$= \frac{y'}{O_2O'} \sin 2i\, (x'' \cos\psi + y'' \sin\psi).$$

Обратимо сад пажњу на то да координата пројекције оптичког средишта O'' плоче P'' на прву плочу P', израчуната од оптичког средишта O' у правцу координата p' и p'' износи $O_2O' \operatorname{tg} 2i$. Како су величине $x' - x''$ и $y' - y''$ мале, увек можемо с довољном тачношћу претпоставити да ова координата или растојање између оптичких средишта O' и O'', било на плочи P' или P'', износи $O_2O' \sin 2i$; обележимо је са I. Тада је њена пројекције на осовину x', $I \cos\psi$, и њу ћемо обележити са X, а њену пројекцију на осовину y, једнаку $I \sin\psi$, обележићемо са Y. Тада ће се наши изрази за $x' - x''$ и $y' - y''$ претворити у изразе

$$x' - x'' = \frac{x'}{O_2O'^2} (x''X + y''Y) \qquad и \qquad y' - y'' = \frac{y'}{O_2O'^2} (x''X + y''Y).$$

Ако узмемо други координатни почетак, чије су координате у односу на тачку C, a и b, онда у овим обрасцима на x', x'' и X треба додати a, а на y', y'' и Y треба додати b, да би се добили обрасци у новом координатном систему. Они ће бити сложенији од написаних образаца, али ће први њихови чланови имати исти облик као и у обрасцима који се односе на координатни почетак C.

У тим обрасцима претпоставља се да су све величине изражене у једним истим јединицама. За практичну примену простије је ове обрасце претставити у облику:

$$x' - x'' = \frac{x''}{O_2O'} \cdot \frac{x'}{O_2O'} X + \frac{x'}{O_2O'} \cdot \frac{y''}{O_2O'} Y,$$

$$y' - y'' = \frac{y'}{O_2O'} \cdot \frac{x''}{O_3O'} X + \frac{y_2}{O_2O'} \cdot \frac{y'}{O_2O'} Y.$$

Овде су $\frac{x'}{O_2O'}$, $\frac{x''}{O_2O'}$, $\frac{y'}{O_2O'}$ и $\frac{y''}{O_2O'}$ координате x', y', x'' и y'' изражене у радијантима; према томе су $x' - x''$ и $y' - y''$ изражени у истим јединицама као X и Y.

Приметимо напослетку да су разлике $x' - x''$ и $y' - y''$ у пракси увек мале. Ако су на пример x и y једнаки 1^0, а $X = Y = 2^0$, чак и у том случају је

$$x' - x'' = 2\left(\frac{1}{57{,}3}\right)^2 \cdot 2^0 = \left(\frac{1}{57{,}3}\right)^2 \cdot 4^0 = \frac{4.3600''}{3283} = 4'',4.$$

Стога је потпуно допуштено претпоставити у десним странама једначина да је $x' = x'' = x$ и $y' = y'' = y$, и тада под претпоставком да су x и y изражени у радијантима, добивамо ове обрасце:

$$x' - x'' = x^2X + xyY = x(xX + yY),$$
$$y' - y'' = yxX + y^2Y = y(xX + yY),$$

где су $x' - x''$ и $y' - y''$ изражени у истим јединицама као X и Y.

Ако су, дакле, на плочи, коју ћемо сматрати за другу, с оптичким средиштем O'' измерене координате звезде x'' и y'', да би се из њих добиле координате x', y' у истом систему на плочи са средиштем у тачки O', треба: 1) нанети на плочу са средиштем O'' положај средишта O' по распореду звезда; 2) измерити пројекције отсечка O'O'' на осовину x (то ће бити X) и y (то ће бити Y) у истим јединицама у којима су измерени x'' и y''; 3) уочити тачку на средини O'O''; то ће бити тачка C из наших расуђивања и 4) обележавајући са x и y координате звезда у координатном систему чије су осовине задржале правац осовина x'' и y'', а чији је почетак прешао у ту тачку C, добити из мерених координата x'' и y'' нове координате x' и y' по обрасцима

$$x' = x'' + x(xX + yY) \quad \text{и} \quad y' = y'' + y(xX + yY).$$

Овде се x и y изражавају у радијантима, а остале величине у истим јединицама у којима су измерене координате x'' и y''.

Координате x' и y' већ су упоредљиве с координатама ξ и η звезда, које су фактички измерене на плочи са средиштем O', снимљеном у друго време него што је плоча са средиштем O''; оне су упоредљиве у том смислу што између x' и y', с једне стране, и ξ и η с друге стране, постоји *линеарни* однос у границама оне тачности коју смо уопште имали у виду у свима претходним расуђивањима.

208. Дисторзија или изобличење слика. — При горњим расуђивањима сматрали смо да се за све звезде чији се ликови добијају на плочи преламање светлости у фотографском објективу врши тако да буде строго остварено правило из § 16, које се односи на главне тачке оптичког система, и то: да је права која иде од задње (у смеру простирања светлости) или унутрашње главне тачке ка лику звезде *паралелна* светлосним зрацима што од звезде у паралелном снопу долазе у објектив.

Ако стога сноп светлости заклапа с оптичком осовином објектива угао σ, онда и права која иде од унутрашње главне тачке ка лику звезде заклапа с оптичком осовином исти толики угао σ. Стога, ако је плоча управна на оптичкој исовини и ако је P тачка њиховог пресека а S' лик звезде S, онда је

$$S'P = F \operatorname{tg} \sigma,$$

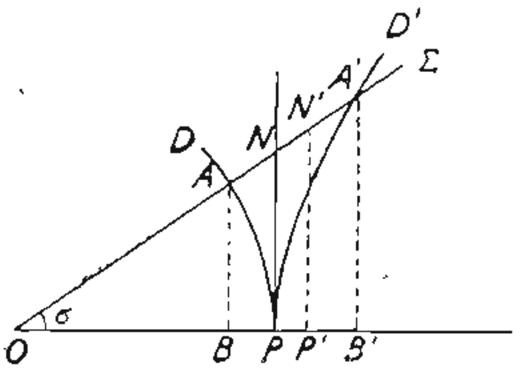
где је F стална величина која не зависи од σ. Ако су ови услови задовољени каже се да објектив спољне предмете, тачније речено тачке у равни нормалној на оптичку осовину и довољно далекој, слика *без изобличења*, без дисторзије.

Овакав неизобличен лик добија се ако место објектива употребимо мали отвор без икаква сочива. Но у том случају слика је бледа и није оштра.

Ако закон $S'P = F \operatorname{tg} \sigma$ није задовољен, онда се каже да објектив даје дисторзију, те је за најтачније мерење плоче потребно одредити дисторзију објектива и узети је у рачун.

Постоје две врсте дисторзије. Разлика између њих најбоље се може схватити са сл. 104. Нека је OP оптичка осовина, P тачка њеног пресека с плочом, PN нормала на OP, PD и PD' извесна два лука који додирују PN у тачки P, а $O\Sigma$ права која са OP заклапа угао σ.

Уместо да је растојање тачке на правој $O\Sigma$ од праве OP растојање на плочи од тачке P до лика S' звезде S, нека су A, N и A' тачке у којима права $O\Sigma$ сече криву PD, праву PN и криву PD'. Нека су BA и $B'A'$ отстојања тачака A и A' од праве OP. Ако је PS' на плочи једнако или сразмерно са PN, објектив даје правилне слике и дисторзије нема. Ако је PS' једнако или сразмерно отстојању AB или $A'B'$, објектив даје дисторзију, јер се ова отстојања не могу изразити обрасцем (стална величина $x \operatorname{tg} \sigma$). Отстојања AB, NP и $A'B'$ расту са углом



Сл. 104.

σ, али AB не расте истом брзином којом NP. а отстојање $A'B'$ расте брже но NP. Стога ће на пример слика квадрата чије је средиште на оптичкој осовини објектива без дисторзије бити опет квадрат. Објектив који даје дисторзију типа PD даваће лик квадратов с испупченим странама, а објектив који даје дисторзију типа PD' даваће лик квадратов с угнутим странама.

За величину дисторзије може се сматрати и разлика отстојања AB и NP, или отстојања $A'B'$ и NP, као и уопште разлика растојања AB или $A'B'$ и величине која је сразмерна са NP, на пример $N'P'$ (сл. 104). Стога дисторзија не може никада бити линиски сразмерна са NP, она се изражава сложенијом функцијом од NP.

Теориска испитивања показују да се величина дисторзије може претставити редом облика $k_1 \sigma^3 + k_2 \sigma^5 + \ldots$ На овоме се заснива одређивање дисторзије коју даје објектив. Тога ради сними се област неба која на целој површини плоче даје велики број звезда с познатим тачним координатама α и δ. Пажљиво се измере праволиниске координате звезда, ослободе се утицаја других чланова рефракције и аберације, па се затим идеалне координате ξ и η израчунате из α и δ претставе једначинама

$$\xi = ax + by + c - k\sigma^3 \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\eta = dx + ey + f - k\sigma^3 \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Решавањем ових једначина по методи најмањих квадрата налази се коефицијенат k дисторзије.

Да бисмо искључили утицај који долази отуда што плоча није нормална на правој која иде од главне тачке објектива до средине плоче, ово се испитивање врши на двему плочама. Једна од њих снимљена је астрографом источно од инструментова стуба (тег се по часовном углу креће испред дурбина), а друга астрографом западно од стуба (тег се по часовном углу креће иза дурбина).

209. Мерење звезданих паралакса. — Да би се измерила паралакса неке звезде начини се снимак на коме се поред ње налази још и неколико слабих звезда које су јој на небеској сфери најближе. Треба имати бар три таква снимка начињена у узастопним епохама када померање по ректасцензији услед годишње паралаксе скоро достиже своју највећу вредност. Ово померање дато је обрасцем (в. сферну астрономију):

$$\bar{\alpha} - \alpha = \pi \cos D \sin (A - \alpha) \sec \delta,$$

где су π паралакса, A и D Сунчева ректасцензија и деклинација, α и δ ректасцензија и деклинација звезде. Из обрасца се види да је $\bar{\alpha} - \alpha$ највеће када је $A - \alpha = 90^0$, а најмање када је $A - \alpha = 270^0$.

Стога снимке треба узети у размаку од по пола године, а притом није потребно да $A - \alpha$ буде тачно 90^0 или 270^0. Потребно је само да оно има приближно ту вредност. Снимање се по могућству врши у близини горње кулминације звезде. На снимцима се са што већом тачношћу мере отстојања у ректасцензији уочене звезде и једне или више најближих *слабих* звезда, чије су деклинације приближно једнаке њеној. У ту сврху се плоча намести у инструменат за мерење тако, да круг нормалан на деклинациском буде паралелан мереној координати x.

Претпоставимо да је први снимак добивен када је паралактичко померање звезде S било највеће ка западу, тј. у почетку ноћи и нека буде t_1 тренутак снимања. Нека је разлика координата x звезде S и слабе звезде с координатама α' и δ', поправљена за износ рефракције и аберације, једнака d_1 у милиметрима. Поправка од рефракције и аберације биће у том случају врло мала и лако се може израчунати. Нека буде k број лучних секунада у 1 mm. Тада ће kd_1 бити то растојање у лучним секундама. Нека је kd_0 растојање међу овим звездама без утицаја паралаксе, дакле хелиоцентрично растојање. Усвојмо да d увек рачунамо од слабе звезде ка звезди S као позитивно ако је $\alpha > \alpha'$. Означимо ли са π и π' паралаксе звезде S и слабе звезде, имаћемо

$$kd_1 = kd_0 - [\pi \cos D_1 \sin (A_1 - \alpha) - \pi' \cos D_1 \sin (A_1 - \alpha')].$$

Приметимо да је разлика $kd_1 - kd_0$ сразмерна $(\alpha' - \alpha) \cos \delta$, а не $(\alpha' - \alpha)$. Како се α' не разликује много од α, можемо без осетног отступања простије ставити

$$kd_1 = kd_0 - (\pi - \pi') \cos D_1 \sin (A_1 - \alpha).$$

После приближно пола године, у тренутку t_2 (снимање крајем ноћи), биће растојање звезда на снимку једнако d_2 mm или kd_2 лучних секунада. Оно ће се од dk разликовати због утицаја паралаксе и сопствених кретања звезда μ и μ'. Ова кретања бивају по луцима великих кругова, а дају се у лучним секундама за годину. Стога ће бити

$$kd_2 = kd_0 + \mu (t_2 - t_1) - \mu' (t_2 - t_1) + (\pi - \pi') \cos D_2 \sin (A_2 - \alpha),$$

или

$$kd_2 = kd_0 + (\mu - \mu') (t_2 - t_1) + (\pi - \pi') \cos D_2 \sin (A_2 - \alpha),$$

где је $t_2 - t_1$ изражено у деловима године.

Најзад ћемо, када протекне још приближно пола године, из трећег снимка добити

$$kd_3 = kd_0 + (\mu - \mu') (t_3 - t_1) - (\pi - \pi') \cos D_3 \sin (A_3 - \alpha).$$

Годишња промена величине α, која се налази у синусу може се занемарити. Тако добијамо три једначине са три непознате $(\pi - \pi')$, $(\mu - \mu')$ и kd_0. Ова последња није нам уствари ни потребна. У свакој епохи начини се не један него више снимака, на пример у првој 3—4, у другој 6—8, у трећој 3 — 4. Добивене једначине решавају се методом најмањих квадрата. Тако се добија разлика паралакса $(\pi - \pi')$. Да бисмо истакли утицај паралаксе π' која ће код слабе звезде свакако бити знатно мања од π, растојања не меримо само од једне, него од 2—3 слабе звезде на снимку. Тада се из слагања добијених вредности $\pi - \pi'$, $\pi - \pi''$ и $\pi - \pi'''$ суди могу ли се величине π', π'' и π''' занемарити према траженој величини π, но у сваком се случају овако добија релативна паралакса звезде S.

Но из досад измерених паралакса звезда различита сјаја састављене су таблице средњих паралакса. Из њих се на основи сјаја слабих поредних звезда могу узети приближне вредности величина π', π'' и π''', које су увек врло мале, па се тада добијају поправљене вредности паралаксе π звезде S. Последњих деценија се звездане паралаксе већином одређују на овај начин. Како су оне веома мале, то су за сигурно мерење подесни само дугожижни астрографи, на пример са жижним даљинама од бар 10 метара.

ПОГОВОР

За потребе слушалаца Геодеског отсека Техничке велике школе превео сам са првог издања крајем 1949 и почетком 1950 године познати Уџбеник практичне астрономије проф. С. Н. Блажка. Са недавно изишлом Сферном и општом астрономијом проф. К. А. Цветкова и И. Ф. Полака овај уџбеник чини нераздвојну целину — Позициску астрономију.

Књига је и у самом оригиналу намењена првенствено студентима геодезије, па ће и код нас, нарочито до појаве домаћег уџбеника, који треба најбоље да одговори нашим потребама, моћи веома корисно да послужи за подизање виших геодеских кадрова. Она ће им и у каснијем извршењу њихових практичних задатака бити неопходни приручник.

Но поред првих седамнаест глава, намењених искључиво теорији и пракси астрономско-геодеских инструмената и посматрања којима је циљ одређивање времена, координата тачке на геоиду и азимута правца на земљишту, књига садржи на крају и шест глава у којима се бави применом астрономије на мореплoство, и ваздухопловство, меридијанским кругом, одређивањем координата небеских тела, екваторијалом и његовим прибором и напослетку фотографском астрометријом. Оне могу за студенте геодезије да буду од информативна значаја и да им послуже за проширење њихове стручне културе, а за студенте астрономије предмет подробног изучавања. Због тога ће ова књига моћи и код нас да задовољи двоструке потребе.

Избор је на ову књигу пао, као и на Сферну астрономију проф. К. А. Цветкова, што са стручне стране одговара савременом стању науке, по обиму најприближније нашем наставном програму и потребама, а по методској структури принципима лабораторно-експерименталне методе, по којој се настава на Геодеском отсеку углавном одвија, — боље но ма који други страни универзитетски уџбеник ове врсте који ми је био на расположењу у нашим стручним библиотекама.

Као и при превођењу Сферне астрономије, још и више, имао сам тешкоћа око домаће стручне терминологије, коју сам добрим делом морао и из основа стварати. Притом сам користио терминологију изграђену у Геодеском институту Техничке велике школе и терминологију одомаћену на Астрономској опсерваторији у Београду. Свака пријатељска напомена биће ми добродошла.

Другарску захвалност дугујем З. М. Бркићу, научном сараднику Астрономске опсерваторије и спољном сараднику Геодеског отсека, који ме је приликом превођења несебично помагао и И. М. Атанасијевићу, асистенту Универзитета, који се са задовољством примио да ми помогне у стручној и књижевној редакцији текста. Из непознатих ми разлога рукопис је више од године дана чекао да буде узет у обзир за штампање, тако да ми је у том међувремену дошло до руку и ново, друго, издање оригинала, из 1940 године, па сам уз помоћ И. М. Атанасијевића накнадно сравнио читав текст превода са другим издањем и у рукопис унео све измене и допуне које су и у друго издање оригинала ушле, тако да се може сматрати да је превод извршен са другог, знатно поправљеног и допуњеног издања.

Посебну захвалност дугујем свом бившем одличном ђаку а садашњем сараднику, инж. Д. Шалетићу, који се на моју молбу без резерве примио не само израде извесних фотографија, већ и оригиналног цртежа звездане карте у стереографској пројекцији која је приложена уз књигу, те је ову учинила богатијом и потпунијом и од самог оригинала. Овако израђена карта може веома корисно да послужи за лаку и брзу припрему посматрачког програма за све методе одређивања координата тачке на геоиду које се примењују у геодезији, па ће она у многоме припомоћи доследном спровођењу наше наставе по лабораторно-експериментној методи, припомоћи ће да слушаоци са што мање тешкоће и што самосталније изврше припреме, посматрања и свођења по свакој посматрачкој методи која је обухваћена програмом и која им је претходно на предавањима подробно и конкретно изложена.

Јануара 1951 г.
у Београду

Б. М. Шеварлић,
предавач Техн. велике школе